



Universidad Politécnica de Madrid

Escuela Técnica Superior de

Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Máster en :

Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

Curso de Especialidad en:

**ANÁLISIS Y DISEÑO AVANZADO DE
ESTRUCTURAS DE ACERO Y MIXTAS**

Tema:

**Estructuras metálicas.
Secciones esbeltas rigidizadas longitudinalmente**

Ponentes:

Francisco Quintero Moreno (†)

José M. Simón-Talero Muñoz

Fecha:

Mayo 2016

Índice

1	TEORÍA CLÁSICA DE LA ABOLLADURA.	9
1.1	GENERALIDADES.....	9
1.1.1	21.1.1. Introducción.....	9
1.1.2	21.1.2. ¿Cuándo hay que comprobar la abolladura?	10
1.2	TEORÍA CLÁSICA DE LA ABOLLADURA.	11
1.2.1	Panel rectangular sometido a compresión uniaxial.....	12
1.2.2	Panel rectangular sometido a flexión pura o a cortadura pura.	17
1.2.3	Panel sometido a flexión simple o compuesta.	18
1.2.4	Abolladura en régimen anelástico. Teoría de Bleich.	22
1.3	DISPOSICIONES PRÁCTICAS.....	24
1.3.1	Limite de esbeltez del alma. Colapso del ala.....	24
1.3.2	Seguridad frente a la abolladura en la teoría clásica.	28
1.3.3	Teoría clásica de la rigidización.	29
2	ABOLLADURA POR TENSIONES NORMALES EN RÉGIMEN POSCRÍTICO.....	35
2.1	RESISTENCIA POSCRÍTICA DE PANELES SOMETIDOS A TENSIONES NORMALES.	35
2.1.1	Esbeltez adimensional de un panel.	35
2.1.2	Concepto de ancho efectivo.....	36
2.1.3	Aplicaciones. Resistencia de secciones de clase 4.....	40
2.2	PANELES CON RIGIDIZADORES LONGITUDINALES SOMETIDOS A TENSIONES NORMALES.....	43
2.2.1	Flexibilidad frente al rasante.	44
2.2.2	Fondos comprimidos de vigas cajón. General.	48

2.2.3	Mecanismo de placa.	54
2.2.4	Mecanismo de pilares.	56
2.2.5	Interpolación. Cálculo de la resistencia.	57
2.2.6	Almas de vigas flectadas rigidizadas longitudinalmente.	60
2.2.7	Rigidizadores.	67
2.2.8	Disposiciones constructivas.	70

3 ABOLLADURA POR TENSIONES TANGENCIALES EN RÉGIMEN POSCRÍTICO. 73

3.1 RESISTENCIA POSCRÍTICA DE PANELES SOMETIDOS A TENSIONES TANGENCIALES. 73

3.1.1	Resistencia precrítica. Determinación de $k\tau$	74
3.1.2	Método del campo diagonal de tensiones.	78
3.1.3	Método del campo de tensiones girado.	87
3.1.4	Colaboración de las alas.	93

3.2 Paneles con rigidizadores longitudinales. 95

3.2.1	RESISTENCIA POSTCRÍTICA.	95
3.2.2	Interacción flexión-cortante.	96
3.2.3	Rigidización.	99

4 RESISTENCIA DE PANELES SOMETIDOS A CARGAS CONCENTRADAS. 103

4.1 BASES DE CÁLCULO 103

4.1.1	Longitud de apoyo.	105
4.1.2	Mecanismo plástico de agotamiento del alma.	108
4.1.3	Carga crítica.	112

4.2 Capacidad portante. 114

Índice de figuras

Figura 1-1	10
Figura 1-2	11
Figura 1-3	12
Figura 1-4	15
Figura 1-5	17
Figura 1-6	18
Figura 1-7	19
Figura 1-8	20
Figura 1-9	25
Figura 1-10	25
Figura 1-11	26
Figura 1-12	26
Figura 1-13	30
Figura 1-14	31
Figura 1-15	33
Figura 1-16	34
Figura 2-1	37
Figura 2-2	37
Figura 2-3	38
Figura 2-4	41
Figura 2-5	41
Figura 2-6	44
Figura 2-7	45
Figura 2-8	46

Figura 2-9	47
Figura 2-10	48
Figura 2-11	49
Figura 2-12 a, b.....	50
Figura 2-13 a,b.....	52
Figura 2-14 a,b.....	52
Figura 2-15 a,b.....	53
Figura 2-16	53
Figura 2-17	57
Figura 2-18	58
Figura 2-19	61
Figura 2-20	63
Figura 2-21	64
Figura 2-22	65
Figura 2-23	67
Figura 2-24	68
Figura 2-25	71
Figura 2-26	71
Figura 2-27	71
Figura 2-28	72
Figura 3-1	76
Figura 3-2	76
Figura 3-3	77
Figura 3-4	78
Figura 3-5	79
Figura 3-6	79
Figura 3-7	80

Figura 3-8	80
Figura 3-9	81
Figura 3-10 (Cortesía de E. Real y E. Mirambell).....	81
Figura 3-11	82
Figura 3-12	83
Figura 3-13	84
Figura 3-14	87
Figura 3-15	88
Figura 3-16	91
Figura 3-17	93
Figura 3-18	95
Figura 3-19	96
Figura 3-20	98
Figura 3-21	100
Figura 3-22	101
Figura 4-1	103
Figura 4-2	104
Figura 4-3	104
Figura 4-4 a, b, c.....	105
Figura 4-5	106
Figura 4-6	106
Figura 4-7	107
Figura 4-8	107
Figura 4-9	108
Figura 4-10	109
Figura 4-11	112
Figura 4-12	115

Figura 4-13	116
-------------------	-----

1 TEORÍA CLÁSICA DE LA ABOLLADURA.

1.1 GENERALIDADES.

1.1.1 21.1.1. INTRODUCCIÓN.

Se presenta con gran frecuencia en construcción metálica el caso de chapas planas o de elementos planos de perfiles laminados solicitados por tensiones normales de compresión o tangenciales contenidas en su plano y ocasionadas por las cargas exteriores; pensemos a título de ejemplo en el ala o alma de cualquier viga flectada o soporte comprimido.

De la misma forma que una pieza recta sometida a un esfuerzo axial de compresión pandea flectando y deformándose transversalmente cuando dicho esfuerzo axial alcanza cierto valor, una chapa o pieza plana sometida a esfuerzos axiales de compresión o tangenciales contenidos en su plano, se deforma experimentando movimientos normales a su plano cuando dichos esfuerzos alcanzan determinados valores; decimos entonces que la chapa abolla.

La diferencia más acusada entre la abolladura de chapas y el pandeo de barras estriba en que las barras no tienen resistencia postcrítica; esto es, su carga crítica es la máxima que pueden soportar. En cambio, y según se verá más adelante, las chapas presentan una reserva de resistencia después de abollar, que dependiendo del tipo de esfuerzo a que estén sometidas y de la relación canto/espesor, puede ser muy importante.

Se debe esta resistencia postcrítica al hecho de que las fibras normales a las tensiones de compresión, que están traccionadas, coartan la deformación transversal de las paralelas a las tensiones, aumentando de esta forma su capacidad resistente, (Figura 1-1).

Los estudios de abolladura se realizan siempre sobre un panel, entendiendo por tal un rectángulo de chapa o elemento plano de perfil laminado. Se supondrá en general que sus cuatro bordes se encuentran articulados a otros elementos que impiden el movimiento de dichos bordes en dirección normal al plano del panel. Estos elementos suelen ser las dos alas del perfil y dos rigidizadores verticales, que se disponen precisamente para mejorar la resistencia del alma a la abolladura.

En piezas lineales rectas se han estudiado dos casos. Uno, el de las piezas ideales, que fallan por pandeo cuando el axial exterior alcanza el valor del axial crítico de Euler, N_{cr} , permaneciendo absolutamente recta hasta ese instante, en el que se produce el fallo por

bifurcación de equilibrio. Otro, el caso de las piezas reales, que comienzan a deformarse transversalmente para valores pequeños del axil exterior, aumentando la deformación con dicho axil hasta que la pieza no es capaz de equilibrar las cargas exteriores, produciéndose el fallo en este caso por divergencia de equilibrio.

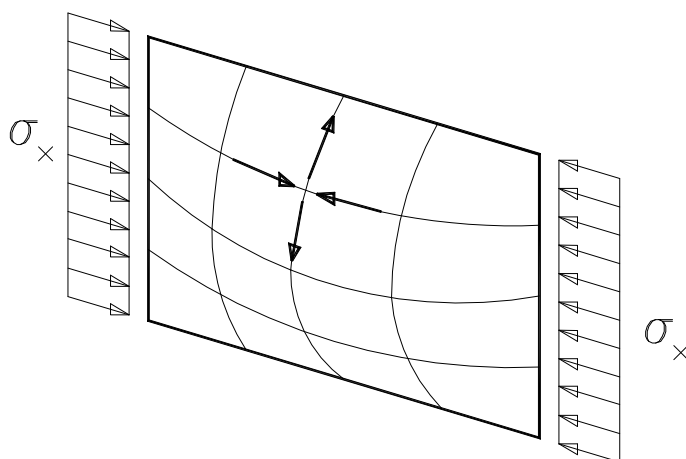


Figura 1-1

De la misma manera, se estudiara en primer lugar el caso de chapas ideales mediante la teoría de la abolladura elástica, determinando para las mismas las denominadas **tensiones críticas ideales de abolladura**; a continuación se dará un primer paso en el estudio de las chapas reales, determinando de acuerdo con la teoría de Bleich las **tensiones críticas reales de abolladura** de las mismas.

En los apartados posteriores se terminará de estudiar el tratamiento que de la abolladura hacen algunas normas clásicas antiguas (em62, din). Posteriormente, se estudiará con detalle y de acuerdo con el Eurocódigo 3, la resistencia poscrítica de paneles sometidos a tensiones normales o tangenciales, los casos de interacción entre tensiones normales y tangenciales y las condiciones que deben cumplir los rigidizadores que limitan dichos paneles e incluiremos una serie de recomendaciones prácticas para la rigidización de vigas armadas o en cajón.

1.1.2 21.1.2. ¿CUÁNDO HAY QUE COMPROBAR LA ABOLLADURA?

De la misma forma que si un pilar comprimido tiene el suficiente radio de giro no pandea, cuando una chapa tiene el suficiente espesor en relación a sus restantes dimensiones, no presentará fenómenos de abolladura.

El Eurocódigo 3 clasifica las secciones, o por mejor decir, cada elemento de una sección, en cuatro clases, 1, 2, 3 y 4. Esta clasificación depende de la relación ancho/espesor del elemento, del tipo de sollicitación a que esté sometido, compresión

uniforme, flexión simple o compuesta, cortadura..., y del límite elástico f_y del acero con el que se construye.

Los elementos de clases 1 y 2 pueden alcanzar su momento plástico y los de clase 3 su momento elástico sin abollar. Es evidente por tanto que sólo es preciso comprobar a abolladura los elementos de clase 4.

En la tabla 5.2, hojas 1 a 3, del Eurocódigo 3, (EN 1993-1-1), se indican las reglas para clasificar elementos sometidos a tensiones normales. En la Figura 1-2 se resume dicha tabla, indicando únicamente las condiciones que debe cumplir un elemento para que pueda clasificarse como de clase 3 al menos y estar exento por tanto de sufrir fenómenos de abolladura. Hemos añadido una línea para elementos, generalmente almas, sometidos a tensiones tangenciales; esta línea se ha tomado también del

Eurocódigo 3, artículos 5.1 de la parte EN1993-1-5. En ella es $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$, siendo f_y el límite elástico del acero del panel en N/mm^2 . Más adelante se indicará el valor del parámetro k_τ que aparece en la misma.

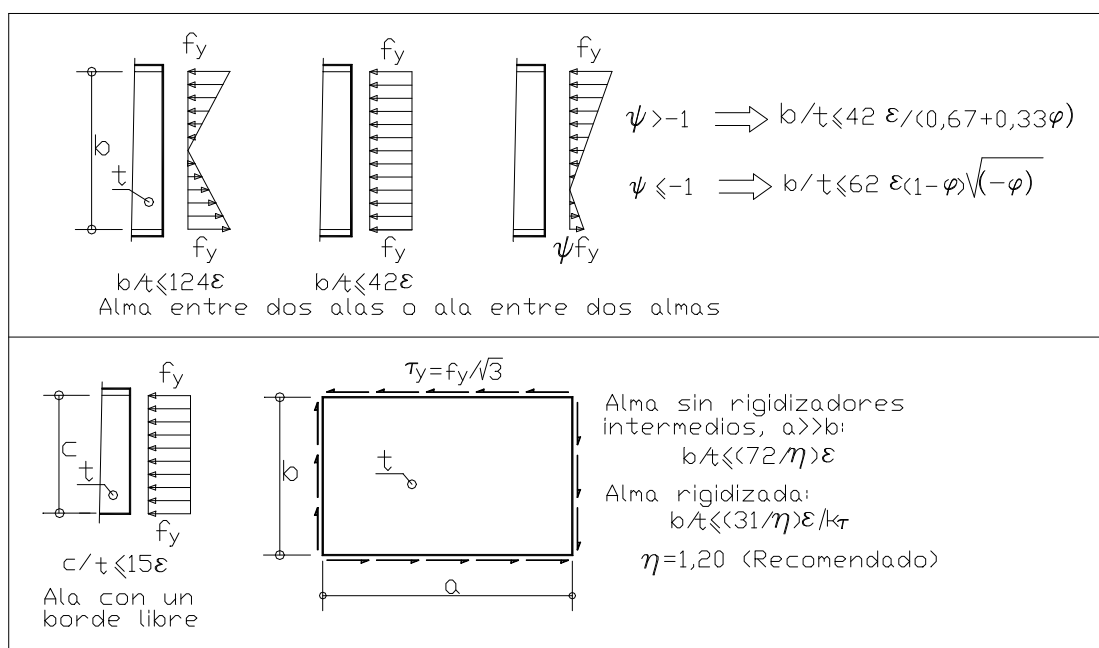


Figura 1-2

1.2 TEORÍA CLÁSICA DE LA ABOLLADURA.

En el presente apartado se estudiará la teoría clásica de la abolladura, única existente hasta la aparición de los estudios de la resistencia poscrítica, impulsados por la Convención Europea de la Construcción Metálica (CECM) y recogidos en el Eurocódigo 3.

Se considera conveniente su porque de él se deducen conceptos y parámetros necesarios para el desarrollo de teorías más modernas.

Comenzaremos estudiando los paneles ideales, que son aquellos que cumplen las mismas cinco condiciones que las piezas ideales:

- Material con módulo de elasticidad E conocido.
- Material indefinidamente elástico; el límite elástico f_y es muy alto y no se alcanza nunca.
- Los paneles son absolutamente planos.
- No existen fuerzas normales al plano el panel
- Los paneles están exentos de tensiones residuales.

En apartados posteriores se estudiarán paneles reales, en los que dejan de cumplirse alguna de estas hipótesis, especialmente la segunda de ellas.

1.2.1 PANEL RECTANGULAR SOMETIDO A COMPRESIÓN UNIAXIAL.

En la Figura 1-3 representamos el panel a estudiar. Lo suponemos limitado por dos alas y dos rigidizadores transversales. Las dimensiones interiores del panel son a , longitud, medida en la dirección del eje X; b , altura, medida en dirección del eje Z; y t , espesor, medido en dirección del eje Y.

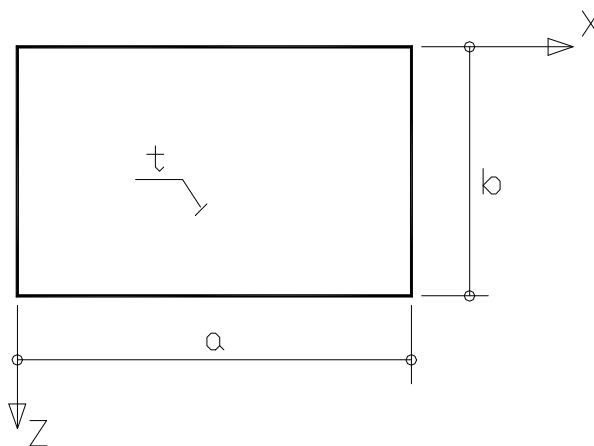


Figura 1-3

Puede demostrarse, véase por ejemplo Timoshenko y Gere, “Teoría de la Estabilidad Elástica”, que la ecuación diferencial que rige el comportamiento de una placa plana rectangular bajo la acción de esfuerzos actuantes en su plano medio es:

$$D \left(\frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 \eta}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4} \right) + t \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \sigma_x + 2\tau_{xz} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial z} + \sigma_z \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (1.1)$$

en donde t es el espesor de la placa; σ_x , σ_z y τ_{xz} son las tensiones normales y tangencial y η el movimiento de un punto según el eje Y , normal a la placa; $D = \frac{EI}{1-\nu^2}$ es la rigidez a flexión de la misma, siendo ν el coeficiente de Poisson, E el modulo de Young del material que la forma, e I su momento de inercia por unidad de anchura, de valor $I = t^3/12$.

En el caso de que sean nulas la tensión normal vertical σ_z y la tangencial τ_{xz} , la ecuación (1.1) queda en la forma:

$$D \left(\frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 \eta}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4} \right) + t \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \sigma_x \right) = 0 \quad (1.2)$$

Esta ecuación diferencial homogénea tiene el mismo papel en la teoría de la abolladura que la ecuación

$$EI \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - N\eta = 0$$

en el estudio de la inestabilidad de una barra comprimida; de la misma manera, la solución de (1.2) será $\eta = 0$, excepto para ciertos valores de σ_x , a los que se denomina tensiones críticas ideales de abolladura, para las cuales será posible una solución con $\eta \neq 0$, presentándose por tanto un fenómeno de bifurcación de equilibrio.

Para calcular estas tensiones críticas emplearemos el método energético. Supongamos que la chapa, uniformemente comprimida con la tensión σ_x , experimenta una cierta deformación normal a su plano. Si la energía de deformación por flexión de la placa es mayor que el trabajo realizado por σ_x , el equilibrio será estable y la placa permanecerá perfectamente plana; si es menor, será inestable y los puntos de la placa experimentarán movimientos normales a su plano con $\eta \neq 0$. El valor crítico de σ_x será aquel que iguale la energía de deformación al trabajo realizado por σ_x .

Siempre será posible aproximar la forma de la superficie de la chapa deformada mediante una doble serie de ecuación:

$$\eta = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{b} \quad (1.3a)$$

en donde desconocemos el valor de los coeficientes a_{mn} .

Puede demostrarse que, supuesto conocidos los citados coeficientes, la energía elástica acumulada en el proceso de paso de la configuración plana a la flectada viene dada por:

$$U = \frac{\pi^4 ab}{8} D \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2$$

Igualmente puede demostrarse que el trabajo realizado por σ_x en dicho paso, descontando el trabajo debido al puro acortamiento por axil, es:

$$V = \frac{1}{2} \sigma_x t \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right) dx dz = \frac{\pi^2 b}{8a} \sigma_x t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m^2 a_{mn}^2$$

Si el trabajo V es menor que la energía acumulada U , $V < U$, la placa permanecerá plana, ya que la acción de las cargas exteriores no puede llevarla al estado deformado; por el contrario, si $V > U$, la placa flectará transversalmente; la bifurcación de equilibrio se producirá por tanto cuando sea $V = U$. Imponiendo esta condición es fácil obtener:

$$\sigma_x = \frac{\pi^2 a^2 D \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}{t \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m^2 a_{mn}^2} \quad (1.4)$$

Para que la tensión σ_x dada por la expresión anterior sea la crítica de abolladura, habrá que ajustar los parámetros a_{mn} de forma que el valor de σ_x sea el menor posible. Observemos que la expresión (1.3) anterior tiene la forma:

$$\sigma_x = \frac{\pi^2 a^2 D}{t} \times \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots}{B_1 + B_2 + \dots + B_i + \dots}$$

La fracción de la derecha es un promedio entre los valores de las fracciones $\frac{A_1}{B_1}$; $\frac{A_2}{B_2}$; \dots ; $\frac{A_i}{B_i}$. Para obtener el valor mínimo de σ_x distinto de 0, deberemos tomar

únicamente la más pequeña de ellas; sea ésta $\frac{a_{mn}^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2}{m^2 a_{mn}^2} = \frac{1}{m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2$

Entonces (1.4) se convierte en:

$$\sigma_x = \frac{\pi^2 a^2 D}{t m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad (1.5)$$

Dicho de otra manera, hemos ajustado los valores de los coeficientes a_{mn} de la ecuación (1.3a) haciendo que todos ellos, excepto uno, sean iguales a cero, para conseguir que

dicha ecuación sea la de la chapa abollada. Esta ecuación resulta ser pues:

$$\eta = a_{mn} \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n\pi z}{b} \quad (1.5b)$$

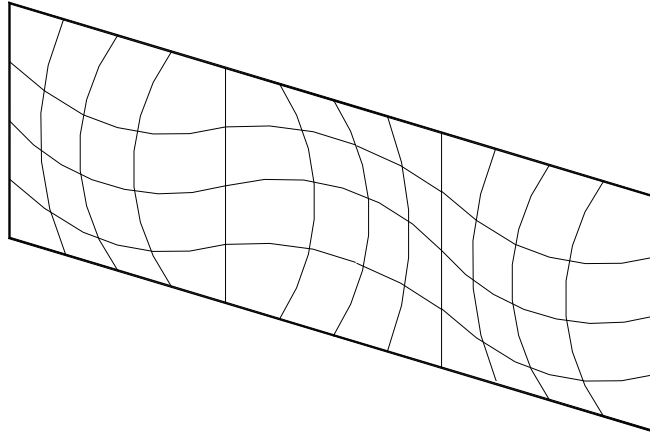


Figura 1-4

En la expresión (1.5), σ_x depende de los valores que tomen m y n . El valor más pequeño de σ_x se obtiene para $n = 1$, lo que físicamente equivale a afirmar que la chapa abolla formando varias semiondas en sentido longitudinal ($m \neq 1$, eje X) y una sola semionda en sentido transversal ($n = 1$, eje Z), Figura 1-4.

Entonces el valor de la tensión crítica de abolladura vendrá dada por:

$$\sigma_{cri} \equiv \sigma_{x,cr} = \frac{\pi^2 D}{t a^2} \left(m + \frac{1}{m} \frac{a^2}{b^2} \right)^2 \quad (1.6)$$

Llamando α a la relación entre los lados del rectángulo, esto es, $\alpha = a/b$ y sustituyendo D por su valor, se obtiene sucesivamente:

$$\begin{aligned} \sigma_{cri} &= \frac{\pi^2 E t^3}{12 t a^2 (1 - \nu^2)} \left(m + \frac{1}{m} \frac{a^2}{b^2} \right)^2 = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{a} \right)^2 \left(m + \frac{1}{m} \frac{a^2}{b^2} \right)^2 = \\ &= \sigma_{cri} = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{a} \right)^2 \frac{a^2}{b^2} \left(m + \frac{1}{m} \frac{a^2}{b^2} \right)^2 \frac{b^2}{a^2} = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \end{aligned}$$

y finalmente:

$$\sigma_{cri} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k_\sigma \quad (1.7a)$$

siendo naturalmente:

$$k_\sigma = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m}\right)^2 \quad (1.8)$$

Es habitual, y así lo hacen casi todas las Normas, llamar tensión de Euler σ_E a

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \times \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 0,9 \times E \times \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 189800 \times \left(\frac{t}{b}\right)^2 \frac{N}{mm^2} \quad (1.9)$$

con lo que puede escribirse (21.7.a) en la forma:

$$\sigma_{cri} = \sigma_E k_\sigma \quad (1.7.b)$$

En la Figura 1-5 se representa k_σ en función de α . En ella se puede observar que para cada valor de α hay otro de m que minimiza el valor de σ_{cri} , o lo que es lo mismo, para cada valor de la relación $\alpha = \text{longitud/altura}$ de la placa, hay un determinado número m de semiondas con la que abolla la citada placa en dirección longitudinal. También puede observarse en dicha figura que tomando $k_\sigma = 4$ para $\alpha \geq 1$ estaremos siempre del lado de la seguridad sin cometer errores excesivos.

Para $\alpha < 1,414$ el valor mínimo de k_σ se obtiene tomando $m = 1$. En particular, para $\alpha = 1$ se tiene exactamente $k = 4$. Para $\alpha < 1$, k crece rápidamente, por lo que no es correcto tomar $k_\sigma = 4$, sino que su valor debe calcularse de acuerdo con (1.7a) y (1.8), tomando $m = 1$ para minimizar el valor de k , con lo que resulta:

$$\sigma_{cri} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \left(\frac{1}{\alpha} + \alpha\right)^2 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{a}\right)^2 (1+\alpha^2)^2 \quad (1.7.c)$$

En el límite, para un panel muy corto y muy alto, $\alpha \rightarrow 0$, es inmediato comprobar que la tensión crítica ideal de abolladura tiende a la tensión crítica de Euler de una banda de chapa biarticulada de longitud a , salvo por el factor $(1 - \nu^2)$ debido al efecto Poisson en el panel.

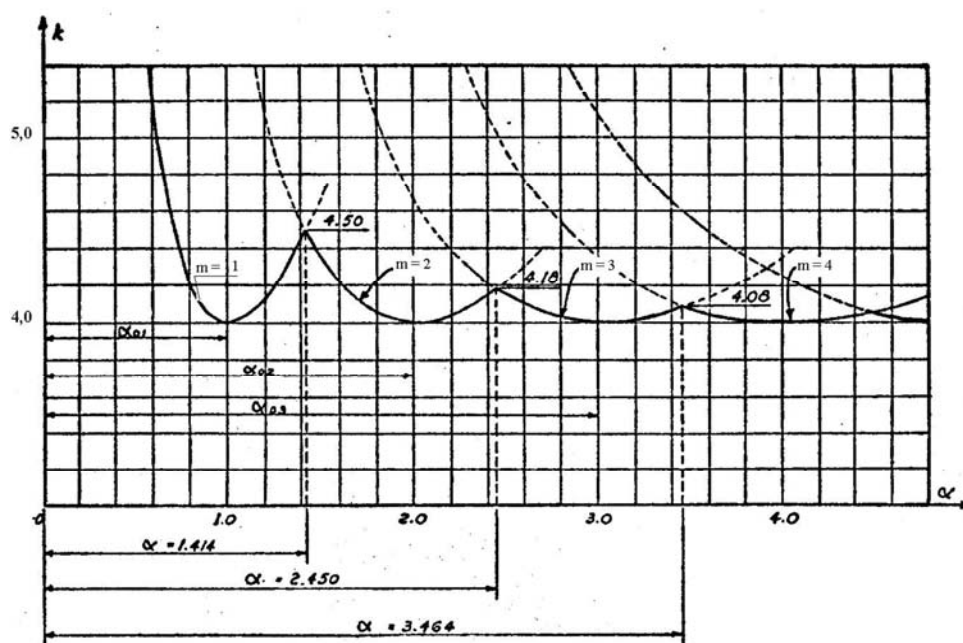


Figura 1-5

1.2.2 PANEL RECTANGULAR SOMETIDO A FLEXIÓN PURA O A CORTADURA PURA.

En las almas de las piezas flectadas nos encontramos con rectángulos de chapa sometidas a flexión pura o compuesta, Figura 1-6a. Supongamos la chapa articulada en los cuatro bordes y sometida a una distribución lineal de tensiones normales tal como la indicada en dicha figura.

El procedimiento para hallar σ_{cri} es similar al expuesto en el apartado anterior (método energético de Timoshenko), suponiendo ahora que la deformada del panel cuando abolla viene dada por:

$$\eta = \sin \frac{\pi x}{a} \sum_{i=1}^n f_i \sin \frac{i\pi z}{b}$$

La tensión crítica ideal de abolladura resulta tener la ya conocida forma (1.7a):

$$\sigma_{cri} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 k_{\sigma}$$

Ahora k_{σ} no viene dada por (1.7b), sino que es una función de ψ y de α , en donde ψ es la relación entre las tensiones en los extremos superior e inferior del panel, $\psi = \sigma_2 / \sigma_1$, Figura 1-8. Valores muy parecidos se contienen en la Tabla 4.1 de EN 1993-1-5, que se reproduce en las Figura 2-4 y Figura 2-5 del tema siguiente.

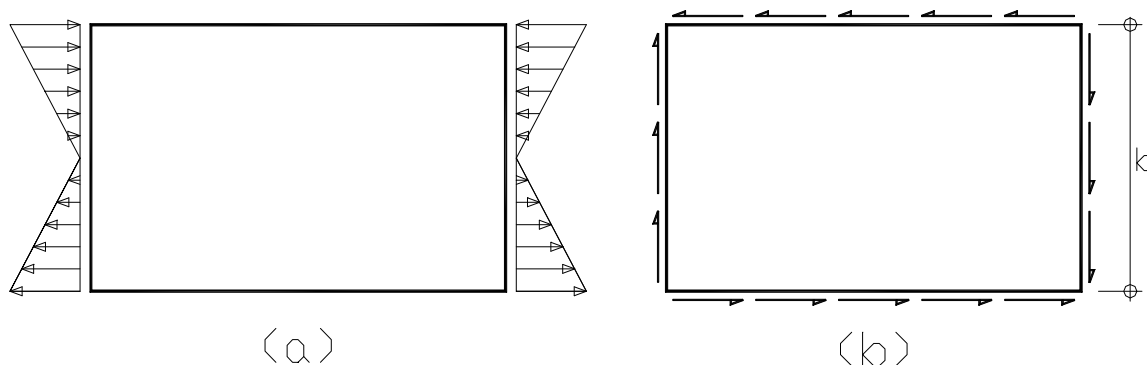


Figura 1-6

Para $1 \geq \psi \geq -1$, puede tomarse según dicha tabla:

$$k_{\sigma} = \frac{16}{\sqrt{(1+\psi)^2 + 0,112(1-\psi)^2 + (1+\psi)}} \quad (1.10.a)$$

De manera similar si el rectángulo está sometido a una tensión tangencial uniforme en sus cuatro bordes, fig. 21.6.b, puede demostrarse que la tensión tangencial crítica ideal de abolladura viene dada por una expresión similar a la (1.7.a):

$$\tau_{cri} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 k_{\tau} = \sigma_E k_{\tau} \quad (1.11.a)$$

Los valores de k_{τ} son:

$$k_{\tau} = 5,34 + \frac{4}{\alpha^2}, \text{ valido para } \alpha \geq 1, \text{ y} \quad (1.11.b)$$

$$k_{\tau} = 4,0 + \frac{5,34}{\alpha^2}, \text{ valido para } \alpha < 1. \quad (1.11.c)$$

1.2.3 PANEL SOMETIDO A FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA.

Muy frecuentemente actúan simultáneamente sobre un determinado panel unas tensiones normales σ originadas por momentos flectores y/o esfuerzos axiales, y tensiones tangenciales τ originadas por esfuerzos cortantes o momentos torsores. Se admitirá que las tensiones σ y τ crecen proporcionalmente (cociente σ/τ constante) hasta que se produce la abolladura.

En el presente apartado se denomina $\sigma_{cr}^o = \sigma_E k_{\sigma}$ y $\tau_{cr}^o = \sigma_E k_{\tau}$ a las tensiones que ocasionan la abolladura del panel en estudio cuando sobre él sólo actúan tensiones normales o tangenciales respectivamente; y σ_{cr} y τ_{cr} a las tensiones que, actuando

simultáneamente, ocasionan la abolladura del panel. Obsérvese que σ_{cr}^o y τ_{cr}^o son conocidas, ya que pueden calcularse mediante las expresiones (1.7) y (1.10). En cambio, σ_{cr} y τ_{cr} son desconocidas y que son las que en el presente apartado se tratarán de determinar.

Chwalla demostró en 1936 que entre los cocientes $\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^o}\right)$ y $\left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr}^o}\right)$ existe una relación que puede representarse mediante curvas de interacción, cuya forma depende de la ley de tensiones normales σ que actúan sobre el panel y que se representa en la Figura 1-7. Al igual que en los apartados anteriores, suponemos que el panel está simplemente apoyado en sus cuatro bordes.

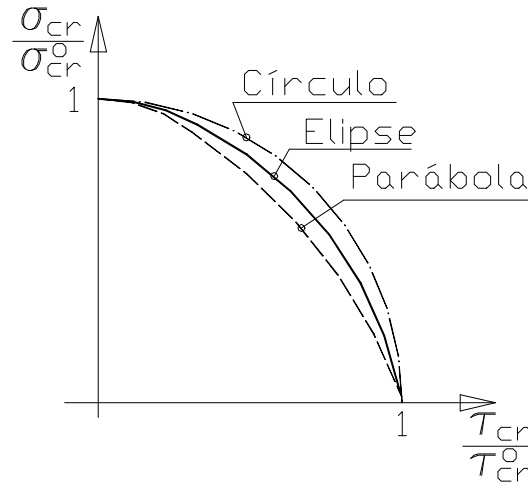


Figura 1-7

En el caso general, si el panel está sometido a tensiones normales que varían linealmente entre un valor máximo de valor σ_1 (compresiones positivas) y un mínimo $\sigma_2 = \psi \sigma_1$, Figura 1-8, la curva de interacción puede aproximarse mediante la ecuación:

$$\frac{1+\psi}{4} \times \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^o} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \times \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^o}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr}^o}\right)^2} = 1 \quad (1.12.a)$$

En el caso particular de panel sometido a compresión uniforme y cortante, Figura 1-8b, se tiene $\psi=1$ y la ecuación (1.12.a) anterior se convierte en:

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^o} + \left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr}^o}\right)^2 = 1 \quad (1.12.b)$$

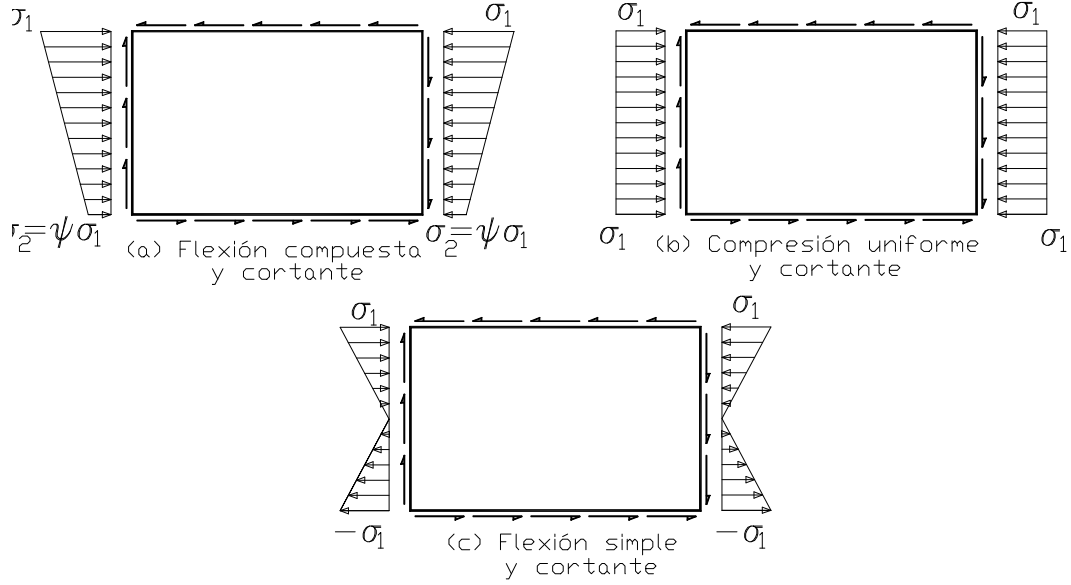


Figura 1-8

que es una parábola de eje vertical. Esta curva, ligeramente modificada, se recoge en las Recomendaciones de Puentes Metálicos y de Puentes Mixtos como condición a cumplir en estado límite de servicio en las almas de vigas de puentes para evitar deformaciones transversales inaceptables.

