

CICLO VIRTUAL INTENSIVO DE VERANO 2022

Grupo 2

ARITMÉTICA

TEMAS
RAZONES Y PROPORCIONES. RAZONES: Aritmética, geométrica y armónica. PROPORCIONES: Aritmética, geométrica y armónica. Discretas y continuas. Propiedades. Media aritmética, media geométrica y media armónica.
RAZONES GEOMÉTRICAS IGUALES Discretas y continuas, propiedades. Aplicaciones.
MAGNITUDES PROPORCIONALES Magnitudes directamente proporcionales. Magnitudes inversamente proporcionales, simples y compuestas. Interpretación gráfica.
REGLA DE TRES Simple (directa e inversa) y compuesta. Aplicaciones.
PORCENTAJE Tanto por cuanto, tanto por millón (ppm), tanto por mil, tanto por ciento, tanto por uno. Incrementos y descuentos sucesivos. Aplicaciones comerciales. Utilidad, precio de venta y precio de costo. Aplicaciones técnicas. Valor de venta. IGV. REGLA DE INTERÉS SIMPLE: elementos principales, capital, tasa, y monto.
ESTADÍSTICA Definición. Población y muestra. Variables. Clasificación. Organización y presentación de datos: Elaboración de tablas de frecuencias, gráficos estadísticos (gráfico de barras), histograma, polígono de frecuencias, ojiva, diagrama circular, pictogramas). MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Para datos no agrupados y agrupados: Media ó promedio aritmético, mediana, moda, media ponderada, geométrica y armónica.
ANÁLISIS COMBINATORIO Principios fundamentales del conteo: Principio de multiplicación y principio de adición. Factorial de un número. Variaciones ó permutaciones. Combinaciones. Números combinatorios.
PROBABILIDAD Concepto de probabilidad. Experimento aleatorio. Espacio muestral, suceso ó evento. Algebra de eventos.
NUMERACIÓN Sistema de numeración. Formación de un sistema de numeración, representación polinómica de los números reales. Propiedades. Cambio de base para números enteros (diferentes casos). Casos especiales de cambio de base. Generatriz, cambio de base para números menores que la unidad. Conteo de números y cifras: Progresión aritmética. Cantidad de términos. Criterios para contar números y cifras. Aplicaciones: Diversos casos y aplicaciones de razonamiento numérico.

OPERACIONES FUNDAMENTALES

Adición. Suma de términos de progresiones aritméticas. Sumas especiales. Series.

Sustracción. Suma y diferencia. Complemento aritmético **MULTIPLICACIÓN Y DIVISION**

Cantidad de cifras de un producto y un cociente (en \mathbb{Z})

División (en \mathbb{N} y \mathbb{Z}). Clases. Propiedades.

Operaciones combinadas: Método de falsa suposición, método regresivo, móviles. Operaciones criptoaritméticas.

DIVISIBILIDAD

Teoremas fundamentales. Aplicaciones del binomio de Newton. Aplicaciones. Restos potenciales.

Criterio general de la divisibilidad. Criterios particulares.

NÚMEROS PRIMOS

Números primos y compuestos. Propiedades. Primos relativos (PESI). Tabla de números primos. Teorema fundamental de la aritmética. Criba de Eratóstenes. Descomposición de un número en factores primos.

MCD Y MCM

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo en los naturales y en los enteros. Propiedades. Algoritmo de Euclides. Aplicaciones.

FRACCIONES

Fracción (como la expresión $\frac{a}{b}$). Clases: Fracción propia, impropia, unitaria, decimal, ordinaria, irreducible, reducible.

Representación decimal de un número racional: Número decimal exacto e inexacto (periódico puro y periódico mixto). Representación decimal de un número irracional.

Cantidad de cifras decimales periódicas y no-periódicas generadas por una fracción. Aplicaciones.

CICLO VIRTUAL INTENSIVO DE VERANO 2022

Grupo 2

ÁLGEBRA

TEMAS

Lógica: Proposición lógica, clases de proposiciones: simples y compuesta. Operaciones: conjunción, disyunción, disyunción exclusiva, condicional (implicación), bicondicional (doble implicación) y negación. Formulas lógicas. Tautología, contradicción y contingencia. Condición necesaria y suficiente. Leyes lógicas. Simplificación de fórmulas lógicas.

Conjuntos: Elementos. Determinación: por extensión y por compresión. Relación de pertenencia. Inclusión de conjuntos. Subconjuntos. Subconjuntos Propios. Conjuntos especiales: vacío, unitario, universal.

Operaciones. Propiedades de las operaciones. Conjunto Potencia. Propiedades. Proposiciones y conjuntos: inclusión de conjuntos y la implicación; igualdad de conjuntos y doble implicación; complemento de un conjunto y negación; intersección de conjuntos y conjunción, unión de conjuntos y disyunción; diferencia de conjuntos y conjunción y negación. Diferencia simétrica de conjuntos y disyunción exclusiva. Número de elementos de un conjunto. Conjuntos numéricos. Cuantificadores: universal y existencial. Aplicaciones.

Sistema de los números reales definida axiomáticamente. Propiedades. Productos notables. Ecuación de primer grado con una variable. Intervalos. Ecuaciones de segundo grado con una variable. Reducción de ecuaciones a una ecuación cuadrática.

Ecuaciones bicuadradas. Propiedades. Ecuaciones recíprocas de grado par e impar. Planteo de ecuaciones.

Inecuaciones de primer grado con una variable. Inecuaciones cuadráticas. Método de los puntos críticos para resolver inecuaciones. Inecuaciones racionales e inecuaciones de grado superior

Existencia de radicales. Ecuaciones con radicales. Inecuaciones con radicales. Valor absoluto. Propiedades. Ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto. Interpretación gráfica

Funciones. Definición, dominio y rango. Propiedades. Representación gráfica. Funciones elementales (constante, lineal, afín, identidad). Funciones reales de una variable real. Función: cuadrática, cúbica, valor absoluto, raíz cuadrada, función signo

Funciones Máximo entero, par, impar, inyectiva, sobreyectiva, monótona. Operaciones con funciones reales: adición, sustracción, multiplicación, división y composición.

