Exercice 1

Problème

Écrire un algorithme d'un sous-programme nommée « *mean* »qui calcule la valeur moyenne d'une séquence de n valeurs réelles.

Lexique – Documentation

X : une valeur réelle qui représente la valeur moyenne de n réels
S : une séquence de n réels (n : un entier > 0) indexée de 0 à n-1, S_i est le $i^{ième}$ réel de cette séquence
i : un entier, une variable d'itération

Algorithme

Résultat : X
Données : S soit S_i avec i de 0 à n-1

Étape 1

$$X = \frac{1}{n} \times \sum_{i=0}^{n-1} S_i$$

Étape 2

Nouveau sous problème : calculer la somme ?
Relation de récurrence pour calculer la somme ?
Pour i de 1 à n-1

$$\begin{cases} X_0 = 0 \\ X_i = X_{i-1} + S_i \end{cases}$$

Étape 3

```
X ← 0
Pour i de 0 à n-1 par pas de 1 faire
    X ← X + S[i]
Fait
X ← X/n
```

Étape 4 : Sous-programme

```
Fonction mean (S : séquence de n réels, n : Entier > 0) : Réel
Début
    X ← 0
    Pour i de 0 à n-1 par pas de 1 faire
        X ← X + S[i]
    Fait
    X ← X/n
    mean ← X
Fin.
```

Complexité : o(n)

Étape 5 : choix de la représentation des données et traduction en C

Exercice 2

Problème

Écrire un algorithme d'un sous programme nommé « *stddev* » qui calcule l'écart-type d'une séquence de n valeurs réelles.

Lexique – Documentation

sigma : une valeur réelle qui représente l'écart-type d'une séquence de n valeurs réelles
S : une séquence de n réels (n : un entier > 0) indexée de 0 à n-1, S_i est le $i^{ième}$ réel de cette séquence
X : un réel utilisée pour calculer le carré d'un réel
nu : la variance d'une une séquence de n réels
sigma : l'écart-type d'une une séquence de n réels
i : un entier, variable d'itération
M : un réel

Algorithme

Résultat : sigma
Données : S soit S_i avec i de 0 à n-1

Étape 1

Écart type (sigma) = Racine carré de la variance
Variance (nu) = Moyenne des écarts à la moyenne au carré
$sigma=\sqrt{nu}\rightarrow$ nouveau sous problème nu
$nu=\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}\left(S_i-MEAN\right)^2\rightarrow$ nouveau sous problème MEAN, déjà résolu

Étape 2 : relation de récurrence pour calculer la somme dans nu

$$\begin{cases} nu_0 = 0 \\ nu_i = nu_{i-1} + (S_i - MEAN)^2 \end{cases}$$

Étape 3 :

Calcul de la variance

```
nu ← 0
X ← 0
M ← mean(S, n)
Pour i de 0 à n-1 faire
    X ← Si - M
    nu ← nu + X x X
fait.
nu ← nu / n
```

Complexité : o(n)

Calcul de l'écart-type

```
sigma ← sqrt(nu)
```

Étape 4 : Sous-programme

```
Fonction variance (S : séquence de n réels, n : Entier > 0) : Réel
Début
        nu ← 0
        X ← 0
        M ← mean(S, n)
        Pour i de 0 à n-1 faire
                X ← Si - M
                nu ← nu + X x X
        fait.
        nu ← nu  / n
        variance ← nu
Fin.
```

```
Fonction stddev (S : séquence de n réels, n : Entier > 0) : Réel
Début
         stddev ← sqrt(variance(S,n))
Fin.
```

Étape 5 : choix de la représentation des données et traduction en C

Exercice 3

Problème

Écrire l'algorithme d'un sous-programme « *poly* » qui calcule la valeur d'un polynôme P pour un réel donné X.

$$P(X) = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \ldots\ldots + a_n X^n$$

a : une séquence de n réels (n : un entier > 0) indexée de 0 à n-1, a_i est le i^{ième} réel de cette séquence

Lexique – Documentation

P : un réel, la valeur du polynôme pour X donné
a : une séquence de n réels (n : un entier > 0) indexée de 0 à n-1, a_i est le i^{ième} réel de cette séquence, qui représente le polynôme P(x)
X : un réel, la valeur pour laquelle on veut calculer le polynôme

Algorithme

Résultat : P
Données : a_i, n, X

Étape 1

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \times x^i$$

Étape 2

La récurrence pour le calcul de X^i

Pour i de 0 à n-1

$$\begin{cases} V_0 = 1 \\ V_i = V_{i-1} * x \end{cases}$$

La récurrence pour la somme :

Pour i de 0 à n-1

$$\begin{cases} P_0 = 0 \\ P_{x_i} = P_{x_{i-1}} + a_i \times V_i \end{cases}$$

Étape 3

V ← 1
P ← a_0
Pour i de 1 à n-1 par pas de 1 faire
    V ← V * X
    P ← P + a_i * V
Fait

Complexité : O(n)