Si el panel está sometido a flexión pura y cortante, Figura 1-8c, se tiene $\psi = -1$ y la curva de interacción se convierte en un círculo de radio unidad:

$$\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_o} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_o} \right)^2 = 1 \quad (1.12.c)$$

Con estas ecuaciones (1.12) se consigue tener una relación entre σ_{cr} y τ_{cr} , pero se necesita otra más para poder determinarlas. Como ya se indicó, se admite que las tensiones σ y τ crecen proporcionalmente hasta que se produce la abolladura, por lo que será:

$$\frac{\sigma}{\tau} = \frac{\sigma_{cr}}{\tau_{cr}} \quad (1.13)$$

Cuando se produce la abolladura será evidentemente $\sigma = \sigma_{cr}$; $\tau = \tau_{cr}$. Despejando el valor de σ_{cr} en la expresión (1.13) se tiene:

$$\sigma_{cr} = \tau_{cr} \frac{\sigma}{\tau}$$

Sustituyendo este valor de $\sigma_{cr} = \tau_{cr} \frac{\sigma}{\tau}$ en (1.12.a), resulta:

$$\frac{1+\psi}{4} \times \frac{\tau_{cr} \frac{\sigma}{\tau}}{\sigma_{cr}^o} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \times \frac{\tau_{cr} \frac{\sigma}{\tau}}{\sigma_{cr}^o} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{cr}^o} \right)^2} = \frac{\tau_{cr}}{\tau} \left[\frac{1+\psi}{4} \times \frac{\sigma}{\sigma_{cr}^o} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \times \frac{\sigma}{\sigma_{cr}^o} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}^o} \right)^2} \right] = 1$$

de donde se deduce que:

$$\frac{1+\psi}{4} \times \frac{\sigma}{\sigma_{cr}^o} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \times \frac{\sigma}{\sigma_{cr}^o} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}^o} \right)^2} = \frac{\tau}{\tau_{cr}}$$

La abolladura se producirá cuando τ alcance el valor τ_{cr} , esto es, cuando se cumpla que:

$$\frac{1+\psi}{4} \times \frac{\sigma}{\sigma_{cr}^o} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \times \frac{\sigma}{\sigma_{cr}^o} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}^o} \right)^2} = 1 \quad (1.14)$$

Más adelante se hará uso del concepto de **tensión ideal de abolladura** $\sigma_{co,i}$ definida como:

$$\sigma_{co,i} = \sqrt{\sigma_{cr}^2 + 3\tau_{cr}^2}$$

De acuerdo con (1.13) será:

$$\begin{aligned} \sigma_{co,i} &= \sqrt{\sigma_{cr}^2 + 3\tau_{cr}^2} = \sqrt{\tau_{cr}^2 \frac{\sigma^2}{\tau^2} + 3\tau_{cr}^2} = \frac{\tau_{cr}}{\tau} \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \\ &= \sigma_{co,i} = \frac{\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}}{\frac{1+\psi}{4} \times \frac{\sigma}{\sigma_{cr}^o} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \times \frac{\sigma}{\sigma_{cr}^o} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}^o} \right)^2}} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Según se acaba de ver, ecuación (1.14), cuando se produce la abolladura, el denominador de la fórmula (1.15) vale 1,0, por lo que también se puede decir que, en piezas ideales, la abolladura no se producirá se produce cuando la tensión ideal de abolladura, $\sigma_{co,i}$ es igual al valor de la tensión de comparación $\sigma_{co} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$. La pieza ideal no abollará mientras se cumpla que $\sigma_{co,i} \geq \sigma_{co}$

Tal como se ha indicado previamente, en estas expresiones,

$$\sigma_{cr}^o = \sigma_E k_\sigma$$

y

$$\tau_{cr}^o = \sigma_E k_\tau,$$

son las tensiones críticas de abolladura cuando sobre el panel sólo actúan tensiones normales o tangenciales respectivamente; y σ y τ las tensiones normales y tangenciales en el panel causadas por las cargas exteriores, determinadas en general para el estado límite último.

1.2.4 ABOLLADURA EN RÉGIMEN ANELÁSTICO. TEORÍA DE BLEICH.

En el apartado anterior, se ha supuesto el material indefinidamente elástico, al igual que se hacía al comienzo del estudio de la pieza recta biarticulada.

Desgraciadamente no existe una teoría de la abolladura por divergencia de equilibrio tan completa como la expuesta para las barras comprimidas. En 1948 se publicó la teoría de Stowell, basada en suponer un diagrama tensión-deformación del acero curvo en vez de rectilíneo, con lo que se tiene en cada punto un módulo de elasticidad tangente E_T variable con la tensión; sus soluciones son muy difíciles de obtener y de manejar en la práctica del diseño, aunque su concordancia con los ensayos es buena. Por ello, habitualmente se sigue la teoría simplificada de Bleich que se expone a continuación.

Sea la pieza comprimida en dirección x . Es natural suponer que, cuando sea $\sigma_x \geq \sigma_p$, la deformación en dicha dirección estará regida por el módulo de elasticidad tangente E_T ; en cambio, en dirección perpendicular, es $\sigma_z = 0$ y por tanto se supone que las deformaciones están regidas por el módulo de Young E ; de esta forma tenemos un comportamiento anisótropo de la placa.

La ecuación diferencial que rige el comportamiento del panel, ya referida es:

$$D \left(\frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 \eta}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4} \right) + t \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \sigma_x + 2\tau_{xz} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial z} + \sigma_z \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (1.1)$$

Si no se tiene en cuenta de momento los términos que dependen de z , la ecuación se quedaría reducida a:

$$\frac{EI}{(1-\nu^2)} \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + t \sigma_x \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0$$

que no es más que la ecuación diferencial de una barra ideal comprimida y biarticulada, teniendo en cuenta mediante el factor $1/(1 - \nu^2)$ la contracción transversal de la chapa.

Llamando β al cociente $\beta = \frac{E_T}{E}$, Generalmente se acepta que:

$$\beta = 1 - \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{f_y - \sigma_p} \right)^2 = 1 - \left(\frac{\sigma - 0,8 f_y}{f_y - 0,8 f_y} \right)^2 = 1 - \left(\frac{5\sigma}{f_y} - 4 \right)^2 \quad (1.16)$$

Entonces se tendrá que, para $\sigma_x > \sigma_p$ deberá ser:

$$\frac{E_T I}{(1 - \nu^2)} \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + t \sigma_x \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0$$

o lo que es lo mismo:

$$\frac{E I}{(1 - \nu^2)} \beta \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + t \sigma_x \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0$$

De la misma manera el término en $\frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4}$ regirá el pandeo de una banda de chapa

paralela al eje Z; como $\sigma_z = 0$ estará regido por E. Por su parte, el término en $\frac{\partial^4 \eta}{\partial x^2 \partial z^2}$

está asociado a la deformación por cortante de un elemento cuadrado. Como actúan sobre él las características elastoplásticas de ambos ejes, deberá estar afectado por un factor comprendido entre 1 y β , que arbitrariamente se toma igual a $\sqrt{\beta}$

La ecuación (1.1) tomará la forma generalizada:

$$D \left(\beta \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + 2\sqrt{\beta} \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4} \right) + \sigma_x \times t \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0 \quad (1.17)$$

Con el mismo desarrollo matemático empleado anteriormente, se obtiene en vez de las ecuaciones (1.7) y (1.10).

$$\sigma_{cr,r} = \frac{\pi^2 E \sqrt{\beta}}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 k_\sigma; \quad (1.18.a)$$

$$\tau_{cr,r} = \frac{\pi^2 E \sqrt{\beta}}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 k_\tau \quad (1.18.b)$$

en donde $\sigma_{cr,r}$ y $\tau_{cr,r}$ son las denominadas tensiones críticas reales de abolladura que habíamos anunciado en el apartado anterior. De las expresiones anteriores se deduce inmediatamente que

$$\sigma_{cr,r} = \sqrt{\beta} \times \sigma_{cr}; \quad (1.19.a)$$

$$\tau_{cr,r} = \sqrt{\beta} \times \tau_{cr} \quad (1.19.b)$$

Cuando el panel esté solicitado simultáneamente por tensiones tangenciales y normales, tendremos la denominada **tensión real de abolladura**, que se define como:

$$\sigma_{co,r} = \sqrt{\beta} \times \sigma_{co,i} \quad (1.19.c)$$

Como ya se indicó, el método de Bleich se ha utilizado en las normas de bastantes países. Dada su comodidad, su uso se hizo extensivo a paneles sometidos a todo tipo de solicitaciones normales o tangenciales, y sólo ha comenzado a dejar de utilizarse a partir de la aparición de los estudios de la Convención Europea de la Construcción Metálica y del Eurocódigo 3.

1.3 DISPOSICIONES PRÁCTICAS.

1.3.1 LIMITE DE ESBELTEZ DEL ALMA. COLAPSO DEL ALA.

Sea una viga armada sometida a flexión. Bajo la acción de flectores crecientes, llegará un momento en que el alma abolle en su zona comprimida, descargándose progresivamente en la zona próxima al ala y en el ala misma, cuyas tensiones aumentaran por encima de lo indicado por la ley lineal de tensiones, Figura 1-9, en la que el ala comprimida es la inferior. Esta figura se ha tomado de un trabajo de Frey y Anslin.

Este mecanismo continuara hasta la total plastificación de las alas o hasta que el ala comprimida se abolle hacia dentro, Figura 1-10. Este fenómeno se denomina *inward collapse* en la literatura anglosajona. En EC3 1-5 se le llama pandeo inducido por el ala y se estudia en el artículo 8. Seguidamente determinaremos la máxima relación b/t por debajo de la que no es posible la aparición de este tipo de colapso.

El método a seguir para determinar esta relación será considerar una banda vertical de alma y estudiar su carga de pandeo considerándola como una columna de altura b , biarticulada en sus extremos y sometida a la componente radial de las tensiones normales en las alas.

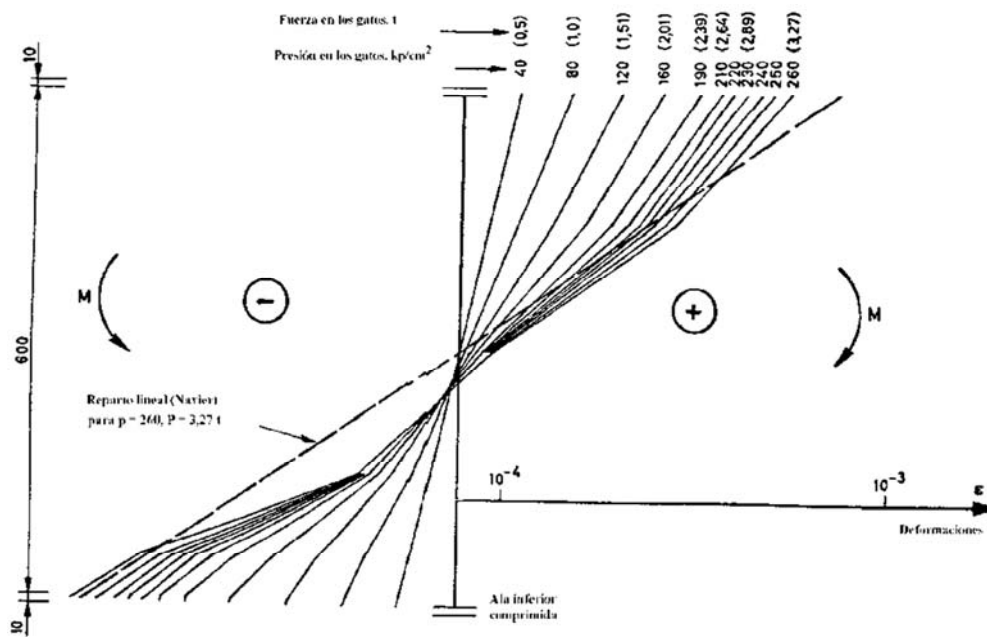


Figura 1-9

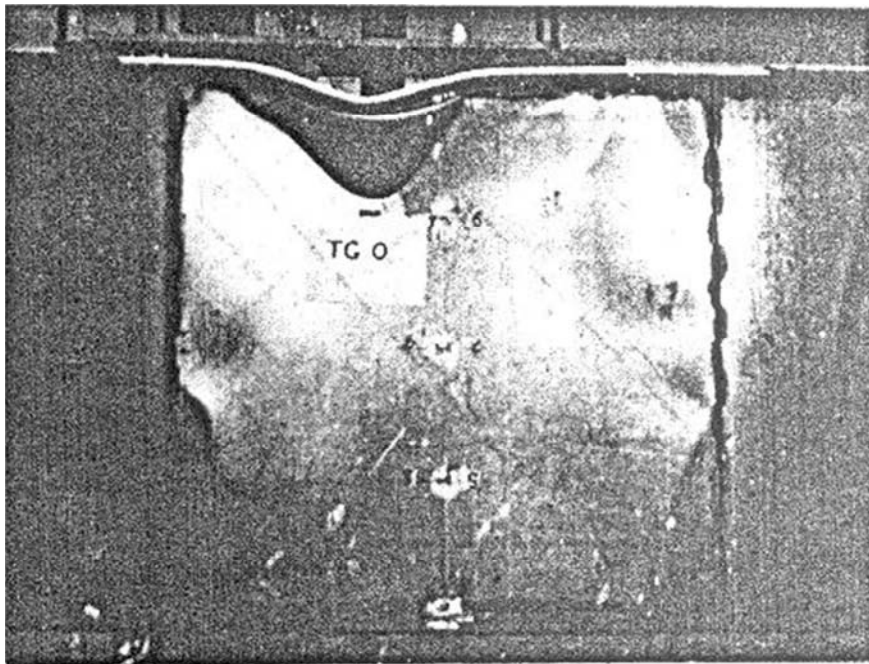


Figura 1-10

Considerese una rebanada de viga de longitud dx , Figura 1-11. La componente radial de las tensiones normales es:

$$R = 2 \times \sigma \times A_f \frac{dx}{2 \times r} \quad (1.21)$$

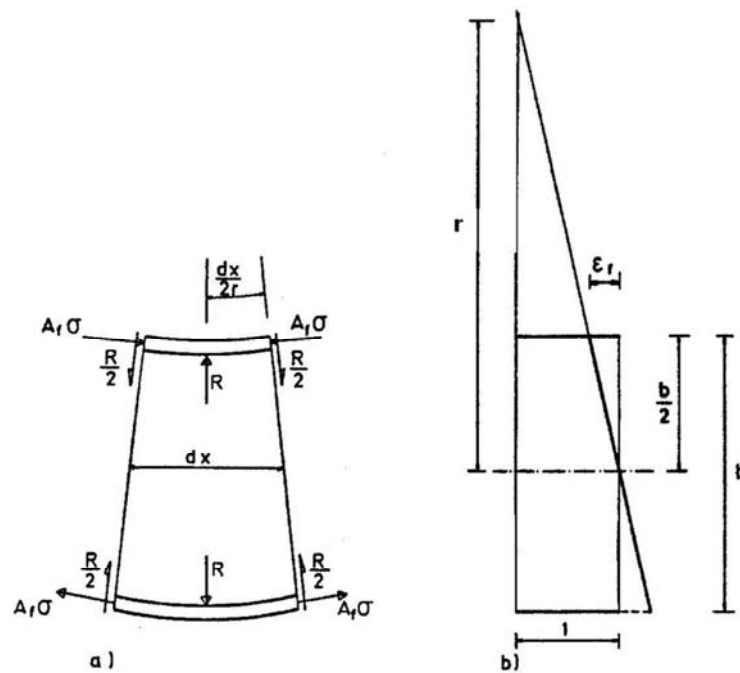


Figura 1-11

De la Figura 1-11 se tiene $\frac{1}{r} = \frac{2 \times \varepsilon_f}{b}$, por lo que será:

$$R = \frac{2 \times \sigma \times A_f \times \varepsilon_f \times dx}{b} \quad (1.22)$$

El máximo práctico de ε_f y por tanto de R , se determina en base a las consideraciones siguientes. Las tensiones residuales en las alas de una viga soldada podemos suponer que tienen la distribución indicada en la Figura 1-12

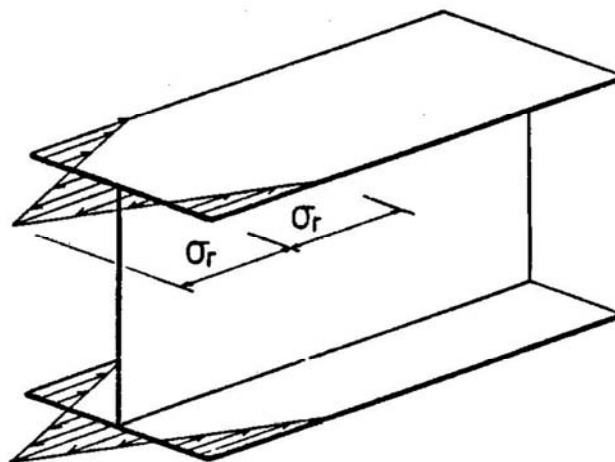


Figura 1-12

El ala estará plastificada por completo cuando las tensiones residuales de tracción σ_r se hayan anulado y convertido en compresiones de valor f_y , esto es, cuando la deformación media total del ala valga:

$$\varepsilon_f = \frac{f_y + \sigma_r}{E}$$

Sustituyendo en (1.22) se obtiene:

$$R = \frac{2 \times f_y (f_y + \sigma_r) A_f \times dx}{b \times E} \quad (1.23)$$

Por otro lado, la carga crítica de una banda vertical del alma de longitud dx será:

$$R = \frac{\pi^2 E t^3 \times dx}{12(1 - \nu^2) \times b^2}$$

Igualando con (1.23) se obtiene la condición que debe cumplirse para que la banda no pandee:

$$\left(\frac{b}{t}\right)^2 \leq \frac{\pi^2 E^2 \times t \times b}{24(1 - \nu^2) \times (f_y + \sigma_r) \times A_f \times f_y} \quad (1.24)$$

Admitiendo que $\sigma_r = f_y/2$, se obtiene inmediatamente:

$$\frac{b}{t} \leq \frac{\pi}{\sqrt{24(1 - \nu^2)} \times 1,5} \times \frac{E}{f_y} \times \sqrt{\frac{A_w}{A_f}} = 0,55 \times \frac{E}{f_y} \times \sqrt{\frac{A_w}{A_f}} \quad (1.25)$$

Esta expresión es la dada en el artículo 5.3 de RPM-95 y en el 8 de EC3 1-5, en donde sustituye el factor 0,55 por el parámetro k que toma los valores 0,55, 0,4 ó 0,3 según que se desee que la sollicitaciones lleguen hasta el momento elástico, hasta el plástico o hasta que se formen rótulas plásticas.

Es raro que $A_w/A_f < 0,5$, por lo que admitiendo que $A_w/A_f = 0,5$ se obtiene, con $k = 0,55$:

$$\frac{b}{t} \leq \frac{0,389 \times E}{f_y} \quad (1.26)$$

lo que nos indica que la relación b/t debe ser menor que 340 para acero S 235 y que 226 para acero S 355. No deberán por tanto emplearse en ningún caso almas con relaciones b/t superiores a las dadas por las expresiones anteriores o a los indicados en RPM o RPX para evitar este tipo de fallo, brusco y por tanto peligroso.

En EC3 1-5 se indica además que para vigas curvas en alzado, con radio de curvatura r , la expresión (1.25) debe modificarse para tener en cuenta dicho radio, quedando de la manera siguiente:

$$\frac{b}{t} \leq \frac{k \times \frac{E}{f_y} \times \sqrt{\frac{A_w}{A_f}}}{\sqrt{1 + \frac{b \times E}{3 \times r \times f_y}}} \quad (1.27)$$

Recordemos que, en las expresiones anteriores, f_y es el límite elástico de las alas de la viga en estudio, que puede ser diferente al el alma, caso de las vigas híbridas.

1.3.2 SEGURIDAD FRENTE A LA ABOLLADURA EN LA TEORÍA CLÁSICA.

La comunidad científica ha sido consciente desde hace muchos años de que la abolladura de un panel no agota su capacidad resistente. Después de abollar, el panel puede seguir resistiendo cargas superiores a las que iniciaron la abolladura; de hecho, el autor ha presenciado en muchas ocasiones la abolladura de paneles de alas de aviones comerciales en vuelo.

Por esta causa, las normas tradicionales siempre han sido menos exigentes en la seguridad frente a la abolladura que en la seguridad frente a otros estados límites últimos, plastificación o pandeo de barras.

La antigua Instrucción EM 62 seguía el antiguo formato de seguridad en tensiones admisibles. Dado que la abolladura se produce cuando la tensión real de abolladura σ_{kr} alcanza el valor de la tensión de comparación, el coeficiente de seguridad frente a la abolladura será:

$$\nu_F = \frac{\sigma_{kr}}{\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}} \quad (1.28.a)$$

En la ecuación anterior, σ y τ son las tensiones calculadas en el panel en estudio bajo el efecto de las acciones características, esto es, en estado límite de servicio.

Por las razones expuestas, EM 62 pide que este coeficiente sea superior a 1,35 si no se considera la actuación del viento y a 1,20 si se considera dicha actuación, menores que los valores 1,5 y 1,35 que se utilizan frente a otras solicitaciones.

Cuando se redactó la Norma MV 103, posteriormente NBE EA-95, utilizando el formato de seguridad en estados límites, se intentó tener en cuenta la reserva de seguridad que presenta la abolladura multiplicando los coeficientes k_σ y k_τ por un factor igual aproximadamente a 1,25.

La comprobación de la seguridad frente a la abolladura se realiza verificando que:

$$\sigma_{cr,r} \geq \sigma_{co} = \sqrt{\sigma^{*2} + 3\tau^{*2}} \quad (1.28.b)$$

en donde σ^* y τ^* son las tensiones calculadas en el panel en estudio bajo el efecto de las acciones mayoradas, esto es, en estado límite último. Desgraciadamente no se tuvo en cuenta que el aumento en el valor $\sigma_{co,i}$ producido al multiplicar los valores de k_σ y k_τ por el citado factor desaparece casi por completo al pasar a $\sigma_{cr,r}$

Una forma más lógica de considerar la seguridad en el fenómeno de abolladura, presente en el Eurocódigo 3 y en muchas de las normativas modernas, consiste en admitir, de acuerdo con la evidencia experimental y dada la existencia de la resistencia postcrítica, que la abolladura precrítica es un estado límite de **servicio**; y considerar que la máxima capacidad portante del panel viene dada por su resistencia postcrítica, que aprenderemos a determinar en el Tema 22 siguiente.

Por tanto la comprobación a abolladura debería ser doble:

- En E.L.U., la sollicitación deberá ser inferior a la capacidad de resistencia postcrítica del panel.
- En E.L.S. no debe alcanzarse la abolladura en régimen elástico

Esta última comprobación sólo se pide explícitamente en Normas de puentes. Así, en las Recomendaciones RPX 95 y RPM 95 se indica que, bajo la combinación frecuente de acciones (permanentes más mitad de las sobrecargas de uso), debe cumplirse:

$$\frac{\sigma}{1,1\sigma_{cr}^0} + \left(\frac{\tau}{1,1\tau_{cr}^0} \right)^2 \leq 1 \quad (1.29)$$

expresión claramente derivada de la (1.12.b)

1.3.3 TEORÍA CLÁSICA DE LA RIGIDIZACIÓN.

La resistencia a abolladura de un rectángulo aumenta al aumentar su espesor o al disminuir sus dimensiones. Dado un panel perteneciente a una pieza determinada en el que queremos impedir la abolladura, es evidente que no hay dificultad en principio en aumentar su espesor, en vez de disminuir sus dimensiones, que vendrán fijadas por otras consideraciones; también se podría recurrir a subdividirlo en rectángulos o paneles mas pequeños mediante rigidizadores.

La elección de una u otra forma de aumentar la resistencia a la abolladura, es un problema puramente económico. Hasta hace poco tiempo se prefería casi siempre usar almas delgadas con muchos rigidizadores, pero en la actualidad, con costes altos de mano de obra, se tiende a aumentar el espesor del alma y a emplear menos rigidizadores, especialmente para vigas de canto moderado, no superior a 2 m.

No se olvide que en vigas armadas es imprescindible colocar rigidizadores al menos en los apoyos, tanto extremos como intermedios, que pueda tener la viga.

En el caso de un alma sometida a esfuerzo cortante, como sabemos, la tensión crítica de abolladura viene dada para $\alpha < 1$ por:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \times \left(\frac{t}{b}\right)^2 \times \left(4 + \frac{5,34}{\alpha^2}\right)$$

Para aumentarla, como b es un dato (canto del alma) podemos aumentar t o disminuir $\alpha = a/b$; para ello será preciso disminuir a , colocando nuevos rigidizadores verticales entre los ya existentes, Figura 1-13 a distancia d entre ellos. Estos rigidizadores deberán tener rigidez suficiente para que los nuevos paneles que se forman puedan considerarse como apoyados en sus cuatro bordes.

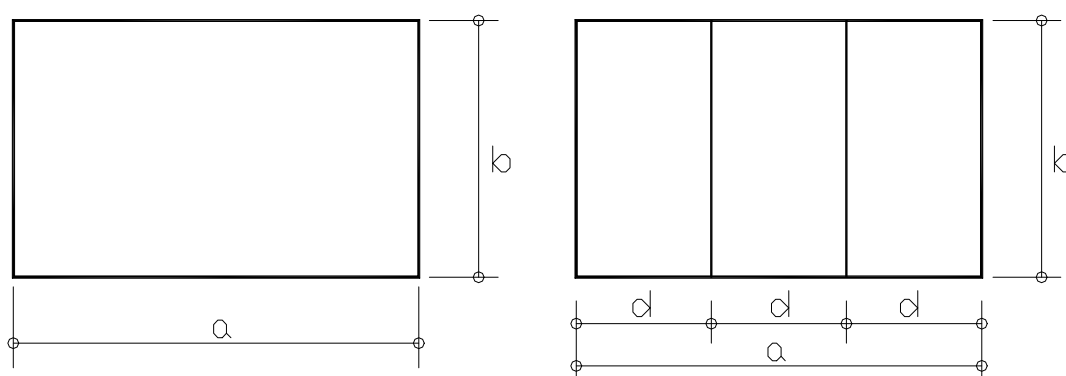


Figura 1-13

El análisis de este panel con uno o dos rigidizadores intermedios, sometido a tensiones tangenciales, fué desarrollado por Timoshenko utilizando el método energético. Demostró que el coeficiente k_τ aumenta al aumentar la relación γ entre la rigidez del rigidizador y la del panel,

$$\gamma = \frac{\frac{EI_r}{d}}{\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}} = \frac{12I_r(1-\nu^2)}{dt^3} \quad (1.30)$$

En la expresión anterior, I_r es la inercia del rigidizador, medida respecto a un eje contenido en el plano medio del panel. Si el valor de γ es inferior a un cierto valor γ^* , o lo que es lo mismo, si la inercia del rigidizador es inferior a otro valor, $I_r \leq I_o$, los rigidizadores se curvan con la chapa pero aumentando de todas formas el valor de k_τ

Si siguen aumentando I_r y γ , llegaremos a alcanzar los valores I_o y γ^* , para los cuales k_τ viene dado por (1.11), pero siendo ahora $\alpha = \frac{d}{b}$. Aumentos de I_r por encima del valor de I_o no incrementan el valor de k_τ

En la Figura 1-14 se indica la relación entre k_τ y la razón γ para el alma de una viga de canto b , indefinidamente larga, sometida a cortante y con rigidizadores uniformemente espaciados a distancias d , en los casos $b/d = 1$ y $b/d = 2$.

Las líneas de puntos corresponden a los estudios de Timoshenko y Wang; las líneas continuas llenas, a los de Stein y Fralich, más precisos.

En la antigua norma DIN 4114 se encontraban fórmulas que relacionan el coeficiente k_τ con el valor de γ para diversas disposiciones de rigidizadores. En la EM-62 se prefirió fijar los valores de I_o a través de los correspondientes valores del coeficientes de rigidez γ^* . Introduciendo implícitamente el valor de la relación b/d para que aparezca b , canto del panel, en vez de d , longitud del mismo, y teniendo en cuenta (1.30) se obtiene:

$$I_o \geq C \gamma^* \frac{bt^3}{12(1-\nu^2)} = 0,092 \times C \gamma^* b \times t^3 \quad (1.31)$$

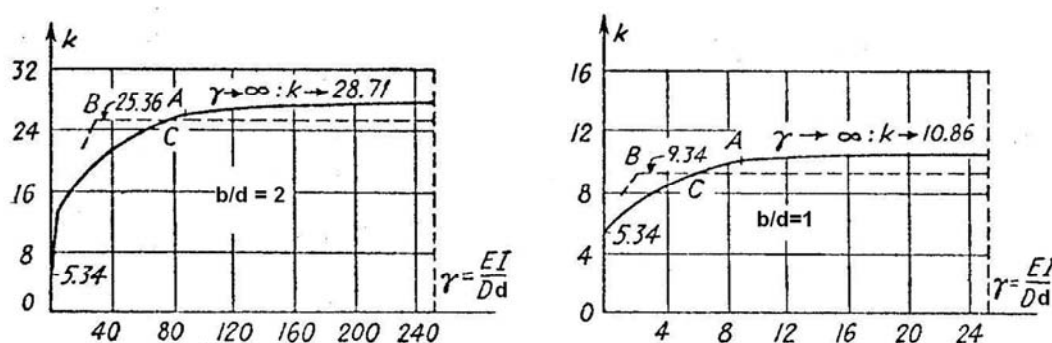


Figura 1-14

Una colección bastante completa de valores para los coeficientes C y γ^* se encuentra en la tabla XX de EM-62, que los tomó de la antigua norma DIN 4114. Se reproduce esta tabla en las Figura 1-15 y Figura 1-16.

C es un coeficiente de mayoración, obtenido experimentalmente por Massonnet, que de alguna manera tiene en cuenta el hecho de que las piezas reales no son perfectas, sino que presentan imperfecciones tales como excentricidades, tensiones residuales, etc., que hacen que los rigidizadores de las piezas reales solo garantizan que los paneles en que se subdividen el alma se comportan como apoyados en bordes rígidos cuando su inercia

cumple (1.31). El valor de C , comprendido entre 3 y 7, depende del tipo de sollicitación y de la disposición de rigidizadores.

La Norma NBE EA-95 da unas formulas simplificadas, que con la notación que se viene empleando en este documento, son las siguientes:

- Para rigidizadores transversales, esto es, perpendiculares a la directriz de la pieza:

$$I_0 \geq 1,5 \times \left(\frac{b}{50} \right)^4 \quad (1.32)$$

- Para rigidizadores longitudinales, paralelos a la directriz de la pieza:

$$I_0 \geq b \times t^3 \times (2,4\alpha^2 - 0,13) \quad (1.33)$$

La primera de estas fórmulas está tomada de antiguas ediciones de las Especificaciones del American Institute of Steel Construction, AISC, y conduce a resultados inseguros.

La fórmula (1.33) está basada en los estudios de Dubas para rigidizador longitudinal situado a $b/5$ del ala comprimida, caso 7 de la figura 21.16, aproximando la formula exacta por una parábola (la EM-62 lo hace por dos rectas) y suponiendo $\delta = \frac{A}{bt} = 0,1$, en

donde A es el área de la sección del rigidizador. La EA-95 no considera el coeficiente C , que según Massonnet debe ser $C = 7$ para este caso. Obsérvese que los rigidizadores transversales no absorben ninguna carga antes de que la chapa abolle, a excepción de cargas verticales concentradas. No ocurre lo mismo con los rigidizadores longitudinales, que al ser paralelos a las alas estarán sometidos a tensiones normales, contribuyendo a aumentar la inercia de la pieza, aunque por razones económicas suele ser habitual no emplear rigidizadores horizontales para vigas de menos de 2,0 o 2,5 m de canto. Estudiaremos con detalle su comportamiento en el Tema 22 siguiente.

Otro tipo de rigidizadores que muy frecuentemente es necesario emplear, son los transversales situados en puntos de aplicación de cargas concentradas o reacciones. La Instrucción EM-62 indica que estos rigidizadores, cuya colocación es obligatoria, se calcularan como soportes biarticulados en las alas sometidas a la carga concentrada o reacción correspondiente; puede considerarse que una parte del alma, de anchura igual a $20 \times t$ forma parte del rigidizador. Al estudiar más adelante las teorías modernas que toman en consideración la resistencia poscrítica de los paneles, se indicarán las reglas de dimensionamiento de rigidizadores contenidas en el Eurocódigo 3 y en las Recomendaciones RPX-95 y RPM-95, más realistas y seguras que las contenidas en EA-95 y que incluyen no sólo requisitos de rigidez, sino de resistencia para poder resistir los esfuerzos que aparecen en el panel en el dominio poscrítico.

TABLA XX. Valores del coeficiente de rigidez

Carga y disposición de rigidizadores		Domio de validez	Valores de T^*	C
Tensiones de compresión con ley lineal de repartición				
1 1 Rigidizador longitudinal en el centro de la altura		$0 \leq \psi \leq 1$ $a = \rho \cdot b$	$\rho < \sqrt{8(1+2\delta)-1}$ $T^* = (0,53 + 0,47\psi) \left\{ \frac{\rho^2}{2} [16(1+2\delta)-2] - \frac{\rho^4}{2} + \frac{1+2\delta}{2} \right\}$ $\rho > \sqrt{8(1+2\delta)-1}$ $T^* = (0,53 + 0,47\psi) \left\{ \frac{1}{2} [8(1+2\delta)-1]^2 + \frac{1+2\delta}{2} \right\}$	3
2 2 Rigidizadores longitudinales a los tercios de la altura		$\psi = 1$ $a = \rho \cdot b$	$\rho < \sqrt{18(1+3\delta)-1}$ $T^* = \frac{\rho^2}{3} [36(1+3\delta)-2] - \frac{\rho^4}{3} + \frac{1+3\delta}{3}$ $\rho > \sqrt{18(1+3\delta)-1}$ $T^* = \frac{1}{3} [18(1+3\delta)-1]^2 + \frac{1+3\delta}{3}$	4
3 1 Rigidizador transversal al centro de la longitud		$0 \leq \psi \leq 1$ $a = \rho \cdot b$	$0,4 \leq \rho \leq 1,4$ $T^* = \frac{4 \left(\frac{4}{\rho^2} - \frac{\rho^2}{4} \right)}{\pi^2 \rho \left(1 - \frac{\pi^2 \rho^4}{12 \rho^2 - 48} \right)}$ $\rho > 1,4$ Prácticamente sin efecto	3
4.1 Rigidizador transversal y otro longitudinal cruzándose en el centro del recuadro.		$0,9 \leq \rho \leq 1,1$	$T^* = \frac{(1+\rho^2)^2 (4(1+2\delta)-1)}{2(1+\rho \cdot \rho^3)}$, $\gamma = \frac{T_Q}{T_L} = \frac{I_Q}{I_L}$ L se refiere al rigidizador longitudinal y Q al transversal.	3
Tensiones debidas a flexión pura				
5.1 Rigidizador longitudinal en el centro de la altura		$\psi = -1$ $a = \rho \cdot b$	$T^* = 1,3$	3
6.1 Rigidizador longitudinal a la distancia b/4 del borde comprimido		$\psi = -1$ $a = \rho \cdot b$	$\rho \leq 0,5$ $T^* = 2,4 + 18,4 \delta$ $\rho > 0,5$ $T^* = (12 + 92 \delta) (\rho - 0,3)$ y como valor máximo: $T^* = 16 + 200 \delta$	6
7 1 Rigidizador longitudinal a la distancia b/5 del borde comprimido		$\psi = -1$ $a = \rho \cdot b$	$0,5 \leq \rho \leq 1,0$ $T^* = (21,3 + 112,6 \delta) (\rho - 0,1)$ $\rho > 1,0$ $T^* = (32,0 + 168,9 \delta) (\rho - 0,4)$ y como valor máximo: $T^* = 50 + 200 \delta$	7
8 1 Rigidizador transversal al centro de la longitud.		$\psi = -1$ $a = \rho \cdot b$	$0,6 \leq \rho \leq 0,935$ $T^* = 6,2 - 12,7 \rho + 6,5 \rho^2$ $\rho > 0,935$ Prácticamente sin efecto.	3
9. 2 Rigidizadores idénticos a distancias b/4 y b/2 del borde comprimido.		$\psi = -1$ $a = \rho \cdot b$	$\rho \leq 0,5$ $T^* = 1,9 + 10,5 \delta$ $\rho \leq 0,5$ $T^* = (7 + 50 \delta + 27 \delta^2) \rho - (1,6 + 14,5 \delta + 13,5 \delta^2)$ y como valor máximo: $T^* = 8 + 10 \delta (7 + 20 \delta)$	6

Figura 1-15

TABLA XX (continuación)

Carga y disposición de rigidizadores		Dominio de validez	Valores de τ^*	C
Tensiones tangenciales uniformemente repartidas				
10.1 Rigidizador longitudinal en el centro de la altura		$0,5 \leq \rho \leq 2,0$	$\tau^* = 5,4 \rho^2 (2\rho + 2,5\rho^2 - \rho^3 - 1)$	3
11.2 Rigidizadores longitudinales iguales a los tercios de la altura		$0,3 \leq \rho \leq 1,0$	$\tau^* = 12,1 \rho^2 (4,4\rho - 1)$	4
12.1 Rigidizador longitudinal al cuarto de altura		$0,5 \leq \rho \leq 2,0$	$\tau^* = 7,2 \rho^2 (1 - 3,3\rho + 3,9\rho^2 - 1,1\rho^3)$	6
13.1 Rigidizador transversal al centro de la longitud		$0,5 \leq \rho \leq 2,0$	$\tau^* = \frac{5,4}{\rho} \left(\frac{2}{\rho} + \frac{25}{\rho^2} - \frac{1}{\rho^3} - 1 \right)$	3
14.2 Rigidizadores transversales iguales a los tercios de la longitud.		$1,0 \leq \rho \leq 3,3$	$\tau^* = \frac{12,1}{\rho} \left(\frac{4,4}{\rho} - 1 \right)$	3
15.1 Rigidizador transversal al cuarto de la longitud.		$0,5 \leq \rho \leq 2,0$	$\tau^* = \frac{7,2}{\rho} \left(1 - \frac{3,3}{\rho} - \frac{3,9}{\rho^2} - \frac{1,1}{\rho^3} \right)$	3
16. Chapa de longitud indefinida reforzada por rigidizadores transversales equidistantes.		$0,2 \leq \rho \leq 1$	$\tau^* = \frac{28}{\rho} - 20\rho$	3
17.1 Rigidizador longitudinal y otro transversal cruzándose en el centro del recuadro.		$0,5 \leq \rho \leq 2,0$	$\tau^* = 6,0 \frac{(1+\rho^2)^2}{\frac{1}{\rho} + \rho^3}$ $\tau = \frac{\tau_Q^*}{\tau_L^*} = \frac{I_Q}{I_L}$ L se refiere al rigidizador longitudinal y Q al transversal.	3
18.2 Rigidizadores idénticos a distancias b/4 y b/2 del borde comprimido.		$0,5 \leq \rho \leq 2,5$	$\tau^* = \frac{\rho}{4,4} (2,7\rho^4 - 21,06\rho^3 + 56,97\rho^2 - 15,56\rho - 1,00)$	6

Figura 1-16

2 ABOLLADURA POR TENSIONES NORMALES EN RÉGIMEN POSCRÍTICO.

2.1 RESISTENCIA POSCRÍTICA DE PANELES SOMETIDOS A TENSIONES NORMALES.

Tal como se indicó en el tema anterior, se sabe desde hace muchos años que la capacidad resistente de un panel no se agota cuando comienza a abollar. De hecho, a partir de ese instante puede absorber incrementos de carga, que pueden ser importantes, y a los que se denomina **resistencia poscrítica** del panel.

