

**Вопросы к зачёту по специальной дисциплине «Математические основы интеллектуальных систем»  
Самойлов - пидор)**

1. Понятие множества и операции над множествами. Типология множеств. Представление множеств на языке семантических сетей.
2. Сочетания, размещения, перестановки, булеваны.
3. Понятие атрибута, кортежа и схемы отношения. Представление атрибутов, кортежей и схем отношений на языке семантических сетей.
4. Понятие отношения. Операции над отношениями. Представление отношений на языке семантических сетей.
5. Бинарные отношения, свойства бинарных отношений и их представление на языке семантических сетей.
6. Соответствия и их типология. Представление соответствий на языке семантических сетей.
7. Понятие метаотношения. Представление метаотношений на языке семантических сетей.
8. Понятие алгебраической операции. Типология и свойства алгебраических операций. Представление алгебраических операций на языке семантических сетей.
9. Понятие шкалы измерения. Представление результатов измерений на языке семантических сетей.
10. Понятие алгебраической системы. Типология алгебраических систем. Представление алгебраических систем на языке семантических сетей.
11. Отношение гомоморфизма на алгебраических системах. Представление отношения гомоморфизма на языке семантических сетей.
12. Отношение изоморфизма и автоморфизма алгебраических систем. Представление отношения изоморфизма и автоморфизма на языке семантических сетей.
13. Понятие реляционной структуры. Типология элементов реляционной структуры. Представление реляционных структур на языке семантических Сетей.
14. Типология и свойства графовых структур.
15. Алфавит и синтаксис формального фактографического языка семантических сетей.

## Билет 1

**Множество** – является исходным неопределенным понятием. Своими словами множество можно описать как совокупность каких либо элементов имеющих что-то общее.

Операции над множествами :

**Объединением** двух множеств  $X$  и  $Y$  называется множество, обозначаемое  $X \cup Y$  и состоящее из элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств  $X$  или  $Y$ :

$$X \cup Y = \{x \mid x \in X \text{ или } x \in Y\}.$$

Пример. Рассмотрим два множества  $X = \{1, 3, 5\}$  и  $Y = \{3, 5, 9\}$ . Их объединением  $X \cup Y$  будет множество  $\{1, 3, 5, 9\}$ .

**Пересечением** множеств  $X$  и  $Y$  называется множество, обозначаемое  $X \cap Y$  состоящее из элементов, принадлежащих каждому из множеств  $X$  и  $Y$ :

$$X \cap Y = \{x \mid x \in X \text{ и } x \in Y\}.$$

Пример. Рассмотрим два множества  $X = \{1, 3, 5\}$  и  $Y = \{3, 5, 9\}$ . Тогда пересечением этих множеств будет  $X \cap Y = \{3, 5\}$ .

**Разностью** множеств  $X$  и  $Y$  называется множество, обозначаемое  $X \setminus Y$  и состоящее из всех элементов  $X$ , не принадлежащих  $Y$ :

$$X \setminus Y = \{x \mid x \in X \text{ и } x \notin Y\}.$$

Пример. Рассмотрим два множества  $X = \{1, 3, 5\}$ ,  $Y = \{3, 8, 9\}$ .

Разностью этих множеств будет множество  $X \setminus Y = \{1, 5\}$ .

**Симметричной разностью** множеств  $X$  и  $Y$  называется множество

$$X \Delta Y = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$$

$$X \Delta Y = \{x \mid (x \in X \text{ и } x \notin Y) \text{ и } (x \notin X \text{ и } x \in Y)\}.$$

**Дополнением** к множеству  $X$  относительно универсального множества  $U$  называется множество  $X' = U \setminus X$  :

$$X' = \{x \mid x \notin X\}$$

**Разбиением** множества  $Y$  называется набор его попарно непересекающихся подмножеств  $X_\alpha$ ,  $\alpha \in A$ , где  $A$  – некоторое множество индексов, такой, что  $Y = \cup X_\alpha$ ,  $\alpha \in A$ .

Типология множеств :

По признакам нормализованности множества можно разбить на два следующих класса:

**Нормализованное множество** - множество, каждый элемент которого является знаком множества, будем называть нормализованным множеством. Нормализованное множество достаточно хорошо "подготовлено" к его изображению или описанию в виде текста того или иного языка, т.к. в нормализованном множестве все его элементы являются знаками, которые вместе со знаком самого этого множества могут быть изображены произвольным образом в соответствии с требованиями любого языка.

**Ненормализованное множество** - множество, среди элементов которого имеется по крайней мере один объект, не являющийся знаком множества.