Operaciones con funciones reales: adición, sustracción, multiplicación, división y composición. Técnicas de graficación a partir de la gráfica de f para obtener la gráfica de: $y = \pm f(\pm x + a) + b$, $y = f(|x|)$, $y = |f(x)|$.

Función biyectiva, función inversa. Propiedades. Variación directa e inversa de dos variables. Función acotada superiormente, acotada inferiormente y acotada. Determinación de funciones inversas gráficamente.

Polinomios: Polinomios (de una o más variables). Definición. Igualdad de polinomios. Grado de un polinomio: grado absoluto y relativo. Polinomios especiales: homogéneo, completos, ordenados, idénticos, idénticamente nulo. Propiedades

Operaciones con polinomios: adición, sustracción, multiplicación y división. y división. Algoritmo de la división. Método de Horner. Método de Ruffini. Teorema del resto. Propiedades. Divisibilidad. Propiedades. Teorema del factor.

Cociente notable. Factorización. Factor común. Factorización por identidad. Aspa simple. Aspa doble y Aspa doble especial. MCD y MCM de polinomios. Raíz cuadrada de un polinomio. Radicales dobles. Radicación. Racionalización de denominadores

Función polinomial: Definición. Gráfica. Regla de Descartes. Localización de raíces. Raíces de una ecuación polinomial. Teorema de Cardano-Viette. Raíces enteras y racionales de una ecuación polinomial

Números Complejos: Conjunto de números complejos. Representación geométrica. Forma rectangular. La conjugada de un número complejo. Módulo. Argumento. Forma polar. Forma exponencial. Operaciones con números complejos: suma, resta, multiplicación y división. Fórmula de De Moivre. Raíces enésimas de un número complejo. Propiedades de las raíces. Polinomio complejo. Grafica de regiones determinadas por números complejos.

Función Exponencial y Logarítmica: Función exponencial. Definición, gráficas y propiedades. Función logarítmica. Definición, gráficas y propiedades. Logaritmo: propiedades. El número e. Sistema de logaritmos. Propiedades. Logaritmo natural y decimal. Ecuación exponencial. Ecuación logarítmica. Inecuaciones exponenciales y logarítmicas

Matrices y Determinantes: Matrices, definición. Tipos de matrices: (Cuadrada, rectangular, nula, diagonal, escalar, identidad, triangular superior, triangular inferior, transpuesta, simétrica, antisimétrica). Propiedades. Operaciones con matrices: adición, sustracción y multiplicación. Propiedades. Inversa de una matriz. Definición. Propiedades. Cálculo de la inversa de una matriz (por definición, operaciones elementales).

Función determinante. Propiedades. Aplicaciones del determinante (inversa de matrices por cofactores o adjunta).

Sistema de Ecuaciones e Inecuaciones. Sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Métodos de solución. (Sustitución, reducción, igualación por matrices). Regla de Cramer. Sistema de ecuaciones lineales con tres variables

Introducción a la Programación Lineal. Definición. Determinación de la región admisible. Valores máximos y mínimos de la función objetivo en una región convexa.

Sucesiones y Series Numéricas. Sucesiones. Definición. Clases de sucesiones: crecientes, decrecientes, no crecientes, no decrecientes, acotadas. Subsucesión. Convergencia. Propiedades. Suma finita. Propiedades. Aplicaciones. Series. Definición. Notación. Convergencia de series. Aplicaciones. Progresión aritmética y geométrica. Suma de los elementos de una progresión. Aplicaciones de las progresiones

GEOMETRÍA

TEMAS

NOCIONES BÁSICAS. ¿Qué es la Geometría? Figura Geométrica. Definición. Términos no definidos: **punto, recta y plano**. Postulados de separación de una recta por un punto ubicado en la recta. Definiciones de semirrecta, rayo y segmento. Postulados fundamentales. Conjuntos convexos y no convexos. Partición de un conjunto. Postulado de la separación de puntos de un plano. Teorema de la intersección de conjuntos convexos. Ángulos. Definición. Bisectriz de un ángulo, clases de ángulos y teoremas fundamentales. Ejercicios y problemas.

TRIÁNGULOS. Definición de un triángulo. Elementos y Clasificación. Teoremas fundamentales. Suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo. Teorema de la desigualdad triangular. Ángulo externo de un triángulo. Definición. Teorema del ángulo externo. Líneas notables del triángulo. Definiciones. Ejercicios y problemas

Congruencia de triángulos. Definición. Postulado y teoremas de la congruencia de triángulos (LAL, ALA, LLL, ALL). Ejercicios y problemas. **Aplicaciones de la congruencia.** Teorema de la bisectriz de un ángulo, teorema de la recta mediatriz de un segmento, teorema de la menor mediana en el triángulo rectángulo y teorema de la base media. Ejercicios y problemas.

POLÍGONOS. Definición y clasificación. Teoremas fundamentales: Suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono convexo. Suma de las medidas de los ángulos externos de un polígono convexo. Medida de un ángulo interno y externo en un polígono equiángulo, Diagonal de un polígono y número total de diagonales de un polígono convexo. Ejercicios y problemas.

CUADRILÁTEROS. Definición y clasificación. Teoremas sobre paralelogramos, trapecios y trapezoides. Ejercicios y problemas.

CIRCUNFERENCIA. Definición. De la circunferencia. Definiciones de cuerda, diámetro, recta secante y recta tangente. Teoremas fundamentales: Radio perpendicular a la tangente, radio perpendicular a una cuerda, arcos comprendidos entre cuerdas paralelas. Posiciones relativas entre dos circunferencias. Tangentes trazadas desde un punto a una circunferencia, tangentes comunes a dos circunferencias. Teoremas de Poncelet. Cuadrilátero circunscrito y circunscriptible. Teorema de Pithot. Cuadrilátero exinscrita y exinscriptible. Teorema de Steiner, Ejercicios y problemas.