Los métodos para determinar esta resistencia poscrítica, puestos a punto por diversos investigadores a partir de 1930, se basan en general en modelos plásticos de agotamiento y suelen tener un ajuste muy bueno con la experimentación disponible.

En el presente capítulo se tratará de la determinación de la **resistencia última** de paneles, suma en general de su resistencia precrítica y de la poscrítica. En general seguiremos lo indicado en la última revisión del Eurocódigo 3, EN 1993-1-5, que en lo sucesivo designaremos abreviadamente como EC3-1-5

2.1.1 ESBELTEZ ADIMENSIONAL DE UN PANEL.

Recordemos lo que sucede a una pieza ideal sometida a compresión simple. Cuando la tensión a que la somete la compresión exterior alcanza el valor:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

al que se denomina **tensión crítica de Euler**, la pieza puede adoptar dos formas de equilibrio, una recta y otra curva (bifurcación de equilibrio). Si conocemos el valor de σ_{cr} , la esbeltez de la pieza para la que se produce el pandeo de Euler a dicha tensión σ_{cr} será:

$$\lambda = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cr}}}$$

Se denomina **esbeltez de Euler** a la de una pieza cuya tensión crítica de Euler coincide con su límite elástico, por lo que será:

$$\lambda_E = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

En una pieza comprimida se denomina **esbeltez adimensional** al cociente:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_E} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$$

Aplicando este concepto a un panel rectangular sometido a tensiones normales, esto es comprimido y/o flectado, el valor de la tensión crítica ideal de abolladura viene dado por (1.7.a),

$$\sigma_{cri} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k_\sigma \quad (1.7.a)$$

Por analogía con la pieza comprimida, se define la **esbeltez adimensional del panel** como:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cri}}} = \frac{\sqrt{f_y}}{\sqrt{\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k_\sigma}} = \frac{b}{t} \times \frac{1}{\frac{435,66}{\sqrt{235}} \times \frac{\sqrt{235}}{\sqrt{f_y}} \sqrt{k_\sigma}} = \frac{b}{t} \times \frac{1}{28,4 \times \varepsilon \times \sqrt{k_\sigma}} \quad (2.1)$$

De la misma forma, la esbeltez adimensional para paneles sometidos a cortadura valdrá:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sqrt{3} \tau_{cri}}} = \frac{b}{t} \times \frac{1}{\sqrt{\sqrt{3}} \times 28,4 \times \varepsilon \times \sqrt{k_\tau}} = \frac{b}{t} \times \frac{1}{37,4 \times \varepsilon \times \sqrt{k_\tau}} \quad (2.2)$$

Se recuerda que, en las expresiones anteriores es $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$, siendo f_y el límite elástico del acero con el que se fabrica el panel, expresado en N/mm^2

2.1.2 CONCEPTO DE ANCHO EFECTIVO.

Sea un panel rectangular de ancho b y longitud a , Figura 2-1, sometido a compresión uniforme mediante un esfuerzo axial N_x , uniformemente repartido sobre la sección $b \times t$ del panel, que se supone aumenta progresivamente. El ancho b se tomará igual a la altura h_w en el caso de almas, a la anchura b en el caso de alas entre dos almas, al vuelo libre c en el caso de alas o al lado menos 3 espesores, $b - 3t$, en el caso de tubos rectangulares o cuadrados.

Para valores pequeños de N_x , la tensión σ_x que ocasiona en la sección del panel puede suponerse que es uniforme; todo el panel trabaja por igual, figura 22.1, a.

Al ir aumentando N_x de valor, la distribución de tensiones σ_x deja de ser uniforme; comienzan a ser apreciables los movimientos η normales al plano del panel, especialmente en la zona central del mismo.

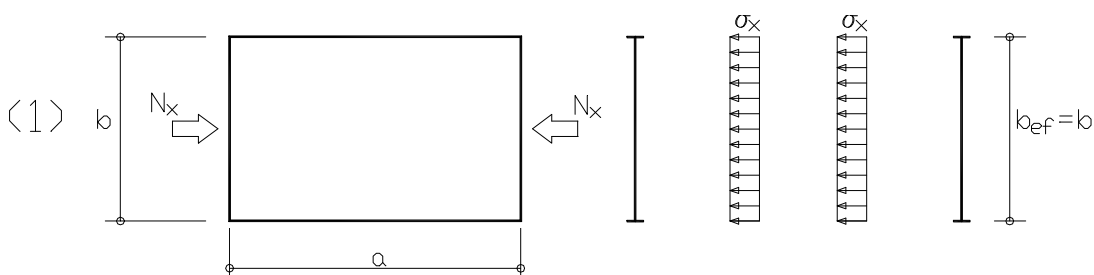


Figura 2-1

Estas zonas centrales se descargan en las contiguas a las alas. Las tensiones se hacen menores en la zona central y mayores en las zonas extremas, más rígidas por estar unidas a las alas, Figura 2-2.

El panel deja de trabajar uniformemente; se admite o supone que la parte central del panel deja de ser efectiva para resistir esfuerzos y que sólo dos partes de anchuras $b_{ef}/2$, contiguas a cada uno de los bordes, resisten la sollicitación exterior.

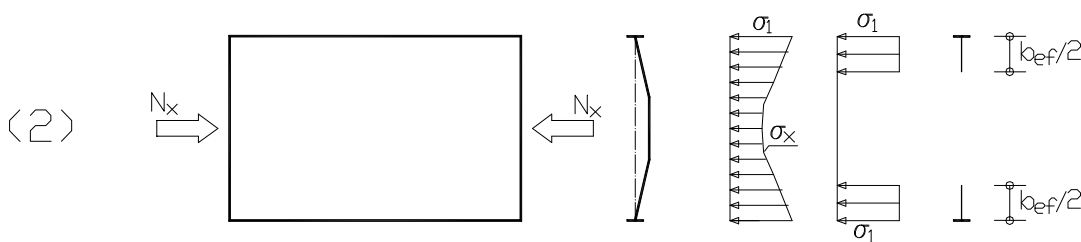


Figura 2-2

Al seguir aumentando N_x se acusa cada vez más la diferencia entre las tensiones en el centro y en los bordes del panel. Se admite que éste agota su capacidad resistente cuando la tensión máxima en los bordes alcanza el valor f_y , Figura 2-3

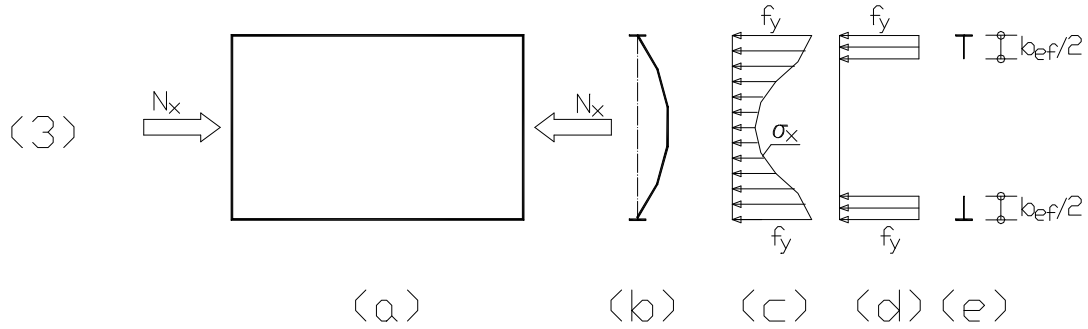


Figura 2-3

Se denomina **ancho efectivo** b_{eff} de un panel sometido a una determinada tensión máxima a la anchura de otro panel ficticio tal que su tensión crítica ideal de abolladura sea igual a la tensión máxima en el panel real; se observa, por tanto, que el ancho efectivo depende de la tensión máxima en el panel real, aunque en general se calcula suponiendo que la tensión máxima es igual al límite elástico del acero del panel, ya que es la situación más desfavorable posible.

La tensión crítica ideal de abolladura en el panel ficticio de ancho b_{eff} valdrá:

$$\sigma_{cri, fict} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b_{eff}} \right)^2 k_\sigma = 0,9E \left(\frac{t}{b} \right)^2 k_\sigma \left(\frac{b}{b_{eff}} \right)^2 = \sigma_{cri} \times \left(\frac{b}{b_{eff}} \right)^2$$

siendo σ_{cri} la tensión crítica ideal de abolladura del panel real de ancho b . Por tanto podremos escribir:

$$\sigma_{max} = \sigma_{cri} \left(\frac{b}{b_{eff}} \right)^2$$

De aquí se obtiene sin dificultad:

$$b_{eff} = b \sqrt{\frac{\sigma_{cri}}{\sigma_{max}}} = \frac{b}{\sqrt{\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{cri}}}} \quad (2.3)$$

Cuando σ_{max} alcanza el valor f_y , se agota la capacidad resistente del panel y será:

$$\sqrt{\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{cri}}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cri}}} = \bar{\lambda}$$

que es la esbeltez adimensional del panel real, dada por (2.1) o por (2.2), según que el panel esté sometido a tensiones normales o tangenciales. Sustituyendo en (2.3) resulta finalmente:

$$b_{eff} = \frac{b}{\bar{\lambda}} \quad (2.4)$$

Esta expresión fue deducida por Von Kármán en 1932. Winter propuso en 1947 una variante, mejor ajustada a los resultados experimentales, que fue recogida en las Recomendaciones americanas del AISC y en el Eurocódigo 3. La fórmula propuesta por Winter es:

$$b_{eff} = \frac{b(\bar{\lambda} - 0,22)}{\bar{\lambda}^2}$$

que puede escribirse en la forma:

$$b_{eff} = b \times \rho \quad (2.5)$$

$$\text{con } \rho = (\bar{\lambda} - 0,22) \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \quad (2.6.a)$$

válida para $\bar{\lambda} \geq 0,67$ y debiendo tomarse $\rho = 1$ para $\bar{\lambda} < 0,67$. En EC3-1-5 se proponen dos modificaciones para (2.6.a), una para paneles rigidizados en los dos bordes paralelos a la compresión y otra para paneles con un borde libre; la primera de ellas corrige algunas inconsistencias de la misma entre el valor de $\bar{\lambda}$ necesario para que el panel sea completamente eficaz y el límite de la relación b/t para que una sección pueda considerarse como de clase 3, e incorpora además explícitamente la relación ψ entre las tensiones en los dos bordes del panel. Las expresiones citadas son:

$$\text{Para paneles con dos bordes rigidizados, } \rho = [\bar{\lambda} - 0,055(3 + \psi)] \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \quad (2.6.b)$$

$$\text{Para paneles con un borde libre, } \rho = (\bar{\lambda} - 0,188) \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \quad (2.6.c)$$

¿Cuánto vale el ancho eficaz cuando la tensión σ_{max} es inferior al límite elástico del acero que forma el panel? Se puede resolver este problema sin más que imaginar que el panel está fabricado con un acero ficticio de límite elástico σ_{max} y calcular la esbeltez adimensional $\bar{\lambda}$ según (2.1) o (2.2), pero tomando para ε el valor $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{\sigma_{max}}}$ en vez del

$$\text{valor } \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

dado en el apartado 2.1.1 y a continuación aplicar (2.5) con ρ dado por (2.6.a) o por (2.6.b). Así lo admite EC3-1-5 en su artículo 4.4. (4), con lo que se obtienen anchos eficaces tanto mayores cuanto menor sea σ_{max} , lo que también puede deducirse de la simple inspección de la Figura 2-1, Figura 2-2 y Figura 2-3.

Constituye una excepción a lo que se acaba de decir el cálculo de piezas comprimidas con elementos de clase 4, para los que debe emplearse o bien f_y en vez de σ_{max} , o bien σ_{max} calculada en teoría de segundo orden y considerando las imperfecciones globales de la estructura, según indica EC3-1-5, artículo 4.4. (5). Es evidente que sólo en muy contadas ocasiones se recurrirá a esta última solución, siendo mucho más sencillo emplear directamente f_y en la determinación de anchos eficaces de secciones comprimidas con elementos de clase 4.

2.1.3 APLICACIONES. RESISTENCIA DE SECCIONES DE CLASE 4.

Se acaba de indicar que EC 3, parte 1-5, trata un panel total o parcialmente comprimido, de clase 4, de anchura real b , y sujeto por tanto a fenómenos de abolladura, suponiendo que equivale a otro panel ficticio de anchura b_{eff} , no sujeto a dichos fenómenos. La relación entre el ancho real b y el eficaz b_{eff} viene dada por las expresiones (2.5).

En las tablas 4.1 y 4.2, de EC 3 1-5, Figura 2-4 y Figura 2-5, se indica dónde situar la zona o ancho efectivo, que coincide con lo indicado en la figura 22.1 para paneles uniformemente comprimidos. Además, y como anunciamos en el Tema 21 anterior, incluyen los valores del parámetro k_σ a emplear en la determinación de la esbeltez relativa $\bar{\lambda}$ del panel.

En líneas generales, la zona efectiva se sitúa contigua a los bordes rigidizados. En particular, para almas de vigas flectadas, Figura 2-4, con parte de las mismas comprimidas y partes traccionadas, $b = b_c + b_t$, se tomará:

$$b_{eff} = b_c \times \rho \quad (2.7)$$

siendo b_c la altura de la parte comprimida del alma y b_t la de la parte traccionada. Este ancho efectivo del alma se dividirá en dos partes, una de ancho $0,4 \times b_{eff}$ contigua al ala comprimida, y otra de ancho $0,6 \times b_{eff} + b_t$, que comprende la parte restante del ancho efectivo y el ancho de la parte traccionada, que se supondrá contigua al ala traccionada.

Table 4.1: Internal compression elements

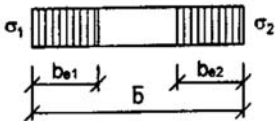
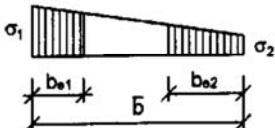
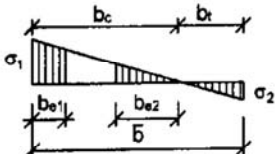
Stress distribution (compression positive)				Effective ^p width b_{eff}		
				$\psi = 1:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,5 b_{eff}$		
				$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff} \quad b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$		
				$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,6 b_{eff}$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -2$
Buckling factor k_σ	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Figura 2-4

Table 4.2: Outstand compression elements

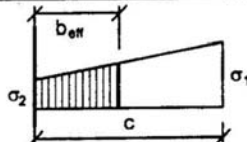
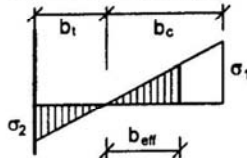
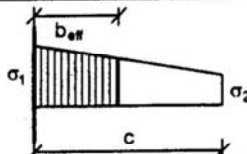
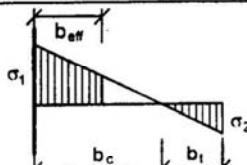
Stress distribution (compression positive)		Effective ^p width b_{eff}			
	$1 > \psi \geq 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho c$				
	$\psi < 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho b_c = \rho c / (1 - \psi)$				
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$	
Buckling factor k_σ	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$	
	$1 > \psi \geq 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho c$				
	$\psi < 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho b_c = \rho c / (1 - \psi)$				
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Buckling factor k_σ	0,43	$0,578 / (\psi + 0,34)$	1,70	$1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$	23,8

Figura 2-5

La fórmula (22.7) se aplica a todos los paneles con zonas traccionadas y comprimidas, pero si uno de los bordes del panel es libre, la parte efectiva de la zona comprimida no se dividirá en dos partes, sino que se situará como un bloque único lo más cerca posible del borde rigidizado. Véase la tabla 4.2 de EC 3 1-5, Figura 2-5.

El no poder contar a efectos resistentes con la parte no eficaz del panel, obliga a calcular las características resistentes del mismo iterativamente.

La resistencia de una sección con paneles de clase 4, se determinará empleando las características efectivas. De acuerdo con EC 3 1-1, artículos 6.2.4 y 6.2.5 se tomará:

$$N_{c,Rd} = \frac{A_{eff} \times f_y}{\gamma_{M0}}; \quad M_{c,Rd} = \frac{W_{eff} \times f_y}{\gamma_{M0}} \quad (2.8.a, b)$$

En las expresiones anteriores, $N_{c,Rd}$ y $M_{c,Rd}$ son el axil y el flector máximos que puede resistir la sección. Por tanto, la verificación de la sección cuando esté sometida sólo a compresión uniforme o sólo a flexión se realizará comprobando que:

$$N_{Sd} \leq N_{c,Rd} ; \quad M_{Sd} \leq M_{c,Rd} \quad (2.9.a,b)$$

Cuando la sección está sometida simultáneamente a compresión y a flexión, EC 3 1-1, indica en el artículo 6.2.9.3 que la sección será segura mientras se cumpla que:

$$\frac{N_{Sd}}{A_{eff}} + \frac{M_{y,Sd} + N_{Sd} \times e_{Ny}}{W_{eff,y}} + \frac{M_{z,Sd} + N_{Sd} \times e_{Nz}}{W_{eff,z}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (2.10.a)$$

En esta expresión e_{Ny} y e_{Nz} son las distancias en las direcciones Y y Z entre el centro de gravedad de la sección efectiva a esfuerzos axiales y la sección bruta. A_{eff} se calculará suponiendo que la sección sólo está sometida a compresión y W_{eff} se determinará suponiendo que la pieza sólo está sometida a flexión. Obsérvese que las secciones efectivas serán diferentes en general en ambos casos.

Como alternativa, EC3 1-5 autoriza a proceder de esta otra manera, que parece más rigurosa:

- Con los valores de N_{Sd} , $M_{y,Sd}$ y $M_{z,Sd}$, y a partir de las características de la sección total o bruta, se determina una primera distribución de tensiones, y a partir de ella los valores de ψ para los distintos paneles de la sección, los valores de k_σ , las esbelteces $\bar{\lambda}$ y los anchos efectivos b_{eff} .
- A continuación se calcularán las características efectivas A_{eff} y W_{eff} de la nueva sección, en la que se supondrá espesor nulo para las zonas no efectivas.

- Con estos valores eficaces se determinará una nueva distribución de tensiones y unas nuevas características efectivas. Afortunadamente, el proceso converge muy rápidamente.

La sección será segura mientras que sea:

$$\sigma_{max} \leq f_y / \gamma_{M0} \quad (2.10.b)$$

La resistencia a compresión de una pieza con paneles de clase 4 sometida a compresión centrada será, según EC 3 1-1, artículo 6.3.1,

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \times A_{eff} \times f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.11)$$

Como ya se ha indicado, en este caso, A_{eff} debe calcularse suponiendo que toda la sección está sometida a una compresión uniforme de valor f_y , no siendo aplicable el método alternativo que acabamos de exponer para la comprobación de secciones.

Si en la sección existen rigidizadores longitudinales, se comprobarán según se indicará más adelante en el apartado 2.2. siguiente.

2.2 PANELES CON RIGIDIZADORES LONGITUDINALES SOMETIDOS A TENSIONES NORMALES.

En vigas de luces importantes, y muy especialmente en puentes metálicos o mixtos, es muy frecuente utilizar almas de gran canto, superior a 2,0 m, y secciones en cajón, en las que existen fondos de gran anchura, a veces superior a 10,0 m.

Es evidente que, con estas dimensiones, el efecto de la abolladura tiene que ser muy acusado a no ser que se empleen espesores monstruosos en estos elementos, lo que es siempre antieconómico y a veces impracticable técnicamente.

Por ello se recurre a rigidizar estos elementos, almas o fondos, mediante rigidizadores transversales y longitudinales, Figura 2-6.

En lo que sigue supondremos que los **rigidizadores transversales** son **ultrarrígidos**, de forma que forman líneas nodales en la deformada por abolladura del elemento al que sirven. Los rigidizadores longitudinales dividen el panel en estudio en subpaneles, limitados por dos rigidizadores transversales y dos longitudinales o por dos transversales, un longitudinal y un borde, que puede ser libre o estar formado por una de las alas de la viga si el panel forma parte del alma de la misma, o por un alma si el panel es parte de un fondo.

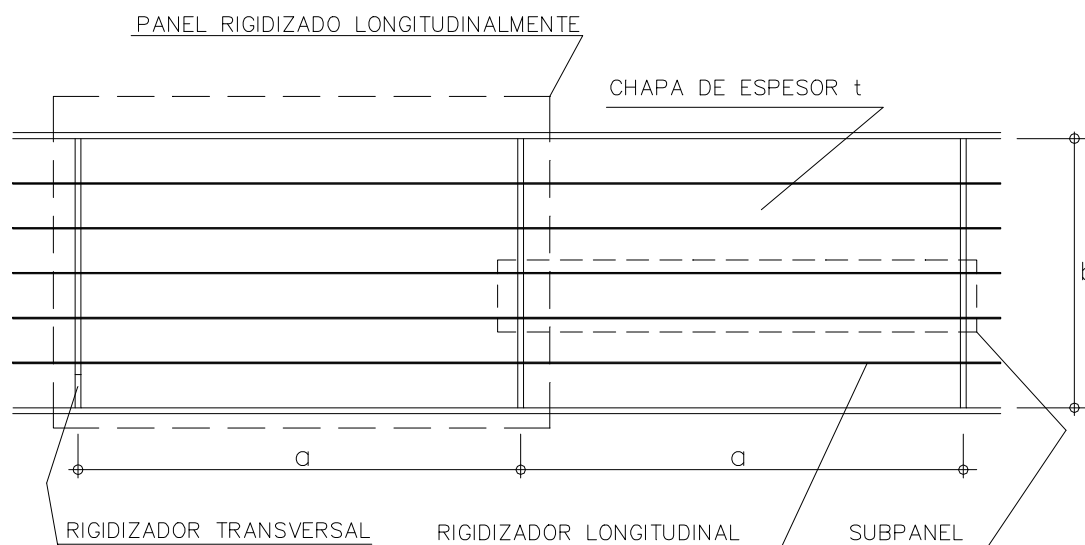


Figura 2-6

Los rigidizadores longitudinales tienen como misión dividir el ancho b del panel en subpaneles de ancho b_c y con relación b_c/t mucho menor, aumentando por tanto la resistencia a abolladura al aumentar el ancho eficaz; adicionalmente aumentan el área de la sección del panel. En principio no tienen por qué ser ultrarrígidos, aunque lógicamente su efectividad aumenta con su rigidez.

En los apartados siguientes se comienza por estudiar el fenómeno de la flexibilidad frente al rasante. Aunque no es un fenómeno de abolladura, conviene estudiarlo en este punto porque sus efectos son apreciables especialmente en alas o fondos de gran anchura, son similares en cierta manera a los de la abolladura y se superponen a ellos. A continuación estudiaremos el caso de los fondos comprimidos de vigas cajón, tan frecuente en puentes mixtos españoles, y finalmente el caso de almas flectadas provistas de rigidizadores longitudinales.

2.2.1 FLEXIBILIDAD FRENTE AL RASANTE.

En un ala de gran anchura, aun en ausencia de fenómenos de abolladura, la distribución de tensiones no es la uniforme deducida de la teoría elemental de la Resistencia de Materiales. En dichas alas, Figura 2-7, las tensiones son mayores junto a las almas, y más pequeñas cuanto más nos alejemos de éstas.

También en el estudio de este fenómeno se utiliza el concepto de ancho eficaz. Para evitar confusiones entre los dos anchos eficaces y siguiendo las indicaciones de EC3 1-5, se designará, de ahora en adelante, como $b_{eff,s}$ el debido a la flexibilidad frente al rasante, y como $b_{eff,p}$ el debido a la abolladura del panel.

El ancho eficaz, $b_{eff,s}$ puede calcularse a partir del ancho real b mediante la expresión:

$$b_{eff,s} = \psi_{el} \times b \quad (2.19)$$

El valor del factor ψ_{el} cuando el acero está en régimen elástico, puede deducirse utilizando métodos propios de la Elasticidad en teoría de primer orden, y en particular, las teorías de Pelikan o Massonnet, que pueden consultarse en textos especializados. Depende fundamentalmente de la relación b/L entre el semiancho b de ala tributario de un alma, figura 22.6, y la luz L en la que la ley de momentos flectores tiene signo constante, así como del signo de dicha ley.

Sus valores vienen dados para diferentes casos en la tabla 4.5 de RPM-95 y en la tabla 3.1 de EC 3 1-5, que se reproduce como figura 22.7. En esta última aparece explícitamente el factor κ , que en la tabla de RPX-95 aparece en el artículo 4.5.2.

El valor de ψ_{el} a tomar en cada tramo de la viga, la luz L a considerar en las fórmulas que dan ψ_{el} y una fórmula para calcular la distribución de tensiones real en régimen elástico se dan en la figura 4.5.1 de RPM-95, que se reproduce como figura 22.8.

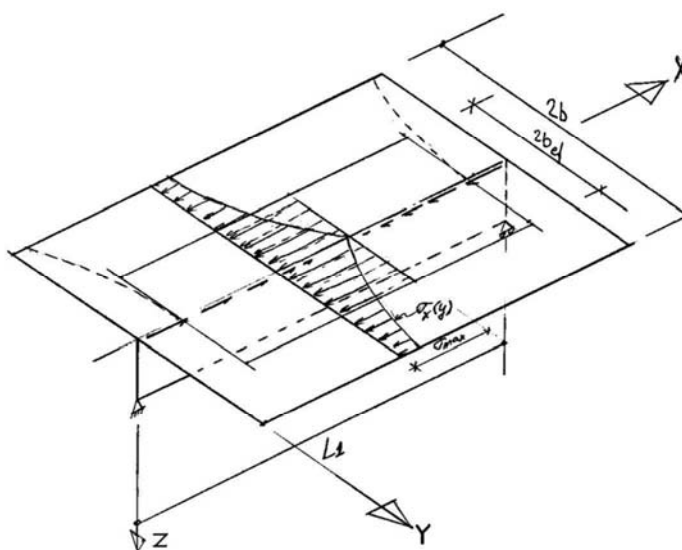


Figura 2-7.

Los valores de ψ_{el} deben utilizarse para la determinación de las características estáticas de la pieza en estado límite de servicio, necesarias para el cálculo de flechas y tensiones, especialmente en las comprobaciones frente a la fatiga.

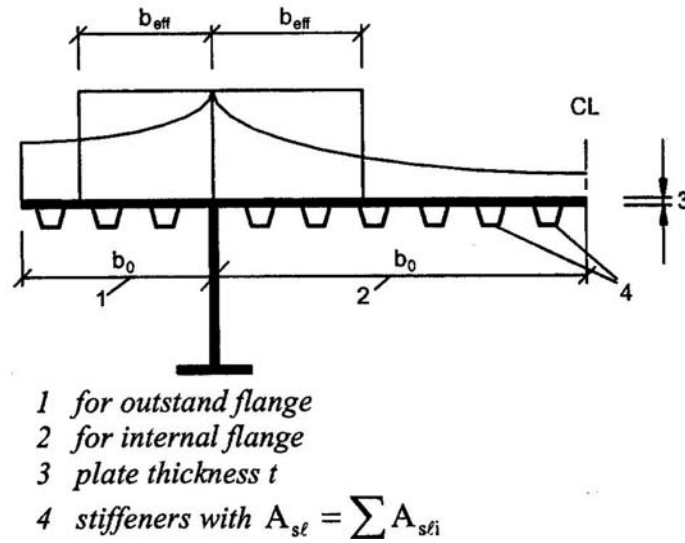


Figura 2-8

Cuando aumentan las cargas, las tensiones comienzan a alcanzar el valor del límite elástico f_y del acero, su distribución se hace más uniforme, aumenta el ancho eficaz y dejan de ser válidas las teorías en régimen elástico que han servido de base para la determinación de ψ_{el} .

En este caso, de acuerdo con RPM y RPX-95, debe sustituirse ψ_{el} por ψ_{ult} , que viene dado según dichas Instrucciones por:

$$\psi_{ult} = 2 \times \psi_{el} \leq 1,0 \quad (2.13)$$

EC3 1-5 no da una expresión tan sencilla como la 2.13. En su artículo 3.3 indica tres posibles métodos, dejando la elección entre los mismos en manos del Documento Nacional de Aplicación de cada país.

Si se admite el primer método o método elástico, se tomará:

$$\psi_{ult} = \psi_{el} \quad (2.14.a)$$

Si se admite el segundo método, o método de la interacción de la flexibilidad frente al rasante con la abolladura de la chapa, se determinará ψ_{ult} tal como se indica en la tabla de la Figura 2-9, pero tomando para α_0 el valor:

$$\alpha_0^* = \sqrt{\frac{A_{c,eff}}{b_0 \times t}} \quad (2.14.b)$$

κ	Verificar en	Valor de β
$\kappa \leq 0,20$		$\psi_{el} = 1,0$
$0,02 < \kappa \leq 0,70$	Zona de flectores positivos	$\psi_{el} = \psi_{el1} = \frac{1}{1 + 6,4 \times \kappa^2}$
	Zona de flectores negativos	$\psi_{el} = \psi_{el2} = \frac{1}{1 + 6 \times \left(\kappa - \frac{1}{2500 \times \kappa} \right) + 1,6 \times \kappa^2}$
$\kappa > 0,70$	Zona de flectores positivos	$\psi_{el} = \psi_{el1} = \frac{1}{5,9 \times \kappa}$
	Zona de flectores negativos	$\psi_{el} = \psi_{el2} = \frac{1}{8,6 \times \kappa}$
Para todo κ	Apoyo extremo	$\psi_{el0} = \left(0,55 + \frac{0,025}{\kappa} \right) \times \psi_{el1}$ pero $\psi_{el0} \leq \psi_{el1}$
Para todo κ	Ménsulas	$\psi_{el} = \psi_{el2}$ en el apoyo y en el extremo
$\kappa = \frac{\alpha_0 \times b_0}{L_e}$, siendo $\alpha_0 = \sqrt{1 + \frac{A_{sl}}{b_0 \times t}}$ y en donde A_{sl} es el área de todos los rigidizadores existentes dentro de la anchura b_0		

Figura 2-9

en vez del dado en la citada tabla. En esta expresión, $A_{c,eff}$ es el área eficaz de la sección, reducida por los efectos de la abolladura de acuerdo con lo indicado en los apartados anteriores. Si se admite el tercer método, o método elastoplástico, deberá tomarse:

$$\psi_{ult} = (\psi_{el})^{\kappa} \quad (2.14.c)$$

La expresión (2.13) tiene el valor de la sencillez, aunque puede estar algo del lado de la inseguridad.

El valor de ψ_{ult} , debe utilizarse en los cálculos en estado límite último, y por tanto, en la determinación de la resistencia del elemento en estudio. En este caso, existe una interacción entre el fenómeno de flexibilidad frente al rasante y los de abolladura, que estudiaremos en el apartado siguiente.

