

I INT102W7_bellmanford 算法

Bellmanford:

定义：求解单源最短距的一种算法，借由对边的松弛操作实现，通常在没有负权值的情况下不使用

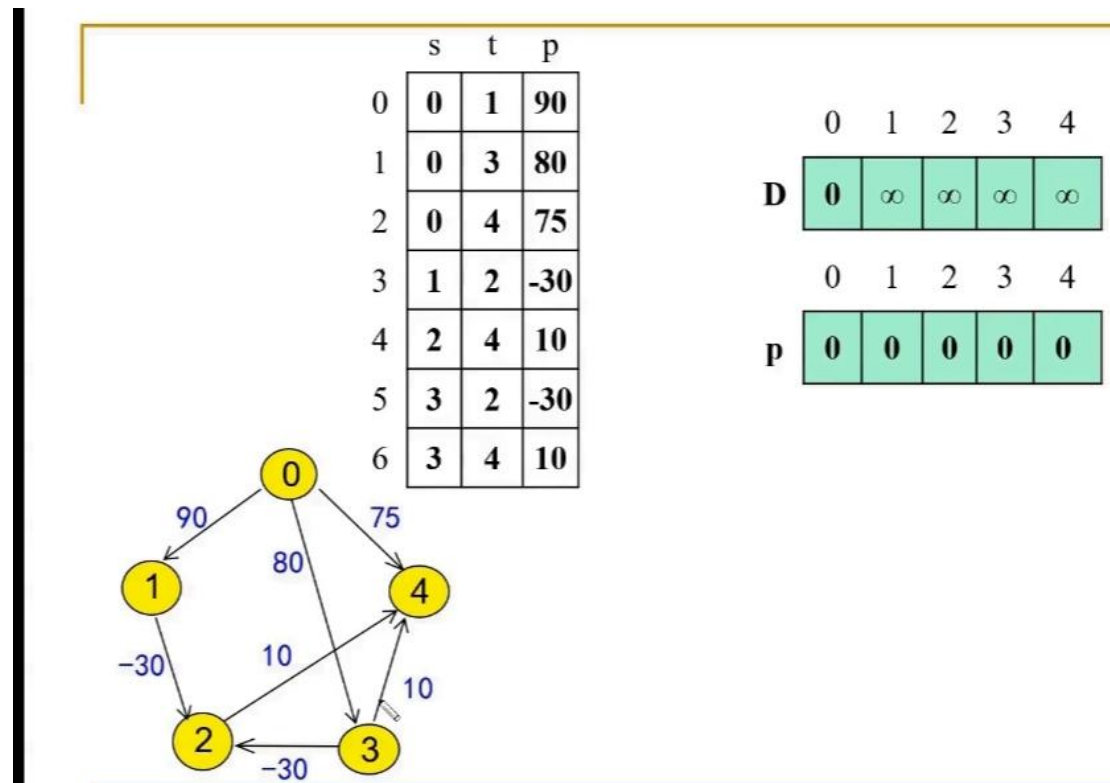
应用场景：类似迪杰斯特拉，但是可以处理负权值

达成过程：首先对应图将数据给上标号，确定我们的原点信息，在这之后，我们对所有的边进行松弛操作，（比如我们有一个点（ b ， 10 ）和（ c ， 15 ）， 10 和 15 代表的是目前他的最短距离， b 和 c 之间的距离为 3 ，那么我们就有 $V_b + V_{bc} < V_c$ ，此时我们用 $V_b + V_{bc}$ 来替换 V_c ，这就完成了这条边的松弛操作），如果说我们没有进行任何更新操作，那么算法结束，因为此时他本身的权值就是最短路径，如果说出现更新操作，那么就会重复如上步骤 $n-1$ 次。如果最后还是负环存在（负环是代表图中存在回路的总权重和为负数）那么代表该问题无解。因为如果存在负环，那么我们总会发现他的距离在每一圈中都会减小，无穷迭代。

存储方式：通常采用二维数组，用第一列来代表

起始点，第二列代表结束点，实际值代表他的实际权值，与迪杰斯特拉相同他也会使用两个数组来分别存储它的当前最短距离和上一个节点的名称。

例题：求解图中每个点到 0 点的最短距离



如图所示，我们可以直接把它的数据结构画一下，用 **D** 来存储距离，用 **p** 来存储上一节点，对应所有的 **D** 中的值我们都用 **s** 对应的索引在 **D** 上的值与 **P** 相加，然后与 **D** 中原有值进行对比，如果小于则进行更新，只要存在哪怕一次更新，那么我们会继续下一次迭代，直到 **n-1** 次位置 (**n** 为顶点个数)。

伪代码如下

```

//input: a graph  $G=(V,E)$  with a source vertex  $s$ 
//output: an array  $d[0..|V|-1]$ , indexed with  $V$ ,  $d[v]$  is the
//length of shortest path from  $s$  to  $v$ 
     $d[s] \leftarrow 0$ 
    for each  $v \in V - \{s\}$ 
        do  $d[v] \leftarrow \infty$ 

    for  $i \leftarrow 1$  to  $|V| - 1$ 
        do for each edge  $(u, v) \in E$ 
            do if  $d[v] > d[u] + w(u, v)$ 
                then  $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$ 

    for each edge  $(u, v) \in E$ 
        do if  $d[v] > d[u] + w(u, v)$ 
            then report that a negative-weight cycle exists

```

从这里我们可以看到，他首先是规定 $d[s]$ 为原点，把距离设置为 0，然后对于所有没有经过的点的距离都初始化为无穷，在这之后，我们遍历所有的顶点，并对其进行放松，这个操作会进行 $n-1$ 次，如果说新的距离更小那么就会更新最短距离。