Ángulos en la circunferencia: Ángulo central. Ángulo inscrito. Ángulo exinscrito. Ángulo seminscrito. Ángulo exterior. Ángulo interior. Arco capaz. Teorema sobre cuadrilátero inscrito e inscriptible. Ejercicios y problemas.

PROPORCIONALIDAD. Razón de dos segmentos, proporcionalidad de segmentos: Media, tercera y cuarta proporcional. Teorema de las equiparalelas. Teorema de Thales. Teorema de los segmentos determinados por las bisectrices interior y exterior de un triángulo. Teorema del incentro. Teorema de Menelao. Teorema de Ceva. Ejercicios y problemas.

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS. Definición y casos. Ejercicios y problemas. Puntos notables de un triángulo. Recta y circunferencia de Euler. Ejercicios y problemas.

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO.

Proyección ortogonal de un punto sobre una recta. Proyección ortogonal de un segmento de un segmento sobre una recta. Teorema de Pitágoras y aplicaciones. Ejercicios y problemas.

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO OBLICUÁNGULO:

Teorema de la proyección. Teorema de la mediana. Teorema de Stewart. Fórmula de Herón de Alejandría. Teorema de Euler en los cuadriláteros. Ejercicios y problemas.

RELACIONES MÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA.

Teorema de la tangente. Teorema de las secantes. Teorema de las cuerdas. Teorema del triángulo inscrito, ejercicios y problemas. Teorema de la longitud de la bisectriz interior y exterior. Rectas isogonales. Teorema de Ptolomeo. Teorema de Viette. Ejercicios y problemas.

POLÍGONOS REGULARES CONVEXOS. Definiciones de ángulo central y apotema de un polígono regular. Fórmula de la apotema. Fórmula de la longitud del lado del polígono regular inscrito de $2n$ lados. Polígonos regulares notables inscritos (3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 lados). Ejercicios y problemas.

SIMETRÍA EN EL PLANO. Simetría con respecto a un punto y a una recta. Centro de simetría y eje de simetría. Ejercicios y problemas. Longitud de una circunferencia y longitud de un arco de circunferencia. Cálculo en forma aproximada del número π . Rectificación de una circunferencia.

ÁREAS DE REGIONES POLIGONALES. ¿Qué es el área de una región poligonal?

Postulados fundamentales. Postulado del área de una región cuadrada. Teorema del Área de una región rectangular. Área de una región paralelogramica. Área de una región triangular. **Aplicaciones del área una de región triangular:** en función de los tres lados, en función del inradio, en función del circunradio, en función del exradio relativo a un lado. Ejercicios y problemas.

Relación de áreas de regiones triangulares: Áreas de regiones triangulares de alturas congruentes. Áreas de regiones triangulares semejantes. Áreas de regiones triangulares con un ángulo congruente o con un ángulo suplementario. **Comparación de áreas.** Ejercicios y problemas.

Áreas de regiones cuadrangulares. Área de una región cuadrangular cualquiera. Casos particulares. Área de las regiones cuadrangulares limitados por paralelogramos y trapecios. Relaciones entre áreas de regiones cuadrangulares. Ejercicios y problemas.

Áreas de regiones circulares. Definición del círculo. Área del círculo. Definición del sector circular. Área del sector circular, área del segmento circular. Corona circular. Definición. Área de la corona circular. Lúnulas de Hipócrates. Área de la hoja circular. Trapecio circular definición. Área del trapecio circular. Ejercicios y problemas.

ELEMENTOS DE GEOMETRÍA EN EL ESPACIO.

Postulados fundamentales. Determinación de un plano en el espacio. Posiciones relativas de rectas y planos en el espacio. Ángulo entre dos rectas que se cruzan. Recta perpendicular a un plano. Teorema de las tres perpendiculares. Planos perpendiculares. Distancia entre rectas cruzadas. Teorema de Thales en el espacio. Ejercicios y problemas.

ÁNGULO DIEDRO. Definición, Elementos, Notación. Angulo plano o rectilíneo y medida de un ángulo diedro. **Proyección ortogonal** de un segmento, de una recta y de una región poligonal sobre un plano dado. Ejercicios y problemas.

Ángulos Poliedros: Definición, Elementos, Notación. Teorema sobre la suma de medidas de sus caras. **Ángulo triedro:** Definición. Elementos. Notación y Clasificación. Teoremas fundamentales: Suma de las medidas de las caras. Desigualdad triangular en un triedro. Suma de medidas de los ángulos diedros de un ángulo triedro. Correspondencia entre las caras y los diedros de un triedro. Angulo triedro polar. Ejercicios y problemas

POLIEDROS. Definición, Elementos, Clasificación. Poliedros convexos y no convexos. Teoremas de Euler. Teorema de la suma de medidas de ángulos internos de las caras de un poliedro convexo. Ejercicios y problemas. **Poliedros regulares:** Teorema de existencia de los poliedros regulares convexos. Poliedros regulares conjugados. Características principales de los poliedros regulares. Ejercicios y problemas.

SIMETRÍA EN EL ESPACIO. Simetría respecto de un punto. Simetría respecto de una recta. Simetría respecto de un plano. Ejercicios y problemas.

PRISMA. Superficie prismática. Definición. Prisma. Definición. Elementos. Clasificación: Prisma recto, Prisma regular y Prisma oblicuo. Paralelepípedos. Paralelepípedo recto. Paralelepípedo rectangular o rectoedro y romboedro. Fórmulas generales. Ejercicios y aplicaciones. Sección recta. Desarrollos de Prisma recto y Prisma regular. Teoremas fundamentales. Tronco de prisma triangular recto y Oblicuo. Volumen del sólido limitado por un tronco de prisma triangular recto y oblicuo. Ejercicios y aplicaciones.

PIRÁMIDE. Superficie piramidal. Definición. Pirámide. Definición. Elementos. Notación. Pirámide Regular: Apotema de una pirámide regular. Desarrollo de la superficie lateral y total de una pirámide regular. Volumen de cualquier pirámide. Tronco de Pirámide: Definición. Notación. Tronco de pirámide regular. Volumen del tronco de pirámide. Prismoide o prismatoide.. Ejercicios y problemas.