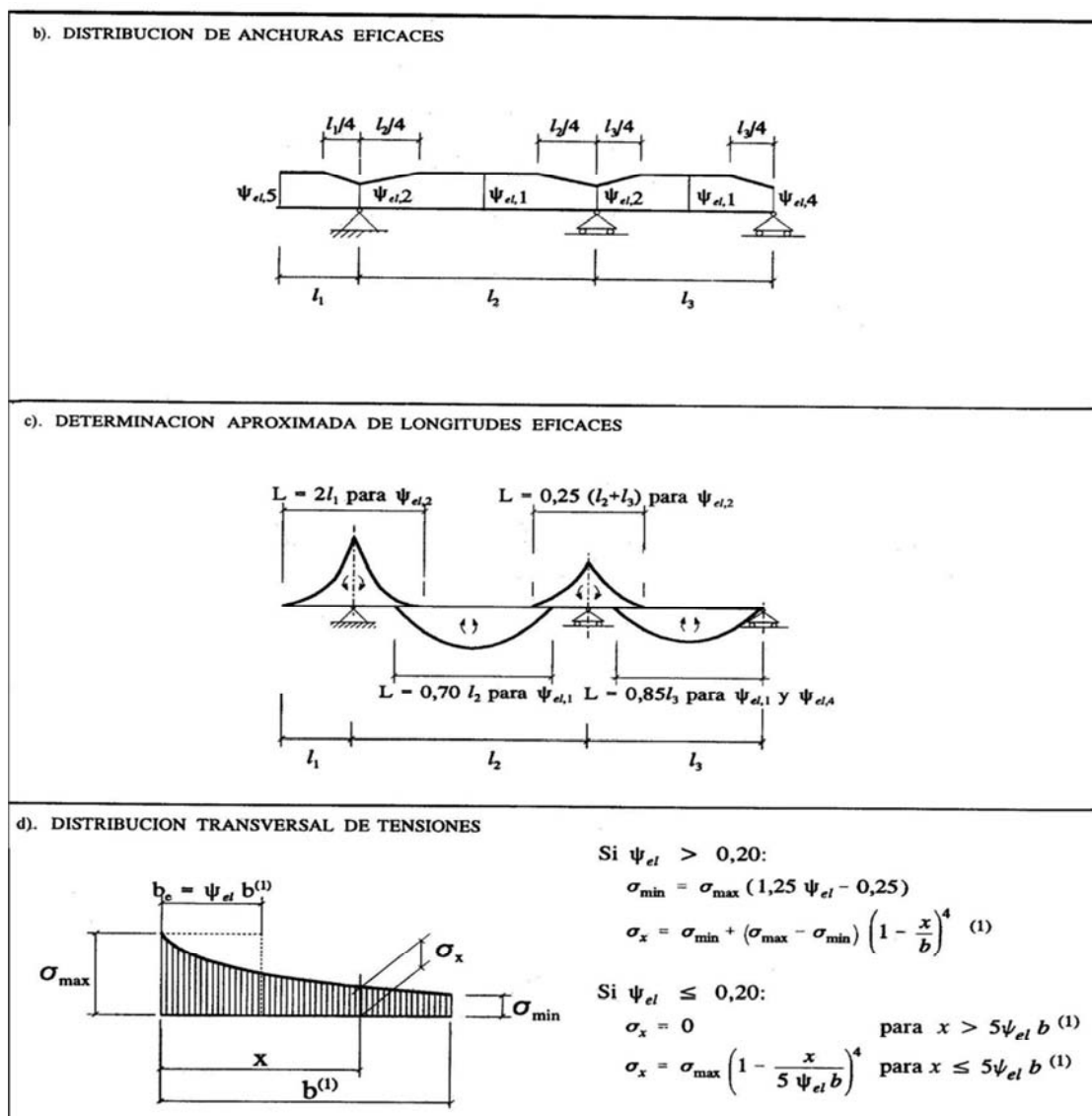


Figura 2-10

2.2.2 FONDOS COMPRIMIDOS DE VIGAS CAJÓN. GENERAL.

En puentes mixtos de sección en cajón se tiene con frecuencia chapas de anchuras importantes que pueden estar comprimidas de manera prácticamente uniforme por efecto de la flexión general de la sección, especialmente en las zonas de momentos

negativos, centradas en las pilas. Para evitar que el ancho eficaz del fondo sea muy pequeño en estas zonas, véase los expuesto en los apartados 2.1.2 y 2.1.3 anteriores, se recurre a rigidizarlo, mediante rigidizadores longitudinales y transversales, Figura 2-11. Los rigidizadores longitudinales dividen el fondo o la parte comprimida del alma en subpaneles de ancho b_c , que pueden ser diferentes, con una relación b_c/t mucho menor que la b/t del panel general, fondo o alma, con lo que se consigue disminuir su esbeltez y aumentar su ancho eficaz. En lo que sigue supondremos que al menos existen tres rigidizadores longitudinales.

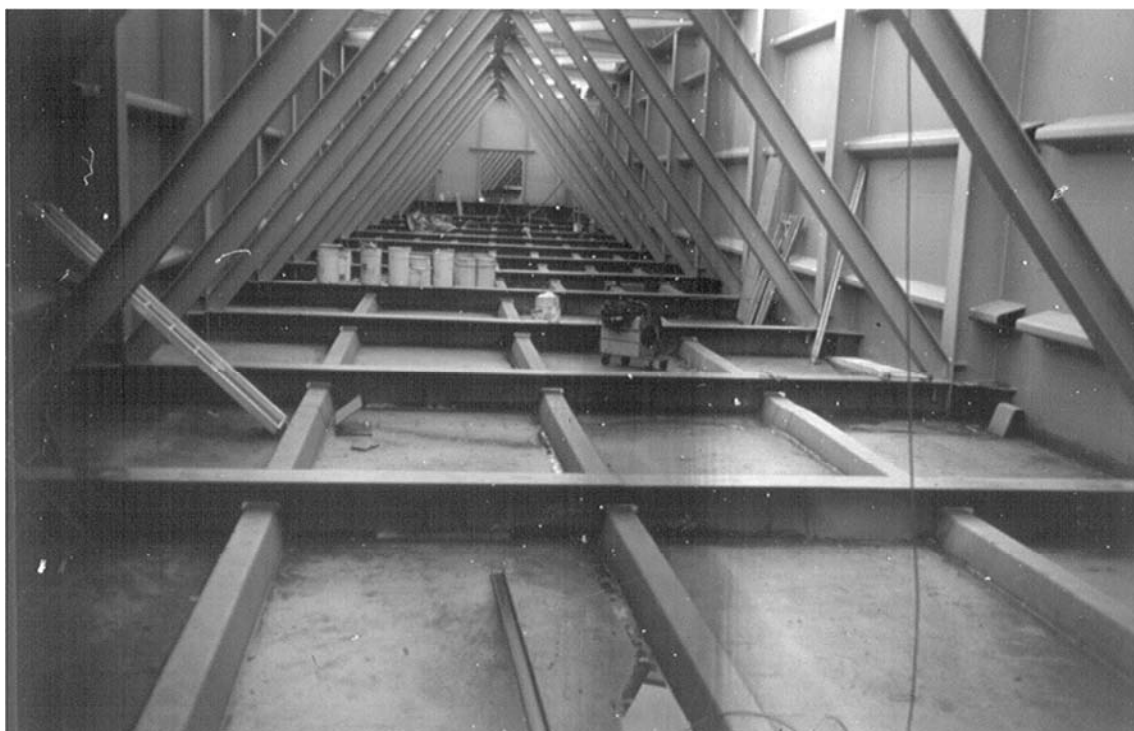


Figura 2-11

También es necesario utilizar rigidizadores longitudinales, además de los transversales, en la parte comprimida de las almas de vigas de gran canto, aunque en este caso se usan menos rigidizadores longitudinales, rara vez más de dos, y los paneles no están uniformemente comprimidos. Los estudiaremos en el apartado 2.2.6.

La utilización, cada vez más frecuente, de la denominada doble acción mixta, consistente en hormigonar estos fondos en las zonas comprimidas, no evita los fenómenos de abolladura por completo, ya que pueden estar trabajando antes del fraguado del hormigón.

El grado en que la rigidización aumenta la resistencia del fondo o panel general depende evidentemente de la rigidez de los propios rigidizadores longitudinales, que a su vez es función de su inercia y de la distancia a entre rigidizadores transversales. Si su

inercia es pequeña o la distancia a es grande, el rigidizador puede pandear en un plano normal al del panel, y será por tanto poco efectivo.

Las Recomendaciones RPM y RPX 95 indican que, aún para fondos traccionados, la distancia entre rigidizadores b_c , no debe ser superior a 120 veces el espesor de la chapa.

Se puede admitir que, en primer lugar, al cargar en compresión un panel rigidizado, abollan los distintos subpaneles que lo forman, pasando de tener un ancho b_c a tener un ancho efectivo $b_{eff,p}$ Figura 2-12 dado por las expresiones (2.5) ó (2.7):

$$b_{c,eff,p} = b_c \times \rho$$

En lo que sigue y para mayor claridad, se suprime el subíndice p cuando no haya peligro de confusión con los anchos eficaces debidos a la flexibilidad frente al rasante.

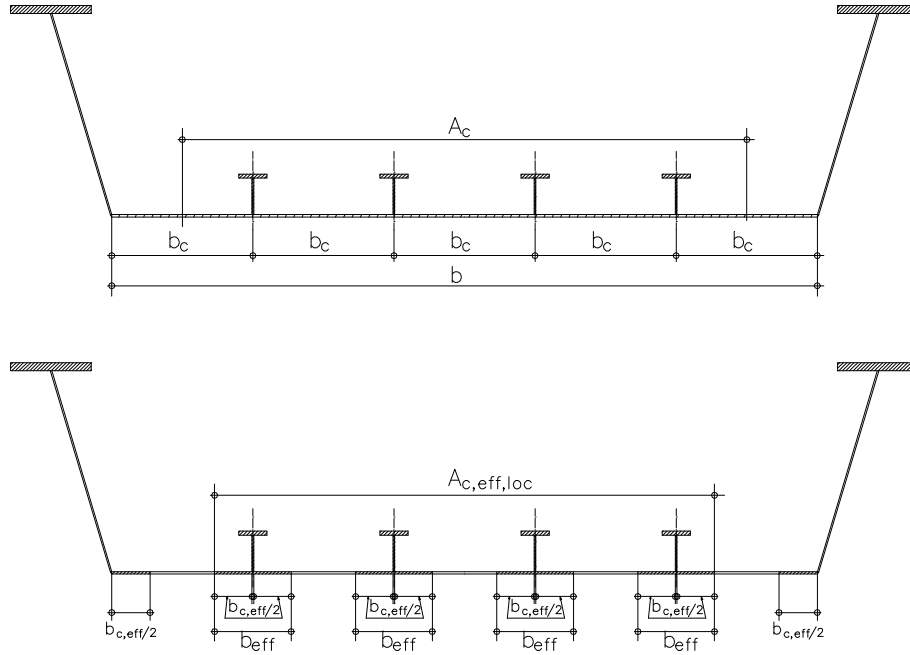


Figura 2-12 a, b

La expresión anterior también es aplicable a las distintas partes o subpaneles en que se descomponen los propios rigidizadores, aunque casi sin excepción éstos se dimensionan de forma que sean de clases 1 ó 2, con lo que en ellos será habitualmente $\rho = 1$.

Se denomina $A_{c,eff,loc}$ al área del panel que puede sufrir los efectos de la abolladura general, que estudiaremos seguidamente, ya reducida por los efectos de la abolladura local de los distintos subpaneles. Su valor vendrá dado por:

$$A_{c,eff,loc} = \sum_c (A_{sli,eff} + b_{eff} \times t) \quad (2.15)$$

en donde \sum_c se extiende en general a toda la parte comprimida del panel, excepto a la parte de aquellos subpaneles que no puedan pandear por estar sujetos por almas; $A_{sli,eff}$, es el área de cada rigidizador, ya reducida en caso necesario por los efectos de la abolladura local, sin incluir chapa colaborante; y b_{eff} , el ancho efectivo de chapa tributario de cada rigidizador, siendo en general $b_{eff} \approx 2 \times b_{c,eff} / 2 \approx b_{c,eff}$

Si se desea ser más preciso puede añadirse a este último valor el espesor del alma del rigidizador más dos veces el ancho de garganta de las soldaduras de unión de dicha alma a la chapa del panel.

Cuando se emplean rigidizadores cerrados, solución en general muy recomendable, es preciso tener en cuenta que existen subpaneles de dos anchos b_{c1} y b_{c2} , en general muy diferentes, Figura 2-13

Los subpaneles abarcados por el rigidizador suelen tener un ancho b_{c2} pequeño, del orden de 300 mm, con lo que suelen ser completamente eficaces, esto es, en ellos $\rho \approx 1$, lo que debe comprobarse en cada caso. Los subpaneles entre rigidizadores tienen anchos b_{c1} bastante mayores, por lo que no son completamente eficaces, Figura 2-13. En definitiva, el ancho eficaz tributario de cada rigidizador suele ser en los casos habituales:

$$b_{eff,2} = b_{c2} + \rho \times b_{c1} \quad (2.16)$$

En puentes móviles o de gran luz, en los que es preciso reducir el peso propio al mínimo posible, se emplea como piso sobre el que discurre el tráfico una disposición similar a la descrita, naturalmente con los rigidizadores bajo la chapa.

A esta disposición, para la que se suele reservar el nombre de *tablero ortotropo*, es aplicable cuanto acabamos de decir. Es conveniente indicar que, para evitar problemas serios de fatiga, la soldadura longitudinal de los rigidizadores al tablero debe hacerse a penetración completa, lo que requiere una adecuada preparación de bordes, Figura 2-17. En cambio, en los fondos rigidizados, sobre los que no discurre directamente el tráfico, la soldadura de los rigidizadores al fondo no necesita ser a penetración completa, bastando con dos cordones de soldadura en ángulo, Figura 2-14.

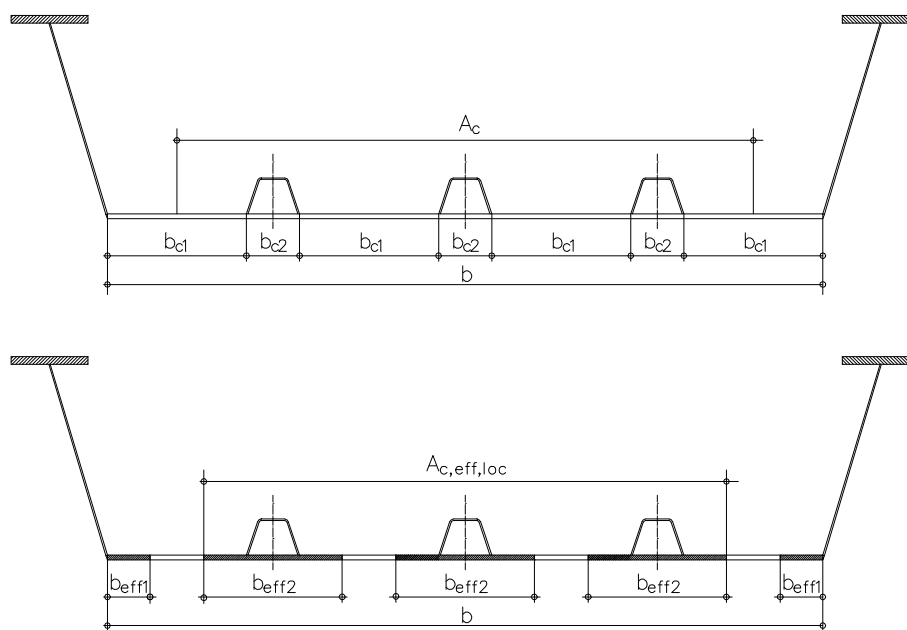


Figura 2-13 a,b

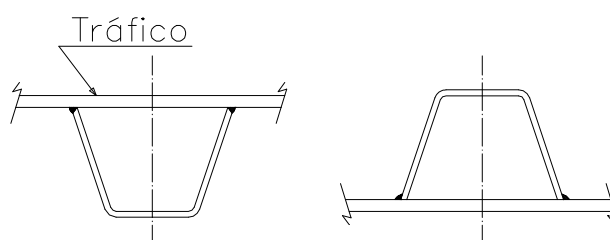


Figura 2-14 a,b.

Una vez estudiada la abolladura de los subpaneles será preciso considerar la abolladura general del panel. En una primera aproximación del lado de la seguridad, se puede imaginar que se han dado una serie de “cortes” longitudinales a lo largo de las líneas medias de cada subpanel, con lo que cada uno de estos subpaneles más su rigidizador correspondiente se comportará como una columna o pilar aislado sometida a compresión, que no recibirá ni prestará ayuda a las contiguas, pero que puede pandear en dirección normal al plano del panel general, Figura 2-15

Dado que el panel está limitado en sus bordes laterales por las dos almas del cajón, de las que podemos suponer que son muy rígidas en sus respectivos planos, los subpaneles contiguos a dichas almas no pueden pandear.

Se puede admitir que la longitud de pandeo de cada pilar es a , distancia entre rigidizadores transversales, supuesto que éstos son lo suficientemente rígidos, a no ser

que la ley de variación de las tensiones normales en dirección longitudinal permita tomar una longitud de pandeo menor.

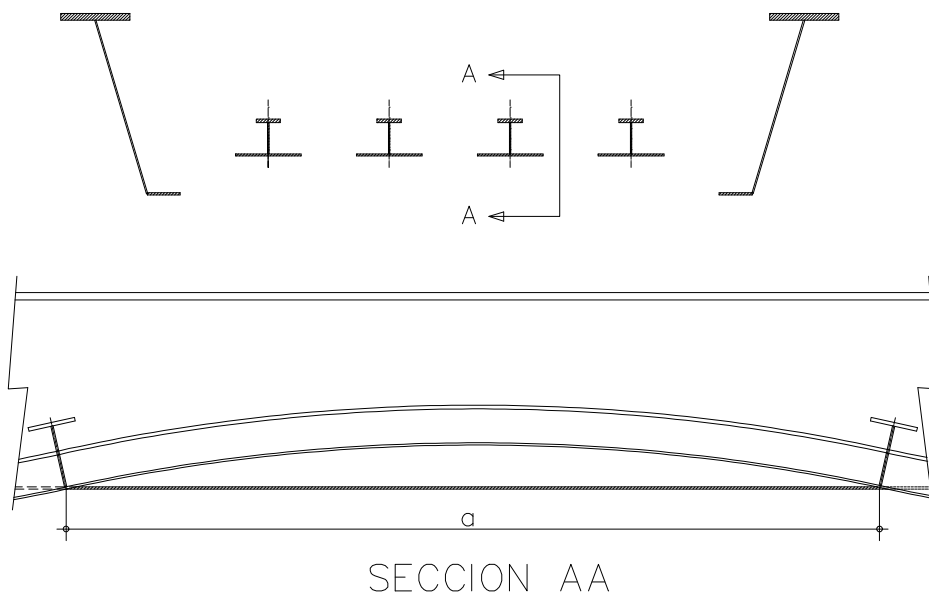


Figura 2-15 a,b.

El pilar pandeará en dirección normal al panel al alcanzar el esfuerzo axial a que está sometido el valor adecuado, que vendrá dado en general por:

$$N_{c,Rd,i} = A_{c,eff,i} \times \chi_c \times \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (22.17)$$

en donde $A_{c,eff,i}$ es un área eficaz del pilar, incluyendo chapa colaborante, y χ_c es el factor de reducción por pandeo; más adelante se indicará la forma de calcularlo.

En la realidad, estos “cortes” no existen, por lo que cada columna o pilar recibirá cierta ayuda de las situadas más cercanas a los bordes, y ayudarán a las situadas más hacia el centro del panel, con lo que la deformada del panel, en sección transversal será la representada en la Figura 2-16, en vez de la representada en la Figura 2-15, a.

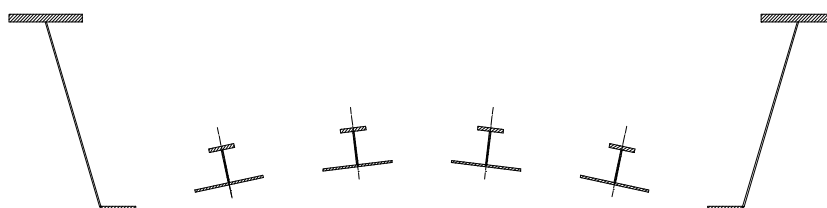


Figura 2-16

Este mecanismo será tanto más importante cuanto menor sea la anchura del fondo, cota b en la Figura 2-6, Figura 2-12 y Figura 2-13, frente a la longitud a de los rigidizadores longitudinales, Figura 2-6 y Figura 2-15 b.

En la realidad, el comportamiento del panel será intermedio entre los dos mecanismos citados. En los apartados siguientes se estudian ambos mecanismos y se dan también las reglas de interpolación entre ambos que fija EC 3-1-5.

2.2.3 MECANISMO DE PLACA.

EC 3-1-5 comienza por definir el parámetro:

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{c,eff,loc}}{A_c} \quad (2.18)$$

en donde $A_{c,eff,loc}$ es el área dada por (2.15), sin incluir los medios subpaneles contiguos a las almas principales del cajón, Figura 2-12b; y A_c el área bruta de la misma zona, Figura 2-12a, sin incluir ninguna reducción por abolladura.

Seguidamente se determinará la tensión crítica ideal de abolladura del panel de fondo completo, dada por:

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma,p} \times \sigma_E \quad (2.19)$$

En la expresión anterior, σ_E es la tensión crítica de Euler, que se definió en el capítulo anterior,

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \times \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 189,8 \times \left(\frac{100t}{b}\right)^2 \frac{kp}{cm^2} \quad (1.9)$$

Dicha expresión puede también ponerse en la forma:

$$\sigma_E = 190000 \times \left(\frac{t}{b}\right)^2 \frac{N}{mm^2} \quad (2.20)$$

El coeficiente $k_{\sigma,p}$ es el coeficiente de abolladura, determinado de acuerdo con la teoría de chapas ortotropas y suponiendo que la inercia de los rigidizadores longitudinales se reparte uniformemente en el ancho b del panel.

Puede calcularse mediante las expresiones siguientes, dadas en el Anejo A de EC3-1-5:

$$k_{\sigma,cp} = \frac{2[(1+\alpha^2)^2 + \gamma - 1]}{\alpha^2(\psi + 1) \times (1 + \delta)} \quad \text{si } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma} \quad (2.21.a)$$

$$k_{\sigma, cp} = \frac{4(1+\sqrt{\gamma})}{(\psi+1) \times (1+\delta)} \quad \text{si } \alpha > \sqrt[4]{\gamma} \quad (2.21.b)$$

En las expresiones anteriores se tomará:

$$\alpha = \frac{a}{b} \geq 0,5 \quad (2.22.a)$$

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \geq 0,5 \quad (2.22.b)$$

En esta fórmula, σ_1 y σ_2 son las tensiones mayor y menor en los bordes del panel. Este coeficiente ψ ya apareció en las Figura 1-2 y Figura 1-6. Se recuerda que, para su cálculo, se deben tomar las tensiones de compresión como positivas y las de tracción como negativas. En fondos uniformemente comprimidos es $\sigma_1 = \sigma_2$ y $\psi = 1,0$

$$\gamma = \frac{\sum I_{si}}{I_p} \quad (2.22.c)$$

$\sum I_{si}$ es la suma de los momentos de inercia de todo el panel rigidizado, incluyendo los propios rigidizadores, y sin descontar ninguna reducción por abolladura. I_p es la inercia de la chapa del panel, que se tomará igual a:

$$I_p = \frac{b \times t^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{b \times t^3}{10,92} \quad (2.22.e)$$

Por último, se tomará

$$\delta = \frac{\sum A_{si}}{A_p} \quad (2.22.d)$$

siendo $\sum A_{si}$ la suma de las áreas brutas de los rigidizadores longitudinales, sin incluir chapa colaborante y sin descontar ninguna reducción por abolladura y A_p el área bruta de la chapa del panel, $A_p = b \times t$

Una vez calculados $\beta_{A,c}$ y $\sigma_{cr,p}$ se determinará la esbeltez adimensional de la chapa ortotropa mediante la expresión:

$$\bar{\lambda}_{ch} = \sqrt{\frac{\beta_{Ac} \times f_y}{\sigma_{cr,p}}} \quad (2.23)$$

A partir de esta esbeltez adimensional se determina el coeficiente de reducción ρ mediante la expresión (2.6.b), que utilizaremos según se indica en el apartado 2.1.9:

$$\rho = \left[\bar{\lambda}_{ch} - 0,055(3 + \psi) \right] \frac{1}{\bar{\lambda}_{ch}^2} \quad (2.6.b)$$

2.2.4 MECANISMO DE PILARES.

Si suponemos el panel cortado longitudinalmente, tal como se indica en la Figura 2-15a y b, la tensión crítica de Euler de cada una de las columnas o pilares de área bruta $A_{sl,1}$ e inercia bruta $I_{sl,1}$, en las que se incluye la parte de chapa colaborante sin reducción por abolladura, vendrá dada por:

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 \times E \times I_{sl,1}}{A_{sl,1} \times a^2} \quad (2.24, a)$$

En el caso, poco frecuente, de que los rigidizadores sean diferentes, se estudiarán los sometidos a las mayores tensiones de compresión, que suelen ser los más cercanos a los bordes del panel.

La esbeltez adimensional del pilar vendrá dada por:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{Ac} \times f_y}{\sigma_{cr,c}}} \quad (2.25, a)$$

en donde β_{Ac} es un factor para tener en cuenta el hecho de que la abolladura local reduce la sección del rigidizador, y más en particular de su chapa colaborante. De acuerdo con EC 3 1-5 este factor viene dado por:

$$\beta_{Ac} = \frac{A_{sl,1,eff}}{A_{sl,1}} \quad (2.25, b)$$

El adoptar este valor de β_{Ac} equivale a admitir que la inercia del pilar respecto a un eje paralelo al plano del alma no varía a consecuencia de la abolladura de los subpaneles, aunque sí lo hace su área; dicho de otra manera, estaremos tomando como radio de giro del pilar el valor:

$$i_1 = \sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1,eff}}} \quad (2.25, c)$$

El factor de reducción χ_c se determina a partir de $\bar{\lambda}_p$ admitiendo que la curva de pandeo aplicable viene definida por el parámetro α_c , dado por:

$$\alpha_c = \alpha + \frac{0,09}{\frac{i}{e}} \quad (2.26)$$

En la expresión anterior, i es el radio de giro bruto del rigidizador en estudio, sin su parte correspondiente de chapa colaborante. Para α se tomará el valor $\alpha = 0,34$ si los rigidizadores son cerrados, tales como los representados en las Figura 2-13 y Figura 2-14, o el valor $\alpha = 0,49$ si los rigidizadores son abiertos, tales como los representados en la Figura 2-12.

El valor e se tomará igual a la mayor de las distancias existentes entre el centro de gravedad de la parte eficaz del rigidizador y de su parte correspondiente de chapa colaborante y el centro de gravedad de la chapa de panel o el centro de gravedad de la sección bruta del rigidizador sin chapa colaborante, Figura 2-17/Figura 2-21.

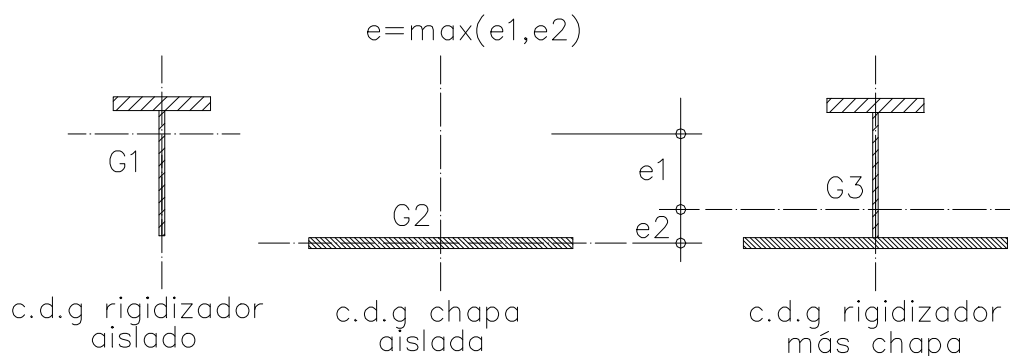


Figura 2-17

Se recuerda que para determinar χ_c se emplearán las expresiones:

$$\Phi = 0,5 \times [1 + \alpha_c (\bar{\lambda}_p - 0,2) + \bar{\lambda}_p^2] \quad (2.27, a)$$

$$\chi_c = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_p^2}} \leq 1,0 \quad (2.27, b)$$

2.2.5 INTERPOLACIÓN. CÁLCULO DE LA RESISTENCIA.

La resistencia real del fondo rigidizado es intermedia entre las indicadas por los mecanismos de placa y de pilares, siendo inferior a la indicada por el primero de ellos, ya que el pandeo de los rigidizadores la disminuye, y superior a la indicada por el segundo, ya que el mecanismo de placa arriostra a los pilares, especialmente cuando el ancho del panel es inferior a la distancia entre rigidizadores transversales, $b < a$

Por ello EC 3-1-5, en su apartado 4.5.4, propone tomar como factor de reducción de ancho global el valor:

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \times \xi \times (2 - \xi) + \chi_c \quad (2.28)$$

En esta expresión, ρ es el determinado en el apartado 2.1.9, expresión (2.6.b) y χ_c es el dado por la expresión (2.27) anterior. El valor ξ viene dado por:

$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1, \text{ pero debiendo ser } 0 \leq \xi \leq 1 \quad (2.29)$$

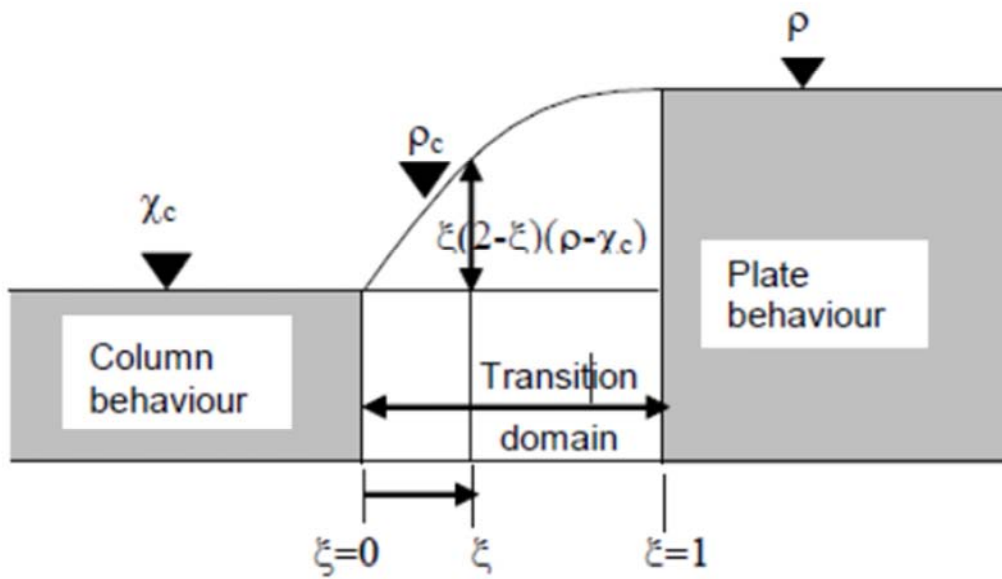


Figura 2-18

La tensión $\sigma_{cr,p}$ es la calculada en el apartado 2.2.3, expresión (2.19); $\sigma_{cr,c}$ a su vez es la calculada en el apartado 2.2.4, expresión (2.24)

El factor de reducción de ancho global debe multiplicar al área $A_{c,eff,loc}$, dada en (2.15) y Figura 2-12 y Figura 2-13 que ya tiene en cuenta la reducción por abolladura local. Adicionalmente, si la flexibilidad frente al rasante es importante, también habrá que tenerla en consideración.

En consecuencia, si despreciamos la flexibilidad frente al rasante, la resistencia del panel de fondo, limitado por dos almas y formado por una chapa de ancho b y espesor t más n rigidizadores longitudinales de área bruta unitaria A_{sli} , con área total igual a $A_T = b \times t + n \times A_{sli}$ será igual a la de un panel de área $A_{eff,T,p}$ dada por:

$$A_{eff,T,p} = \rho_c \times A_{c,eff,loc} + 2 \left(\frac{b_{c,eff}}{2} \right) \times t \quad (2.30, a)$$

Obsérvese que el factor ρ_c , dado por (2.28), no multiplica a los dos medios subpaneles contiguos a las alas, ya que éstas impiden el pandeo de los mismos.

En caso de que la flexibilidad frente al rasante no sea despreciable tendremos análogamente para cálculos en estado límite de servicio:

$$A_{eff,T,p,s} = \psi_{el} \times \left[\rho_c \times A_{c,eff,loc} + 2 \left(\frac{b_{c,eff}}{2} \right) \times t \right] \quad (2.30, b)$$

Y para cálculos en estado límite último:

$$A_{eff,T,p,s} = \psi_{ult} \times \left[\rho_c \times A_{c,eff,loc} + 2 \left(\frac{b_{c,eff}}{2} \right) \times t \right] \quad (2.30, c)$$

Debe tenerse muy en cuenta que estas dos últimas expresiones son bastante más diferente de lo que aparentan. Además de diferenciarse en el valor del coeficiente de reducción por flexibilidad frente al rasante a emplear, ψ_{el} o ψ_{ult} , los valores de ρ_c , $A_{c,eff,loc}$ y $b_{c,eff}$ son distintos en las dos expresiones.

En estado límite último se calculan suponiendo que la máxima tensión es f_y , empleando las expresiones que hemos expuesto en los últimos apartados. En estado límite de servicio, las tensiones a que está sometido el panel son en general inferiores a f_y , por lo que podremos emplear el valor de σ_{max} que determinemos mediante un análisis elástico iterativo para sustituir a f_y en las expresiones correspondientes.

En cualquier caso, se supondrá que el área $A_{eff,T,p,s}$ se reparte uniformemente en el ancho b del panel y que se encuentra a la altura del centro de gravedad G_3 del conjunto de área $A_{c,eff,loc}$, Figura 2-17

Las recomendaciones RPM-95 y RPX-95 tratan el problema de los fondos rigidizados de manera ligeramente diferente. Con las dimensiones que usualmente se emplean en puentes es casi siempre $\sigma_{cr,p} < \sigma_{cr,c}$, y $\xi = 0$, lo que indica que el mecanismo de placa no es importante y puede despreciarse en ellos, lo que además y evidentemente está del lado de la seguridad.

Por otro lado, y dado que la máxima tensión que puede existir en el pilar es $\chi_c \times f_y \leq f_y$ se deberán calcular las características estáticas de la sección del mismo para esta máxima tensión $\chi_c \times f_y$ y no para la tensión f_y .

Como para calcular χ_c es preciso conocer las características estáticas de la sección del pilar, estamos ante un problema que es preciso resolver iterativamente. Se recomienda comenzar suponiendo $\chi_c = 1,0$, calcular los anchos eficaces de los subpaneles y a partir de ellos unas primeras características estáticas del pilar.

Con ellas se determina un valor más exacto de χ_c . Con la tensión $\chi_c \times f_y$ se determinan nuevos anchos eficaces, nuevas características estáticas y un nuevo valor todavía más exacto de χ_c . Habitualmente, con no más de dos o tres iteraciones se consigue una convergencia satisfactoria en el valor de χ_c .

Las recomendaciones RPM-95 y RPX-95 indican además la manera de obtener el diagrama que relaciona el axil que actúa sobre el panel y la deformación media en el mismo.

Téngase en cuenta que si se decide seguir el método de EC 3 1-5, no parece válido emplear el método iterativo de cálculo de χ_c , ya que la tensión media en el pilar, debido a la colaboración del mecanismo de placa, será superior a $\chi_c \times f_y$.

2.2.6 ALMAS DE VIGAS FLECTADAS RIGIDIZADAS LONGITUDINALMENTE.

En los apartados anteriores 2.2.2 a 2.2.5 se ha hemos estudiado el comportamiento de fondos, o en general paneles, uniformemente comprimidos. En el presente apartado se estudia el comportamiento de almas flectadas, sometidas a tensiones normales linealmente variables y con uno o varios rigidizadores en la zona comprimida, Figura 2-19. Los rigidizadores situados en la zona traccionada del panel no se toman en consideración más que para el cálculo de tensiones en régimen elástico.

El procedimiento general de cálculo ya expuesto para fondos uniformemente comprimidos es también aplicable al caso que nos ocupa, con las salvedades y modificaciones que indicaremos seguidamente.

La variación lineal de tensiones, originadas por las cargas exteriores, dentro del panel influye en la determinación del ancho de cada subpanel que colabora con cada rigidizador. Se recuerda que, en el caso de fondos uniformemente comprimidos, se consideraba que cada subpanel se dividía en dos partes iguales, cada una de ellas tributaria de un rigidizador. Ahora, corresponde una parte mayor del subpanel a la zona menos comprimida.

