

# 南京信息工程大学

## 本科生毕业论文 (设计)



### 题 目      公共交通调度策略的最优化方法 ——以南京信息工程大学校园为例

---

学生姓名      陈冰

学      号      201933070085

学      院      应用技术学院

专      业      软件工程（专科起点本科）

指导教师      马杰良

二〇二三年二月一日

# 声 明

本人郑重声明：

- 1、 以“求实、创新”的科学精神从事科学研究工作。
- 2、 本论文中除引文外，所有测试、数据和相关材料均为真实有效的。
- 3、 本论文是我个人在指导教师的指导下进行的研究工作和取得的研究成果，请勿用于非法用途。
- 4、 本论文中除引文和致谢的内容外，并未抄袭其他人或其他机构已经发表或撰写过的研究成果。
- 5、 关于其他同志对本研究所做的贡献均已在论文中作了声明并表示了谢意。

作者签名：

日期： 年 月 日

# 目 录

1	绪言.....	1
1.1	研究背景和意义 .....	1
1.2	研究现状.....	1
1.3	研究内容.....	4
1.4	论文组织结构 .....	4
2	研究相关理论.....	5
2.1	排队论 .....	5
2.2	运输问题.....	5
2.3	线性规划.....	6
2.4	动态规划.....	7
2.5	图与网络模型 .....	7
2.6	对策论 .....	7
2.7	VSP 问题.....	8
2.8	离散事件仿真框架 SimPy.....	8
3	模型.....	8
3.1	问题描述.....	8
3.2	单服务台负指数分布排队系统 .....	8
	参考文献 .....	10

# 南京信息工程大学本科生毕业论文 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板 V2021.6<sup>1</sup>

Bruce Y.P. Lee<sup>2</sup>、LiR<sup>3</sup>、John D<sup>4</sup>、B. Shen<sup>5</sup>

南京信息工程大学 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 学院，江苏 南京 210044

**摘要：**这是一份南京信息工程大学本科生毕业论文 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 模板。友善提醒：本文档是非官方版，属个人兴趣产物。

**关键词：**模板；南信大；毕业论文；

---

<sup>1</sup>本模板制作时间：2014 年 5 月，最后修订于 2021 年 6 月

<sup>2</sup>E-mail: yupenglee119@gmail.com

<sup>3</sup>第二版修改者，E-mail: stuliren@outlook.com

<sup>4</sup>2021.6 版修改者，E-mail: mailto:work.temp.place@outlook.com

<sup>5</sup>2022 版修改者，E-mail: nj\_bwshen@outlook.com

# **L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X Template for Undergraduate Thesis of Nanjing University of Information Science and Technology**

Bruce Y.P. Lee、LiR、John D、B. Shen

School of L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, NUIST, Nanjing 210044, China

**Abstract:** This is a L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X template for the Undergraduate thesis of Nanjing University of Information Science and Technology. Caution: due to personal interest, not an official template.

**Key words:** template; NUIST; thesis;

# 1 绪言

## 1.1 研究背景和意义

公共交通，泛指所有向大众开放、并提供运输服务的运输系统，该系统通常按照固定的时刻表进行资源调度管理，在既定的线路上运行，每次向乘客收取一定的费用。广义而言，公共交通包括民航、铁路、公路、水运等交通方式。公交系统作为城市公交网络的重要组成部分，其发展水平直接影响了市民出行的便捷性和幸福感，对建设和谐社会及和谐城市有着重大意义。公交系统与居民的日常出行息息相关，是居民日常出行的主要选择。以南京市公共交通系统为例，2022 年第一季度，全市营业性客车达 6353 辆，客位 279619 座，全市客运班车总数达 879 辆、45428 客位，旅游及包车 5474 辆、240286 客位。普通干线公路日均交通量 29.52 万辆<sup>[1]</sup>。但是城市人口的快速增长造成了交通拥堵，同时交通拥堵也阻碍了城市经济的发展。根据高德地图发布的《2022 年度中国主要城市交通分析报告<sup>[2]</sup>》，2019 至 2022 年度大中型城市的整体候车时长同比呈上升趋势，尤其是受发车频率影响的候车时长上升明显；主要城市高峰平均交通拥堵指数达到 1.704（在通行一小时的行程中实际花费为 1.704 小时）。根据百度地图发布的《2022 年度中国城市交通报告<sup>[3]</sup>》，我国主要城市公交候车时间为 8.97~17.34 分钟，且候车时间越长的城市受发车频率和交通扰动影响也越大。倡导公交出行是解决交通拥堵的一个主流方案，城市公交系统对节能减排，建设绿色城市也有着重要意义，公交系统依赖城市道路网络，且大多为电力驱动，更多的载客量下产生的碳排放更少，且良好的站点设置与调度方式可以让公交系统与共享单车、轨道交通等其他出行方式结合产生完美的绿色出行生态系统。如何构建一个高效稳定的交通系统，提高乘客的出行满意度，以吸引更多乘客选择公共交通出行，对推动绿色出行和社会发展有着重大意义。