CILINDRO. Superficie cilíndrica. Cilindro circular recto o de revolución. Cilindro oblicuo. Desarrollo de la superficie lateral y total de un cilindro circular recto. Tronco de cilindro circular recto y tronco de cilindro oblicuo de sección recta circular. Desarrollo de la superficie lateral de un tronco de cilindro circular recto. Fórmulas fundamentales. Ejercicios y problemas.

CONO. Superficie cónica. Definición. Cono circular recto o de revolución. Cono oblicuo. Desarrollo de la superficie lateral y total del cono circular recto. Tronco de cono circular recto o de revolución. Desarrollo de la superficie lateral y total del tronco de cono circular recto. Fórmulas fundamentales. Ejercicios y problemas.

SUPERFICIE ESFÉRICA. Definición. Área de la superficie generada por la rotación de un segmento, por una poligonal, por una poligonal regular, por un arco de circunferencia y por una semicircunferencia alrededor de un eje coplanar que no interseca a dichas figuras. Zona esférica. Casquete esférico. Área de la superficie esférica. Huso esférico. Ejercicios y problemas

ESFERA. Definición. Volumen del sólido generado por la rotación de una región triangular, por una región poligonal regular, por un sector circular, por un segmento circular y por un semicírculo alrededor de un eje coplanar que no interseca a dichas regiones. Volumen de un sector esférico y de la esfera. Partes de la Esfera: Cuña esférica, anillo esférico, segmento esférico de una base y de dos bases. Teorema de Pappus-Guldin. Ejercicios y problemas.

TRIGONOMETRÍA

TEMAS

ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO

Generación de ángulos. Definición del ángulo trigonométrico. Convención de signos para el ángulo trigonométrico.

Sistemas de medición angular:

Sistema Sexagesimal (Sistema Inglés): grados, minutos y segundos.

Sistema Centesimal (Sistema Francés): grados, minutos y segundos.

El ángulo central y sus elementos. Definición del radián. Sistema Radial (Sistema Circular).

Fórmulas de conversión de unidades entre los sistemas de medición angular. Fórmula general de conversión entre los tres sistemas. Ejercicios y problemas.

LONGITUD DE UN ARCO EN LA CIRCUNFERENCIA

ÁREA DEL SECTOR CIRCULAR. ÁREA DEL TRAPECIO CIRCULAR

Longitud de arco en la circunferencia.

Ejercicios y problemas. Definición del sector circular. Área de un sector circular.

Definición del trapezio circular. Área de una región limitada por un trapezio circular. Área máxima y perímetro mínimo de un sector circular. Ejercicios y problemas.

APLICACIONES DE LONGITUD DE ARCO: RUEDAS, DISCOS, ENGRANAJES, POLEAS, ETC.

Aplicaciones: Número de vueltas de una rueda y ángulo barrido por el centro de una rueda sobre una superficie plana o circular. Transmisión de movimiento entre ruedas cuando están en contacto directo, ruedas unidas mediante una faja o cadena y ruedas conectadas a un eje en común. Ejercicios y problemas.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

Definición de razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.

Razones trigonométricas recíprocas.

Razones trigonométricas de ángulos complementarios. Resolución de triángulos Rectángulos

Razones trigonométricas del ángulo mitad en un triángulo rectángulo. Ejercicios y problemas.

Razones trigonométricas de ángulos notables con medidas de: 15° , 30° , 45° , 60° y 75° .

Razones trigonométricas de ángulos con medidas aproximadas: 8° , 14° , 16° , $37^\circ/2$, $53^\circ/2$, 37° , 53° , 74° , 76° , 82° . Ejercicios y problemas.

Resolución de triángulos rectángulos. Ejercicios y problemas

APLICACIONES EN ÁNGULOS VERTICALES

Aplicaciones en ángulos verticales: ángulos de elevación y de depresión. Ejercicios y problemas

INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

Sistema de coordenadas rectangulares. El plano cartesiano y sus elementos principales. Ubicación de un punto en el plano cartesiano. Distancia entre dos puntos coplanares. Coordenadas del punto medio de un segmento. División de un segmento según una razón dada. Coordenadas del baricentro e Incentro de un triángulo, Puntos ortogonales, Área de una región poligonal conociendo las coordenadas de sus vértices. Ejercicios y problemas.

LA RECTA Y SUS ECUACIONES

Definición de la recta. Ángulo de inclinación. Pendiente de una recta. Ecuaciones de una recta:

Ecuación conociendo su pendiente y un punto de paso, ecuación conociendo dos puntos de paso, ecuación conociendo su pendiente y su ordenada al origen, la ecuación simétrica y la ecuación general. Ejercicios y problemas.

PROPIEDADES DE LAS RECTAS

Rectas paralelas a los ejes coordenados.

Posiciones relativas entre dos rectas: Rectas paralelas, rectas perpendiculares y rectas secantes.

Ángulo entre dos rectas. Distancia de un punto a una recta. Intersección de rectas. Ejercicios y problemas.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS DE CUALQUIER MAGNITUD

Definición de ángulos en posición normal, estándar o canónica. Definición de razones trigonométricas de un ángulo en posición normal. Ejercicios y problemas.

Signo de las razones trigonométricas en los cuatro cuadrantes. Ángulos coterminales y ángulos cuadrantales.

Razones trigonométricas de ángulos negativos. Ejercicios y problemas.

LA CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA (C.T.)

Definición de la circunferencia trigonométrica.

Elementos principales de la circunferencia trigonométrica.

LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS EN LA C.T.

Definición de la **línea seno**.

Análisis de la variación numérica de la línea seno en los cuatro cuadrantes.

Definición de la **línea coseno**.

Análisis de la variación numérica de la línea coseno en los cuatro cuadrantes. Coordenadas del extremo de un arco, en la circunferencia trigonométrica, en función de las líneas seno y coseno.

Definición de la **línea tangente**. El eje de tangentes. Análisis de la variación numérica de la línea tangente en los cuatro cuadrantes. Ejercicios y problemas

Definición de la **línea cotangente**. El eje de cotangentes. Análisis de la variación numérica de la línea cotangente en los cuatro cuadrantes.