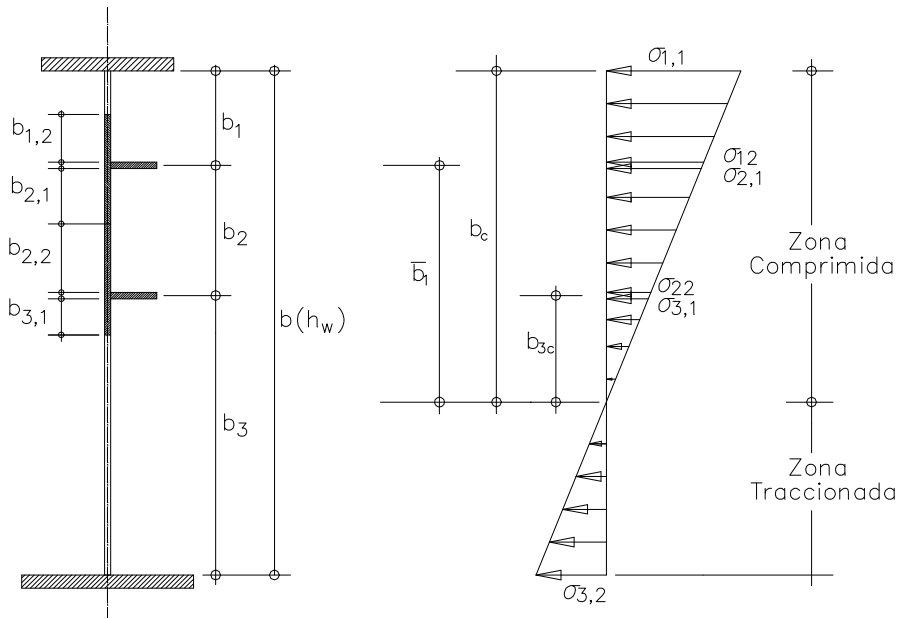


Figura 2-19

De acuerdo con lo expuesto en el apartado 2.1.3, y Figura 2-4 y Figura 2-5 si el subpanel i -ésimo, de altura b_i , está totalmente comprimido, (se recuerda que a estos efectos se consideran las compresiones como positivas) y las tensiones en sus bordes son σ_{i1} y σ_{i2} , siendo $\sigma_{i1} \geq \sigma_{i2}$ y $\psi = \frac{\sigma_{i2}}{\sigma_{i1}}$, se considerará dividido en dos partes, una de ellas de altura b_{i1} contigua al borde con tensión σ_{i1} y otra de altura $b_{i2} = b_i - b_{i1}$ contigua al borde con tensión σ_{i2} , siendo:

$$b_{i1} = \frac{2}{5-\psi} b_i; \quad b_{i2} = \frac{3-\psi}{5-\psi} b_i \quad (2.31)$$

Si en el subpanel i -ésimo existen zonas comprimidas y traccionadas, se tomará, siendo b_{ic} la altura de la parte comprimida del subpanel en estudio:

$$b_{i1} = 0,4 \times b_{ic} \quad (2.32)$$

Se considera finalmente que de cada rigidizador forman parte las dos zonas contiguas al mismo, de alturas b_{i2} y $b_{(i+1)1}$, respectivamente, Figura 2-20.

La abolladura local reducirá estos anchos manteniendo la proporción entre los mismos.

Si existen al menos tres rigidizadores en la zona comprimida, el mecanismo de placa funciona tal como se indicó en el apartado 2.2.3, teniendo en cuenta que ahora será en general $\psi \neq 1$. En el cálculo de β_{Ac} de acuerdo con la expresión (2.18) se tendrá en cuenta que A_c es ahora el área bruta de la parte comprimida del alma, incluyendo los

rigidizadores situados dentro de la misma, y $A_{c,eff,loc}$, la parte eficaz de dicha área, reducida por efectos de la abolladura local en cada subpanel.

En realidad, tanto en A_c como en $A_{c,eff,loc}$ habría que incluir la parte traccionada del panel, que es completamente eficaz, aunque EC3 1-5, quedándose del lado de la seguridad, no lo hace.

En el mecanismo de pilares es preciso considerar que la tensión crítica $\sigma_{cr,c}$ está referida al borde más comprimido del panel. Se admite que la relación entre esta tensión $\sigma_{cr,c}$ en el borde más comprimido del panel y la tensión crítica en el pilar $\sigma_{cr,st}$ es la misma que existe entre las tensiones ocasionadas por las cargas exteriores en el borde del panel y en el rigidizador:

$$\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,st} \frac{b_c}{\bar{b}} \quad (2.33)$$

en donde b_c es la altura de la parte comprimida del alma y \bar{b} la distancia del rigidizador a la fibra del alma con tensión nula. Evidentemente, en el caso de fondos uniformemente comprimidos, se tiene $\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,st}$

En el caso de que sólo exista un rigidizador longitudinal en la parte comprimida del panel, Figura 2-20, el método de cálculo puede simplificarse. Para ello, se considerará que el pilar formado por el rigidizador y por su chapa colaborante trabaja como una viga sobre fundación elástica, cuya tensión crítica ideal de pandeo puede determinarse por las fórmulas que damos a continuación, tomadas del Anejo A 2.2 de EC 3 1-5. En ellas, a es la longitud del panel, medida entre rigidizadores transversales Figura 2-6, y $A_{st,1}$ e $I_{st,1}$ son el área y la inercia de la sección bruta del rigidizador, Figura 2-20.

Se comienza por calcular la longitud de pandeo del panel, a_c , dada por:

$$a_c = 4,33 \times \sqrt[4]{\frac{I_{st,1} \times b_1^2 \times b_2^2}{t^3 \times b}} \quad (2.34, a)$$

Si se cumple que $a_c \leq a$, $\sigma_{cr,st}$ viene dada por:

$$\sigma_{cr,st} = \frac{1,05 \times E}{A_{st,1}} \times \frac{\sqrt{I_{st,1} \times t^3 \times b}}{b_1 \times b_2} \quad (2.34, b)$$

En caso contrario, cuando $a_c > a$ se debería tomará:

$$\sigma_{cr,st} = \frac{\pi^2 \times E \times I_{st,1}}{A_{st,1} \times a^2} + \frac{E \times t^3 \times b \times a^2}{4 \times \pi^2 (1 - \nu^2) \times A_{st,1} \times b_1^2 \times b_2^2} \quad (2.34, c)$$

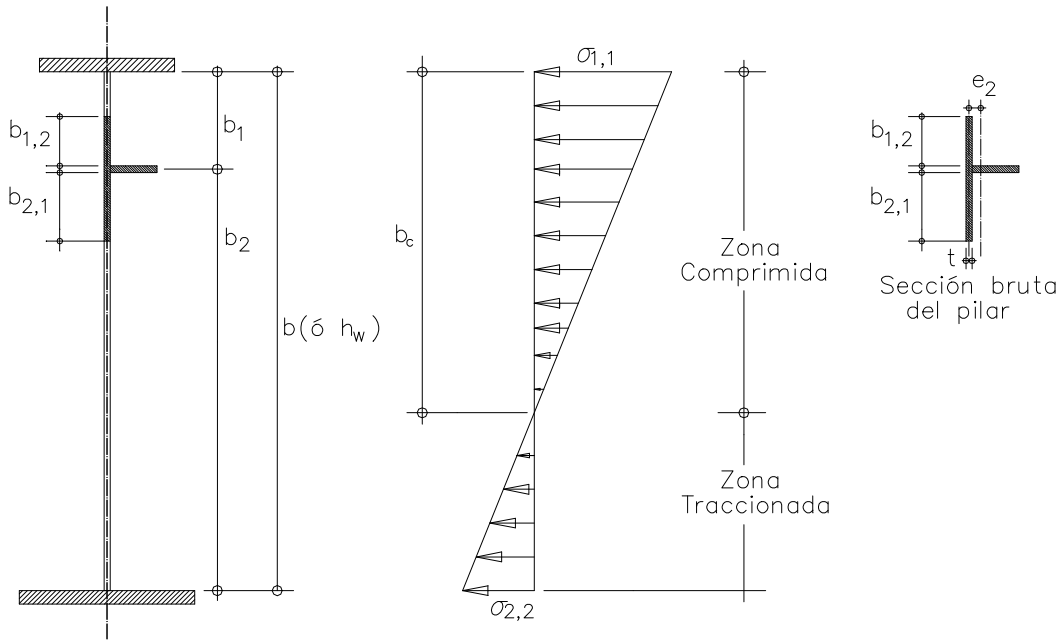


Figura 2-20

Dado que la longitud de pandeo del pilar no puede ser mayor que a , ya que hemos supuesto ultrarrígidos los rigidizadores transversales, las tres ecuaciones anteriores pueden resumirse en la siguiente:

$$\sigma_{cr,st} = \frac{\pi^2 \times E \times I_{st,1}}{A_{st,1} \times a^2} + \frac{E \times t^3 \times b \times a^2}{4 \times \pi^2 (1 - \nu^2) \times A_{st,1} \times b_1^2 \times b_2^2} \leq \frac{1,05 \times E}{A_{st,1}} \times \frac{\sqrt{I_{st,1} \times t^3 \times b}}{b_1 \times b_2} \quad (2.34, d)$$

A partir de esta tensión crítica $\sigma_{cr,st}$ se determinará $\sigma_{cr,c}$ de acuerdo con lo indicado anteriormente, expresión (2.41) y a partir de ella se procederá de acuerdo con lo expuesto en el apartado 2.1.8 anterior hasta calcular χ_c .

Dado que el efecto rigidizador de la chapa en sentido transversal ya se ha tenido en cuenta al calcular $\sigma_{cr,st}$ como correspondiente a una viga sobre fundación elástica, bastará sustituir la expresión (2.28) simplemente por:

$$\rho_c = \chi_c \quad (2.28, b)$$

A continuación será preciso determinar las características mecánicas de la sección eficaz de la viga por efecto de la abolladura local de los subpaneles, A_{eff} , b_{ceff} , I_{eff} ; ciertas partes del alma dejarán de ser eficaces y se considerarán como de espesor nulo, Figura 2-21

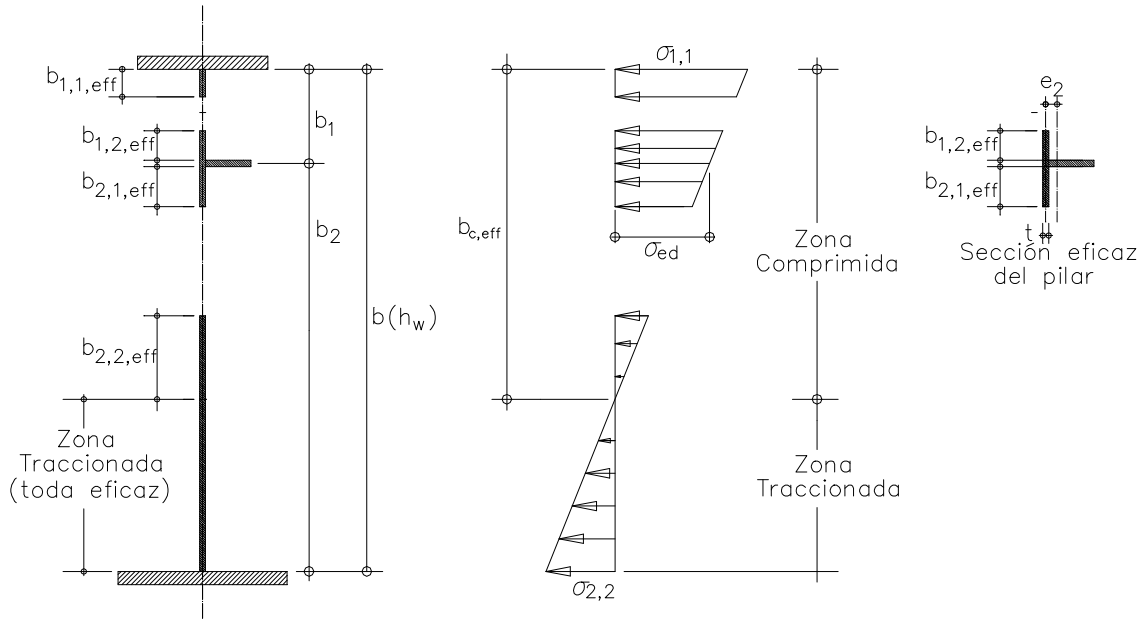


Figura 2-21

El máximo momento que la sección puede resistir, M_u , será el menor momento que haga que se cumpla **alguna de las dos** condiciones siguientes:

$$\sigma_{1,1} = f_y / \gamma_{M0} \quad (2.35, a)$$

$$\sigma_{ed} = \rho_c \times f_y / \gamma_{M1} \quad (2.35, b)$$

Por el contrario, si se conoce el momento M_{ed} que solicita la sección, ésta será segura si se cumplen **simultáneamente las dos** condiciones:

$$\sigma_{1,1} \leq f_y / \gamma_{M0} \quad (2.36 a)$$

$$\sigma_{ed} \leq \rho_c \times f_y / \gamma_{M1} \quad (2.36 b)$$

siendo $\sigma_{1,1}$ y σ_{ed} las tensiones en los puntos indicados en la Figura 2-21, originadas por el momento M_{ed} .

Si bajo la acción del momento M_{ed} se verificase que $\rho_c \times f_y / \gamma_{M1}$ fuese menor que la tensión media σ_{ed} en la columna o pilar, lo que indicaría que $M_{ed} > M_u$, EC3 1-5 indica que, para calcular M_u , se tome como área del pilar la dada por

$$A_{c,eff} = \frac{\rho_c \times f_y \times A_{st1,eff}}{\sigma_{ed} \times \gamma_{M1}} \quad (2.37)$$

en donde $A_{s1,eff}$ es el área eficaz del pilar, incluyendo chapa colaborante reducida por la abolladura de los subpaneles. Con esta nueva área del pilar, que puede suponerse concéntrica con $A_{st1,eff}$, se calcularán nuevas constantes elásticas de la sección de la viga; el momento último M_u será el que haga que sea $\sigma_{I,1} = f_y/\gamma_{M0}$

Si existen dos rigidizadores en la zona comprimida, puede aplicarse el procedimiento que acabamos de describir para cuando sólo existe un rigidizador, aplicándolo tres veces, Figura 2-22.

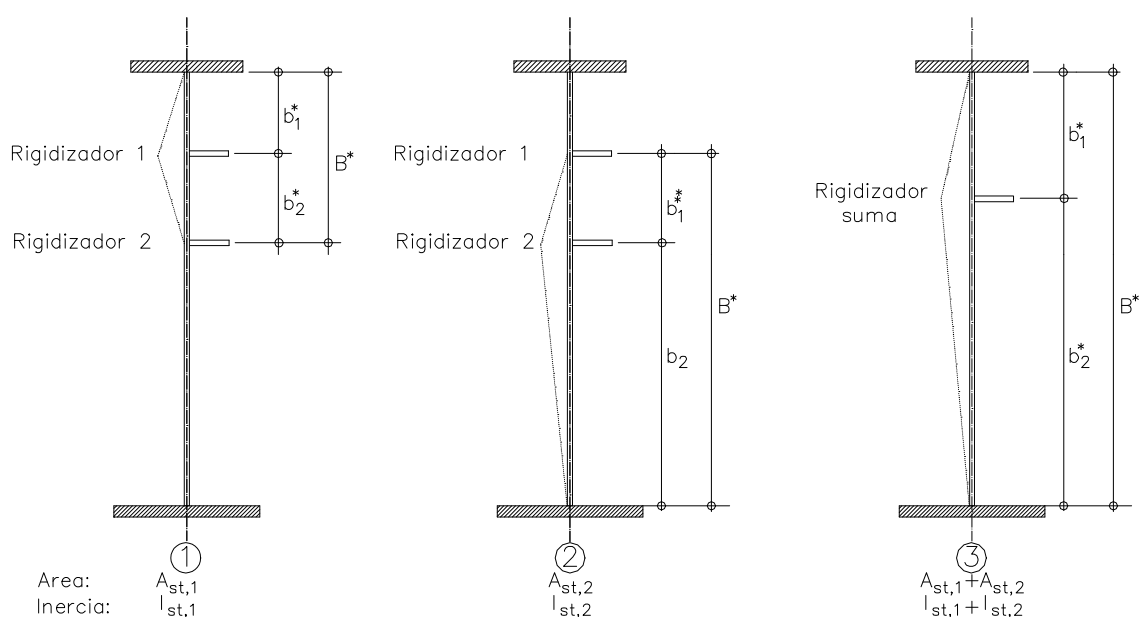


Figura 2-22

En primer lugar se supone que el rigidizador 2 es infinitamente rígido, y se calcula el valor de $\sigma_{cr,st}$, expresiones (2.34) tomando como valores de b_1 , b_2 y b los b_1^* , b_2^* y B^* indicados en la Figura 2-22. Como valores del área y de la inercia del rigidizador se tomarán los indicados en la misma. A continuación se repite el proceso, suponiendo que el rigidizador 1 es infinitamente rígido y calculando un nuevo valor de $\sigma_{cr,st}$ con los valores indicados en la Figura 2-22

Por último, se realiza un tercer cálculo de $\sigma_{cr,st}$ sustituyendo los dos rigidizadores por otro con características suma de los dos realmente existentes y situado a la altura del centro de gravedad de ambos, empleando los valores indicados en la Figura 2-22. El valor definitivo de $\sigma_{cr,st}$ será el menor de los tres valores previamente calculados.

A partir de este valor se determinará $\sigma_{cr,c}$, teniendo en cuenta la distancia al borde más comprimido del alma del rigidizador, 1, 2 ó suma que lo haya producido.

Obsérvese que los métodos que acabamos de exponer permiten comprobar la resistencia de un panel rigidizado, bien sea de fondo o de alma, en función de sus dimensiones, del espesor t de la chapa que lo forma y del número y dimensiones de los rigidizadores que dispongamos. Con cualesquiera dimensiones del panel y de los rigidizadores podemos obtener un valor de la resistencia del mismo, suficiente o insuficiente, según los casos y el acierto en la elección de las citadas dimensiones.

En cambio, los citados métodos no nos permiten predimensionar los rigidizadores, bien sean transversales o longitudinales. Dado que los rigidizadores, además de resistir la abolladura por tensiones normales tienen además en la mayor parte de los casos la misión de actuar como bordes rígidos de los paneles correspondientes para aumentar su resistencia a la abolladura por cortante, parece razonable comenzar el dimensionamiento con secciones que cumplan las condiciones de inercia necesarias para ser considerados como ultrarrígidos.

En el apartado 1.3.3 del apartado anterior expusimos estas condiciones según las antiguas Recomendación EM 62 y EA 95. En el apartado 2.2..7 se expondrán las condiciones que deben cumplir de acuerdo con EC3 1-5.

En primer lugar se supone que el rigidizador 2 es infinitamente rígido, y se calcula el valor de $\sigma_{cr,st}$, expresiones (2.34) tomando como valores de b_1 , b_2 y b los b_1^* , b_2^* y B^* indicados en la Figura 2-22.1 Como valores del área y de la inercia del rigidizador se tomarán los indicados en la misma. A continuación se repite el proceso, suponiendo que el rigidizador 1 es infinitamente rígido y calculando un nuevo valor de $\sigma_{cr,st}$ con los valores indicados en la Figura 2-22, 2.

Por último, se realiza un tercer cálculo de $\sigma_{cr,st}$ sustituyendo los dos rigidizadores por otro con características suma de los dos realmente existentes y situado a la altura del centro de gravedad de ambos, empleando los valores indicados en la Figura 2-22. El valor definitivo de $\sigma_{cr,st}$ será el menor de los tres valores previamente calculados.

A partir de este valor se determinará $\sigma_{cr,c}$, teniendo en cuenta la distancia al borde más comprimido del alma del rigidizador, 1, 2 ó suma que lo haya producido.

Obsérvese que los métodos que se acaban de exponer permiten comprobar la resistencia de un panel rigidizado, bien sea de fondo o de alma, en función de sus dimensiones, del espesor t de la chapa que lo forma y del número y dimensiones de los rigidizadores que dispongamos, pero no nos dan reglas para predimensionar los rigidizadores. Con cualesquiera dimensiones del panel y de los rigidizadores se puede obtener un valor de la resistencia de dicho panel, suficiente o insuficiente, según los casos y el acierto en la elección de las citadas dimensiones.

2.2.7 RIGIDIZADORES.

Tal como se ha venido indicando, para aumentar la resistencia a abolladura de un panel se pueden emplear rigidizadores de dos tipos, transversales y longitudinales. A lo largo de todo el apartado 2.2 se ha supuesto que los rigidizadores transversales son ultrarrígidos, entendiéndose por tales a aquellos que permanecen rectos cuando abolla el panel al que sirven, formando líneas nodales de la deformada del panel abollado. Seguidamente se indica la forma de dimensionarlos para que cumplan esta condición.

En cambio, los rigidizadores longitudinales no necesitan ser ultrarrígidos, ya que, según se acaba de exponer, aumentan la resistencia y la rigidez del panel al que sirven en función de su propia rigidez, por lo que solo será preciso imponerles algunas condiciones adicionales necesarias para evitar problemas locales de inestabilidad e indicar las disposiciones contractivas más adecuadas.

En los cálculos que siguen se tomará como sección efectiva de un rigidizador la indicada en la Figura 2-23, que está formada por la sección del rigidizador propiamente dicho más una porción de la chapa del panel a cada lado del alma del mismo con un ancho de $15 \times \epsilon \times t$, siempre que exista físicamente esa chapa colaborante. Así, en la Figura 2-23 en la que se cumple que $b_{c2} \leq 2 \times 15 \times \epsilon \times t$, en la parte interior del rigidizador cerrado sólo se puede tomar como ancho colaborante precisamente b_{c2} .

En RPM y RPX-95 este ancho colaborante se reduce a $10 \times \epsilon \times t$ a cada lado. La inercia del rigidizador se tomará respecto al eje neutro z-z del rigidizador, indicado en la figura y paralelo al plano de la chapa del panel.

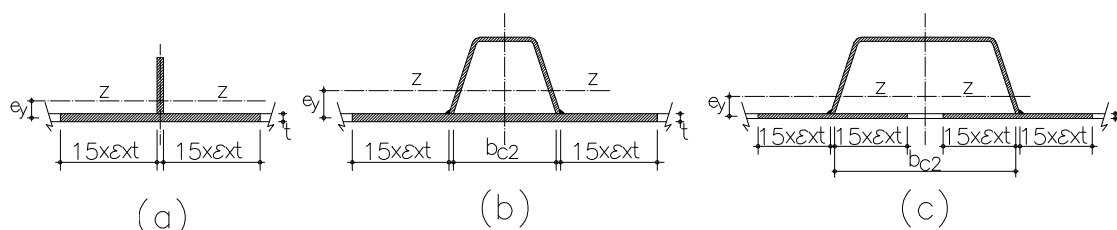


Figura 2-23

En el artículo 9.2.1 de EC 3 1-5 se indica que para que un rigidizador transversal pueda considerarse como ultrarrígido debe cumplir las siguientes condiciones de resistencia y rigidez, verificadas mediante un análisis elástico en teoría de segundo orden:

- La máxima tensión en el rigidizador bajo la acción de las cargas de cálculo debe ser inferior a $\frac{f_y}{\gamma_{M1}}$

- La máxima deflexión que experimente el rigidizador bajo la acción de dichas cargas no debe superar el valor $b/300$.

En el citado análisis se supondrá que el rigidizador transversal está simplemente apoyado en sus extremos y que presenta una imperfección de forma sinusoidal de valor w_0 , con $w_0 = \frac{s}{300}$, siendo s el menor de los valores a_1 , a_2 ó b , Figura 2-24.



Figura 2-24

Si los rigidizadores no están solicitados por esfuerzos axiales ocasionados por las cargas exteriores ni por acciones exteriores normales al plano de la chapa a rigidizar, podrá emplearse el método simplificado que se expone a continuación. Las condiciones anteriores se considerarán satisfechas si la inercia del rigidizador respecto a su eje z - z cumple la condición:

$$I_{rz} = \frac{\sigma_m}{E} \times \left(\frac{b}{\pi} \right)^4 \times \left(1 + w_0 \times \frac{300}{b} \times u \right) \quad (2.38, a)$$

siendo:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{cr,c}}{\sigma_{cr,p}} \times \frac{N_{Ed}}{b} \times \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \quad (2.38, b)$$

$$u = \frac{\pi^2 \times E \times e_{\max}}{300 \times b \times \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \geq 1,0 \quad (2.38, c)$$

Los valores de $\sigma_{cr,c}$ y $\sigma_{cr,p}$ se definieron en los apartados 2.2.4 y 2.2.6 y 2.2.1.7 respectivamente, expresiones (2.24, a), (2.33) y (2.19). N_{Ed} es el mayor esfuerzo de compresión en los paneles adyacentes al rigidizador en estudio, que en cualquier caso no será inferior a la mitad del producto de la tensión máxima en el panel por el área efectiva de éste. Por último, e_{\max} es la distancia desde la fibra extrema del rigidizador a su eje neutro z - z .

Si el rigidizador está sometido a un esfuerzo axial N_{rt} , producido por las cargas exteriores, podrá seguir empleándose este método simplificado si aumentamos dicho esfuerzo axial en la cantidad $\Delta N_{rt} = \sigma_m \times \frac{b^2}{\pi^2}$ para el cálculo de la deflexión, pero no para el de la tensión máxima.

En caso de que el rigidizador esté sometido a fuerzas normales al plano de la chapa, con o sin esfuerzos axiales, no será aplicable el método simplificado, y deberán comprobarse las condiciones (a) y (b) anteriores suponiendo que el rigidizador está sometido, además de a las cargas exteriores, a una carga adicional q uniformemente repartida sobre su longitud b de valor:

$$q = \frac{\pi}{4} \times \sigma_m \times (w_0 + w_{el}) \quad (2.39)$$

El significado de σ_m y w_0 es el mismo que anteriormente; w_{el} es la deflexión elástica que experimenta el rigidizador bajo la acción de todas las cargas, incluida q . En el cálculo se considerará que la sección del rigidizador es de clase 3, lo que significa que no es preciso efectuar reducciones por abolladura.

Las Recomendaciones españolas RPM y RPX-95 indican que el rigidizador transversal podrá considerarse como ultrarrígido si su inercia cumple la condición:

$$I_{rt} \geq \frac{N_{sd}^2 \times a \times b^3}{43 \times E^2 \times \sum I_{si}} \quad (2.40)$$

El significado de $\sum I_{si}$ se indicó en el apartado 2.2.3, expresión (2.22, c). N_{sd} es el valor de cálculo del esfuerzo de compresión que actúa sobre el panel rigidizado.

Estas Recomendaciones admiten que los rigidizadores transversales no cumplan la condición (2.40), esto es, que no sean ultrarrígidos, siempre que se aumente en consecuencia la longitud de pandeo de los rigidizadores longitudinales.

Como condición equivalente a la (a) anterior de EC 3 1-5, las Recomendaciones indican que los rigidizadores transversales, de los que se considerará a estos efectos que forman parte una zona de chapa colaborante de anchura igual al menor de los valores $0,25 \times a$ ó $0,125 \times b$, se dimensionarán para resistir:

- Las cargas que actúen directamente sobre el rigidizador
- Los esfuerzos que aparezcan en el rigidizador al formar parte de un marco o diafragma.

- Cargas originadas por las imperfecciones geométricas de la chapa rigidizada, que pueden estimarse, salvo estudio más detallado, en el 2% del esfuerzo de compresión de la chapa rigidizada.

Para evitar la posibilidad de que se presenten fenómenos locales de inestabilidad, las Recomendaciones piden que la relación canto a espesor no sea superior a 10 en elementos volados de los rigidizadores, tales como alas exentas, y no superior a 30 en almas o en tramos de la sección de rigidizadores cerrados.

Tanto las Recomendaciones como EC3-1-5 indican que deben evitar posibles problemas de pandeo por torsión en rigidizadores abiertos, transversales o longitudinales. Siendo I_T el módulo de torsión e I_0 el momento de inercia polar del rigidizador, EC3-1-5 recomienda para ello que se cumpla la condición:

$$\frac{I_T}{I_0} \geq 5,3 \times \frac{f_y}{E} \quad (2.41)$$

2.2.8 DISPOSICIONES CONSTRUCTIVAS.

Las disposiciones constructivas relativas a los rigidizadores, especialmente cuando el panel rigidizado forma parte de un puente con sección en cajón, han sido objeto de múltiples estudios como consecuencia de los fallos de 4 grandes puentes metálicos ocurridos en el entorno de 1970, fruto del cual son una serie de reglas prácticamente comunes a todas las normas vigentes. En lo que sigue las exponemos de acuerdo con las Recomendaciones españolas y con EC 3 1-5.

Los rigidizadores longitudinales deben ser continuos en el cruce con los transversales, bien por pasar a través de orificios dispuestos en las almas de estos últimos, o por soldarse a ambos lados de dichas almas. Se desaconseja esta última solución si la pieza está solicitada a fatiga, tal como sucede en el caso de puentes.

Si fuesen discontinuos no podrán tenerse en cuenta en el cálculo de las características estáticas de la sección, debiendo considerarse únicamente en las comprobaciones de abolladura de almas, prohibiéndose su empleo en alas o fondos comprimidos.

Tanto los rigidizadores transversales como los longitudinales deben soldarse al panel al que sirven, no debiendo disponerse los transversales sobre los longitudinales, salvo en fondos comprimidos con tensiones tangenciales inferiores a $0,10 \times f_y$.

Se evitarán cambios bruscos de sección en los rigidizadores y en el espesor de las chapas a rigidizar, debiéndose cumplir las condiciones que se indican en la Figura 2-25.

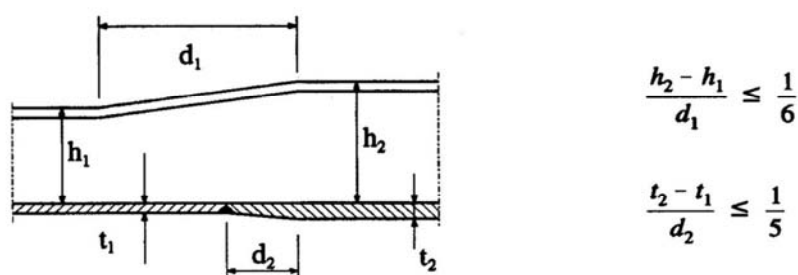


Figura 2-25

No se recomienda que la soldadura de los rigidizadores longitudinales se cruce con la de empalme de chapas. Para ello se dispondrán orificios de paso o groeras de altura no superior a 40 mm ni a la cuarta parte de la altura del rigidizador, Figura 2-26.

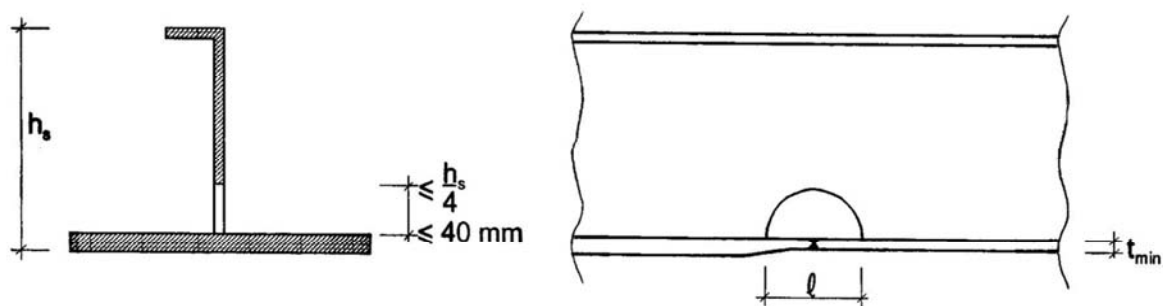


Figura 2-26

Según EC 3 1-5, la dimensión ℓ no debe ser superior a $6 \times t_{min}$ para rigidizadores planos comprimidos; $8 \times t_{min}$ para rigidizadores comprimidos con otras secciones y $15 \times t_{min}$ para rigidizadores no comprimidos. Las Recomendaciones españolas para puentes sólo admiten el primero de estos valores en cualquier caso, máxime teniendo en cuenta que no suele haber ninguna necesidad de sobrepasarlo.

Los cortes que se hagan en los rigidizadores transversales se recomienda que tengan alguna de las formas indicadas en la Figura 2-27.

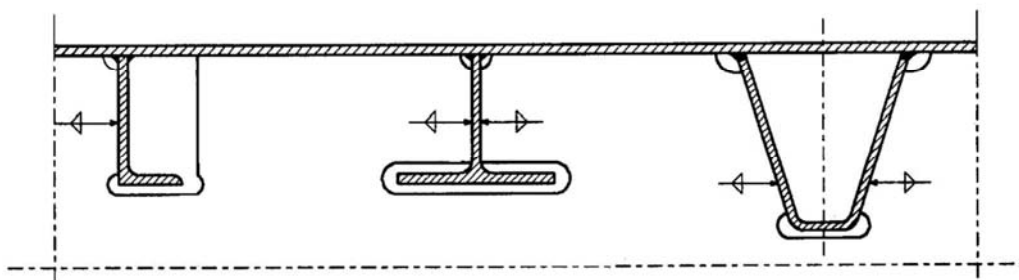


Figura 2-27

En cualquier caso, la altura de corte cumplirá la limitación que se indica en la Figura 2-28. Cuando se empalmen chapas de distintos espesores, el empalme se situará a una distancia de un rigidizador transversal b_l no superior a la mitad de la distancia libre entre rigidizadores longitudinales.

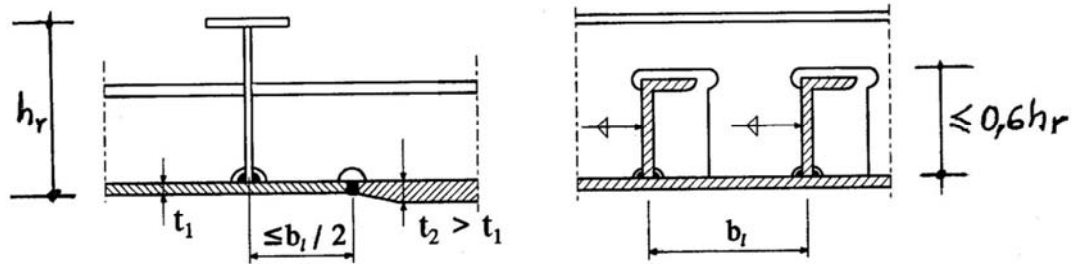


Figura 2-28

Los rigidizadores transversales se unirán siempre al ala comprimida. Se recomienda unirlos también al ala traccionada.

3 ABOLLADURA POR TENSIONES TANGENCIALES EN RÉGIMEN POSCRÍTICO.

3.1 RESISTENCIA POSCRÍTICA DE PANELES SOMETIDOS A TENSIONES TANGENCIALES.

Cuando en un panel sometido a cortadura pura la tensión tangencial τ a que está sometido alcanza su valor crítico τ_{cr} , se produce la abolladura elástica o precrítica. Antes de ese instante, su estado tensional es el representado en la Figura 3-4. Existen dos tensiones principales, una de tracción y otra de compresión, ambas de valor τ , igual a la tensión tangencial que solicita al panel.

A partir de ese momento, cualquier aumento de las tensiones tangenciales tiene que ser absorbido sólo mediante aumento de la tensión principal de tracción, ya que la de compresión ha alcanzado su valor máximo. En el panel se forman ondas de abolladura en dirección sensiblemente normal a las compresiones, pero puede seguir resistiendo tracciones dirigidas según un cierto ángulo, distinto en general de 45° y del ángulo φ que forma la diagonal del panel, Figura 3-7. Según se describirá más adelante, este nuevo modo de resistir la acción de las cargas exteriores es efectivo hasta que se alcanza un valor de dichas cargas exteriores capaz de producir un mecanismo plástico de agotamiento.

Aunque existen precedentes bastante antiguos, el desarrollo práctico de estos métodos se efectúa entre 1960 y 1985. En versiones anteriores de EC3 se exponían dos métodos, el del **campo diagonal de tensiones** y el **método poscrítico simple**, el primero muy adecuado para paneles con relación a/b comprendida entre 1 y 3, y el segundo para paneles con $a/b > 3$. Las Recomendaciones españolas de puentes, RPM y RPX-95, también recogen estos dos métodos. En EC3 1-5 se presenta un único método, denominado del **campo girado de tensiones**, adecuado para paneles con cualquier relación a/b .

En lo que sigue se comentarán los tres métodos; el del campo diagonal, por ser posiblemente uno de los métodos más ajustados a la experimentación, por estar recogidos en las Recomendaciones antes citadas y por servir de base a uno de los dos mecanismos que conforman el del campo girado, y el método del campo girado.

Se comentará también el método poscrítico simple, presente en la versión prEN1993 del EC3 y en la Recomendaciones de puentes españolas, aunque fue sustituido en el

EN1993-1-5 por el método del campo girado, mucho mejor ajustado a la amplia experimentación disponible.

