UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Método del disparo

“shooting method”

Ecuaciones diferenciales ordinarias

Podemos definir una EDO de segundo orden de manera genérica por:

$$x'' = f(t, x, x') \quad \text{for } a \le t \le b,$$

- Problemas con valores iniciales:

$$x(a) = \alpha \text{ and } x'(a) = \eta$$

- Problemas con valores de frontera:

$$x(a) = \alpha \text{ and } x(b) = \beta$$

Método del disparo
“shooting method”

Problema con valor de frontera → *shooting method* → **Problema con valores iniciales**

Partamos de

$$x''(t) = f(t, x(t), x'(t)), \text{ with: } x(a) = \alpha \text{ and } x(b) = \beta, \text{ for } a \le t \le b$$

y supongamos que $x(t, \eta)$ es una solución al problema con V.I

$$x''(t) = f(t, x(t), x'(t)), \text{ with: } x(a) = \alpha \text{ and } x'(a) = \eta.$$

¿cómo podemos a partir de x(t, η) encontrar una solución para el PVF?

Método del disparo
“shooting method”

Construyamos la función auxiliar:

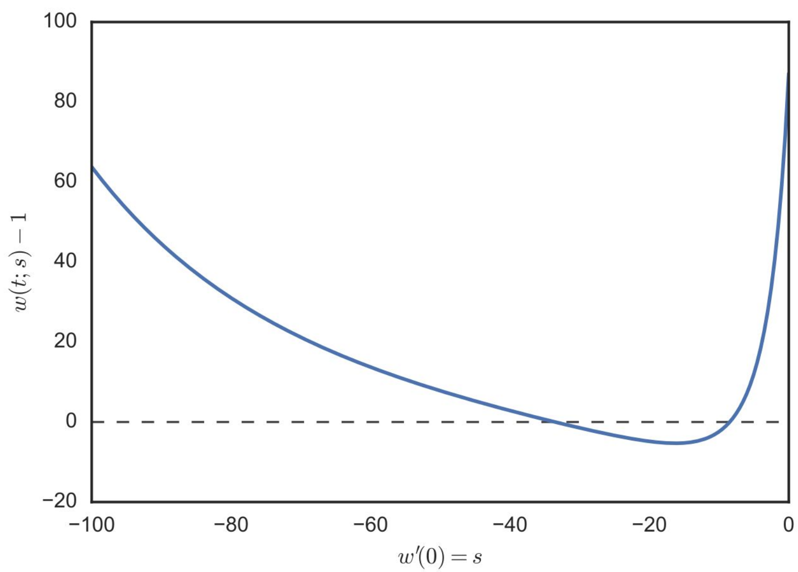
$$X(\eta) = x(b, \eta) - \beta$$

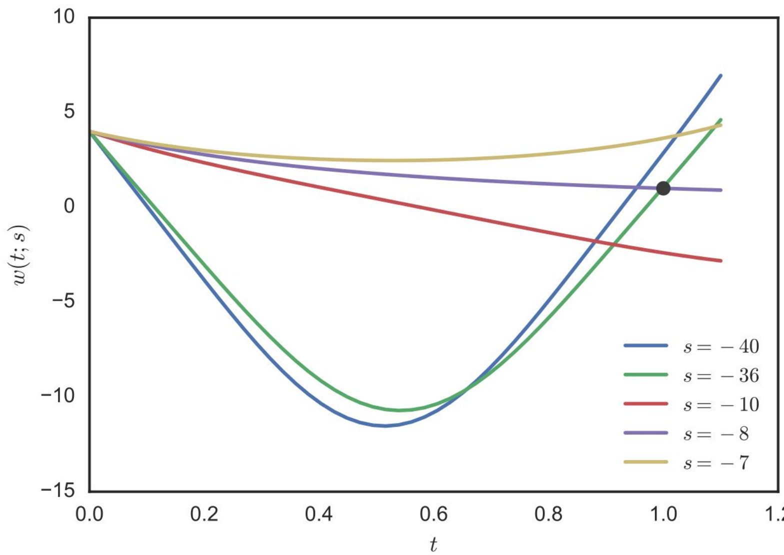
Estudiando los ceros de esta función encontramos pues que si $X(\xi)=0$, la solución al problema de V.I. $x(t,\xi)$ es igualmente una solución al problema con V.F.

Ejemplo:
método del disparo
“shooting method”

$$w''(t) = \frac{3}{2}w^2, \quad w(0) = 4, \quad w(1) = 1$$

$$w''(t) = \frac{3}{2}w^2, \quad w(0) = 4, \quad w'(0) = s$$





Stoer, J. and Burlisch, R. Introduction to Numerical Analysis. New York: Springer-Verlag, 1980.

Método del disparo lineal
“linear shooting method”

Ahora bien, si la EDO es lineal i.e.

$$x'' = p(t)x'(t) + q(t)x(t) + r(t) \quad \text{with } x(a) = \alpha \text{ and } x(b) = \beta$$

podemos a partir de las soluciones u(t) y v(t) de los problemas con V.I.

$$u'' = p(t)u'(t) + q(t)u(t) + r(t) \quad \text{with } u(a) = \alpha \text{ and } u'(a) = 0.$$

$$v'' = p(t)v'(t) + q(t)v(t) \quad \text{with } v(a) = 0 \text{ and } v'(a) = 1.$$

construir la solución

$$\boxed{x(t) = u(t) + Cv(t)}$$

que tiene como V.F

$$\boxed{\begin{aligned} x(a) &= u(a) + Cv(a) = \alpha + 0 = \alpha, \\ x(b) &= u(b) + Cv(b). \end{aligned}}$$

Método del disparo lineal
"linear shooting method"

Imponiendo entonces la condición de frontera x(b) = β en la función anteriormente definida nos lleva a que:

$$\boxed{x(t) = u(t) + \frac{\beta - u(b)}{v(b)} v(t).}$$

será una solución al problema con V.F.

$$x'' = p(t)x'(t) + q(t)x(t) + r(t) \quad \text{with } x(a) = \alpha \text{ and } x(b) = \beta$$