Почти нормализованное множество - множество, которое является ненормализованным, ни один элемент которого не является множеством (т.е. элементами множества могут быть только знаки множеств и предметы). Каждый элемент множества, являющийся знаком ненормализованного множества, представляет собой знак пары принадлежности, соединяющей знак предметного множества с соответствующим предметом (т.е. других ненормализованных множеств в составе множества нет) и для каждого элемента множества, являющегося предметом, существует пара принадлежности, соединяющая указанный предмет со знаком соответствующего предметного множества, причем знак указанной пары принадлежности, а также знак указанного предметного множества, являются элементами множества.

По признаку наличия многократного вхождения элементов множества делятся на:

**Канторовское** или классическое множество (множество без кратных элементов) - множество, все элементы которого входят в это множество однократно.

**Мульти множество** (множество с кратными элементами) - множество, некоторые элементы которого входят в это множество многократно.

По признаку вхождения в число элементов множества собственного знака множества делятся на:

**Рефлексивное множество** - множество, которое включает в число своих элементов собственный знак.

**Нерефлексивное множество** – множество, которое не включает в число своих элементов собственный знак.

По мощности множества:

**Пустое множество** (0-мощное множество) – множество, не имеющее элементов.

**Одномощное множество** – множество, имеющее мощность, равную единице (это 1-элементное множество с однократным вхождением этого единственного элемента).

**Пара** (2-мощное множество, би-мощное множество) – множество, имеющее мощность, равную двум (это либо 1-элементное множество с двукратным вхождением этого единственного элемента, либо двухэлементное множество с однократным вхождением каждого элемента).

**Тройка** (3-мощное множество)

и т.д.

В языке SC явно представить (изобразить) можно только нормализованное множество. При этом любое ненормализованное множество можно привести к нормализованному виду.

Мощность нормализованного множества в языке SC определяется количеством дуг принадлежности, выходящих из знака этого множества.

## 2. Булев – множество всех возможных подмножеств

**Множество перестановок** – множество, каждый элемент которого является упорядоченным набором из всех элементов этого множества, среди которых нет одинаковых; размещение по  $n$  элементов. Каждая перестановка элементов множества  $A$  задает на этом множестве порядок. Поэтому последняя формула позволяет легко находить число все-возможных упорядочений данного множества.. Отношение  $r$  будем называть множеством перестановок в том и только в том случае, если оно обладает следующими свойствами:

- является классическим отношением;
- не имеет связок с кратными вхождениями элементов;
- все его связки являются встречными друг другу (т.е. любые две связки отношения  $r$  являются встречными кортежами);
- каждый встречный кортеж любого кортежа, входящего в отношение  $r$ , также входит в состав отношения  $r$ .

Мощность множества перестановок  $P_n = n!$ , где  $n$  – мощность множества. Пример:

$$M = \{1, 2, 3\}$$
$$P = \{\langle 1, 2, 3 \rangle, \langle 1, 3, 2 \rangle, \langle 3, 1, 2 \rangle, \langle 2, 1, 3 \rangle, \langle 2, 3, 1 \rangle, \langle 3, 2, 1 \rangle\}$$

**Множество сочетаний\*** – отношение, связывающее некоторое множество и семейство всевозможных множеств, имеющих значение мощности, меньше либо равное мощности исходного множества и состоящих из тех же элементов, что и это множество.

**Множество размещения** (из  $n$  по  $m$ ,  $n > m$ ) называется множество всех различных упорядоченных наборов из  $m$  различных элементов из некоторого множества различных  $n$  элементов.

Количество размещений из  $n$  по  $m$ , обозначаемое  $A_{n,m}$ , равно убывающему факториалу:

$$A_{n,m} = n! / (n - m)!$$

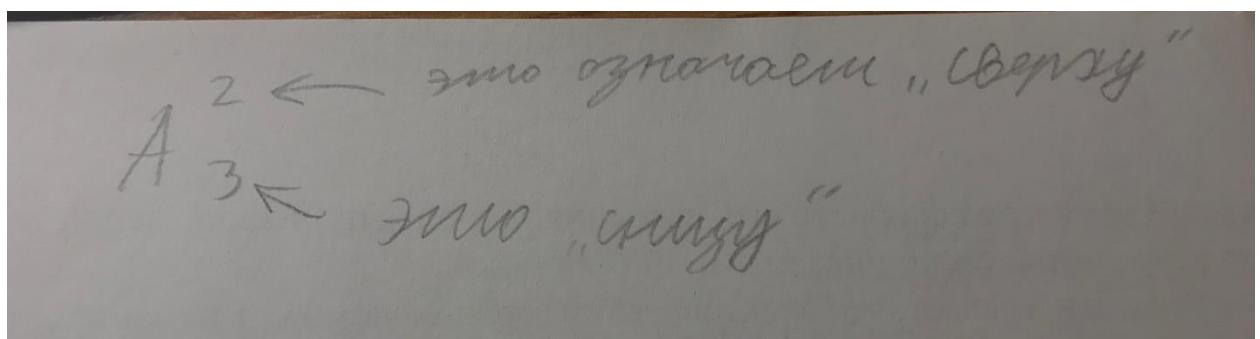
Каждое размещение из  $n$  по  $m$  однозначно соответствует некоторому сочетанию из  $n$  по  $m$  и некоторой перестановке элементов этого сочетания; число сочетаний из  $n$  по  $m$  равно биномиальному коэффициенту  $(n(\text{сверху})m(\text{снизу}))$ , в то время как перестановок на  $m$  элементах ровно  $m!$  штук.