交通调度优化是一项十分复杂的系统性工程，多种因素相互作用影响着整个系统。通过统计数据，使用模拟算法建立乘客出行模式的模型。在建立了乘客出行模式的模型后，生成随机离散客流，传统的运筹学方法对公交调度这类有约束资源分配问题下有良好的表现，通过所得的数据建立相应问题的规划模型并求解，更好的解决相应交通规划问题。

本文以南信大校园公交系统为例，探究在大数据时代下，如何结合传统运筹优化算法与机器学习优势，对公交系统进行优化。现有运营方案下，校园公交人流量高峰时期常采用多车次连续发车的方法，由于公交线路站点大多均匀坐落在校园主干道上，高峰时期车辆行进速度也会受到主干道交通环境影响，导致部分站点排队时间较长；非高峰时期，为考虑运营成本，公交采用固定弹性时刻表方式进行调度，现有的调度策略存在滞后性。通过对客流模式进行挖掘分析，运用模拟算法通过该模式建立数学模型，使用运筹学方法从成本、效益、乘客舒适度等多个角度出发，对公交站定址、调度策略等进行优化，最终解决现有策略下校园公共交通系统中的缺陷。

## 1.2 研究现状

排队理论中常用分布函数来描述客流，近年来基于机器学习的客流预测方法受到了广泛的关注。在机器学习任务中，诸如预测上证指数、商场每日人流量、交通客流这类一组按照时间发生先后顺序进行排列的数据点序列，被称为时间序列预测。时序预测中一种常用的算法是 LSTM。LSTM，全称 Long Short Term Memory (长短期记忆) 是一种特殊的递归神经网络。2022 年，Wenhua Jiang 等人提出一种基于深度学习的短期 OD（始发地-目的地）客流预测方法<sup>[4]</sup>，短期 OD 流量预测的一个关键挑战是由于出行没有在一定的时间间隔内完成，OD 流

量信息的部分可观测性。该方法开发了一种用于城市轨道交通系统 OD 流量预测的新型深度学习架构，并研究了数据表示和处理部分信息的各种机制。深度学习框架由三个主要部分组成，包括多个 LSTM 网络，该网络具有捕获短期/长期时间依赖性的注意机制，用于时空相关性的时间移位图矩阵，以及用于部分 OD 流观测的重建机制。结果表明，所提出的模型具有较高的精度和鲁棒性，以及 OD 流量信息的局部观测对提高预测性能的重要性。在数据表示方面，预测 OD 流量偏差的效果始终优于直接预测 OD 流量。

LSTM 与一般的前馈神经网络不同，LSTM 可以利用时间序列对输入进行分析；简而言之，当使用前馈神经网络时，神经网络会认为  $t$  时刻输入的内容与  $t + 1$  时刻输入的内容完全无关，对于许多情况，例如图片分类识别，这是毫无问题的，可是对于一些情景，例如自然语言处理 (NLP, Natural Language Processing) 或者我们需要分析类似于连拍照片这样的数据时，合理运用  $t$  或之前的输入来处理  $t + n$  时刻显然可以更加合理的运用输入的信息。在 2017 年提出的基于 self-attention 机制的 Transformer 模型<sup>[5]</sup>最开始在自然语言处理任务中有着不俗的表现，该模型的思想后被广泛应用于机器学习的各个任务分支中，最近的一些研究表明，在对于能源、交通、天气预测等时序预测任务中，Transformer 同样有着优于 LSTM 和 RNN 的表现，尤其是包含双向时空适应（空间自适应和时间自适应）结构的 Transformer<sup>[6-7]</sup>。在交通流量预测问题中，现有方法多侧重于时空依赖建模，而忽略了交通预测问题的两个内在特性。不同预测任务的复杂性在不同的空间（如郊区与市中心）和时间（如高峰时段与非高峰时段）上分布不均匀。其次，对过去交通状况的回忆有利于对未来交通状况的预测。基于以上两个特性，一个双向时空自适应 Transformer (Bi-STAT) 可以用于准确的交通流预测。Bi-STAT 采用编码器-解码器框架，其中均含有一个空间自适应和时间自适应的 Transformer 结构。受第一个性质的启发，每个 Transformer 都根据任务的复杂性动态地处理流量流，通过一种新的动态停止模块 (DHM) 的循环机制来实现这一点。每个 Transformer 使用共享参数进行迭代计算，直到 DHM 发出停止信号。受第二个特性启发，Bi-STAT 使用一个解码器实现现在-过去的学习任务，另一个解码器实现现在-未来的预测任务。学习任务提供补充信息协助预测任务，以便更好地泛化。大量实验证明了 Bi-STAT 每个模块的有效性以及该模型的优越预测性能。