Definición de la **línea secante**.

Análisis de la variación numérica de la línea secante en los cuatro cuadrantes.

Definición de la **línea cosecante**.

Análisis de la variación numérica de la línea cosecante en los cuatro cuadrantes.

Cálculo de perímetros y áreas de regiones poligonales en términos de la magnitud las líneas trigonométricas.

Análisis de expresiones trigonométricas en base a la variación numérica de las líneas trigonométricas. Ejercicios y problemas.

REGLAS DE REDUCCIÓN DE ARCOS AL PRIMER CUADRANTE

Reducción de arcos positivos y menores de una vuelta al primer cuadrante. Reducción de arcos positivos y mayores de una vuelta al primer cuadrante. Reducción de arcos negativos al primer cuadrante.

Relación entre las razones trigonométricas de ángulos suplementarios. Aplicaciones de las reglas de reducción al primer cuadrante en el análisis de las líneas trigonométricas y la obtención de las razones trigonométricas de ángulos de cualquier magnitud. Ejercicios y problemas.

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

Definición de una identidad trigonométrica.

Clasificación de las identidades trigonométricas de **un arco simple**: Por cociente, recíprocas y Pitagóricas

Identidades auxiliares de arco simple. Ejercicios y problemas.

Identidades con **arcos compuestos**: adición y sustracción de dos arcos; Identidades auxiliares. Propiedades. Propiedades para tres arcos. Ejercicios y problemas.

Identidades trigonométricas con **arco doble**.

Fórmulas de degradación de arcos dobles. Identidades auxiliares. Propiedades. Ejercicios y problemas.

Identidades trigonométricas con **arco mitad**.

Relaciones entre identidades de arco mitad y arco doble. Identidades auxiliares. Propiedades. Ejercicios y problemas

Identidades trigonométricas con **arco triple**. Fórmulas de degradación de arcos triples. Identidades auxiliares. Propiedades. Ejercicios y problemas.

TRANSFORMACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Identidades trigonométricas que transforman sumas algebraicas de senos y/o cosenos a productos.

Identidades auxiliares. Ejercicios y problemas.

Identidades trigonométricas que transforman productos de senos y/o cosenos a sumas algebraicas.

Serie trigonométrica para senos y cosenos de arcos en progresión aritmética.

Productorias de senos, cosenos y tangentes. Ejercicios y problemas.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS Y SUS GRÁFICAS

Definición de función trigonométrica directa. Estudio analítico de la función **seno**:

Determinación de su dominio, rango, monotonía, periodo, continuidad, gráfica y amplitud.

Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función seno.

Ejercicios y problemas.

Estudio analítico de la función **coseno**:

Determinación de su dominio, rango, monotonía, periodo, continuidad, gráfica y amplitud.

Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función coseno.

Ejercicios y problemas.

Estudio analítico de la función **tangente**:

Determinación de su dominio, rango, monotonía, periodo, continuidad y gráfica.

Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función tangente. Ejercicios y problemas.

Estudio analítico de la función **cotangente**:

Determinación de su dominio, rango, monotonía, periodo, continuidad y gráfica.

Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función tangente.

Ejercicios y problemas.

Estudio analítico de la función **secante**:

Determinación de su dominio, rango, monotonía, periodo, continuidad y gráfica.

Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función secante.

Ejercicios y problemas.

Estudio analítico de la función **cosecante**:

Determinación de su dominio, rango, monotonía, periodo, continuidad y gráfica.

Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función cosecante. Ejercicios y problemas.

Definición del periodo de una función trigonométrica y su aplicación en la determinación del periodo mínimo. Estudio analítico Funciones trigonométricas generalizadas: $f(x) = A \cdot \text{FT}(Bx + C) + D$, efecto en el Dominio y Rango de una función trigonométrica con la variación de los parámetros A, B, C y D. Procedimiento para determinar los parámetros A, B, C y D.

Factor $\phi = - (C/B)$ y su significado gráfico. Aplicaciones gráficas de las funciones trigonométricas generalizadas.

Funciones trigonométricas auxiliares: Verso, coverso y exsecante.

Determinación de su dominio, rango, monotonía, periodo, continuidad, gráfica y amplitud.

Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función tangente. Ejercicios y problemas.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS Y SUS GRÁFICAS

Definición de función trigonométrica inversa. Definición de función univalente o inyectiva, función biyectiva y función suryectiva.

Función arco seno ($\text{arc sen} = \text{sen}^* = \text{sen}^{-1}$):

Determinación de su dominio, rango, continuidad, gráfica y amplitud. Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función arco seno. Ejercicios y problemas.

Función arco coseno ($\text{arc cos} = \text{cos}^* = \text{cos}^{-1}$): Determinación de su dominio, rango, continuidad, gráfica y amplitud. Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función arco coseno. Ejercicios y problemas.

Función arco tangente ($\text{arc tan} = \text{tan}^* = \text{tan}^{-1}$):

Determinación de su dominio, rango, continuidad y gráfica. Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función arco tangente. Ejercicios y problemas.

Función arco cotangente ($\text{arc cot} = \text{cot}^* = \text{cot}^{-1}$): Determinación de su dominio, rango, continuidad y gráfica. Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función arco cotangente. Ejercicios y problemas.

Función arco secante ($\text{arc sec} = \text{sec}^* = \text{sec}^{-1}$): Determinación de su dominio, rango, continuidad y gráfica. Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función arco secante. Ejercicios y problemas.

Función arco cosecante ($\text{arc csc} = \text{csc}^* = \text{csc}^{-1}$): Determinación de su dominio, rango, continuidad y gráfica. Aplicaciones analíticas y aplicaciones gráficas de la función arco cosecante. Ejercicios y problemas.

Funciones trigonométricas inversas generalizadas. Propiedades de las funciones trigonométricas inversas con sus respectivas restricciones. Ejercicios y problemas.

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Definición. Ecuación trigonométrica. Conjunto solución, Solución general, Solución particular, Valor principal.