При  $m = n$  количество размещений равно количеству перестановок порядка  $n$ :

$$A_{n,n} = n(n-1)(n-2)\dots(2)(1) = n!$$

Пример:

$$M = \{1, 2, 3\}$$
$$A_{2(\text{сверху})3(\text{снизу})} = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$$



### **Билет 3**

**Кортеж** – это множество, у которого каждому вхождению каждого его элемента явно или неявно (по умолчанию) ставится в соответствие некоторый атрибут, указывающий роль этого вхождения элемента в рамках рассматриваемого кортежа. Кортеж – это множество, для которого существенным является не только набор вхождений элементов в это множество, но и дополнительное явное указание роли (атрибута) в рамках этого множества хотя бы одного вхождения какого-либо его элемента. Кортежи также называют ролевыми структурами, упорядоченными наборами, упорядоченными множествами, ориентированными множествами, векторами.

**Атрибут вхождений элементов в кортежи** – это множество знаков пар принадлежности, связывающих знаки кортежей с такими вхождениями их элементов, которые в рамках указанных кортежей выполняют некоторую одинаковую роль. В частном случае атрибуты могут быть числовыми.

**Числовой атрибут** – это условный порядковый номер вхождения элемента в кортеж. В кортеже с числовыми атрибутами все вхождения его элементов нумеруются от 1 до некоторого n.

Количество всех вхождений в состав кортежа всех его элементов – **мощность кортежа**.

**Схема отношения** – это именованное множество пар {имя атрибута, имя домена (или типа, если понятие домена не поддерживается)}.

Пара принадлежности является примером классического кортежа, который имеет мощность, равную 2 (т.е. является 2-мощным множеством).

Существенное отличие пар принадлежности от других кортежей, не являющихся парами принадлежности, заключается в том, что в языках SC, SCg и SCs представление пар принадлежности и представление кортежей, не являющихся парами принадлежности, осуществляется принципиально разным образом. Связь знака пары

принадлежности с элементами этой пары изображается инцидентностью соответствующих sc-элементов. В то время как связь знака кортежа, не являющегося парой принадлежности, с элементами этого кортежа изображается смежностью соответствующих sc-элементов, т.е. с помощью sc-дуги, соединяющей эти sc-элементы.

## Билет 4

**Отношение** – множество элементов и атрибутов , которое формально определяет свойства различных элментов и их взаимосвязи.

**Проекция отношения** R по атрибутам A1, A2, ... An - множество знаков тех кортежей, которые строятся из кортежей отношения R путём удаления всех вхождений элементов, которые имеют атрибуты, не совпадающие с указанными атрибутами A1, A2, ... An, а также путём последующего устраниния кратности кортежей (из семейства кратных кортежей в указанном множестве кортежей должен оставаться 1 представитель).

Множество L называется проекцией отношения R по атрибуту A, если:

каждый элемент с атрибутом A кортежа, принадлежащего отношению R, является элементом множества L;

каждый элемент множества L является элементом с атрибутом A кортежа, принадлежащего отношению R.

Например, есть отношение:  $\phi = \langle \Phi, M \rangle$ ,  $M = \{a, b, c, d\}$ ,  $\Phi = \{\langle a, c \rangle, \langle d, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, b \rangle\}$ .

Тогда проекцией отношения по атрибуту 2 будет  $L = \text{пр}_2 \Phi = \{a, b\}$ .

**Композицией** отношения  $\phi_1 \subseteq A \times B$  и  $\phi_2 \subseteq B \times C$  называется множество:

$$\phi_1 \cdot \phi_2 = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in C \wedge (\exists z \in B \langle x, z \rangle \in \phi_1, \langle z, y \rangle \in \phi_2) \}$$

Например, пусть есть два отношения:  $\phi_1 = \langle \Phi_1, M \rangle$ ,  $\phi_2 = \langle \Phi_2, M \rangle$ ,  $M = \{1, 2, 3\}$ ,  $\Phi_1 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ ,  $\Phi_2 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$ .

Тогда композиция графиков этих отношений равна  $\Phi_3 = \Phi_1 \Phi_2 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$ .