常规情况下，公共交通调度采用有规则定期时刻表的方式进行调度，该方法下会产生一个非线性混合整数模型。2004 年，Alessandro Chierici 等人扩展了此种普遍被采用方法<sup>[8]</sup>，新方法考虑时间表的质量与交通系统对其他可替代的运输方式吸引的乘客之间的相互影响。在放宽完整性约束后，所得的非线性混合整数模型仍然是非凸的。通过基于外部近似的分支定界算法和利用两个子模型的分解和相互更新的启发式算法来解决它。随着机器学习近十年的飞速发展带动了各行各业对于数据驱动的研究热潮，运筹学也不例外，2020 年 Google 与 Deepmind 提出一种基于深度神经网络提升传统混合整数规划方法的性能<sup>[9]</sup>。传统的混合整数规划中通常是基于分支定界法 (branch and bound)，通过不断求解连续凸松弛问题找出最优解，但是理论上需要求解的松弛问题个数随着整数变量维度上升呈指数倍数增长。因此，实际中会添加许多加速方法去减少需要求解的松弛问题数量，其中有很多加速方法的效果取决于混合整数规划的问题结构或是当前分支定界已有的信息，但是很多时候由于模型过于复杂，可能无法直接提取出这类信息，而这正好是深度学习方法的优点，它能基于充足的数据通过黑盒优化提供一个预测模型，捕捉一些难以解释的有效信息。核心是使用神经网络提升传统混合整数规划中两种常见的启发式方法的性能：下潜 (Diving) 搜索和分支 (Branching) 选取，其主要思想还是利用神经网络基于数据的预测能力对某一类特定问题求解实现加速。

在求解需求为动态的一类运输问题时，常使用动态规划的方法来切结列车调度问题。2020 年，Renming Liu 等，针对一类时间依赖需求的地铁列车节能调度问题，提出了列车交通模型<sup>[10]</sup>，

包含列车车头时距、列车载客量和地铁沿线能耗演化的动态方程,制定了非线性动态规划(DP)问题以生成近似最优时间表,进而实现列车利用率、乘客等待时间、服务水平和能源消耗之间的协调。为了克服维度灾难问题,构建了一个近似动态规划(ADP)框架,引入了状态、策略、状态转换和奖励函数的概念。通过数值实验验证了所提模型和算法的有效性,并与遗传算法和差分进化算法进行了比较,该算法能够在较短的时间内收敛到一个较好的解。Pengli Mo 等人的研究<sup>[11]</sup>针对城市轨道交通线路,结合动态客流需求特征,分析列车运行图与列车运用计划的内在联系,建立列车运行图与车底运用计划协同节能优化模型;该模型通过提高牵引-制动重叠时间和线上折返次数,以实现城轨运营中列车运行图与车底运用计划的协同优化,基于北京地铁亦庄线的运行数据验证了将运行图和车底运用计划分开考虑可能会导致车底的不充分利用和接续方案的不合理,而协同优化的结果有效提升线上转向接续方式的使用率,实现了再生能的高效利用。该协同优化方法能够在保证乘客服务水平和方案可实施性的前提下生成具有更低运行成本的节能优化方案,更好地实现再生能利用和车底周转连续性之间的平衡,从而实现平峰期城轨系统的高效运行和节能减排的目标。