3.1.1 RESISTENCIA PRECRÍTICA. DETERMINACIÓN DE $K\tau$

La resistencia precrítica de un panel de altura b y espesor t es igual, por definición, a:

$$V_{cr} = b \times t \times \tau_{crr} \quad (3.1, a)$$

en donde τ_{crr} es la tensión real de abolladura precrítica, que podría calcularse según la teoría de Bleich, expuesta en el apartado 1.2.4 anterior. Si el límite elástico del acero del panel es f_{yw} , EC 3 1-5 escribe la expresión anterior en la forma:

$$V_{cr} = b \times t \times \chi \times \frac{f_{yw}}{\sqrt{3}} \quad (3.1, b)$$

Para que ambas expresiones sean idénticas, es evidente que ha de ser $\chi = \frac{\tau_{crr} \times \sqrt{3}}{f_{yw}}$

Según se vio en el apartado 1.2.3 anterior, cuando en un panel sólo existen tensiones tangenciales, la tensión de comparación ideal de abolladura σ_{coi} y la tensión tangencial ideal de abolladura τ_{cri} están ligadas por la relación $\sigma_{coi} = \sqrt{3} \times \tau_{cri}$. De la misma forma, la tensión de comparación real de abolladura σ_{cor} y la tensión tangencial real de abolladura τ_{crr} estarán ligadas por la relación $\sigma_{cor} = \sqrt{3} \times \tau_{crr}$.

También en el citado apartado se vio que la tensión de comparación real de abolladura era idéntica a la ideal cuando esta última era inferior al límite de proporcionalidad del acero, que se toma a su vez igual al 80% del límite elástico del mismo. En este caso se tendrá:

$$\sigma_{coi} = \sqrt{3} \times \tau_{cri} = 0,8 \times f_y; \quad \tau_{cri} = \frac{0,8 \times f_y}{\sqrt{3}}$$

La esbeltez adimensional en este caso valdrá, de acuerdo con (2.2)

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{f_y}{\sqrt{3} \times \tau_{cri}}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sqrt{3} \times \frac{0,8 \times f_y}{\sqrt{3}}}} = \sqrt{\frac{1}{0,8}} = 1,118 \quad (3.1, c)$$

Para valores de $\bar{\lambda}_w$ superiores a 1,118, será $\tau_{crr} = \tau_{cri}$ y por tanto $\chi = \frac{\tau_{cri} \times \sqrt{3}}{f_{yw}}$. Teniendo en cuenta la primera parte de la ecuación (2.42, c) resulta inmediatamente:

$$\chi = \frac{1,0}{\bar{\lambda}_w^2} \quad (3.2, a)$$

EC 3 adopta este mismo valor de χ , pero para valores de $\bar{\lambda}_w$ superiores a 1,25 lo que está ligeramente del lado de la seguridad respecto a lo deducido de la teoría de Bleich.

Se calcula, por otro lado, el valor de σ_{cor} para $\bar{\lambda}_w = 0,8$ con lo que se tiene:

$$\sigma_{cor} = \sqrt{3} \times \tau_{crit} = \frac{f_y}{\bar{\lambda}_w^2} = \frac{f_y}{0,64} = 1,5625 \times f_y$$

Sustituyendo en la ecuación (1.20, a) del capítulo 1 resulta:

$$\frac{\sigma_{cor}}{1,5625 \times f_y} = \sqrt{1 - \left(\frac{5 \times \sigma_{cor}}{f_y} - 4 \right)^2}$$

que se transforma sin dificultad en:

$$\left(\frac{\sigma_{cor}}{f_y} \right)^2 \times \left(25 + \frac{1}{1,5625^2} \right) - 40 \times \left(\frac{\sigma_{cor}}{f_y} \right) + 15 = 0,$$

de la que se obtiene

$$\sigma_{cor} = 0,958 \times f_y$$

Esto es, para esbelteces $\bar{\lambda}_w \leq 0,8$, se tiene $\tau_{crit} \approx \frac{\sigma_{cor}}{\sqrt{3}} = \frac{f_y}{\sqrt{3}}$ y por tanto $\chi = 1,0$, valor que adopta EC 3. Para valores de $\bar{\lambda}_w$ intermedios entre 0,8 y 1,25, toma para χ el valor, obtenido mediante interpolación lineal entre los correspondientes a dichos dos puntos:

$$\chi = 1,64 - 0,8 \times \bar{\lambda}_w \leq 1,0 \quad (3.2, b)$$

En cualquier caso, para calcular $\bar{\lambda}_w$ será preciso determinar previamente k_τ . Su valor depende fundamentalmente de la disposición de rigidizadores existente en el panel en estudio, por lo que se estudian los casos más significativos.

Sea en primer lugar el caso de **paneles que no dispongan de rigidizadores longitudinales**. Si el panel está limitado por dos alas o almas y por dos rigidizadores transversales ultrarrígidos, Figura 3-1, el valor de k_τ es el dado por las ecuaciones (1.11) del capítulo 1:

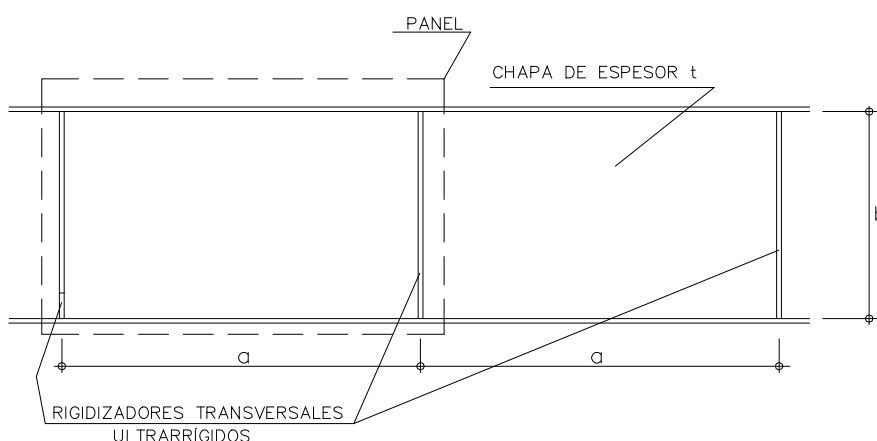


Figura 3-1

$$k_{\tau} = 5,34 + 4,0 \times \left(\frac{b}{a}\right)^2, \text{ válida para } a \geq b \quad (1.11, a)$$

$$k_{\tau} = 4,0 + 5,34 \times \left(\frac{b}{a}\right)^2, \text{ válida para } a < b \quad (1.11, b)$$

Obsérvese que el valor de k_{τ} es el mismo para un panel de dimensiones $a \times b$, calculado mediante la ecuación (1.11, a), que para un panel de dimensiones $b \times a$, calculándolo mediante la ecuación (1.11, b).

En caso de que exista algún rigidizador transversal no ultrarrígido, lo que no se recomienda, debe calcularse k_{τ} para cada uno de los paneles parciales 1 y 2 y para el panel general 3 marcados en la Figura 3-2, aplicando las expresiones (1.11), debiendo tomarse el menor de ellos para el estudio de los dos paneles parciales 1 y 2.

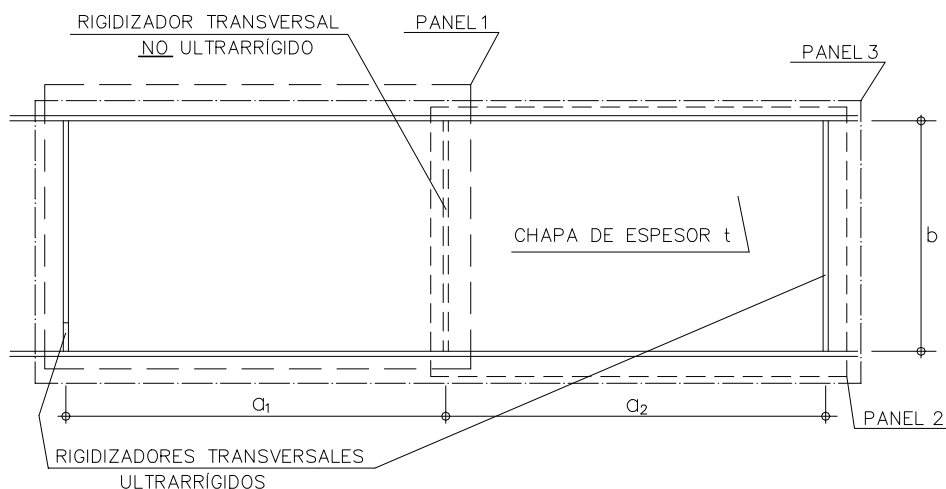


Figura 3-2

Sea ahora el caso de **paneles que dispongan de rigidizadores longitudinales**, además de transversales, que supondremos ultrarrígidos, Figura 3-3. Si existiesen rigidizadores transversales no ultrarrígidos, no se tendrán en cuenta a estos efectos. Los rigidizadores longitudinales no necesitan ser ultrarrígidos.

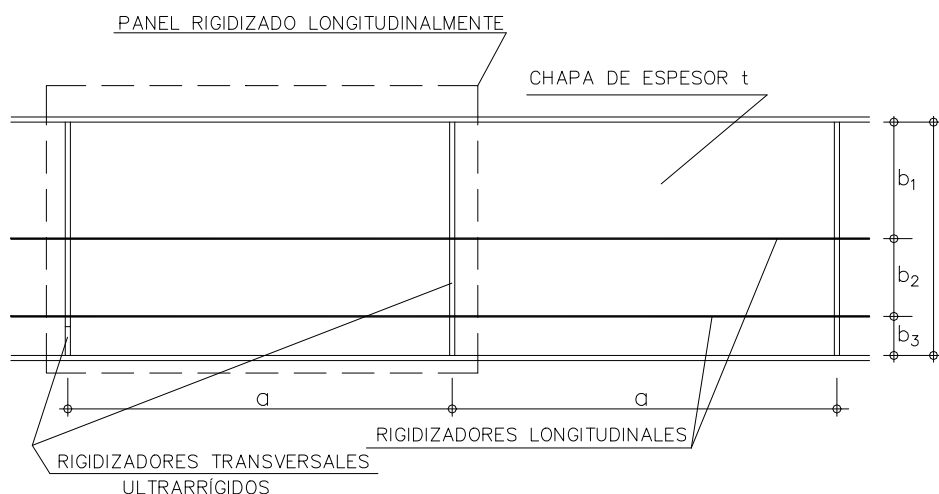


Figura 3-3

En este caso deberá calcularse k_τ empleando las fórmulas (1.11) para cada uno de los subpaneles de dimensiones $a \times b_1$, $a \times b_2$ y $a \times b_3$; y para el panel completo de dimensiones $a \times b$, empleando las expresiones (2.44) que daremos a continuación. Se tomará como valor de k_τ para todo el panel de dimensiones $a \times b$ el menor de los obtenidos.

Las expresiones siguientes, que tienen en cuenta la colaboración de los rigidizadores longitudinales, se han tomado del Anejo A de EC 3 1-5:

$$k_\tau = 5,34 + 4,0 \times \left(\frac{b}{a} \right)^2 + k_{\tau l}, \quad \text{válida para } a \geq b \quad (3.3, a)$$

$$k_\tau = 4,0 + 5,34 \times \left(\frac{b}{a} \right)^2 + k_{\tau l}, \quad \text{válida para } a < b \quad (3.3, b)$$

en donde:

$$k_{\tau l} = 9 \times \left(\frac{b}{a} \right)^2 \times \sqrt[4]{\left(\frac{I_{sl}}{b \times t^3} \right)^3} \geq \frac{2,1}{t} \times \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{b}} \quad (3.3, c)$$

y siendo I_{sl} la suma de las inercias de todos los rigidizadores longitudinales existentes, incluyendo en los mismos las bandas de $15 \times \epsilon \times t$ citadas en el apartado 2.2.7 e indicadas en la Figura 2-23.

En caso de que sólo existan 1 ó 2 rigidizadores longitudinales y sea $a < 3 \times b$, en vez de los valores dados por (2.44, a) ó (2.44, b) se tomará:

$$k_{\tau} = 4,1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \times \left(6,3 + 0,18 \times \frac{I_{s1}}{b \times t^3}\right) + \frac{2,2}{t} \times \sqrt{\frac{I_{s1}}{b}} \quad (3.3, d)$$

En (2.44, c) y (2.44, d) se ha tenido en cuenta el hecho de que la colaboración de los rigidizadores longitudinales se sobreestima si se emplea el valor de k_{τ} deducido a partir de consideraciones puramente teóricas, por lo que dichas expresiones se han modificado para que su valor sea igual al deducido de la expresión teórica con una inercia de rigidizadores igual a la tercera parte de la real, con lo que el ajuste a la experimentación es satisfactorio.

3.1.2 MÉTODO DEL CAMPO DIAGONAL DE TENSIONES.

El método que se expone a continuación es el denominado **método de Cardiff**, debido al profesor Rockey y colaboradores que lo hicieron público en 1974, relativamente fácil de aplicar y se ajusta excepcionalmente bien a los resultados experimentales; como ya se ha indicado, está admitido en RPM y RPX-95 y lo estuvo en ediciones antiguas de EC3 para paneles limitados por dos alas y por dos rigidizadores transversales de rigidez y resistencia adecuadas en los que se cumpla que $a/b \leq 3$.

Sea un rectángulo de chapa de dimensiones $a \times b$ limitado por las alas y por dos rigidizadores verticales, perfectamente plana y sometida únicamente a la tensión tangencial τ ; esto equivale a decir, que, en cualquier punto del rectángulo las tensiones principales tienen el valor τ y actúan a 45° y 135° , Figura 3-4.

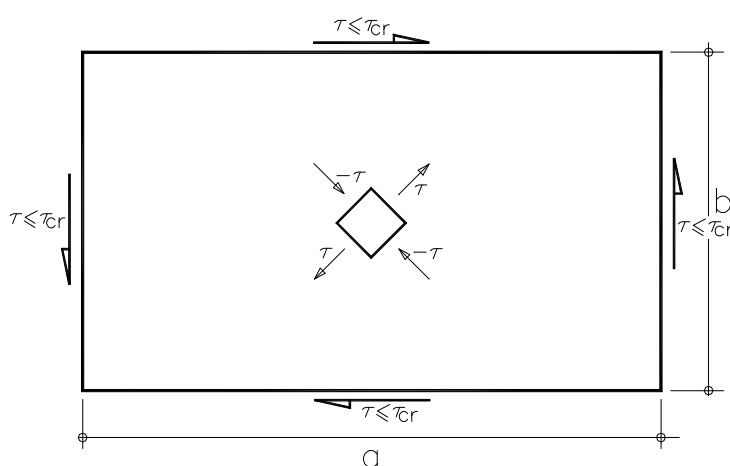


Figura 3-4

Se tiene que τ podrá aumentar hasta que alcance el valor de τ_{cr} dado por (1.11, a); en este instante, el panel abolla, originándose un cambio en el modo de sustentar las

cargas. El alma no puede absorber los aumentos de τ por encima de τ_{cr} mediante el desarrollo de las dos tensiones principales iguales en valor absoluto, ya que la compresión no puede aumentar por estar el panel abollado; pero si pueden hacerlo las tracciones.

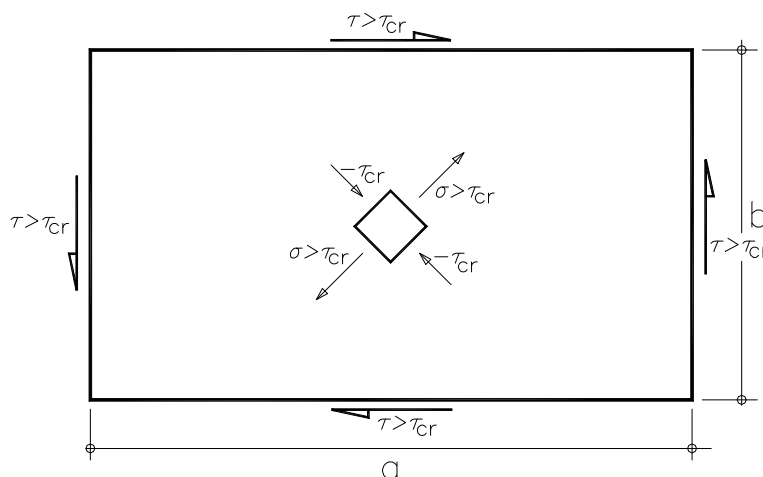


Figura 3-5

Ello hace que una zona del alma trabaje como si fuese la diagonal de una jácena triangulada, denominándose esta forma de trabajar **campo diagonal de tracciones**. Esta forma de trabajar fue ya intuita en el siglo XIX por los constructores de los primeros puentes con almas de cantos importantes, tales como el Britannia, Figura 3-6



Figura 3-6

Dicha zona o banda del alma, de anchura g , está orientada según un cierto ángulo ϕ , distinto en general del ángulo ϕ de la diagonal del panel, Figura 3-7.

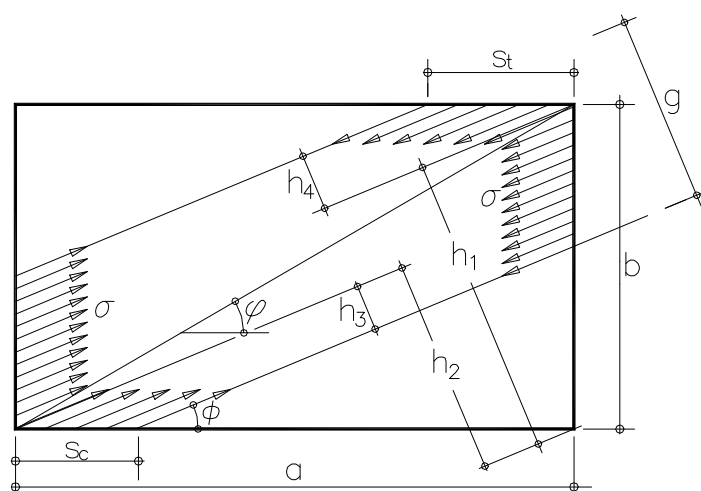


Figura 3-7

Si sigue aumentando la sollicitación exterior, aumenta el valor σ de las tracciones, permaneciendo constante el valor τ_{cr} de las compresiones. El agotamiento se alcanza cuando se forma un mecanismo plástico con cuatro rótulas plásticas en las alas, puntos E , H , K y G , y una zona $EHKG$ del alma completamente plastificada, Figura 3-8. En ese instante, la tensión σ en la banda, Figura 3-7, alcanza el valor σ_{bb} que determinaremos más adelante.

En estas condiciones, el panel puede fluir plásticamente bajo la acción del cortante exterior V_{pos} , Figura 3-9. En la Figura 3-10 se observa el comportamiento de un panel ensayado en el ETSI. Caminos de la UPC, y el resultado de la simulación del comportamiento del mismo mediante elementos finitos no lineales.

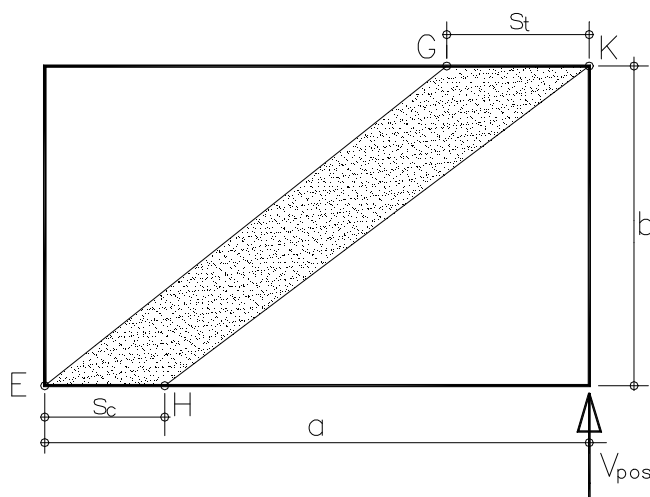


Figura 3-8

El valor del cortante poscrítico V_{pos} capaz de producir este mecanismo plástico se determina igualando el trabajo realizado por V_{pos} al pasar desde la posición original,

Figura 3-8 a la posición deformada, Figura 3-9 a la disposición plástica en las 4 rótulas y

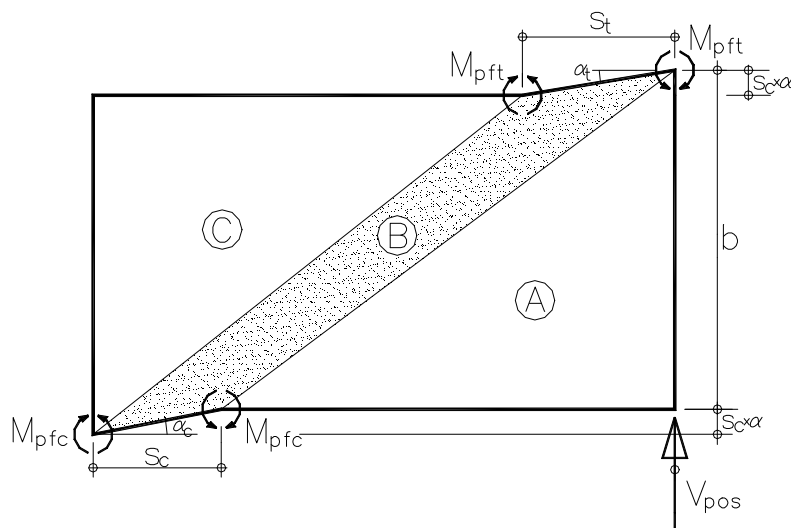


Figura 3-9

El trabajo realizado por la fuerza exterior V_{pos} vale $V_{pos} \times s_c \times \alpha$. Si las dos alas tienen la misma sección, la energía disipada en las 4 rótulas plásticas de los puntos E, H, K y G es $4 \times M_{pf} \times \alpha$, en donde M_{pf} es el momento plástico de la sección del ala. Se recuerda que si ésta es rectangular de dimensiones $b_f \times t_f$ se tendrá:

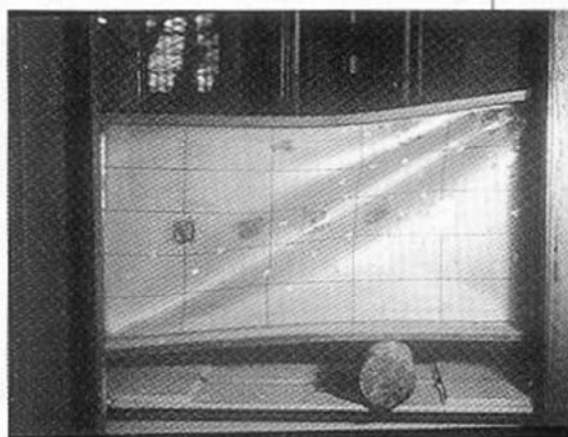
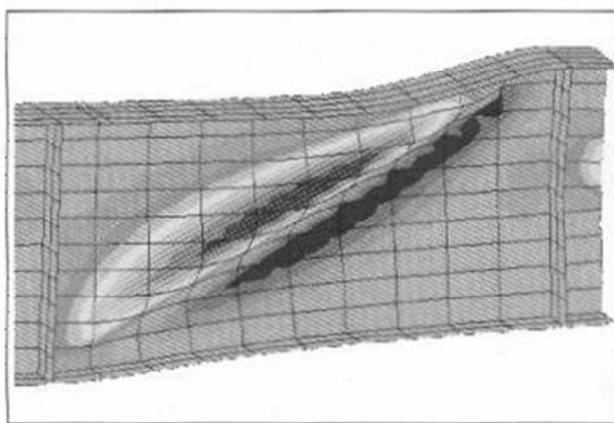


Figura 3-10 (Cortesía de E. Real y E. Mirambell)

$$M_{pf} = \frac{b_f \times t_f^2 \times f_y}{4} \quad (3.4)$$

En este caso será $s_c = s_t \equiv s$ y $\alpha_c = \alpha_t = \alpha$. Si las dos alas tienen secciones distintas, se deberá sustituir $4 \times M_{pf}$ por $2 \times (M_{pfc} \times \alpha_c + M_{pft} \times \alpha_t)$

La energía disipada en la banda B al pasar de una a otra posición será igual al producto del desplazamiento de la citada banda en la dirección de la tensión σ_{bb} por la fuerza actuante en dicha dirección, igual al producto de σ_{bb} por el área de la banda en dirección normal a la citada tensión σ_{bb} .

El desplazamiento vale $s_c \times \alpha \times \sin \Phi$, Figura 3-11. La dimensión de la banda B en dirección normal a la tensión σ_{bb} , Figura 2-26, vale $g - h_4$, y su área, $(g - h_4) \times t$. En consecuencia, dado que $h_4 = s_t \times \sin \Phi$, la disipación plástica en la banda será:

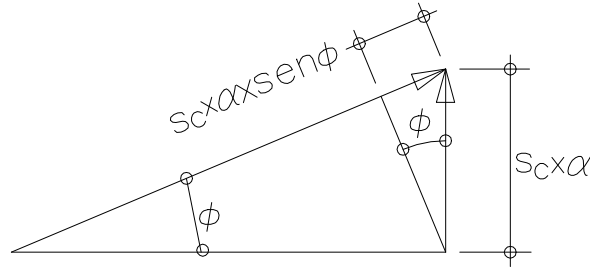


Figura 3-11

$$\sigma_{bb} \times (g - s_t \times \sin \Phi) \times t \times s_c \times \alpha \times \sin \Phi$$

Igualando energías se deduce:

$$V_{pos} = \frac{4 \times M_{pf}}{s_c} + \sigma_{bb} \times t \times (g - s_t \times \sin \Phi) \times s_c \times \alpha \times \sin \Phi \quad (3.5)$$

El valor de g se deduce con facilidad de la Figura 3-7:

$$\begin{aligned} g &= h_1 - h_2 + h_3 + h_4 = b \times \cos \Phi - a \times \sin \Phi + s_c \times \sin \Phi + s_t \times \sin \Phi = \\ &= g = b \times \cos \Phi - (a - s_c - s_t) \times \sin \Phi \end{aligned} \quad (3.6)$$

Para determinar el valor de σ_{bb} que da origen al mecanismo de colapso que se acaba de describir, tendremos que estudiar el estado tensional de un punto genérico situado en el interior de la banda B plastificada, Figura 3-12.

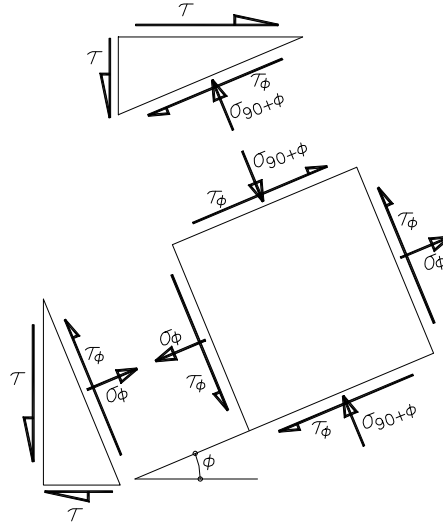


Figura 3-12

Sea τ el valor de la tensión tangencial ocasionada por las cargas exteriores en el momento de producirse la abolladura precrítica. Estableciendo el equilibrio de las cuñas triangulares mostradas en dicha figura, es inmediato obtener:

$$\sigma_{\phi} = -\sigma_{90+\phi} = 2 \times \tau \times \sin \phi \times \cos \phi$$

$$\tau_{\phi} = \tau \times (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi)$$

Cuando se produce el mecanismo plástico de colapso, en la dirección ϕ se ha añadido la tensión σ_{bb} , con lo que en ese instante será:

$$\sigma_{\phi,T} = \sigma_{bb} + \sigma_{\phi} = \sigma_{bb} + 2 \times \tau \times \sin \phi \times \cos \phi \quad (3.7, a)$$

$$\sigma_{90+\phi,T} = -2 \times \tau \times \sin \phi \times \cos \phi \quad (3.7, b)$$

$$\tau_{\phi,T} = \tau \times (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \quad (3.7, c)$$

Dado que la zona B del alma está plastificada, en ella se cumplirá, de acuerdo con el criterio de Von Mises, que:

$$\sqrt{\sigma_{\phi,T}^2 + \sigma_{90+\phi,T}^2 - \sigma_{\phi,T} \times \sigma_{90+\phi,T} + 3 \times \tau_{\phi,T}^2} = f_y \quad (3.8)$$

Sustituyendo los valores dados por las expresiones (2.48) y teniendo en cuenta que $\cos^4 \phi + \sin^4 \phi = 1 - 2 \times \sin \phi \times \cos \phi$, la expresión (2.49) se convierte en:

$$\sqrt{\sigma_{bb}^2 + 3 \times \sigma_{bb} \times \tau \times \sin 2\phi + 3 \times \tau^2} = f_y$$

De aquí es inmediato despejar σ_{bb} , obteniéndose:

$$\sigma_{bb} = -\frac{3}{2} \tau \times \sin 2\phi + \sqrt{f_y^2 + \tau^2 \times \left(\frac{9}{4} \sin^2 2\phi - 3 \right)} \quad (3.9, a)$$

Si se denomina $\psi = \frac{3}{2} \tau \times \sin 2\phi$, resulta finalmente:

$$\sigma_{bb} = \sqrt{f_y^2 - 3\tau^2 + \psi^2} - \psi \quad (3.9, b)$$

Se recuerda que, en la expresión anterior, τ es el valor de la tensión tangencial en el momento de producirse la abolladura elástica o precrítica.

Quedan pendientes de determinar los valores de las distancias s_c y s_t . Para ello se debe estudiar el tramo de ala superior comprendido entre las dos rótulas plásticas C y D de la Figura 3-8, a, que se representa en detalle en la Figura 3-13.

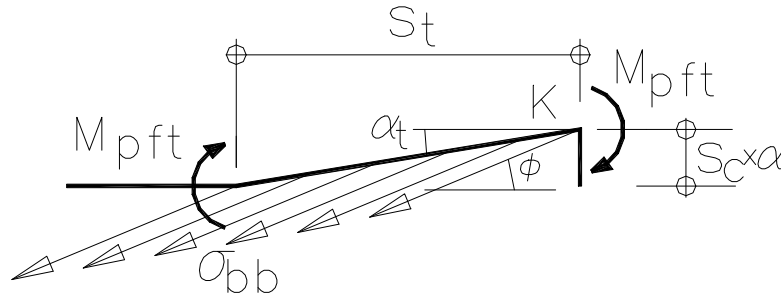


Figura 3-13

En el instante en que comienza la plastificación es $\alpha_c = \alpha_t \approx 0$. Tomando momentos respecto al punto K se tiene:

$$2 \times M_{pft} = \sigma_{bb} \times t \times \frac{(s_t \times \sin \phi)^2}{2},$$

de donde es inmediato obtener:

$$\frac{4 \times M_{pf}}{s_t} = \sigma_{bb} \times t \times s_t \times \sin^2 \phi \quad (3.10)$$

$$s_t = \frac{2}{\sin \phi} \sqrt{\frac{M_{pft}}{t \times \sigma_{bb}}} \quad (3.11, a)$$

De la misma manera se obtendría:

$$s_c = \frac{2}{\sin \phi} \sqrt{\frac{M_{pfc}}{t \times \sigma_{bb}}} \quad (3.11, b)$$

Si las alas de la viga estuviesen sometidas a tensiones normales como consecuencia del esfuerzo axil o de la flexión general de la pieza, los momentos plásticos M_{pft} y M_{pfc} se verían disminuidos, debiendo tomarse en las expresiones (3.11) anteriores M'_{pft} y M'_{pfc} en vez de M_{pft} y M_{pfc} , siendo:

$$M'_{pf} = M_{pf} \left[1 - \left(\frac{N_f}{N_{fy}} \right)^2 \right] \quad (3.12, a)$$

En estas ecuaciones (3.12) N_f es el esfuerzo axil en el ala considerada, $N_f = b_f \times t_f \times \sigma_f$ y N_{fy} el axil que plastifica dicho ala, $N_{fy} = b_f \times t_f \times f_y$. Como es natural, esta expresión debe particularizarse para cada una de las alas.

Si el panel en estudio está sometido, además de a un cortante, sólo a la acción de un flector exterior M_{sd} , la expresión anterior se sustituye por:

$$M'_{pf} = M_{pf} \left[1 - \left(\frac{M_{sd}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right] \quad (3.12, b)$$

en donde $M_{f,Rd}$ es el momento plástico de las alas solas, es decir, el momento plástico de la sección de la viga considerando nulo el espesor del alma. No debe confundirse con M_{pf} , momento plástico de un ala considerada como sección independiente.

Una vez calculados todos los valores necesarios, se puede sustituirlos en (3.5), teniendo en cuenta (3.10) para obtener el valor del cortante poscrítico:

$$\begin{aligned} V_{pos} &= \sigma_{bb} \times t \times s_t \times \sin^2 \phi + \sigma_{bb} \times t \times (g - s_t \times \sin \phi) \times \sin \phi = \\ &= V_{pos} = g \times \sigma_{bb} \times t \times \sin \phi \end{aligned} \quad (3.13)$$

Para ϕ debe tomarse el valor que maximice el valor de V_{pos} , calculándolo por tanteos sucesivos. Se está del lado de la seguridad tomando:

$$\phi = \frac{2}{3} \arctg \varphi = \frac{2}{3} \arctg \frac{b}{a} \quad (3.14)$$

De acuerdo con las Recomendaciones RPM y RPX-95, la resistencia de cálculo del panel V_{Rd} se debe tomar igual a:

$$V_{Rd} = \frac{1}{\gamma_M} (V_{cr} + V_t) \quad (3.15)$$

En la expresión anterior es $\gamma_M = 1,10$, coeficiente de minoración de resistencia, de idéntico valor que el coeficiente γ_{M1} empleado en EC3. V_{cr} es la resistencia precrítica del panel, que ya se comentó como se calculaba en el apartado 2.3.1 anterior.

V_t viene dado por:

$$V_t = 0,9 \times g \times \sigma_{bb} \times t \times \sin \phi \quad (3.16)$$

Comparando con (3-13), se ve inmediatamente que V_t es la resistencia poscrítica, afectada del factor reductor 0,9, introducido originalmente en versiones antiguas de EC 3 para conseguir un mayor rigor estadístico en el ajuste de las expresiones teóricas a los resultados experimentales.

Para calcular V_t en la práctica, se recomienda proceder de la siguiente manera:

- Adoptar para ϕ el valor dado por (3.14)
- Calcular s_t y s_c mediante las expresiones (3.11.a) y (3.11.b), y (3.12a) y (3.12b) en caso necesario. En vigas cajón, salvo estudios especiales, se tomará $s_t = s_c = 0$
- Calcular g utilizando (3.6)
- Calcular σ_{bb} con ayuda de (3.9 b)
- Sustituir estos valores en (3.16)

Se recuerda que, para que el método sea aplicable, se debe cumplir que $a/b \leq 3$. Para valores de $a/b > 3$, produce resultados excesivamente conservadores. En los casos en que $a < b$, esto es, $a/b < 1$ se tomará b como longitud del panel y a como su altura, aplicándose el método con estos nuevos valores.

Por otro lado, los rigidizadores deben ser capaces de resistir los esfuerzos que les ocasiona el campo diagonal de tensiones, Figura 3-14. En dicha figura anterior se ha representado una viga formada por 4 paneles. Se observa que los rigidizadores

intermedios están sometidos a un esfuerzo de compresión N_{Td} de valor igual a la diferencia entre el cortante de cálculo V_{sd} y la resistencia precrítica del panel, V_{cr} :

$$N_{Td} = V_{sd} - \frac{V_{cr}}{\gamma_M} N_{Td} \geq 0 \quad (3.17)$$

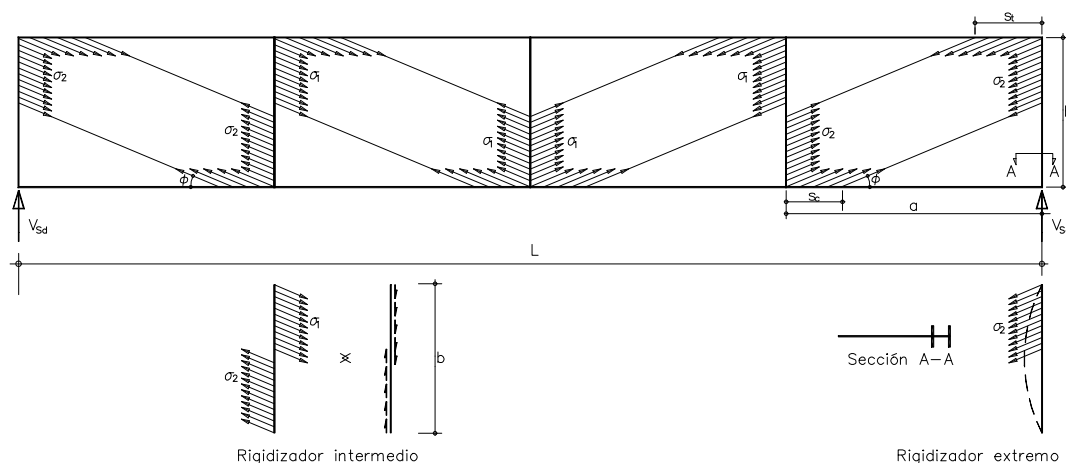


Figura 3-14

Lógicamente, habrá que dimensionar estos rigidizadores para resistir dicho esfuerzo según se indicará en el apartado 2.3.4 siguiente. Obsérvese que el esfuerzo N_{Td} es variable de un panel a otro, pudiendo llegar a ser nulo.