Пусть отношения R1 и R2 не имеют одинаковых атрибутов, а символ  $\Theta$  обозначает один из логических операторов. Тогда соединением отношения R1 по атрибуту X с отношением R2 по атрибуту Y является отношение, совпадающее с декартовым произведением отношений R1 и R2, для кортежей которых выражение условия X  $\Theta$  Y - истина.

Например, пусть есть два отношения:  $\phi_1 = \langle \Phi_1, M \rangle$ ,  $\phi_2 = \langle \Phi_2, M \rangle$ ,  $M = \{a, b, c\}$ ,  $\Phi_1 = \{\langle b, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle\}$ ,  $\Phi_2 = \{\langle c, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle a, a \rangle, \langle c, b \rangle\}$ .

$b>\}.$

Тогда **соединение** графиков этих отношений по атрибутам  $\varphi_1\_1$  и  $\varphi_2\_1$  при  $\Theta = "="$  равно  $\Phi_3 = \{\langle b,a \rangle, \langle b,c \rangle, \langle a,b \rangle, \langle a,a \rangle, \langle a,c \rangle, \langle a,a \rangle\}$ .

Отношение в SC представляется в виде дуг , соединяющих элементы.

**Бинарное (двуместное) отношение** — [отношение](#) между двумя множествами  $A$  и  $B$ , то есть всякое подмножество [декартова произведения](#) этих множеств:  $R \subseteq A \times B$ <sup>[1]</sup>. Бинарное отношение на множестве  $A$  — любое подмножество  $R \subseteq A^2 = A \times A$ , такие бинарные отношения наиболее часто используются в математике, в частности, таковы [равенство](#), [неравенство](#), [эквивалентность](#), [отношение порядка](#).

Способы задания бинарного отношения:

- списковый
- матричный
- графовый
- сечениями

Бинарное отношение  $R$  на некотором множестве  $M$  может обладать различными свойствами, например:

- **рефлексивность**:  $\forall x \in M(xRx)$ ,
- **антирефлексивность** (иррефлексивность):  $\forall x \in M \neg(xRx)$ ,
- **корефлексивность**:  $\forall x, y \in M(xRy \Rightarrow x = y)$ ,
- **симметричность**:  $\forall x, y \in M(xRy \Rightarrow yRx)$ ,
- **антисимметричность**:  $\forall x, y \in M(xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y)$ ,
- **асимметричность**:  $\forall x, y \in M(xRy \Rightarrow \neg(yRx))$ ,
- **транзитивность**:  $\forall x, y, z \in M(xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz)$ ,
- **евклидовость**:  $\forall x, y, z \in M(xRy \wedge xRz \Rightarrow yRz)$ ,
- **полнота** (или связность<sup>[2]</sup>):  $\forall x, y \in M(xRy \vee yRx)$ ,
- **связность** (или слабая связность<sup>[2]</sup>):  $\forall x, y \in M(x \neq y \Rightarrow xRy \vee yRx)$ ,
- **коннексность** ([англ. connex](#)):  $\forall x, y \in M(xRy \vee yRx \vee x = y)$ ,
- **трихотомия**:  $\forall x, y \in M$  верно ровно одно из трех утверждений:  $xRy$ ,  $yRx$  или  $x = y$ .

## **Билет 6**

Соответствие между двумя множествами  $X$  и  $Y$  - тернарный кортеж, связывающий:

знак некоторого бинарного отношения;

знак пары, связывающий знак одного из заданных множеств  $X$  со знаком соответствующего ему атрибута, используемого в указанном бинарном отношении;

знак аналогичной пары, связывающей знак второго из заданных множеств  $Y$  со знаком соответствующего ему атрибута.

$X$  - множество прообразов.  $Y$  - множество образов.  $R$  - бинарное ориентированное отношение соответствия с атрибутами  $A_X$  и  $A_Y$ .

Типология соответствий определяется следующими факторами:

как соотносятся между собой множество  $X$  и множество  $Y$  (равенство, включение, пересечение, непересечение);

как соотносятся множества  $X$  и  $Y$  с унарными проекциями отношения  $R$  по соответствующим атрибутам (указанные множества могут совпадать с соответствующими унарными проекциями, а могут быть их подмножествами);

имеются ли функциональные зависимости у отношения  $R$ , и если да, то сколько (одна или две).

**Отображением** множества  $X$  на множество  $Y$  - соответствие между множеством  $X$  и множеством  $Y$ , в котором множество  $X$  является унарной проекцией соответствующего бинарного отношения  $R$  по соответствующему атрибуту  $A_X$ , а не надмножеством указанной унарной проекции.

Соответствие называется **всюду определённым**, если область определения соответствия равна области отправления.

**Сюръекцией** множества  $X$  и множества  $Y$  - соответствие между множеством  $X$  и множеством  $Y$ , которое является одновременно отображением множества  $X$  на множество  $Y$ , а также отображением множества  $Y$  на множество  $X$ .