Ecuaciones trigonométricas elementales, con una variable. Ecuaciones trigonométricas especiales.

Solución de ecuaciones trigonométricas elementales utilizando la circunferencia trigonométrica. Ejercicios y problemas.

Solución de ecuaciones trigonométricas elementales utilizando graficas de funciones trigonométricas. Ejercicios y problemas. Ecuaciones trigonométricas no elementales.

Métodos para resolver ecuaciones trigonométricas no elementales.

SISTEMA DE ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Sistema de ecuaciones trigonométricas con dos variables: solución general y soluciones particulares. Métodos gráficos y analíticos de solución. Ejercicios y problemas. Sistema de ecuaciones trigonométricas con más de dos variables: solución general y soluciones particulares. Métodos gráficos y analíticos de solución. Ejercicios y problemas.

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Inecuaciones trigonométricas elementales.

Métodos gráficos y analíticos de solución. Ejercicios y problemas. Inecuaciones trigonométricas no elementales. Métodos gráficos y analíticos de solución. Ejercicios y problemas.

RESOLUCIÓN DE TRIANGULOS

Teoremas trigonométricos fundamentales:

Teorema de senos, demostración y aplicaciones.

Teorema de cosenos, demostración y aplicaciones.

Teorema de tangentes, demostración y aplicaciones.

Teorema de proyecciones, demostración y aplicaciones. Ejercicios y problemas.

ÁNGULOS HORIZONTALES

Definición. La rosa náutica. Indicación de rumbos con y sin el uso de la rosa náutica.

Ejercicios y problemas de aplicación con ángulos verticales y horizontales.

CÁLCULO DE LOS SEMIÁNGULOS EN UN TRIÁNGULO

Fórmulas de los semiángulos internos de un triángulo. Demostración y ejercicios de aplicación.

FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS PARA EL CÁLCULO DE ÁREAS DE REGIONES TRIANGULARES

Área de una región triangular conociendo:

Dos lados y el ángulo que forman dichos lados. Tres ángulos y el circundado. Tres lados (teorema de Herón). Tres lados y el circunradio. Ejercicios y problemas

OTRAS FÓRMULAS PARA CALCULAR EL ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES

Área de una región triangular conociendo:

El semiperímetro y el inradio

El semiperímetro, un lado y su respectivo semi ángulo interno opuesto

El semiperímetro y los semiángulos. El inradio y los semiángulos.

El semiperímetro, un lado y su respectivo ex radio. El inradio. Ejercicios y problemas.

FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS PARA EL CÁLCULO DE LAS LÍNEAS NOTABLES DE UN TRIANGULO

Cálculo de alturas, medianas, bisectrices interiores y exteriores (demostración y aplicaciones). Longitud del circunradio, inradio y exradio.

Área de una región triangular conociendo los tres exradios relativos a los lados del triángulo. Ejercicios y problemas

FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DE REGIONES CUADRANGULARES

Área de una región limitada por un cuadrilátero convexo cualquiera. Área de una región limitada por un **cuadrilátero inscriptible**: Fórmula de Bramaguptha y Ptolomeo, fórmula de los semiángulos. Área de una región limitada por un

cuadrilátero circunscriptible.

Área de una región limitada por un **cuadrilátero bicéntrico**.

Ejercicios y problemas de aplicación con leyes trigonométricas.

LUGAR GEOMÉTRICO. SECCIONES CÓNICAS

Definición del lugar geométrico. Definición de las cónicas. Elementos principales de las cónicas.

LA CIRCUNFERENCIA

Definición de la circunferencia.

Ecuación canónica. Ecuación ordinaria. Ecuación general. Ecuación conociendo tres puntos de paso. Rectas tangentes a una circunferencia. Ejercicios y problemas de aplicación.

LA PARÁBOLA

Definición de la parábola. Elementos principales: Foco, vértice, cuerda, cuerda focal, lado recto, directriz, eje focal.

La ecuación canónica. La ecuación ordinaria, con vértice (h, k) y eje focal paralelo a un eje coordenado X o Y . Excentricidad. Ecuación general de una parábola.

Ecuación de la recta tangente a una parábola. Propiedades de una parábola. Aplicaciones de la parábola.

Lugares geométricos relativos a una parábola. Ejercicios y problemas.

LA ELIPSE

Definición de la **elipse**. Elementos principales: Focos, centro, vértices, cuerda, cuerda focal, lado recto, diámetro, directrices, eje focal, eje normal.

La ecuación canónica. La ecuación ordinaria con centro (h, k) y eje focal paralelo al eje coordenado X o Y . Excentricidad. Ecuación general de la elipse.

Ecuación de la recta tangente a una elipse. Propiedades de la elipse. Aplicaciones de la elipse. Lugares geométricos relativos a una elipse. Ejercicios y problemas

LA HIPÉRBOLA

Definición de la hipérbola. Elementos principales: Focos. Centro, vértices, cuerda, cuerda focal, lado recto, diámetro, directrices, eje focal, eje normal.

La ecuación canónica. La ecuación ordinaria con centro (h, k) y eje focal paralelo al eje coordenado X o Y . Excentricidad. Ecuación general de la hipérbola. Hipérbola equilátera. Casos especiales de hipérbolas equiláteras.

Ecuación de la recta tangente a una hipérbola. Propiedades de la hipérbola. Aplicaciones de la hipérbola.

Lugares geométricos relativos a una hipérbola. Ejercicios y problemas.

TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS: TRASLACIÓN DE EJES

Introducción. Transformación de un sistema de coordenadas rectangulares mediante traslación de ejes. Demostración de fórmulas

TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS: ROTACIÓN DE EJES

Transformación de un sistema de coordenadas rectangulares mediante rotación de ejes.

Transformación de un sistema de coordenadas rectangulares mediante rotación y traslación de ejes. Ejercicios y problemas.

LA ECUACIÓN GENERAL DE SEGUNDO GRADO

La ecuación general de las cónicas: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.

Eliminación del término $x'y'$ en la ecuación general de las cónicas.

Interpretación analítica del indicador $I = B^2 - 4AC$.