Los rigidizadores extremos presentan el problema adicional de que pueden fallar por flexión hacia el interior del alma si no tienen rigidez y resistencia suficiente en el plano del alma, por lo que se recomienda que sean dobles.

3.1.3 MÉTODO DEL CAMPO DE TENSIONES GIRADO.

El método del campo de tensiones girado se debe a Höglund; sus primeras publicaciones sobre el tema datan de 1971. Presenta coincidencias y discrepancias con el método del campo diagonal de tensiones que se acaba de exponer. Estudia únicamente la resistencia a cortante del alma del panel, sin tener en cuenta la colaboración de las alas en el mecanismo de plastificación, por lo que según se verá, EC 3 1-5 le suma a la resistencia del alma, calculada por este método, la debida a la plastificación de las alas, caso de que exista.

Al igual que en el método del campo diagonal, se admite que para cortantes exteriores inferiores al que produce la abolladura precrítica, el estado tensional es el indicado en la Figura 3-4 anterior, con dos tensiones principales de valores $\pm \tau$ dirigidas según ángulos de 45° y 135° .

Cuando se produce la abolladura al aumentar el cortante exterior y por tanto las tensiones tangenciales que origina, la tensión principal de compresión σ_2 será igual a la tensión tangencial de abolladura precrítica τ_{cr} , cambiada de signo, esto es, $\sigma_2 = -\tau_{cr}$. La tensión principal de tracción σ_1 en cambio puede alcanzar valores superiores a τ_{cr} .

Höglund postula que, cerca de las alas, no pueden existir tensiones normales en dirección perpendicular a las mismas. En consecuencia, el campo tensional en un punto cerca de un ala será el representado en la Figura 3-15.

En ella, τ es la tensión tangencial en dirección paralela al ala, producida por las sollicitaciones exteriores, y σ_1 y σ_2 las tensiones principales, dirigidas según el ángulo φ cuyo valor desconocemos en principio.

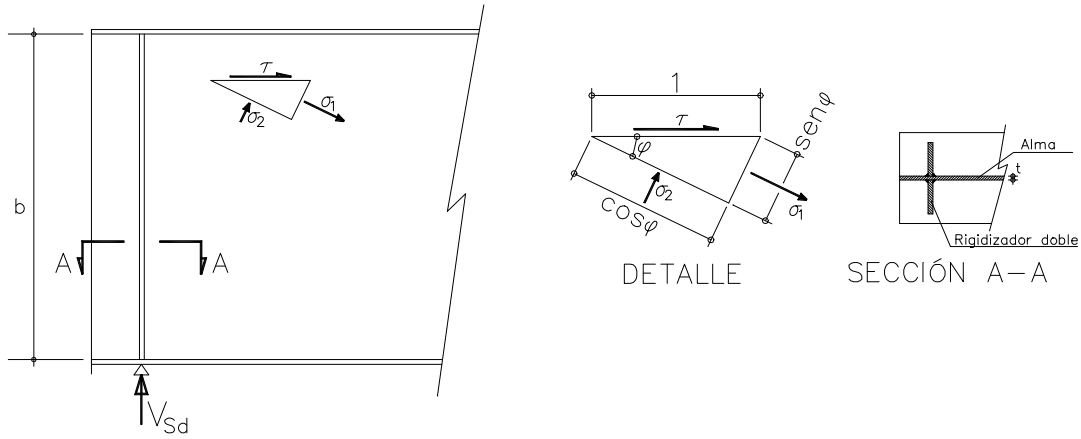


Figura 3-15

Proyectando fuerzas en la dirección de σ_1 se tendrá:

$$\tau \times 1 \times \cos \varphi \times t = \sigma_1 \times \sen \varphi \times t$$

de donde

$$\sigma_1 = \frac{\tau \times \cos \varphi}{\sen \varphi} = \frac{\tau}{\tg \varphi} \quad (3.18, a)$$

Análogamente, proyectando en la dirección perpendicular:

$$\tau \times 1 \times \sen \varphi \times t = -\sigma_2 \times \cos \varphi \times t$$

de donde

$$\sigma_2 = -\tau \times \tg \varphi \quad (3.18, b)$$

Eliminando τ entre estas dos últimas ecuaciones y teniendo en cuenta que, como ya se ha indicado, $\sigma_2 = -\tau_{cr}$, se obtiene:

$$\sigma_1 = -\frac{\sigma_2}{\tan^2 \varphi} = \frac{\tau_{cr}}{\tan^2 \varphi} \quad (3.18, c)$$

Supuesto que las alas no colaboran, el agotamiento del alma se producirá cuando en el punto en estudio se produzca la plastificación, esto es, cuando se cumpla que:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \times \sigma_2} = f_y \quad (3.19)$$

En ese instante, τ alcanza su valor máximo, al que se denominará τ_u .

Sustituyendo los valores de las tensiones principales dados por (3.18.c) y por $\sigma_2 = -\tau_{cr}$, y teniendo en cuenta que, según (3.18.b),

$$\tan \varphi = \frac{\sigma_2}{-\tau_u} = \frac{-\tau_{cr}}{-\tau_u} = \frac{\tau_{cr}}{\tau_u},$$

la ecuación (3.19) se transforma en:

$$\frac{\tau_{cr}^2}{\left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_u}\right)^4} + \tau_{cr}^2 + \frac{\tau_{cr}^2}{\left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_u}\right)^2} = f_y^2$$

o lo que es lo mismo,

$$\tau_u^4 + \tau_u^2 \times \tau_{cr}^2 + \tau_{cr}^4 - \tau_{cr}^2 \times f_y^2 = 0$$

Llamando $\tau_u^4 \equiv x^2$ y teniendo en cuenta que x tiene que ser positivo al ser igual al cuadrado de τ_u , se obtiene en la ecuación anterior:

$$x = \frac{-\tau_{cr}^2 + \sqrt{4 \times \tau_{cr}^2 \times f_y^2 - 3 \times \tau_{cr}^4}}{2}$$

Dividiendo por $\left(\frac{f_y}{\sqrt{3}}\right)^2$ en los dos miembros de esta última expresión, se obtiene después de algunas transformaciones,

$$\left(\frac{\sqrt{3} \times \tau_u}{f_y}\right)^2 = \frac{\left(\frac{\sqrt{3} \times \tau_{cr}}{f_y}\right)^2 + \sqrt{\frac{4 \times 3^2 \times \tau_{cr}^2}{f_y^2} - \frac{3 \times 3^2 \times \tau_{cr}^4}{f_y^4}}}{2} \quad (3.20)$$

Teniendo en cuenta que

$$\bar{\lambda}_w = \sqrt{\frac{f_y}{\sqrt{3} \times \tau_{cr}}}$$

y por tanto

$$\frac{1}{\bar{\lambda}_w} = \sqrt{\frac{\sqrt{3} \times \tau_{cr}}{f_y}},$$

esta expresión se puede transformar en:

$$\left(\frac{\tau_u}{\frac{f_y}{\sqrt{3}}}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{\bar{\lambda}_w^2} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{4\bar{\lambda}_w^4}} - \frac{1}{2\sqrt{3} \times \bar{\lambda}_w^2} \right)$$

que puede escribirse como:

$$\tau_u = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \times \chi_w, \quad (3.21, a)$$

siendo

$$\chi_w = \frac{\sqrt[4]{3}}{\bar{\lambda}_w} \sqrt{\sqrt{1 - \frac{1}{4\bar{\lambda}_w^4}} - \frac{1}{2\sqrt{3} \times \bar{\lambda}_w^2}} \quad (3.21, b)$$

El ajuste de las ecuaciones (3.21) a los datos experimentales es francamente bueno para cualquier relación a/b , siempre que los rigidizadores extremos de la viga puedan resistir las tracciones a que están sometidos, Figura 3-14, es decir, puedan considerarse como rígidos. En el apartado 2.3.5. se indicarán las condiciones que han de cumplir para ello.

Si los rigidizadores extremos no pueden considerarse como rígidos, el campo girado de tensiones no puede desarrollarse por completo y χ_w no puede alcanzar los valores dados por (3.21.b)

En el artículo 5.2 de EC3 1-5 se indica que la resistencia a cortante de una viga, rigidizada o sin rigidizar, viene dada por:

$$V_{b,Rd} = (\chi_w + \chi_f) \times b \times t \times \frac{f_{yw}}{\sqrt{3} \times \gamma_{M1}} \quad (3.22)$$

χ_w y χ_f indican las contribuciones respectivas del alma y de las alas a la resistencia a cortante de la viga. EC3 1-5 indica que la suma de ambos no debe ser superior a un nuevo parámetro, η , para el que recomienda el valor 1,2 si los aceros empleados tienen límites elásticos no superiores a 355 N/mm², o el valor 1,0 en caso contrario.

Los valores de χ_w se indican en la tabla 5.1 de dicho apartado, que se reproduce como Figura 3-16.

VALORES DE χ_w

Esbeltez relativa	Rigidizadores extremos rígidos	Rigidizadores extremos no rígidos
$\bar{\lambda}_w < \frac{0,83}{\eta}$	η	η
$\frac{0,83}{\eta} \leq \bar{\lambda}_w < 1,08$	$\frac{0,83}{\bar{\lambda}_w}$	$\frac{0,83}{\bar{\lambda}_w}$
$\bar{\lambda}_w \geq 1,08$	$\frac{1,37}{0,7 + \bar{\lambda}_w}$	$\frac{0,83}{\bar{\lambda}_w}$

Figura 3-16

Comparando los valores de χ_w dados en esta tabla con los obtenidos mediante (3.21.b) se observa que, por una parte, para esbelteces bajas y aceros con límite elástico no superior a 355 N/mm², χ_w es mayor que 1,0, lo que indica que la resistencia a cortante de la sección es **superior a su resistencia plástica**, lo que se debe a que EC3 1-5 tiene en cuenta el endurecimiento por deformación del acero en estas secciones poco esbeltas.

Por el contrario, para esbelteces medias y altas, los valores indicados para χ_w son inferiores a los obtenidos mediante (3.21.b). Se debe al ajuste estadístico realizado para garantizar la fiabilidad adecuada.

En la tercera columna de la tabla se incluyen los valores de χ_w correspondientes a vigas con rigidizadores extremos no rígidos, que coinciden con los correspondientes a vigas con rigidizadores extremos rígidos para esbelteces bajas y medias, en las que es menos apreciable la resistencia poscrítica. Para esbelteces altas son bastante menores, ya que la resistencia poscrítica no puede desarrollarse adecuadamente al no estar anclado el campo girado de tensiones.

En ediciones anteriores de EC3 aparecía como método alternativo al del campo diagonal de tensiones para paneles con cualquier relación a/b el denominado **método poscrítico simple**, que, sin este nombre, sigue estando vigente en las Recomendaciones RPM y RPX-95.

Según este método, la resistencia a cortante **total** de un panel viene dada por

$$V_{Rd} = b \times t \times \chi_w \times \frac{f_{yw}}{\sqrt{3} \times \gamma_M} \quad (3.23, a)$$

En este caso, los valores de χ_w vienen dados por:

$$\chi_w = 1,50 - 0,625 \times \bar{\lambda}_w \leq 1 \quad \text{para } \bar{\lambda}_w \leq 1,20 \quad (3.23, b)$$

$$\chi_w = \frac{0,9}{\bar{\lambda}_w} \quad \text{para } \bar{\lambda}_w > 1,20 \quad (3.23, c)$$

Estos valores son muy parecidos a los dados por el método del campo girado cuando los rigidizadores extremos no son rígidos, por lo que será conservador en el caso de que sí sean rígidos.

Se observa además que este método desprecia por completo la colaboración de las alas en la resistencia a cortante del panel, por lo que en general es excesivamente conservador, lo que ha hecho que desaparezca de EC3 1-5, ventajosamente sustituido por el método del campo de tensiones girado.

En la Figura 3-17 se comparan los valores obtenidos para χ_w según los distintos métodos expuestos. No se incluye el del campo diagonal por depender sus resultados de la relación a/b .

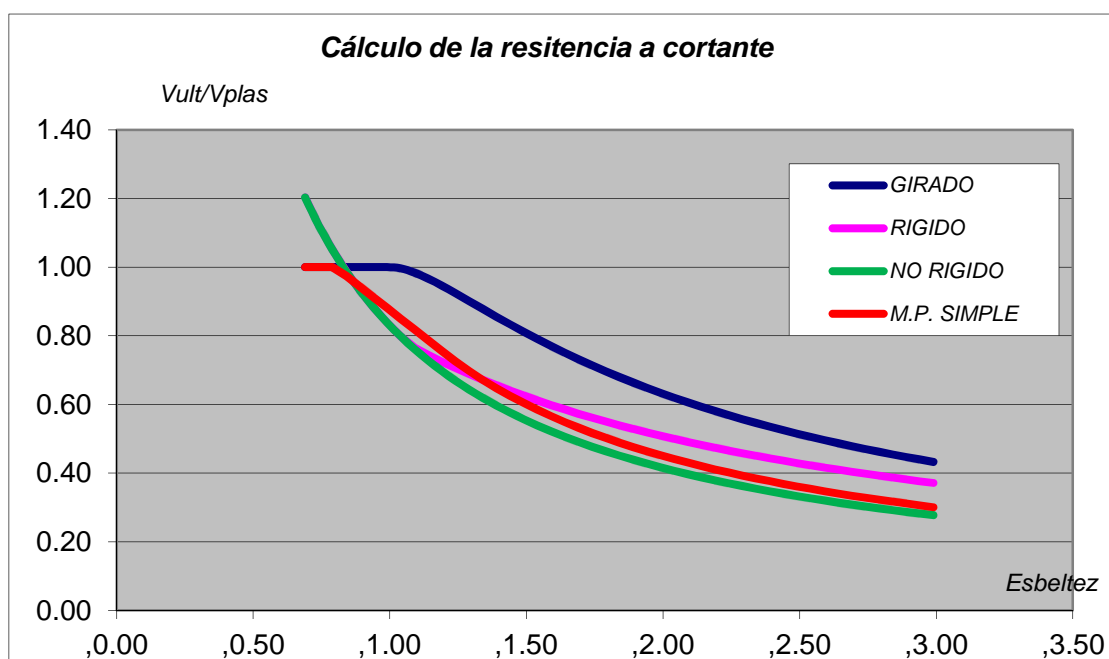


Figura 3-17

3.1.4 COLABORACIÓN DE LAS ALAS.

Volviendo al apartado 2.3.1 anterior se puede analizar de nuevo el mecanismo plástico de colapso, Figura 3-8y Figura 3-9. Sea nula la aportación de la banda *EFGK* al citado mecanismo, ya que la ya se ha considerado en la formulación del método del campo de tensiones girado, y sea V_f el cortante que produce la formación de las 4 rótulas plásticas en los puntos *E*, *F*, *G* y *K*.

En este caso, la ecuación (22.46) se convierte en:

$$V_f = \frac{4 \times M_{pf}}{s} \quad (3.24, a)$$

si las dos alas tienen la misma sección, o en:

$$V_f = \frac{2 \times M_{pfc}}{s_c} + \frac{2 \times M_{pft}}{s_t} \quad (3.24, b)$$

en el caso de que sean diferentes.

De acuerdo con los ensayos de Rockey y Skaloud, realizados entre 1968 y 1971, los valores de s_c y s_t oscilan entre 0,16 y 0,55 veces el valor de la longitud a del panel, dependiendo de la rigidez de la alas. EC3 1-5, propone tomar para s_c o s_t el valor, intermedio entre los citados:

$$s_t \text{ (ó } s_c) = a \times \left(0,25 + 1,6 \times \frac{b_f \times t_f^2 \times f_{yf}}{t \times b^2 \times f_{yw}} \right) = a \times \left(0,25 + 1,6 \times \frac{M_{pf}}{M_{pl,w}} \right) \quad (3.25)$$

En esta expresión se tomarán como valores de b_f y t_f los correspondientes al ala, superior o inferior, en estudio.

El valor dado por (3.25) para s_c o s_t es sensiblemente igual al real cuando el ala es de rigidez media; y es mayor que el real cuando la alas son muy débiles o muy rígidas, con lo que el que valor de V_f que se obtendrá al sustituir en (3.24.a) y (3.24.b) será menor que el real, lo que deja del lado de la seguridad.

Según se indicó en el apartado anterior, EC 3 1-5 indica que la resistencia total de un panel a cortante viene dada por:

$$V_{b,Rd} = (\chi_w + \chi_f) \times b \times t \times \frac{f_{yw}}{\sqrt{3} \times \gamma_{M1}} \quad (3.26, a)$$

La parte debida a las alas es evidentemente:

$$V_f = \chi_f \times b \times t \times \frac{f_{yw}}{\sqrt{3} \times \gamma_{M1}}$$

Comparando con la expresión (3.24.a) anterior es inmediato deducir que, si las dos alas son iguales, deberá ser:

$$\chi_f = \frac{4 \times M_{pf} \times \sqrt{3}}{s \times b \times t \times f_{yw}} \quad (3.27, a)$$

Si las dos alas son diferentes, se tendrá análogamente:

$$\chi_f = 2 \left(\frac{M_{pfc}}{s_c} + \frac{M_{pft}}{s_t} \right) \times \frac{\sqrt{3}}{b \times t \times f_{yw}} \quad (3.27, b)$$

Se recuerda que siguen siendo válidas las expresiones (3.12) y las consideraciones correspondientes relativas a los valores a tomar para los momentos M_{pf} cuando la viga está sometida a esfuerzos de flexión o axiles que produzcan tensiones normales en las alas.

3.2 Paneles con rigidizadores longitudinales.

3.2.1 RESISTENCIA POSTCRÍTICA

Es evidente que los rigidizadores longitudinales que puedan existir en un panel sometido a tensiones tangenciales, tienen que influir tanto en su resistencia precrítica como en la poscrítica.

La primera puede determinarse sin dificultad de acuerdo con las reglas expuestas en el apartado 2.3.1, que tienen claramente en cuenta la presencia o ausencia de tales rigidizadores longitudinales.

Más complicado parece el determinar la resistencia poscrítica, para la que se han propuesto diversos mecanismos. Ostapenko, después de comparar cuatro de ellos con la experimentación disponible llegó a la conclusión de que el modelo más sencillo, Figura 3-18, que supone que sólo se forma una banda diagonal de tensiones no influida por la presencia de los rigidizadores longitudinales, es el que mejor concordancia presenta con la experimentación.

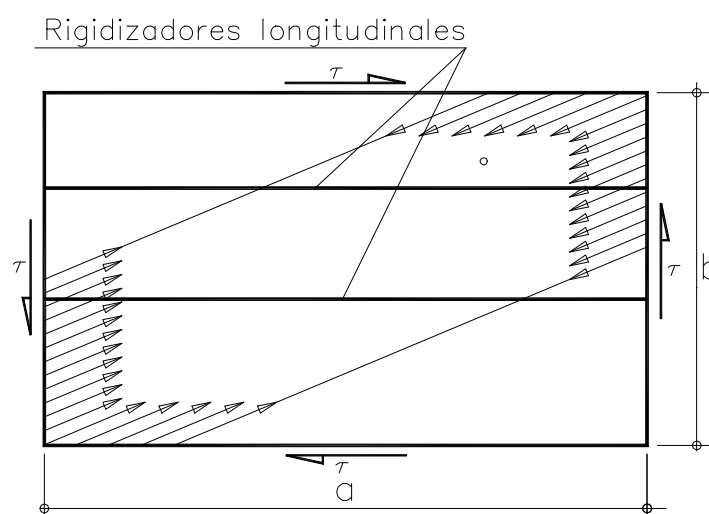


Figura 3-18

Por tanto, la resistencia poscrítica se calculará sin tener en cuenta la presencia de los rigidizadores longitudinales. Si se emplea el método del campo diagonal no hay ninguna dificultad en ello, bastando aplicar la ecuación (3.16).

En cambio, si se emplea el método del campo girado no existe esa posibilidad por lo que parece prudente en este caso no tenerlos en cuenta en absoluto.

3.2.2 INTERACCIÓN FLEXIÓN-CORTANTE.

Salvo muy contados casos, las vigas no están sometidas a cortadura pura, siendo lo habitual que estén además sometidas a flexión, flexión que reduce la resistencia a cortante de varias maneras:

- Reduciendo el valor de τ_{cr} , de acuerdo con lo expuesto en el apartado 1.2.3. del capítulo anterior.
- Disminuyendo, a causa de la presencia de las tensiones normales de flexión, el valor de σ_{bb} o de σ_l que, según el método aplicado, dan comienzo a la plastificación del alma.
- Disminuyendo el momento plástico de las alas debida a la presencia de las tensiones normales ocasionadas por la flexión.

Tradicionalmente se han tenido en cuenta estos factores mediante el empleo del llamado **diagrama de interacción flexión-cortante**, Figura 3-19.

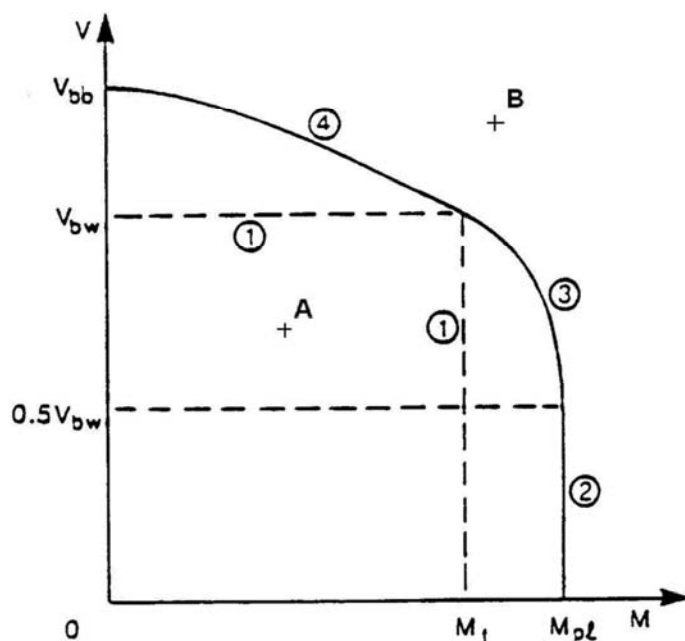


Figura 3-19

Dicho diagrama es una línea, tal como la 2-3-4 de la Figura 3-19, formada por puntos en los que las ordenadas representan valores del esfuerzo cortante V y las abscisas valores del momento flector M , tales que cada pareja de valores V - M están a punto de producir el agotamiento del panel en estudio.

Cualquier punto situado por debajo del diagrama, tal como el A de la figura, representa un par de valores V - M que el panel puede resistir con seguridad. En cambio, cualquier

punto situado por encima del diagrama, tal como el B , representa un par de valores $V-M$ que el panel no puede resistir.

El diagrama viene definido por una serie de puntos notables. De izquierda a derecha, el primero es el definido por $(V_{bb}, 0)$, en donde V_{bb} es el cortante máximo que el panel puede resistir contando con la colaboración máxima de las alas, colaboración que pueden aportar dado que las tensiones normales en las mismas son nulas por serlo el momento que solicita a la pieza.

El segundo punto corresponde al par de valores $(V_{bw}, M_{f,Rd})$, donde V_{bw} es el cortante máximo que puede resistir el panel si no puede contarse con la colaboración de las alas y $M_{f,Rd}$ es el momento plástico de las alas solas, supuesto nulo el espesor del alma. Si V_{bw} se calcula mediante el método del campo diagonal, se tomará $s_c = s_t = 0$. Si se emplea el método del campo girado para calcularlo, se tomará $\chi_f = 0$.

Los puntos intermedios entre estos dos, que forman la línea 4 de la Figura 3-8, se determinan calculando el cortante que la pieza puede resistir teniendo en cuenta las tensiones normales originadas por el flector existente.

El tercer punto corresponde al par de valores $(0,5 \times V_{bw}, M_{pl})$, en donde M_{pl} es el momento plástico de la sección supuesta completamente eficaz, esto es, sin descontar ninguna parte por abolladura. Se admite, tal como lo hace también EC3 1-5, que cortantes inferiores a $0,5 \times V_{bw}$ no influyen en el momento que la sección puede resistir.

Los puntos intermedios entre estos dos, línea 3 del diagrama, vienen definidos según EC 3 por la ecuación:

$$M_{sd} \leq M_{f,Rd} + (M_{pl} - M_{f,Rd}) \times \left[1 - \left(\frac{2 \times V_{sd}}{V_{bw}} - 1 \right)^2 \right] \quad (3.28)$$

El cuarto y último punto está definido por las coordenadas $(M_{pl}, 0)$, es decir cortante nulo y momento igual al plástico de la sección. La línea 2 que lo une con el punto anterior es una recta vertical.

Es evidente que, en bastantes casos, la pieza no puede resistir momentos iguales a M_{pl} aunque el cortante sea nulo o inferior a $0,5 \times V_{bw}$. Así sucede en secciones que no sean de clase 1 ó 2 frente a la flexión, o cuando existen problemas de pandeo lateral, por lo que habrá que limitarlo por una recta vertical trazada por la abcisa correspondiente al momento que agota la sección, incluyendo abolladura, pandeo lateral o cualquier otro fenómeno que pueda reducirlo, aunque de todas formas, el diagrama se trazará pasando por $(M_{pl}, 0)$

En el artículo 7 de EC 3 1-5 se ha preferido emplear un método analítico. Denomina η_1 y η_3 a los cocientes:

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{f_y \times A_{eff}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} \times e_{y,N}}{f_y \times W_{y,eff}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} \times e_{z,N}}{f_y \times W_{z,eff}} \leq 1,0 \quad (3.29, a)$$

$\gamma_{M0} \quad \gamma_{M0} \quad \gamma_{M0}$

$$\eta_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (3.29, b)$$

en donde $V_{b,Rd}$ es la resistencia total a cortante del panel, dada por (3.16). Obsérvese que la condición $\eta_1 \leq 1,0$, impuesta en (3.29.a), implica que en ningún punto de la sección eficaz de la pieza existan tensiones superiores al límite elástico minorado de la misma, condición típica de secciones de clase 4.

Si se tiene $\eta_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} \leq 0,5$, no es preciso reducir la resistencia a axiles y flectores para

tener en cuenta el efecto del cortante. En caso contrario, para que la sección sea segura deberá cumplirse la nueva condición:

$$\eta_1 + \left(1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl}}\right) \times (2 \times \eta_3 - 1)^2 \leq 1,0 \quad (3.29, c)$$

Si se representa esta ecuación en unos ejes η_1 - η_3 se obtiene el gráfico de la Figura 3-20.

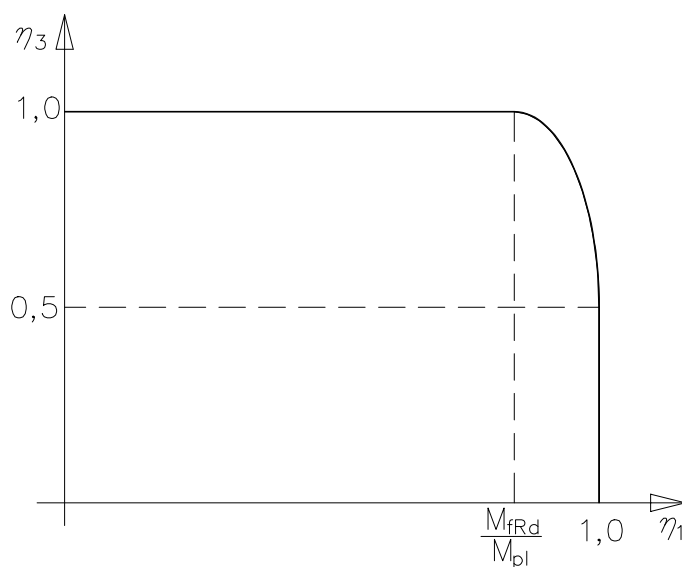


Figura 3-20

Aparentemente el diagrama está limitado en su parte superior por una recta horizontal, pero si consideramos que V_{bRd} , que interviene en el cálculo de η_3 , depende del valor de las tensiones normales en las alas, y por tanto de η_1 , hemos de admitir que dicha recta es en realidad una curva similar a la 4 de la Figura 3-19.

Por otro lado, el diagrama de la Figura 3-20 elimina la incoherencia existente en el de la Figura 3-19 de tener que dibujarlo hasta el valor de M_{pl} , valor que las secciones de clase 3 ó 4, las más frecuentemente usadas como vigas armadas, no pueden alcanzar.

3.2.3 RIGIDIZACIÓN.

Los rigidizadores más eficientes para mejorar la resistencia de un panel frente a la abolladura son los transversales, bien sean extremos o intermedios. Al disminuir la distancia a entre ellos aumenta k_τ , disminuye la esbeltez $\bar{\lambda}_w$ del panel y por tanto aumenta su resistencia. Por otro lado, deben ser capaces de resistir los esfuerzos horizontales y verticales que los campos de tracciones originan en ellos, especialmente en los extremos.

Los rigidizadores longitudinales se disponen fundamentalmente para resistir la abolladura por tensiones normales, aunque lógicamente, una vez dispuestos se aprovechan para resistir la abolladura originada por tensiones tangenciales, usándose sólo en rara ocasiones ex profeso para este fin.

Para los rigidizadores de cualquier tipo destinados a mejorar la resistencia de un panel frente a la abolladura causada por tensiones tangenciales son también válidas las disposiciones constructivas expuestas en el apartado 2.2.8 y lo expuesto en el 2.2.7 respecto a anchos colaborantes de la chapa del panel y a relaciones canto/espesor de los elementos del propio rigidizador.

Comencemos por estudiar los rigidizadores **transversales extremos**. Tanto en el apartado 2.3.2 como en el 2.3.3 hemos puesto de manifiesto su importancia para resistir la componente longitudinal de los campos diagonal o girado de tensiones. Si no son capaces de resistir dicha componente, la resistencia a cortante del panel será bastante inferior.

De acuerdo con EC3 1-5, apartado 9.3.1, para que un rigidizador transversal extremo pueda considerarse como **rígido** debe ser capaz de resistir la correspondiente reacción de apoyo de la pieza y, actuando como una viga de luz igual a la altura b del alma, resistir además las tensiones longitudinales contenidas en el plano del alma.

Debe estar formado, bien por dos rigidizadores dobles que formen las alas de una viga de longitud b , o por una sección laminada en H o en [] soldada al alma, Figura 3-21 figura 22.45.

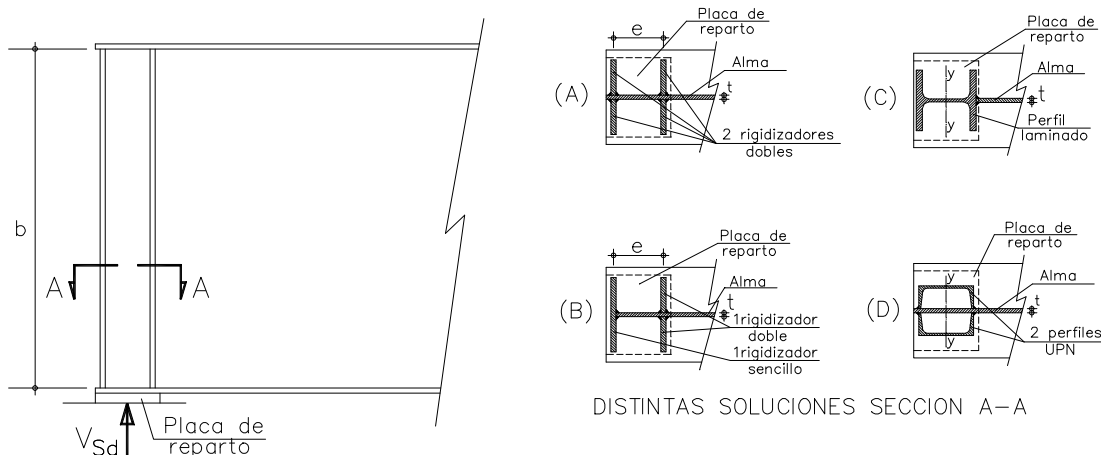


Figura 3-21

La placa de reparto indicada en la figura tiene como objeto transmitir y convertir las presiones uniformes sobre el aparato de apoyo, que generalmente será de neopreno zunchado y que se sitúa bajo la misma, en tensiones concentradas bajo el alma y bajo los rigidizadores, por lo que debe ser del adecuado espesor.

Según indica EC 3 1-5, cada rigidizador doble o sencillo, soluciones (A) ó (B) de la figura anterior, debe tener, sin incluir zona alguna colaborante del alma, un área igual o superior a $4 \times \frac{b \times t^2}{e}$, con lo que el conjunto de ellos deberá tener un área no inferior a:

$$A_r \geq 8 \times \frac{b \times t^2}{e} \quad (3.30)$$

La distancia e debe cumplir la condición $e > 0,1 \times b$. Si el rigidizador extremo se realiza mediante perfiles laminados, soluciones (C) y (D), el módulo resistente respecto al eje y-y normal al alma debe cumplir la condición:

$$W_y \geq 4 \times b \times t^2 \quad (3.31)$$

Como alternativa, puede emplearse un rigidizador doble centrado en el apoyo más un rigidizador doble o sencillo dispuesto hacia el interior de la viga si el panel que queda entre ambos puede resistir el cortante cuando se calcula como un panel con rigidizadores extremos no rígidos.

Si no se estima necesario que el rigidizador extremo sea rígido, puede emplearse un rigidizador doble centrado en el apoyo, tal como el de la figura 22.39, con tal de que sea capaz de resistir la reacción de apoyo V_{sd} existente.

Aunque no está expresamente indicado así en EC 3 1-5, a efectos de comprobar la capacidad del rigidizador para resistir la reacción V_{sd} , debe contarse con los anchos

colaborantes de chapa indicados en el apartado 2.2.7 y figura 22.20. En la zona entre rigidizadores no se podrá contar con una ancho colaborante con cada rigidizador superior a $\frac{e}{2}$.

Debido a las condiciones de simetría que presentan los rigidizadores transversales correspondientes a **apoyos interiores**, no es preciso que sean rígidos, bastando con que puedan resistir la reacción que exista en dicho apoyo, Figura 3-22.

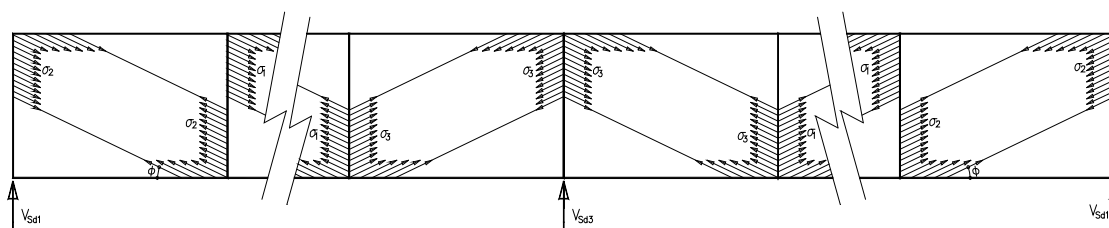


Figura 3-22

Para los **rigidizadores transversales intermedios** que deban anclar el campo de tensiones, esto es que actúen como rígidos, EC 3 1-5 impone condiciones de **rigidez** y de **resistencia**. Aquellos que no cumplan estas condiciones no podrán ser tenidos en cuenta para la determinación de la longitud a del panel ni para el cálculo de la resistencia a cortante.

