1. 当题目中有关于积分的不等式时, 可以考虑构造一个原函数 $F(x)$ 使 $F'(x)$ 有不等式的形式, 如 $F(x) = x\int_x^1 f(y)dy$ 或直接求它的导函数 $f'(x)$;使用积分中值定理 [与积分面积相等的矩形必与曲线相交于一点 $(\xi, f(\xi))$]

2. 当题目中有等式或函数某点值时, 可考虑拉格朗日中值定理和罗尔定理.(拉格朗日中值定理与一阶泰勒公式等价.)

3. 题目中有定积分时可考虑将常数项凑成定积分.

4. 注意定义域.

5.$(\ln(x+\sqrt{x^2\pm 1}))' = \frac{1}{\sqrt{x^2\pm 1}}$, $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $(\frac{1}{2}x\sqrt{x^2\pm 1} \pm \frac{1}{2}\ln|x+\sqrt{x^2\pm 1}|)' = \sqrt{x^2\pm 1}$, $(\frac{1}{2}x\sqrt{1-x^2}+\frac{1}{2}\arcsin x)' = \sqrt{1-x^2}$(可用 dx 中的 x 分部积分得出)

6. 分部积分时设积分结果为 I，要尽量凑出 I 以构成关于 I 的方程，如 $I=\int_0^{\frac{m\pi}{2}} \sin^n x dx$ 要尽量使右侧出现 $\sin x$.

7. 能用三角解决的不要用无理式，有 $\sin^2 x$，$\cos^2 x$ 可凑 $\tan^2 x$，有 $\frac{1}{\cos^2 x}dx$ 可凑 $d(\tan x)$，有 $\sqrt{1-x^2}$ 可换 $\sin t$，想办法凑 $\tan t$.

8.$\int \frac{du}{(\frac{u}{2})^2+1} \neq \arctan\frac{u}{2}$ 不要忘记积分变量与变量一致性.

9. 积分结果一定要求导验证.

10. 能拆出常数项或多项式项的要先拆后积分，如 $\int \frac{du}{(2u-1)(u^2+1)} = \int \frac{u^2+1-u^2}{(2u-1)(u^2+1)}du$ 从高阶开始配凑，也可使用待定参数，令 $\frac{1}{(2u-1)(u^2+1)} = A\frac{1}{2u-1}+B\frac{u}{u^2+1}+C\frac{1}{u^2+1}$ 解得 $A=\frac{4}{5}, B=-\frac{2}{5}, C=-\frac{1}{5}$. 归纳：分母要化为 $(A_1x+B_1)^n(A_2x^2+B_2)(A_3x^2+B_3x+C_3)$ 时,若后两式不能因式分解则最简分量必有 $\frac{1}{(A_1x+B_1)^n}$, $\frac{x}{A_2x^2+B_2}$, $\frac{1}{A_2x^2+B_2}$, $\frac{x}{A_3x^2+B_3x+C_3}$, $\frac{1}{A_3x^2+B_3x+C_3}$.

11. 柯西不等式 $[\int_a^b f(x)g(x)dx]^2 \leq \int_a^b [f(x)]^2dx \cdot \int_a^b [g(x)]^2dx$.

12. 直线 $l\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ 方向向量为 $\vec{l} = (a,b,c)$, 经过点 $L(x_0,y_0,z_0)$, 点 M 到 l 的距离为 $d=\frac{|\vec{l}\times\vec{L}|}{|\vec{l}|}$.

13. 一条直线与另外两条直线相交，它们的方向向量没有直接关系，也不能联立两直线求交点，认为它在第三条直线上，因为交点可能有两个.

14. 若 $f(x,y)$ 在 (x,y) 点可微,则 $f(x+\Delta x, y+\Delta y)-f(x,y) = f'_x(x,y)\Delta x+f'_y(x,y)\Delta y = O(\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2})$.

15.$\frac{d}{dy}f(0,y)|_{y=0} = \lim\limits_{\Delta y\to 0}\frac{f(0,\Delta y)-f(0,0)}{\Delta y} = \lim\limits_{\Delta y\to 0}[\frac{f(x,\Delta y)-f(x,0)}{\Delta y}]_{x=0} = \frac{\partial}{\partial y}f(x,y)|_{(0,0)}$，因此可在求偏导前对无关变量赋值.

16. 设 $\vec{l}$ 与 x,y,z 轴夹角分别为 α,β,γ, 则函数 $u(x,y,z)$ 沿 $\vec{l}$ 方向的方向导数为 $\frac{\partial u}{\partial \vec{l}} = \frac{\partial u}{\partial x}\cos\alpha+\frac{\partial u}{\partial y}\cos\beta+\frac{\partial u}{\partial z}\cos\gamma$.

17.$[f(u(x,y),v(x,y))]'_x = f'_1u'_x+f'_2v'_x$.

18.$u(x,y,z)$ 在 ∇u 方向上的方向导数最大，值为 $|\nabla u|$.

19.$f'_x(x,y,z)$ $(z=z(x,y)) \neq \frac{\partial}{\partial x}[f(x,y,z(x,y))]$.

20.$\varphi'_x(2x^2) = \varphi'(2x^2)\cdot 4x$.

21. 当 $f''_{12} = f''_{21}$ 时, 最后结果应合并.

22. 隐函数求导之前应将所有 $z=z(x,y)$ 标记出来以免遗忘.

23. 多项式要统一格式，如 $x-y, y-x$ 应统一为 $x-y, -(x-y)$.

24. 求导要一步一步地求，不要跳步.

25. 对 $f(x,y)=0$ 可用全微分为 0 得到 $\frac{dy}{dx} = -\frac{f'_x}{f'_y}$.

26.$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \left|\begin{bmatrix} \partial x \\ \partial y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \overline{\partial u} & \overline{\partial v} \end{bmatrix}\right|$.

27. 曲线 $(x(t),y(t),z(t))$ 在 (x,y,z) 点切线方向向量为 (x',y',z').

28. 曲面 $f(x,y,z)=0$ 在 (x,y,z) 点法线方向向量为 $(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial f}{\partial z})$.

29.$\vec{a}=(x_1,y_1,z_1)$，$\vec{b}=(x_2,y_2,z_2)$ 方向相同 $\Rightarrow \frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2} \nRightarrow \begin{cases} x_1=x_2 \\ y_1=y_2 \\ z_1=z_2 \end{cases}$.

30. 求函数在曲面上的最值(条件最值),因最值点一定在曲面上,可将曲面作为乘子引入,令 $F=(\ln)f(x,y,z)+\lambda\cdot g(x,y,z)$(拉格朗日乘子法).

31. 海伦公式：$S=\sqrt{\frac{L}{2}(\frac{L}{2}-a)(\frac{L}{2}-b)(\frac{L}{2}-c)}$.

32.$z(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处满足 $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial y}=0$，$A=\frac{\partial^2 z}{\partial x^2},B=\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y},C=\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$，若：$1.B^2-AC<0$, $1^\circ.A>0$，取极小值，$2^\circ.A<0$，取极大值；$2.B^2-AC>0$，非极值点.

33. 对 $f(x,y)$ 若 $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=0$，则 $\frac{\partial f}{\partial y}=\int 0dx=\varphi(y)$，$f=\int\varphi(y)dy=\psi(y)+C(x)$，对变量 x 积分会出现 $\varphi(y)$.

34. 不要把法向量与 $(\frac{\partial F}{\partial x},\frac{\partial F}{\partial y},\frac{\partial F}{\partial z})$ 划等号，它们是共线关系.

35. 多重积分时，x 的上下限为区域画横线，y 的上下限为区域画竖线.