Соответствие называется **сюръективным**, если область значений равна области прибытия.

**Однозначным соответствием** (функциональным соответствием) из множества  $X$  (с атрибутом  $A_X$ ) во множество

$Y$  (с атрибутом  $A_Y$ ) - соответствие между множеством  $X$  (с атрибутом  $A_X$ ) и множеством  $Y$  (с атрибутом  $A_Y$ ), у которого входящее в его состав бинарное ориентированное отношение  $R$  имеет ключ, каковым является атрибут  $A_X$ . Это значит, что компонент с атрибутом  $A_X$  в кортеже, принадлежащем отношению  $R$ , однозначно определяет этот кортеж и, следовательно, однозначно определяет компонент с атрибутом  $A_Y$  в указанном кортеже. Иными словами, каждому  $x_i$  из множества  $X$  соответствует не более одного  $y_i$  из множества  $Y$ . Соответствие является функциональным, или функцией, если его график не содержит пар с одинаковыми первыми и различными вторыми компонентами.

**Взаимно однозначным соответствием** множества  $X$  и множества  $Y$  будем называть такое соответствие между множествами  $X$  и  $Y$ , которое является одновременно функциональным соответствием как от множества  $X$  во множество  $Y$ , так и от множества  $Y$  во множество  $X$ . Соответствие называется взаимно однозначным, если оно функционально и инъективно.

**Однозначным отображением** (функциональным отображением) множества  $X$  на множество  $Y$  будем называть такое соответствие между  $X$  и  $Y$ , которое: является отображением множества  $X$  на множество  $Y$ ; является однозначным соответствием из множества  $X$  на множество  $Y$ .

Соответствие называется отображением  $X$  в  $Y$ , если оно всюду определено и функционально.

Соответствие называется отображением  $X$  на  $Y$ , если оно всюду определено, функционально и сюръективно. **Инъекцией** множества  $X$  во множество  $Y$  - соответствие между  $X$  и  $Y$ , которое:

является отображением множества  $X$  на множество  $Y$ ; является однозначным соответствием из множества  $Y$  во множество  $X$ .

Соответствие называется инъективным, если его график не содержит пар с одинаковыми вторыми и различными первыми компонентами.

**Однозначной сюръекцией** (функциональной сюръекцией) из

множества X во множество Y - соответствие между X и Y, которое:

является отображением X на Y;

является отображением Y на X;

является однозначным соответствием из X в Y.

**Взаимно однозначное отображение** X в Y – это:

взаимно однозначное соответствие X и Y;

отображение X на Y.

**Взаимно однозначная сюръекция** – это:

взаимно однозначное соответствие X и Y;

сюръекция X и Y.

Соответствие называется **биекцией**, если оно всюду определено, сюръективно, функционально и инъективно.

## **Билет 7**

**Метаотношение** – это отношение над отношениями, т.е. отношения, в область определения которых могут входить знаки отношений, а элементами могут быть знаки метакортежей и метамножеств.

**метаотношение** - это отношение, в каждой связке которого есть по крайней мере один компонент, являющийся знаком некоторого отношения.

**Метакортеж** – кортеж, элементами которого являются кортежи.

**Метамножество** - множество, элементами которого являются множества

(1) Каждая входящая в структуру связь, хотя бы одним компонентом которой является связь, входящая в эту же структуру, элементами которой являются первичные элементы' этой структуры, является **метасвязью'** указанной структуры;

(2) Каждая входящая в структуру связь, хотя бы одним компонентом которой является **метасвязь'** этой структуры также является метасвязью' указанной структуры;

## Билет 8

**Алгебраическая операция** - соответствие, в силу которого каждой паре  $\langle a, b \rangle$  элементов множества  $M$  соответствует единственный третий элемент того же множества  $M$ .(операции обычной алгебры +, -, /, \*)

Функция отношения  $r$  называется **алгебраической операцией** в том случае, если отношение  $r$  принадлежит к классу отношений, у которых все домены совпадают.

Алгебраические операции бывают  $n$ -арными( при 1 - унарная, при 2 - бинарная, при 3 - тернарная)

Свойства и операции:

**1)Дистрибутивность** - свойство согласования двух алгебраических операций, определенных на одном и том же множестве.

Операция  $O$  относительно операции  $*$  называется

- *дистрибутивной слева*, если  $\forall x, y, z \quad x O (y * z) = (x O y) * (x O z)$ ,
- *дистрибутивной справа*, если  $\forall x, y, z \quad (y * z) O x = (y O x) * (z O x)$ .

**2) Коммутативная операция** — это бинарная операция, обладающая переместительностью, т.е.  $(\forall x(\forall y (x * y = y * x)))$ .(С-во коммутативности)

**3) Ассоциативная алгебраическая операция** - операция, обладающая свойством сочетательности (ассоциативности).

Алгебраическая операция является ассоциативной, если результат последовательного применения этой операции не зависит от расстановки скобок.