La **condición de rigidez**, que ya figuraba en EC 3, impone que el rigidizador tenga un momento de inercia I_{rt} respecto al eje z-z paralelo al alma, Figura 2-23, que cumpla:

$$I_{rt} \geq 1,5 \times b^3 \times \frac{t^3}{a^2} \quad \text{cuando sea } a < b \times \sqrt{2} \quad (3.32, a)$$

$$I_{rt} \geq 0,75 \times b \times t^3 \quad \text{cuando sea } a \geq b \times \sqrt{2} \quad (3.32, b)$$

Para cumplir la condición de resistencia, el rigidizador debe ser capaz de resistir un esfuerzo axial N_{rt} equivalente a la componente vertical del cortante poscrítico, dado por:

$$N_{rt} = \frac{V_{Ed} - \chi_w \times f_{yw} \times b \times t}{\sqrt{3} \times \gamma_{M1}} \quad (3.33)$$

A este esfuerzo N_{rt} será preciso sumar cualquier fuerza N_{Ed} exterior que actúe directamente sobre el rigidizador. En la sección del rigidizador se incluirá la parte de alma colaborante, pero si en los extremos del rigidizador existen groeras para el paso de los cordones longitudinales de soldadura, será preciso descontar su sección de la del rigidizador.

La comprobación de resistencia se llevará a cabo suponiendo que el rigidizador tiene una longitud de pandeo no menor a $0,75 \times b$ y que le corresponde la curva de pandeo c . Si la inmovilidad de la viga en dirección normal al alma en los puntos extremos del rigidizador no está garantizada, será preciso tomar una longitud de pandeo mayor

Si se emplean rigidizadores asimétricos respecto al plano medio del alma, será preciso tener en cuenta la excentricidad correspondiente, Figura 2-23 anterior.

Los rigidizadores longitudinales sólo precisan comprobarse frente a tensiones normales, de acuerdo con todo lo indicado en el apartado 2.2 anterior.

Las Recomendaciones de puentes españolas RPM y RPX-95 imponen condiciones de rigidez basadas en la teoría clásica de rigidizadores ultrarrígidos, que se expusieron en el apartado 1.3.3 del capítulo 1 anterior.

En opinión del autor presentan el inconveniente de que los coeficientes γ^* que aparecen en las expresiones del momento de inercia del rigidizador dependen del estado tensional del panel, por lo que en principio, no parecen adecuados para puentes, siendo preferible el uso de las expresiones dadas en EC3.

En caso de que **no** existan rigidizadores longitudinales, para **rigidizadores transversales intermedios**, imponen una condición de resistencia idéntica a la de EC 3, ecuación (3.33), pero especifica el valor de N_{rt} , que debe incluir al menos la carga debida al viento, la debida a la posible curvatura en planta de la viga y una carga uniforme por unidad de longitud igual a $0,015 \times \tau_{cr} \times t$, en donde τ_{cr} es el cortante precrítico que puede resistir el panel, dado en el apartado 2.3.1 anterior.

Para los **rigidizadores transversales extremos** imponen condiciones de rigidez derivadas de la teoría del campo diagonal de tensiones, que quedan ventajosamente sustituidas por las propuestas por EC3 1-5 expuesta en este apartado.

Para **rigidizadores longitudinales** imponen condiciones de rigidez derivadas de la teoría clásica para obligarles a ser ultrarrígidos. Dado que en la mayor parte de los casos se dimensionan para resistir la abolladura por tensiones normales y que se disponen de los métodos expuestos en el apartado 2.3.1 para determinar su influencia en el cálculo de k_τ , no parece necesario la imposición de nuevas condiciones a estos elementos, salvo quizás cuando se utilicen exclusivamente para mejorar la resistencia a la abolladura por cortante del panel, caso muy poco frecuente en general.

4 RESISTENCIA DE PANELES **SOMETIDOS A CARGAS** **CONCENTRADAS.**

4.1 BASES DE CÁLCULO

Muy frecuentemente las vigas metálicas han de resistir la acción de cargas concentradas, bien fijas en relación con la viga que ha de resistirlas o bien móviles respecto a la misma. Buenos ejemplos del primer tipo son el caso de un pilar que nace de una viga, las reacciones de apoyo de la propia viga o las cargas transmitidas por las alas de una viga en una unión viga-pilar, Figura 4-1.

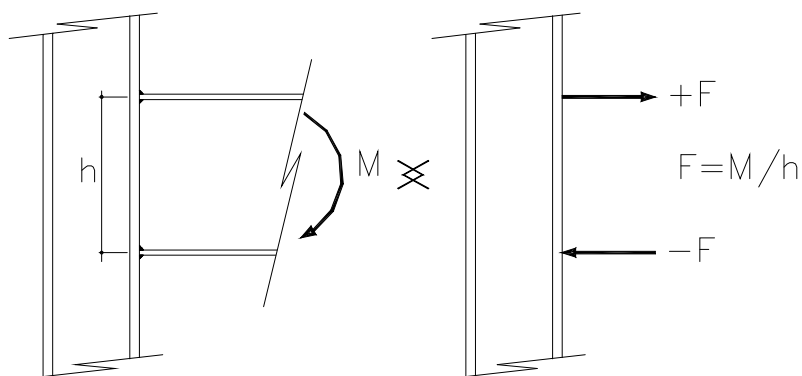


Figura 4-1

Como ejemplos del segundo tipo citaremos en primer lugar el caso de las vigas carrileras. En ellas, las ruedas del carretón del puente-grúa se mueven a lo largo del carril dispuesto sobre la viga, por lo que cada sección de ésta ha de resistir la carga transmitida por cada rueda cuando ésta pasa sobre ella.

Otro ejemplo de carga móvil nos lo ofrece la técnica, cada vez más usada, de montaje de tableros metálicos para puentes mixtos mediante lanzamiento. El tablero se arma sobre una plataforma dispuesta tras uno de los estribos del puente, y se empuja hacia el otro mediante dispositivos adecuados, Figura 4-2.



Figura 4-2

Al ir avanzando hasta alcanzar el segundo estribo, el tablero se apoya sobre rodillos o patines dispuestos en el estribo desde el que se lanza y en las pilas intermedias. Todas las secciones del puente son de apoyo en una o en varias ocasiones, por lo que han de resistir la correspondiente reacción.

En cualquier caso, la carga concentrada, supuesta normal a la directriz de la viga, da origen a un estado tensional complejo en la zona de la viga contigua a la misma. En general, aparecen flexiones en el ala directamente cargada y tensiones de compresión verticales en el alma, equilibradas mediante tensiones tangenciales, que pueden ocasionar fenómenos de abolladura que conduzcan al fallo de la viga.

En general, las cargas pueden aplicarse de dos maneras diferentes. En la primera de ellas, las cargas, fijas o móviles, se aplican sobre un ala y la viga las equilibra mediante tensiones tangenciales en el alma, bien a ambos lados de la carga, Figura 4-3 a, o bien a un solo lado cuando la carga se aplica cerca de un extremo libre de la viga, Figura 4-3 b, En la segunda, la carga, de tipo fijo, se aplica a un ala sobre una sección de apoyo, Figura 4-3 c, y se transmite directamente a la otra ala a través del alma.

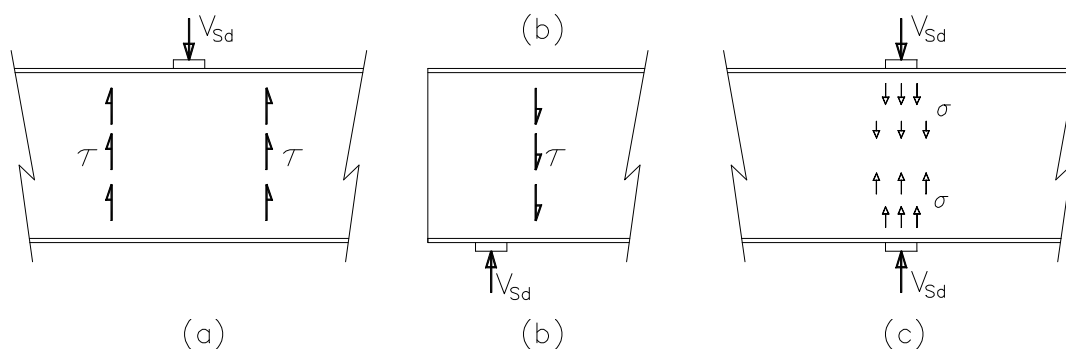


Figura 4-3

En los apartados siguientes se darán reglas para calcular la resistencia de la viga a este tipo de solicitaciones. Evidentemente, si esta resistencia es superior a la carga actuante, la viga será segura. En caso contrario, la viga no podrá resistir la carga, por lo que será preciso reforzarla.

Este refuerzo puede efectuarse, caso de que las cargas sean de tipo fijo, de las dos maneras ya expuestas anteriormente, bien aumentando el espesor del alma (y en menor medida, del ala cargada) o bien colocando un rigidizador bajo la carga; la elección de una u otra se realizará por consideraciones de tipo económico. Si las cargas son móviles, sólo se podrá reforzar aumentando los espesores del alma y del ala cargada, ya que no tiene sentido colocar un rigidizador en cada sección de la viga.

4.1.1 LONGITUD DE APOYO.

Afortunadamente, las cargas concentradas no son tales, sino cargas repartidas sobre longitudes cortas, ya que una carga cualquiera, aplicada sobre una longitud nula, produciría tensiones infinitas y cortar la viga como un cuchillo. Parece evidente que el efecto de una carga dada será tanto menor cuanto mayor sea la longitud de viga sobre la que se reparte.

Las reglas básicas para determinar esta longitud de reparto s_s , son las siguientes:

- Si la carga proviene de un elemento que se apoya sobre el ala, de rigidez similar a la de la viga, la longitud de reparto se tomará igual a la longitud de este elemento, Figura 4-4 a.
- Si el elemento que transmite la carga es más rígido que la viga, el apoyo se producirá solo en los extremos del elemento y habrá que tomar un valor para s_s inferior a la longitud del elemento, Figura 4-4.b.
- Si el elemento que transmite la carga es menos rígido que la viga, el apoyo se producirá solo en el centro del elemento y también habrá que tomar un valor para s_s inferior a la longitud del elemento, Figura 4-4.c.

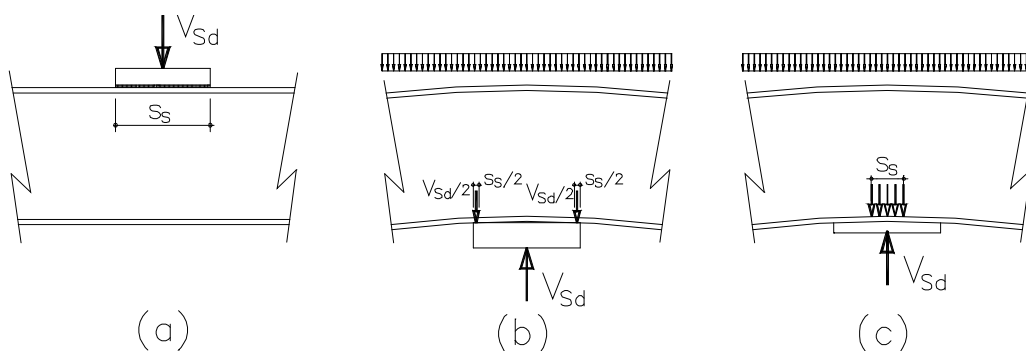


Figura 4-4 a, b, c.

- Si el citado elemento forma un cierto ángulo con el ala, se supondrá nula la longitud de reparto s_s , Figura 4-5.a.
- Si el elemento es de acero y se suelda al ala, la longitud de reparto se tomará igual a la longitud de este elemento más la de los lados de las soldaduras de unión al ala, Figura 4-5.b.
- Si entre el elemento que transmite la carga y el ala se interpone un forro de acero o un rail, puede suponerse reparto a 45° en el espesor del forro o en la altura del rail, Figura 4-5.c.

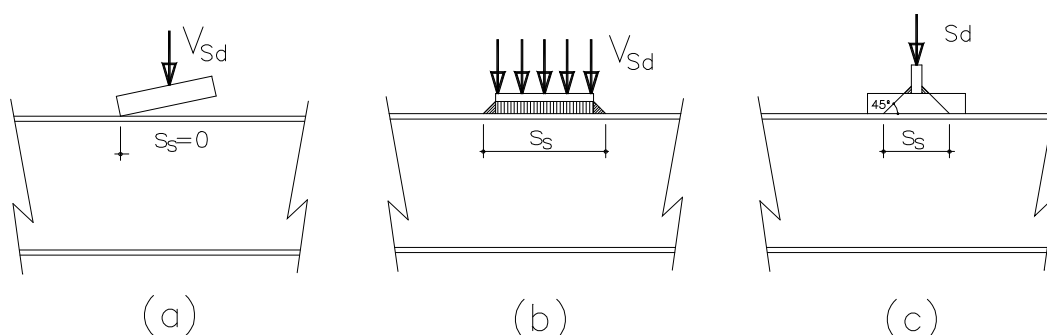


Figura 4-5

- Se supondrá que una rueda tiene longitud nula, Figura 4-6.a.
- Si una rueda se desplaza sobre un raíl, puede admitirse que la carga se reparte a 45° en la altura de éste, Figura 4-6.b.
- Si una carga se introduce a través de varias ruedas próximas entre sí, la viga habrá de comprobarse para carga de rueda por separado y para el conjunto de todas ellas actuando sobre una longitud de reparto igual a la distancia entre ruedas extremas, Figura 4-6.c.
- Si la longitud de reparto s_s fuese superior a la altura del alma, la carga no se considerará concentrada, sino como uniformemente repartida.

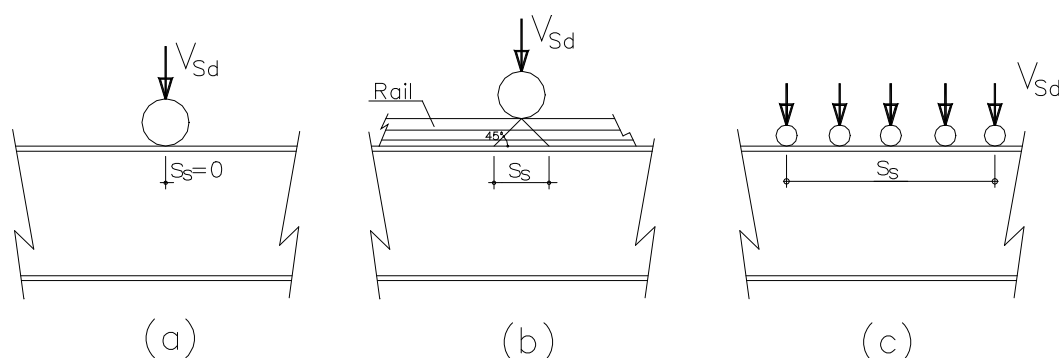


Figura 4-6

Conviene prestar atención no sólo al reparto longitudinal de la carga, sino también al reparto transversal de la misma. En general, al ser más rígida la zona del alma, las presiones serán mayores en ella y disminuirán hacia los bordes de las alas Figura 4-7. Se deberá comprobar que la presión máxima en la zona del alma, en general bastante mayor que la presión media, no sea excesiva y que el ala sea capaz de resistir la flexión transversal producida por dicha distribución no uniforme de presiones.

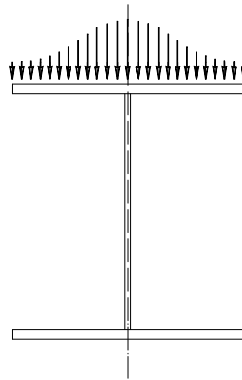


Figura 4-7

En las maniobras de lanzamiento de tableros metálicos, para facilitar el desplazamiento longitudinal del tablero, se suelen disponer almohadillas de neopreno zunchado provistas de una lámina de teflón o de otro material con bajo coeficiente de rozamiento entre el propio tablero a lanzar y los dispositivos de apoyo que se sitúan en pilas y estribos, Figura 4-8.



Figura 4-8

En este caso, en estado límite de servicio, la presión de contacto σ_c no debe ser superior a la admisible por las almohadillas, que suele ser del orden 12 ó 15 N/mm², debiendo comprobarse que el ala es capaz de resistir la flexión transversal correspondiente y que tiene rigidez transversal suficiente para que dicha presión σ_c sea sensiblemente uniforme.

Puede resolverse el problema de dos maneras diferentes. Una consiste en elegir almohadillas estrechas, que sólo carguen en la zona contigua al alma, lo que obliga a utilizar dispositivos de apoyo de gran longitud, lo que a su vez puede dar origen a problemas de reparto longitudinal tales como los indicados en las Figura 4-4 b y c.

La otra consiste en emplear almohadillas más anchas, que permite el empleo de dispositivos de apoyo más cortos, Figura 4-8 pero obliga a emplear alas más rígidas, que frecuentemente se refuerzan con rigidizadores oblicuos, a los que se suele denominar “torsionetas”, Figura 4-9



Figura 4-9

4.1.2 MECANISMO PLÁSTICO DE AGOTAMIENTO DEL ALMA.

Sea una viga armada, de sección en doble T, sometida a una carga $F_{v.Sd}$ creciente, repartida en una longitud s_s . Si admitimos de momento que no son de temer fenómenos de inestabilidad, cuya influencia estudiaremos en el apartado siguiente, el fallo se producirá cuando $F_{v.Sd}$ alcance el valor F_y capaz de dar lugar a la formación de un cierto mecanismo plástico de agotamiento.

De acuerdo con la experimentación disponible, dicho mecanismo es el indicado en la Figura 4-10, que incluye la formación de 4 rótulas plásticas en el ala directamente cargada y la plastificación del alma en una longitud l_y que trataremos de determinar.

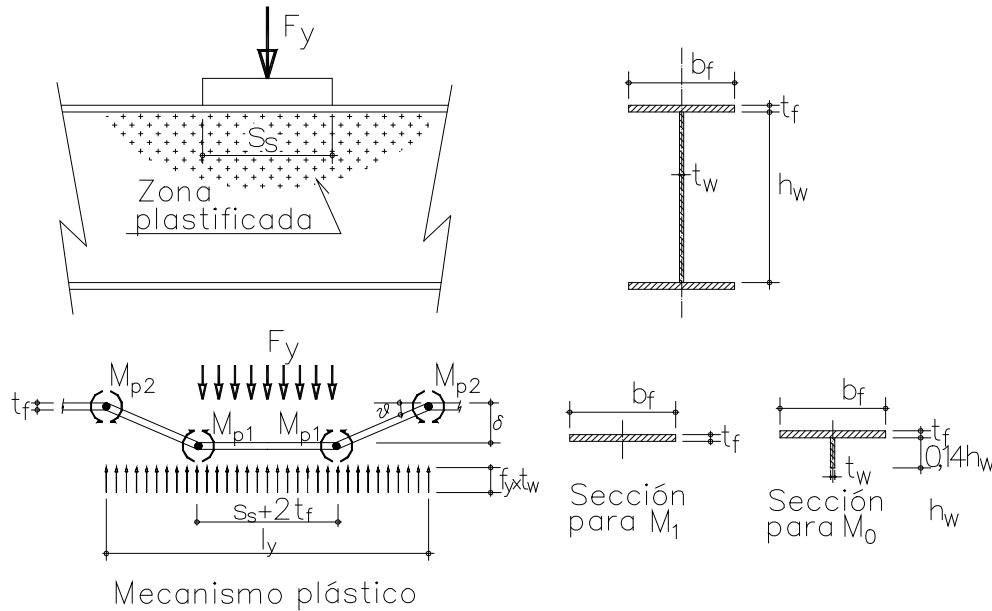


Figura 4-10

Las dos rótulas extremas se forman a distancia l_y una de otra. Como el alma no está completamente plastificada en esta zona, puede colaborar con el ala, por lo que la sección que plastifica es una simple T, con una cierta altura del alma formando parte de la misma; de acuerdo con la experimentación disponible, se admite que esta altura es igual a $0,14 \times h_w$.

Las otras dos rótulas plásticas se forman bajo los extremos de la zona cargada, distando entre sí $s_s + 2 \times t_f$. Como en esa zona el alma está plastificada, no colabora con el ala por lo que la sección de la rótula está formada sólo por el ala.

Por equilibrio de fuerzas en vertical se tiene que:

$$F_y = f_y \times t_w \times \ell_y \quad (4.1)$$

En el mecanismo indicado, la fuerza F_y realiza un trabajo igual a $F_y \times \delta$. La fuerza contraria $f_y \times t_w \times \ell_y$ realiza, en sentido contrario, un trabajo de valor:

$$- f_y t_w \times \left[(s_s + 2t_f) \times \delta + (\ell_y - s_s - 2t_f) \times \frac{\delta}{2} \right] = - f_y t_w \frac{\ell_y + s_s + 2t_f}{2} \times \delta$$

El trabajo total realizado por las fuerzas exteriores vale pues:

$$W = F_y \times \delta - f_y t_w \frac{\ell_y + s_s + 2t_f}{2} \times \delta$$

La disipación plástica D_P en el conjunto de las cuatro rótulas, que vale

$$D_P = 2 \times \theta \times (M_{p1} + M_{p2})$$

debe ser igual al trabajo de las fuerzas exteriores. Como es:

$$\theta = \frac{2 \times \delta}{\ell_y - s_s - 2t_f}$$

resulta:

$$F_y \times \delta - f_y t_w \frac{\ell_y + s_s + 2t_f}{2} \times \delta = \frac{4 \times \delta}{\ell_y - s_s - 2t_f} (M_{p1} + M_{p2})$$

que puede escribirse en la forma:

$$F_y = \frac{4}{\ell_y - s_s - 2t_f} (M_{p1} + M_{p2}) + f_y t_w \frac{\ell_y + s_s + 2t_f}{2} \quad (4.2)$$

El valor máximo de F_y se obtendrá derivando en la ecuación (4.2) respecto a ℓ_y e igualando a cero dicha derivada:

$$\frac{\partial F_y}{\partial \ell_y} = \frac{-4(M_{p1} + M_{p2})}{(\ell_y - s_s - 2t_f)^2} + \frac{f_y t_w}{2} = 0$$

de donde se obtiene inmediatamente:

$$\ell_y = \sqrt{\frac{8(M_{p1} + M_{p2})}{f_y t_w}} + s_s + 2t_f \quad (4.3)$$

En las rótulas interiores se tiene $M_{p1} = \frac{b_f \times t_f^2}{4} f_y$. En las exteriores, de sección en T, se simplifican considerablemente las expresiones resultantes cometiendo un error pequeños si se admite que:

$$M_{p2} \approx \frac{b_f \times t_f^2}{4} f_y + 0,14 h_w t_w \times 0,07 h_w \times f_y = \frac{b_f \times t_f^2}{4} f_y + 0,01 h_w^2 t_w \times f_y.$$

Por tanto, sustituyendo en (4.3) resulta:

$$\ell_y = \sqrt{\frac{8 \left(\frac{b_f \times t_f^2}{2} f_y + 0,01 h_w^2 \times f_y \right)}{f_y t_w}} + s_s + 2t_f = \sqrt{\frac{4b_f t_f^2}{t_w} + 0,08 h_w^2} + s_s + 2t_f$$

que puede escribirse en la forma:

$$\ell_y = s_s + 2 \times t_f \left(1 + \sqrt{m_1 + m_2} \right) \quad (4.4,a)$$

En la expresión anterior se ha tomado:

$$m_1 = \frac{b_f}{t_w} ; m_2 = 0,02 \times \left(\frac{h_w}{t_f} \right)^2 \quad (4.4,b)$$

En el caso de que el alma y las alas tengan distintos límites elásticos, vigas híbridas, deberá tomarse:

$$m_1 = \frac{b_f \times f_{yf}}{t_w \times f_{yw}} \quad (4.4,c)$$

EN 1993-1-5 obliga a considerar que $\ell_y \leq a$, en donde a es la distancia entre rigidizadores verticales, aunque existen razones para pensar que esta limitación es discutible.

Cuando la carga concentrada actúa en un extremo de la viga, caso (b) de la Figura 4-3 anterior, el mecanismo plástico que hemos supuesto no puede formarse en todos los casos, pudiendo existir también otros mecanismos con una, dos o tres rótulas plásticas. De acuerdo con los estudios de Lagerqvist y Johansson, EN 1993-1-5 indica que ℓ_y debe tomarse igual al menor de los valores:

$$\ell_y = \ell_{ef} + t_f \times \sqrt{\frac{m_1}{2} + \left(\frac{\ell_{ef}}{t_f} \right)^2 + m_2} \quad (4.5,a)$$

$$\ell_y = \ell_{ef} + t_f \times \sqrt{m_1 + m_2} \quad (4.5,b)$$

siendo:

$$\ell_{ef} = \frac{k_F \times E \times t_w^2}{2 \times f_{yw} \times h_w} \leq s_s + c \quad (4.5,c)$$

El valor de c se indica en la Figura 4-11. El de k_F se detallará en el apartado siguiente.

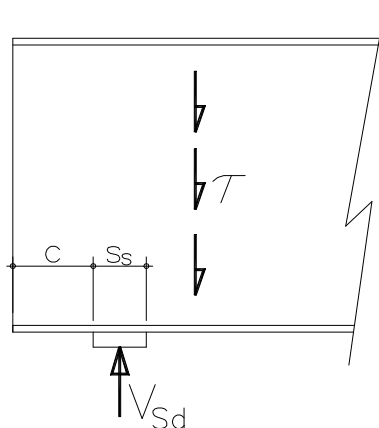


Figura 4-11

4.1.3 CARGA CRÍTICA.

Si no existiesen fenómenos de inestabilidad, la resistencia del alma frente a cargas concentradas podría calcularse empleando la expresión (4.1), con ℓ_y dado por (4.4.a). Como es bien sabido, dichos fenómenos existen y disminuyen muy apreciablemente dicha capacidad portante.

Si el material de la viga fuese indefinidamente elástico, la tensión crítica ideal de abolladura del alma sometida a una carga concentrada vendría dada por una expresión similar a la (1.7.a):

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 k_F$$

En esta esta expresión se ha sustituido t por t_w y b por h_w por estar estudiando la resistencia del alma. También se emplea k_F en vez de k_σ porque se trata de fenómenos similares pero distintos, abolladura por compresión uniforme o por cargas concentradas, con lo que también lo serán estos coeficientes. Supuesto conocido el valor de k_F , el valor de la carga concentrada F_{cr} que la pieza ideal, sin imperfecciones y fabricada de un material indefinidamente elástico puede resistir, vendrá dada por:

$$F_{cr} = \sigma_{cr} \times h_w \times t_w = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 k_F \times h_w \times t_w$$

que después de operar se convierte en:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{t_w^3}{h_w} k_F = 0,9 \times E \times \frac{t_w^3}{h_w} k_F \quad (4.6)$$

Este valor de F_{cr} puede calcularse sin dificultad para cada caso concreto mediante el método de los elementos finitos; basta para ello disponer de un programa que disponga de elementos tipo placa y pueda realizar cálculos de no linealidad geométrica. Después de un amplio estudio paramétrico, Lagerqvist y Johansson propusieron las siguientes fórmulas para k_F , que permiten el cálculo manual de F_{cr} , aplicables respectivamente a los casos (a), (b) y (c) de la Figura 4-3:

$$k_F = \left(1 + \frac{s_s}{2h_w}\right) \times \left[5,3 + 1,9\left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + 0,4\sqrt{\beta}\right] \quad (4.7,a)$$

$$k_F = \left(1 + 3\frac{s_s + c}{h_w}\right) \times [1,6 + 0,3\sqrt{\beta}] \quad (4.7,b)$$

$$k_F = \left(1 + \frac{s_s}{2h_w}\right) \times \left[3,4 + 1,8\left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + 0,1\sqrt{\beta}\right] \quad (4.7,c)$$

En las expresiones anteriores, β es el parámetro que mide la influencia de las alas. Su valor viene dado por:

$$\beta = \frac{b_f \times t_f^3}{h_w \times t_w^3} \quad (4.7,d)$$

EN 1993-1-5 simplifica estas expresiones, proponiendo para los mismos casos los valores:

$$k_F = 6 + 2\left(\frac{h_w}{a}\right)^2 \quad (4.8,a)$$

$$k_F = 2 + 6\left(\frac{s_s + c}{h_w}\right) \leq 6 \quad (4.8,b)$$

$$k_F = 3,5 + 2\left(\frac{h_w}{a}\right)^2 \quad (4.8,c)$$

Para almas con rigidizadores longitudinales, de acuerdo con los estudios de Graciano recomienda tomar

$$k_F = 6 + 2\left(\frac{h_w}{a}\right)^2 + \left(5,44\frac{b_1}{a} - 0,21\right)\sqrt{\gamma_s} \quad (4.9)$$

en donde b_l es la altura libre comprendida entre el ala cargada y el borde del rigidizador longitudinal más próximo a dicho ala y siendo I_{sl} el momento de inercia del rigidizador y de la parte colaborante del alma, Figura 2-23, respecto a un eje contenido en el alma. Por último, γ_s viene dado por:

$$\gamma_s = 10,9 \frac{I_{sl}}{h_w \times t_w^3} \leq 13 \times \left(\frac{a}{h_w} \right)^3 + 210 \times \left(0,3 - \frac{b_l}{h_w} \right)$$

La ecuación (4.9) sólo es válida para cargas aplicadas según se indica en la figura Figura 4-3.a en vigas que cumplan además la condición $0,05 \leq \frac{b_l}{h_w} \leq 0,3$

4.2 Capacidad portante.

Hasta el momento se dispone de la expresión (4.1), que juntamente con las (4.4.a) y (4.5) permite calcular la carga F_y que produce el agotamiento por plastificación de la pieza, supuesto que no se presentan fenómenos de abolladura.

Se dispone también de la expresión (4.6), que juntamente con las (4.7), (4.9) y (4.9) permite calcular la carga crítica F_{cr} que produce la abolladura en paneles ideales. En lo que sigue se trata de obtener la carga F_{Rd} que es capaz de producir el agotamiento por plastificación y abolladura del panel real.

Como es habitual, se define como esbeltez adimensional del panel el valor:

$$\bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}} \quad (4.10)$$

Lagerqvist y Johansson estudiaron una base de datos que incluía los resultados de 186 ensayos de vigas armadas y laminadas, y representaron los valores del cociente F_u/F_y en función de la esbeltez adimensional $\bar{\lambda}$, Figura 4-12.

A la vista de estos resultados, proponen la siguiente ecuación:

$$\chi(\lambda) = \frac{F_u}{F_y} = 0,06 + \frac{0,47}{\bar{\lambda}} \leq 1,0 \quad (4.11,a)$$

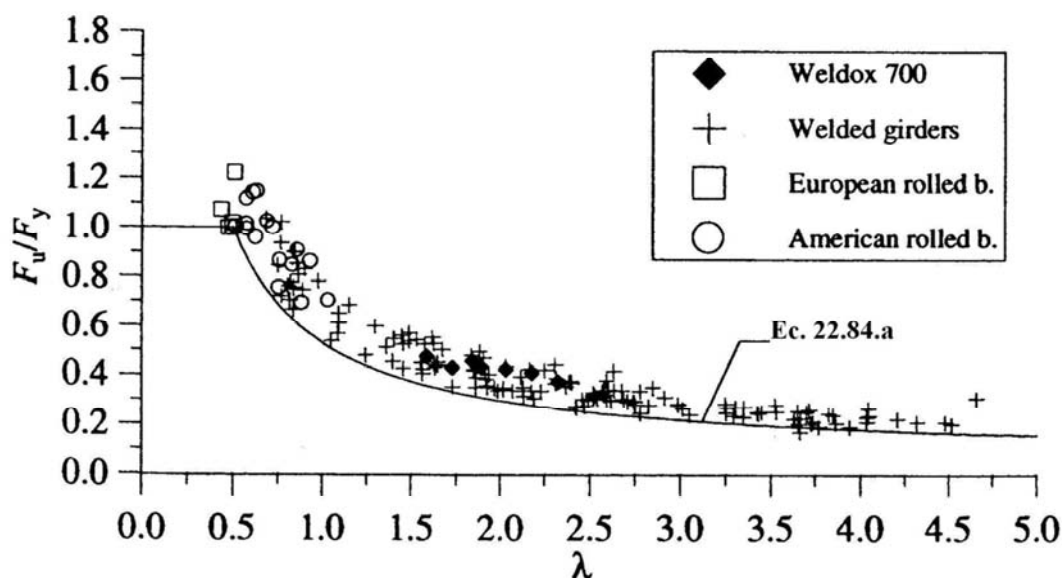


Figura 4-12

Eurocódigo 3, basándose en estos resultados, indica que la capacidad portante F_{Rd} de una viga sometida a la acción de una carga concentrada viene dada por:

$$F_{Rd} = \chi_F \times F_y = \chi_F \times \frac{\ell_y \times t_w \times f_{yw}}{\gamma_{M1}} \quad (4.12)$$

En esta expresión, se tomará como habitualmente $\gamma_{M1}=1,1$. Para χ_F se tomará el valor dado por la expresión siguiente, simplificación de la (4.11.a):

$$\chi_F = \frac{0,5}{\lambda_F} \leq 1,0 \quad (4.11,b)$$

La Figura 4-13, tomada de un experimento de Rockey, muestra el aspecto del agotamiento de una viga con rigidizador longitudinal bajo carga concentrada.

Con la expresión (4.12) y las correspondientes para los valores de ℓ_y y χ_F se tiene resuelto el problema de calcular la capacidad portante F_{Rd} de la viga real, supuesto que no está sometida a otros esfuerzos significativos.

En la práctica es frecuente tener que considerar la interacción con momentos flectores y, menos frecuentemente, con esfuerzos axiales. De acuerdo con EC 3 1-5, artículo 7.2, la pieza será segura si se cumple que:

$$\eta_2 + 0,8 \times \eta_1 \leq 1,4 \quad (4.13)$$

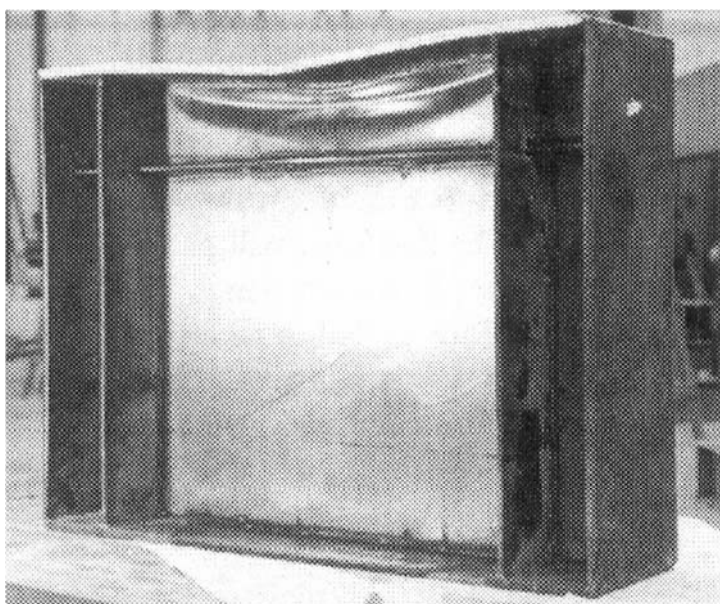


Figura 4-13

Como ya se indicó anteriormente, el valor de η_1 se define en el artículo 7 de EC 3 1-5,

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{f_y \times A_{eff}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} \times e_{y,N}}{f_y \times W_{y,eff}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} \times e_{z,N}}{f_y \times W_{z,eff}} \leq 1,0 \quad (4.14)$$

$\gamma_{M0} \qquad \qquad \qquad \gamma_{M0} \qquad \qquad \qquad \gamma_{M0}$

A su vez, el artículo 6.6 de dicha norma indica que $\eta_2 = \frac{F_{Ed}}{F_{Rd}}$, con F_{Rd} dado por (4.12).

Obsérvese que en la ecuación de interacción (4.14) no interviene el esfuerzo cortante, cociente η_3 , ecuación (3.29,b), ya que está tenido implícitamente en cuenta al calcular F_{Rd} .

