Контрольная работа №4

Белоуса Павла, гр. 921702

Вариант 3

1.Условие:

Пусть заданы отношения φ, ψ, σ на множестве Х. Доказать или опровергнуть истинность следующих тождеств:

c. φ • (ψ ⋂ σ) = (φ • ψ) ⋂ (φ • σ);

Решение: Пусть φ • (ψ ⋂ σ) =E и (φ • ψ) ⋂ (φ • σ)=F. Тогда необходимо доказать или опровергнуть следующее: F⊆E и E⊆F

Докажем необходимость: E⊆F

∀<x,y>∈E⟹<x,y>∈(φ • (ψ ⋂ σ)) ⟹ по определению операции композиции ∃ z ∈ X такое, что ((<x,z>∈ φ) & (<z,y>∈(ψ ⋂ σ))) ⟹ по определению пересечения (<x,z>∈ φ) & ((<z,y>∈ ψ) & (<z,y>∈ σ)) ⟹ (<x,z> ∈ φ & <z,y> ∈ ψ) & (<x,z> ∈ φ & <z,y> ∈ σ ) ⟹ по определению композиции (<x,y> ∈ φ • ψ) & (<x,y> ∈ φ • σ) ⟹ <x,y> ∈ (φ • ψ) ⋂ (φ • σ) <x,y> ∈F

Докажем достаточность: F⊆E

∀<x,y>∈F⟹ <x,y> ∈ (φ • ψ) ⋂ (φ • σ) ⟹по определению операции пересечения (<x,y> ∈ φ • ψ) & (<x,y> ∈ φ • σ) ⟹ по определению композиции ∃ z ∈ X такое, что (<x,z> ∈ φ & <z,y> ∈ ψ) & (<x,z> ∈ φ & <z,y> ∈ σ ) ⟹ (<x,z>∈ φ) & ((<z,y>∈ ψ) & (<z,y>∈ σ)) ⟹ по определению пересечния ((<x,z>∈ φ) & (<z,y>∈(ψ ⋂ σ)) ⟹по определению композиции <x,y>∈(φ • (ψ ⋂ σ)) ⟹ <x,y> ∈ E

Ответ: Тождество истинно.

2.Условие:

Проверить для произвольных отношений Ф=(A,G) и R = (A,F) справедливость утверждения:

c. Если отношения Ф и R обладают свойством транзитивности, то отношение Ф\R также обладает свойством транзитивности.

Если множество обладает свойством транзитивности, то, если a, b, c ∈ A и a φ b и b φ c , то a φ.

Пусть a1, b1, с1 ∈ A, a2, b2, с3 ∈ A и a3, b3, с3 ∈ A

Пусть для Ф: a1 φ b1 и b1 φ с1 → a1 φ с1

a2 φ b2 и b2 φ с2 → a2 φ с2

a3 φ b3 и b3 φ с3 → a3 φ с3

По свойству транзитивности

Пусть для F: a2 φ b2 и b2 φ с2 → a2 φ с2

По свойству транзитивности

Тогда графики первого и второго отношений будут выглядеть так:

G = {<a1, b1 >, <b1, c1 >, <a1, c1 >, <a2, b2 >,

<b2, c2 >, <a2, c2 >, <a3, b3 >, <b3, c3 >, <a3, c3 >}

F = {<a2, b2 >, <b2, c2 >, <a2, c2 >}

По определению разности отношений, график нового отношения будет выглядеть так:

G\F={<a1, b1 >, <b1, c1 >, <a1, c1 >,<a3, b3 >,

<b3, c3 >, <a3, c3 >}

и как можно увидеть, он тоже будет транзитивен.

Из этого примера видно, что при разности транзитивных отношений получается новое отношение, в графике которого отсутствуют общие тройки ai, bi, сi однако остальные элементы все равно остаются транзитивны, а значит и множество остается транзитивным.