Операция  $O$  называется ассоциативной, если:

- $\forall x, y, z \quad x O (y O z) = (x O y) O z$ .(С-во ассоциативность)

**4) Идемпотентная операция** — это бинарная операция, обладающая идемпотентностью, т.е. выполняется  $(\forall x (x * x = x))$ .

Примеры: конъюнкция и дизъюнкция.

## **Билет 9**

**Величина** - результат измерений. Каждому измеряемому параметру ставится в соответствие некоторое (чаще всего упорядоченное) множество, которое называется **шкалой значений** этого параметра. Значение некоторого параметра для некоторого конкретного объекта в языке SC задается проведением позитивной константной sc-дуги из sc-узла, представляющего элемент шкалы, в sc-узел, обозначающий класс всех объектов, имеющих соответствующее значение измеряемого параметра.

Существуют самые различные шкалы, соответствующие различным параметрам: числовые, нечисловые, непрерывные и дискретные. Простейшим примером такого многообразия шкал являются различные единицы измерения. Кроме этого можно противопоставлять абсолютные (реальные) шкалы и условные числовые шкалы, являющиеся способом формализации таких понятий, как "мало", "очень мало", "очень-очень мало", "много", "очень много" и т.д.

**Шкала измерений** - подмножество дуг принадлежности, выходящих из знаков чисел, каждому из которых соответствует некоторая конкретная процедура измерения.

Шкала измерений - бинарное отношение, связывающее величину со шкалой, в которой производится измерение заданной величины. Каждая величина связывается с соответствующим её параметром с помощью ролевых отношений:

**Точная величина** - величина, измеренное значение которой может быть выражено одной точкой на какой-либо шкале.

**Неточная величина** - величина, значение которой невозможно вычислить с точностью до некоторого фиксированного интервала.

**Величина в фиксированном интервале** - величина, измеренное значение которой лежит в заданном интервале некоторой шкалы.

## бillet 10

**Алгебраическая система** - множество (носитель) с заданным на нём набором операций и отношений (сигнатура), удовлетворяющий системе аксиом.

Задаётся парой:  $\langle M, S \rangle$ , где  $M$  - носитель, а  $S$  - сигнатура.

$S = \langle S_o, S_r \rangle$ , где

$S_o$  - множество операций, отображение:  $R \in S_o, R \in MM_n$

$S_r$  - множество отношений, подмножество булевана замыкания Клини:  
 $\forall R \in S_r \rightarrow \exists n_i (R \subseteq M^{n_i})$

Виды алгебраических систем:

**Алгебра** - алгебраическая система, сигнатура которой содержит только операции, т.е.  $S_r = \emptyset$ .

**Модель** - алгебраическая система, сигнатура которой содержит только отношения, т.е.  $S_o = \emptyset$ .

**Графовая модель** - алгебраическая система, сигнатура которой содержит только бинарные отношения.

**Граф** - алгебраическая система, сигнатура которой содержит только одно бинарное отношение.

**Модель гиперграфа** - алгебраическая система, сигнатура которой содержит только небинарные отношения.

Функция отношения  $r$  называется **алгебраической операцией** в том случае, если отношение  $r$  принадлежит к классу отношений, у которых все домены совпадают. Алгебраическая операция - соответствие, в силу которого каждой паре  $\langle a, b \rangle$  элементов множества  $M$  соответствует единственный третий элемент того же множества  $M$ .

## Билет 11

### Отношение гомоморфизма на алгебраических системах. Представление отношения гомоморфизма на языке семантических сетей.

Пусть  $G_1$  – реляционная структура, представляющая собой кортеж, множество элементов которого в соответствии с их атрибутами разбивается на семейство подмножеств ( $P_1, G_{11}, K_1, R_1, D_1$ ), а  $G_2$  – реляционная структура, представляющая собой кортеж, множество элементов которого разбивается на семейство подмножеств ( $P_2, G_{12}, K_2, R_2, D_2$ ). При этом:

- $P$  – множество первичных элементов реляционной структуры  $G$ ;
- $G_1$  – множество знаков атрибутов реляционной структуры  $G$ ;
- $K$  – множество знаков связок реляционной структуры  $G$ ;
- $R$  – множество знаков отношений реляционной структуры  $G$ . Знаки связок и знаки отношений реляционной структуры - вторичные элементами структуры;
- $D$  – множество элементов неопределенного типа реляционной структуры  $G$  (которые в рамках этой структуры не имеют атрибутов).