Las cónicas y sus casos degenerados. Ejercicios y problemas

COORDENADAS POLARES

Definición de coordenadas polares. Simetrías.

Relación entre coordenadas polares y rectangulares. Distancia entre dos puntos. Área de una región triangular.

Ecuación polar de la recta.

Ecuación polar de la circunferencia, parábola, elipse e hipérbola. Gráficas de ecuaciones polares. Ejercicios y problemas

NÚMEROS COMPLEJOS

Definición del conjunto de los números complejos. Forma trigonométrica o polar de los números complejos.

Forma exponencial compleja. Propiedades de la exponencial compleja.

Fórmula de Moivre. Raíces de un número complejo.

Ejercicios y problemas utilizando la forma trigonométrica y exponencial de los números complejos. Ejercicios y problemas

CICLO VIRTUAL INTENSIVO DE VERANO 2022

Grupo 2

FÍSICA

TEMAS

VECTORES

concepto, Operaciones gráficas, Componentes de un vector, Vector unitario. Operaciones analíticas. Producto escalar y vectorial.

CINEMATICA: MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

Definición de las cantidades cinemáticas.

Movimiento rectilíneo uniforme. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Caída libre de los cuerpos.

CINEMATICA: MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

Movimiento de proyectiles.

Cantidades cinemáticas angulares, movimiento circular uniforme. Aceleración centrípeta.

ESTÁTICA DE UNA PARTÍCULA

Primera Ley de Newton y concepto de fuerza. Equilibrio de una partícula. Tercera ley de Newton, Diagrama de cuerpo libre. Fuerzas de fricción.

DINAMICA DE UNA PARTÍCULA

Segunda Ley de Newton. Masa y Peso de un cuerpo. Aplicación de la segunda ley de Newton. Fuerzas en el movimiento circular.

TRABAJO Y ENERGIA

Trabajo: de fuerza constante, y de magnitud variable. Teorema de trabajo y energía cinética. Energía Cinética.

Fuerzas conservativas. Energía potencial gravitatoria con gravedad constante. Energía potencial elástica. Energía mecánica, conservación de la energía mecánica.

IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Impulso. Cantidad de movimiento lineal. Conservación de la cantidad de movimiento lineal. Choques frontales: elástico e inelástico.

OSCILACIONES

Movimiento armónico simple: Ecuaciones.

(MAS) de masa resorte horizontal; MAS de masa resorte vertical. Péndulo simple.

ONDAS MECÁNICAS

Movimiento Ondulatorio. Concepto de onda, Propagación, Ondas Armónicas, Reflexión de ondas. Transferencia de energía mediante una onda.

FLUIDOS

Características de los fluidos. Presión, unidades, Presión atmosférica, Presión hidrostática, Variación de la presión dentro de un fluido. Manómetro y barómetro. Principio de Pascal, Principio de Arquímedes.

FÍSICA TÉRMICA

Concepto de temperatura, Ley cero. Dilatación de sólidos y líquidos.

Concepto de calor, unidades. Equivalente mecánico de la caloría, calor específico, calor latente. Cambios de estado.

ELECTROSTÁTICA

La carga eléctrica, unidad de carga eléctrica, Ley de Coulomb.

Campo eléctrico, líneas de fuerza. Potencial eléctrico. Diferencia de potencial.

CORRIENTE ELÉCTRICA

Definición y unidades.

Resistencia y Ley de Ohm, conductores y elementos no-Óhmicos. Resistencias en serie y en paralelo.

Fuerza electromotriz, circuitos de corriente continua: Leyes de Kirchhoff, Potencia eléctrica, efecto Joule.

ELECTROMAGNETISMO

Magnetismo. Experimento de Oersted. Fuerza magnética sobre una carga eléctrica. Fuerza sobre una corriente. Campo magnético de un conductor rectilíneo con corriente.

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Experimentos de Faraday. Flujo magnético. Ley de Faraday. Ley de Lenz. Generador de corriente alterna. Valores eficaces de la corriente y voltaje. Transformadores.

ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Características de las ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético. Radiación visible. Reflexión y refracción de la luz. Reflexión total.

OPTICA GEOMETRICA

Espejos planos, características.

Espejos esféricos cóncavos y convexos Ecuación para espejos esféricos, formación de imágenes.

Lentes delgadas: ecuación para lentes delgadas, formación de imágenes, aumento.

FÍSICA MODERNA

Comportamiento corpuscular de la radiación: Modelo de Planck. Efecto fotoeléctrico. Rayos X.

TEMAS

QUÍMICA Y MATERIA

Campo de la Química. La materia. Características y naturaleza corpuscular. Clasificación: Por sus estados de agregación (sólido, líquido, gas). Por su composición (sustancias y mezclas). Fenómenos físicos y químicos. Propiedades físicas y químicas. Propiedades extensivas e intensivas.

ESTRUCTURA ATÓMICA

Descripción básica del átomo. Partículas subatómicas principales. Características. El núcleo atómico. Numero atómico y Numero de Masa. Núclidos. Isótopos. Notación de isótopos.

Configuración Electrónica. Principio AUFBAU, Principio de Exclusión de Pauli, Regla de Hund. Presentación abreviada de la configuración electrónica. Introducción al paramagnetismo y diamagnetismo. Casos especiales de configuración electrónica. Configuración electrónica de iones monoatómicos. Especies isoelectrónicas monoatómicas.

TABLA PERIÓDICA MODERNA

Trabajos de Mendeleiev y Meyer. Ley Periódica Moderna. Periodos y grupos. Clasificación de los elementos: metales, no metales, semimetales; Representativos, de transición; Bloques s, p, d, f. Electrones de valencia y Notación de Lewis para elementos representativos. Ubicación de un elemento en la TPM. Propiedades Periódicas: Radio atómico, Energía de ionización, Afinidad electrónica, Electronegatividad.