Соответствие между множеством элементов реляционной структуры  $G_1$  и множеством элементов реляционной структуры  $G_2$  называется **гомоморфизмом** в том случае, если оно удовлетворяет следующим условиям:

- если  $x \in P_1$ , то  $x^* \in P_2 \cup D_2$ ;
- если  $a \in G_{11}$ , то  $a^* \in G_{12}$ ;
- если  $k \in K_1$ , то  $k^* \in K_2$ ;
- если  $r \in R_1$ , то  $r^* \in R_2$ ;
- если  $d \in D_1$ , то  $d^* \in P_2 \cup G_{12} \cup K_2 \cup R_2 \cup D_2$ ;
- если  $k \in r \in R_1$ , то  $k^* \in r^* \in R_2$ ;
- если  $x \in k \in K_1$ , то  $x^* \in k^* \in K_2$ ;
- если  $k = (\dots, a : x, \dots); k \in K_1$ , то  $k^* = (\dots, a^* : x^*, \dots); k^* \in K_2$ .

Здесь  $x^*, a^*, k^*, r^*, d^*$  есть образы элементов  $x, a, k, r, d$  в рамках рассматриваемого соответствия.

Реляционная структура  $G_1$  гомоморфна реляционной структуре  $G_2$  в том случае, если существует гомоморфизм между ними.

Реляционная структура  $G_1$  называется гомоморфной реляционной структуре  $G_2$ , тогда и только тогда, когда:

- каждому первичному элементу реляционной структуры  $G_1$  однозначно соответствует первый элемент структуры  $G_2$ ;

- каждому сигнатурному множеству реляционной структуры  $G_1$  однозначно соответствует сигнатурное множество структуры  $G_2$ ;
- каждому сигнатурному отношению реляционной структуры  $G_1$  однозначно соответствует сигнатурное отношение структуры  $G_2$ ;
- каждому сигнатурному атрибуту реляционной структуры  $G_1$  однозначно соответствует сигнатурный атрибут структуры  $G_2$ ;
- кроме того: если элемент  $e$  структуры  $G_1$  включён во множество  $s$  в рамках этой структуры, т. е. существует дуга ( $s \rightarrow e$ ), то однозначно соответствующий ему элемент  $e^*$  реляционной структуры  $G_2$ , должен быть включён во множество  $s^*$ , включённое в реляционную структуру  $G_2$ , причём  $s^*$  – элемент, однозначно соответствующий элементу  $s$  в рамках рассматриваемого отношения гомоморфизма, а также дуга ( $s^* \rightarrow e^*$ ) включена в реляционную структуру  $G_2$  и также является элементом, однозначно соответствующим дуге ( $s \rightarrow e$ ) в рамках рассматриваемого отношения гомоморфизма.

## бillet 12

**Изоморфизм** – отношение указывающее на подобие структур. Реляционные структуры А и В называются **изоморфными** тогда и только тогда, когда реляционная структура А гомоморфна структуре В и реляционная структура В гомоморфна структуре А. В теории множеств любая биекция является **изоморфизмом**. Биекция — это отображение, которое является одновременно и сюръективным, и инъективным. При биективном отображении каждому элементу одного множества соответствует ровно один элемент другого множества, при этом определено обратное отображение, которое обладает тем же свойством. Поэтому биективное отображение называют ещё взаимно-однозначным отображением (соответствием).

**Автоморфизм** алгебраической системы — изоморфизм, отображающий алгебраическую систему на себя.

## **Билет 13**

**Реляционная структура** – это такая система множеств, для которой каждому ее элементу дополнительно приписывается некоторая его роль в рамках этой системы множеств.

Для указания роли элементов реляционных структур используются следующие атрибуты:

**первичный элемент** ( $\exists$  по крайней мере 1)

**сигнатурный атрибут** (могут отсутствовать)

**сигнатурное отношение** ( $\exists$  по крайней мере 1)

**сигнатурное множество** (могут отсутствовать)

**вторичный несигнатурный элемент** ( $\exists$  по крайней мере 1)

Первичными элементами реляционной структуры могут быть знаки любых объектов (знаки пар принадлежности, знаки узловых множеств неуточняемого типа, знаки кортежей, знаки атрибутов, знаки отношений, знаки реляционных структур).

не существует ни одного компонента, который был бы отмечен сразу несколькими атрибутами из числа вышеперечисленных;

## **Билет 14**

**Графовая структура** (граф) – совокупность непустого множества вершин и наборов пар вершин (связей между вершинами). Объекты представляются как вершины, или узлы графа, а связи — как дуги, или рёбра.

**Свойства графов:**

1. Число нечётных вершин графа всегда чётно. (Степенью вершины называется количество ребер, выходящих из этой вершины. Если это количество четно, то вершина называется четной, в противном случае вершина называется нечетной.)
2. Для любого графа количество вершин нечетной степени всегда будет четное.
3. Сумма степеней всех вершин графа равна удвоенному числу его ребер.

**Существует типология графовых структур (графов):**

- ориентированные графы;
- неориентированные графы;
- смешанные графы;
- мультиграфы;
- связные графы,
- несвязные графы;
- циклические графы,
- ациклические графы;
- взрещенные графы;
- невзвешенные графы;
- планарные графы;
- полные графы;
- двудольные графы;
- деревья;

## Билет 15

Прежде всего вы должны знать что глеб андреев -пидор)

**Алфавит и синтаксис формального фактографического языка  
семантических сетей.**

**Алфавитом**  $\Sigma$  называется конечное непустое множество. Его элементы называются символами (буквами).

**Множество всех слов** в алфавите  $\Sigma$  обозначается  $\Sigma^*$ .

*Пример 1. Пусть  $\Sigma = \{0, 1\}$  Тогда  $\Sigma^* = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, \dots\}$ .*

Если  $L \subseteq \Sigma^*$ , то  $L$  называется **языком** (или формальным языком) над алфавитом  $\Sigma$ .

*Пример 2. Множество  $\{a, abb\}$  является языком над алфавитом  $\{a, b\}$ .*

Базовыми понятиями для формализации знаний с помощью SC-кода являются:

1. семантические сети
2. теория множеств

Варианты представления SC-кода:

<b>SCg</b>	<p>Представление sc-текста визуально, в виде графа</p>
	<p>Каждому sc-элементу в соответствие ставится scg-элемент (графическое отображение), т.е. любому изображаемому на экране scg-элементу соответствует некоторый sc-элемент в базе знаний.</p>

<b>SCs</b>	<p>Представление sc-текста в виде кода, описывающего вид некоторого графа</p> <p><i>Строковый (линейный) вариант представления SC-кода.</i></p>
	<p>Предназначен для представления sc-графов (текстов SC-кода) в виде последовательностей символов, которые могут быть отредактированы как при помощи стандартных текстовых редакторов, так и при помощи специализированного scs-редактора.</p>
<b>SCn</b>	<p>Определенный способ форматирования sc-текстов</p> <p><i>Строковый нелинейный вариант представления SC-кода</i></p>
	<p>С формальной точки зрения SCn-код - множество scn-текстов.</p> <p>Предназначен для представления sc-графов в виде отформатированных по заданным правилам последовательностей символов, в которых также могут быть использованы базовые средства гипермедиа, такие как графические изображения, а также средства навигации между частями scn-текстов.</p>
<b>SCI</b>	<p>Графическое представление sc-текста в виде логических высказываний</p>

<b>SCp</b>	Графовый язык процедурного программирования, предназначенный для эффективной обработки однородных семантических сетей с теоретико-множественной интерпретацией, закодированных с помощью SC-кода
------------	--

Элементы, входящие в состав **sc-текстов** (т.е. **sc-элементы**), делятся на следующие классы:

1. **sc-константы**

- a. константные sc-элементы;
- b. sc-элементы, являющиеся знаками множеств;
- c. sc-элементы, каждый из которых имеет одно значение, каковым является сам этот элемент;
- d. sc-элементы нулевого уровня; scb-элементы;

2. **простые sc-переменные**

- a. sc-элементы, значениями которых являются sc-константы;
- b. sc-элементы 1-го уровня;
- c. sc-переменные 1-го уровня;

3. **sc-метапеременные** (sc-элементы, значениями которых являются sc-переменные; sc-элементы 2-го уровня).

Константы	Переменные	Мета-переменные	Пояснения
•	■	◆	изображение sc-элемента неуточняемого типа
○	□	◇	изображение sc-узла неуточняемого типа
●	■	◆	обозначение предметного множества

4.

Константы	Переменные	Мета-переменные	Пояснения
$\odot$	$\square$	$\diamond$	обозначение узлового непредметного множества
$\oplus$	$\blacksquare$	$\lozenge$	обозначение множества знаков пар принадлежности
$\otimes$	$\boxtimes$	$\lozenge$	обозначение отношения
$\ominus$	$\boxminus$	$\lozenge$	обозначение ориентированной связки
$\ominus$	$\boxplus$	$\lozenge$	обозначение неориентированной связки
$\oplus$	$\boxdot$	$\lozenge$	обозначение атомарной логической формулы
$\longrightarrow$	$= \rightarrow$	$= \cdot \rightarrow$	обозначение простой ориентированной пары с дополнительно уточняемой семантикой
$\longrightarrow$	$- \rightarrow$	$- \cdot \rightarrow$	обозначение пары принадлежности
$\longrightarrow$	$- \dashrightarrow$	$- \cdot \dashrightarrow$	обозначение пары непринадлежности
$\longrightarrow$	$- \cdashrightarrow$	$- \cdot \cdashrightarrow$	обозначение пары нечеткой принадлежности

5.