ENLACE QUÍMICO

Definición. Clasificación general. Regla del octeto. Influencia de la Electronegatividad en los tipos de enlace interatómicos. Enlace iónico. Condiciones para formar el enlace. Notación de Lewis para compuestos iónicos. Propiedades generales de los compuestos iónicos. Enlace Covalente. Condiciones para formar el enlace. Clasificación: Normal y coordinado, Polar y no polar. Momento dipolar de enlace. Enlace simple y múltiple. Enlace sigma y pi. Estructuras de Lewis en compuestos covalentes sencillos. Resonancia. Moléculas sin octeto.

Hibridación: sp , sp^2 , sp^3 . Geometría Molecular. Polaridad Molecular. Propiedades generales de los compuestos covalentes. Enlace metálico. Propiedades generales de los metales.

ESTEQUIOMETRÍA

Definición. Conceptos Fundamentales: unidad de masa atómica, masa isotópica relativa, masa atómica relativa promedio, masa molecular relativa promedio. Número de Avogadro. El mol. Masa molar. Número de moles.

Relación molar en una formula química. Reacción y ecuación química.

Evidencias de una reacción química. Clasificación de reacciones químicas:

Según la interacción de las sustancias (adición, descomposición, desplazamiento simple y desplazamiento doble o metátesis, isomerización),

según la energía involucrada (exotérmica y endotérmica), según la transferencia de electrones (redox y no redox).

Leyes Ponderales y sus Aplicaciones. Ley de Lavoisier. Balance de reacciones: Balance redox (método del ion electrón, medio ácido y básico). Agentes oxidantes y reductores.

Ley de Proust. Composición Centesimal. Fórmula empírica y molecular. Relaciones molares estequiométricas y de masa en reacciones. Reactivo Limitante. Rendimiento de una reacción. Uso de reactivos impuros.

ESTADOS DE AGREGACIÓN DE LA MATERIA

Origen de los estados fundamentales de agregación de la materia. Propiedades generales de los estados de agregación. Cambios de estados físicos. Diagrama de fases.

ESTADO GASEOSO

Propiedades generales. Variables del estado gaseoso. Presión. Definición. Unidades (Pa, atm, mmHg). Tipos: atmosférica, barométrica, manométrica, absoluta. Temperatura. Definición. Escalas. Relaciones de conversión. Cero absoluto. Gases Ideales. Características. Leyes Empíricas de los gases ideales (Boyle-Mariotte, Charles, Gay Lussac). Ecuación Combinada. Ecuación de estado de los gases ideales. Cálculo de densidad y masa molar. Ley de Avogadro. Condiciones normales. Volumen molar de gases.

SOLUCIONES

Definición. Componentes. Clasificación. Propiedades Generales. Concentración. Unidades de concentración (porcentaje en masa, porcentaje en volumen, masa/volumen, fracción molar, molaridad, normalidad, molalidad). Operaciones con soluciones: dilución, mezcla, cálculos estequiométricos.

EQUILIBRIO QUÍMICO

Reacciones reversibles. Definición de velocidad de reacción. Ley de acción de masas. Perfil de reacción. Condiciones del equilibrio dinámico. Equilibrio químico. Características del equilibrio químico. Deducción de las expresiones de las constantes de equilibrio. K_c y K_p y su relación. Cálculos con K_c y K_p . Grado de reacción. Principio de Le Chatelier. Factores que alteran el estado de equilibrio.

ÁCIDOS Y BASES

Propiedades generales. Definiciones de ácidos y bases: Arrhenius, Bronsted-Lowry, Lewis. Pares Conjugados. Fuerza relativa de ácidos y bases según Bronsted-Lowry. Constante de ionización de ácidos y bases débiles (K_a , K_b). Producto iónico del agua (K_w). Relación entre K_a y K_b de pares conjugados. Concepto de pH y pOH. Escala de pH en soluciones diluidas. Neutralización. Titulaciones ácido fuerte/base fuerte.

ELECTROQUÍMICA

Definición. Potenciales de oxido-reducción. Concepto de semireacción y semipila. Celdas galvánicas: Componentes, Representación, Fuerza electromotriz. Criterio de espontaneidad de reacciones redox. Celdas electrolíticas. Componentes.

Electrolisis de sales fundidas, del agua y soluciones acuosas de sales. Leyes de Faraday. Aplicaciones comunes de la electroquímica.

QUÍMICA ORGÁNICA

El carbono. Propiedades: tetravalencia y autosaturación. Clases de cadenas carbonadas: abiertas y cerradas. Tipos de fórmulas: global, desarrolladas, semidesarrolladas, condensadas. Tipos de carbono e hidrógeno. Clases de compuestos orgánicos (alifáticos y aromáticos). Isomería. Tipos de isomería estructural (de posición, de cadena, de función, geométrica).

Hidrocarburos: clasificación. Alcanos. Propiedades generales. Nomenclatura de alcanos lineales. Grupos alquilo. Nomenclatura de alcanos ramificados.

Alquenos y Alquinos. Propiedades generales. Nomenclatura. Hidrocarburos Alicíclicos (cicloalcanos). Propiedades generales. Nomenclatura.

Hidrocarburos aromáticos. Benceno (estructura, resonancia, propiedades generales). Nomenclatura de hidrocarburos aromáticos (mono y disustituido).

Reconocimiento de grupos funcionales.

ECOLOGÍA Y CONTAMINACIÓN AMBIENTAL

Definición de ecología. Ecosistemas. Factores que alteran el equilibrio ecológico. Contaminantes. Principales problemas ambientales globales: Efecto invernadero, Contaminación del aire por gases y partículas, Smog.

Lluvia ácida, Destrucción de la capa de ozono (Efectos de las radiaciones UV en el ambiente), Contaminación del agua, Eutrofización. Agotamiento de recursos naturales.

Soluciones propuestas a la contaminación ambiental: reutilización y reciclaje de materiales, tecnologías limpias. Acuerdos internacionales y nacionales en relación con el ambiente.

QUÍMICA APLICADA

Nuevas tecnologías: Introducción a Nanotecnología, biotecnología, celdas de combustible. Materiales modernos: cristales líquidos, polímeros, uso de plasma, superconductores. Aplicaciones: tratamiento de desechos nucleares, corrosión.