近年来,运营商为缓解客流过饱和带来的不利影响做出了大量努力。一方面,一些运营商在基础设施、车队和人员方面进行了大量投资,以减发车的间隔,以便在高峰时段容纳更多的乘客。然而,在一些特大城市,出行需求的增长速度超过了容量供应的扩张,这进一步加剧了过度饱和的问题。事实上,在一些特大城市,高峰时段的发车间隔非常小,几乎没有空间通过增加车辆容量来缓解过度饱和。在实践中,运行效率不仅由列车时刻表决定,还受到客流装载方案(如不同 OD 对的容量分配决策<sup>[8]</sup>)的影响。2023 年, Jinpeng Liang 等人设计了一种在线客流控制策略<sup>[12]</sup>,对每个 OD(始发地-目的地)对的客流进行管理,使研究区间内的乘客总等待时间最小化。假设 OD 需求信息随时间顺序显示,将在线客流控制问题描述为随机动态规划(DP)。设计一种有效的在线自适应策略来指导各个阶段的实时客流控制决策。结果表明,与先到先服务(FCFS)策略相比,该方法可以显著减少乘客的预期总等待时间,并缓解地铁车站的拥堵,利用列车容量的可重复使用特性,在高峰时段运送更多的乘客。为了以最小化乘客站台等待时间为目标, Jiawei Yuan 等人建立了混合整数非线性规划模型,并设计了一种新颖的混合遗传算法<sup>[13]</sup>。在许多大城市的轨道交通线路中,高峰时段的客流需求往往呈现过度拥挤、分布不均衡等特点。针对单条双向的城市轨道交通线路,对大小交路方案、列车时刻表和车底运用计划进行了协同优化,以最小化乘客站台等待时间为目标,分别考虑了交路选择、发车间隔、列车容量、车底衔接、车底数量等约束条件,构建了混合整数非线性规划模型。根据模型特点,设计了一种新颖的混合遗传算法,基于北京地铁 6 号线的历史数据,验证了该方法的有效性。

公交设施选址也是一项复杂的工程,王晓辉的研究<sup>[14]</sup>以沈阳市浑南新区为背景,在考虑成本因素后,基于模糊软集理论的方法,分析了关键指标确定最佳选址。在动态流量下,同时还需考虑设施的弹性,风险事件(如自然灾害、人为破坏等)会导致道路交通系统服务水平下降,良好的计划可以将期间的后续影响降到最低。关键基础设施(Critical Infrastructure, CI)的弹性对于整个社会抵御、响应风险事件并从中快速恢复至关重要。系统弹性(也称韧性)需要从多个维度、采用复合指标进行度量,而恢复力可视为评价系统韧性的维度之一。2020 年 Tingting Zhao 和 Yu Zhang 的研究<sup>[15]</sup>重点研究了交通运输系统恢复力的评价和优化问题,并将其建模为双层双目标优化问题。采用加权和法求解该双目标优化问题的帕累托前沿。该研究将修复计划中的优化问题建模为双层双目标优化问题,优化目标为最小化总行程时间和系统中未满足的出行需求,提出了该优化问题的有效求解算法,将该方法应用于典型路网,说明了应用该方法解决实际路网中修复计划优化问题的具体过程,同时验证了该方法的有效性,并



从目标空间分析的角度进一步对该双目标优化问题的实证结果进行了阐释。在该研究中，上层优化问题的目标是通过确定需要优先修复的路段和相应的通行能力恢复等级来最小化总行程时间和系统中未满足的出行需求。下层基于弹性用户均衡问题对居民的出行行为进行建模，以实现事件发生后交通系统供给侧退化的通行能力和需求侧已经基本恢复正常的出行需求之间的供需不平衡问题的模型化表达和量化分析。现实中常需要综合运用枢纽选址、随机规划等基础理论，Haifeng Zhang 等人的研究<sup>[16]</sup>针对面向多模式的枢纽选址和网络设计问题，分别在不确定需求和不确定运输成本情形下，建立集成优化方法对多模式货物运输系统中的枢纽与枢纽弧选址、运输模式选择以及运输路径分配进行综合研究。随机需求模型本质等价于一个确定性期望值问题，此外，该研究进一步提出了不确定运输成本下的两阶段随机规划问题，而对于随机运输成本模型，并不等价于相应的确定性期望值问题。为了有效求解随机运输成本模型，设计基于抽样平均近似技术的 Benders 分解算法。最后，利用 TR 数据集对随机规划模型和基于抽样平均近似技术的 Benders 分解算法进行检验，并通过对对比分析探讨随机解的价值。结果表明，相较于随机需求模型，多模式枢纽网络拓扑结构对于随机运输成本更为敏感；与确定模型相比，随机模型能够有效抵御运输成本不确定性带来的影响，并降低枢纽网络的总成本。

### 1.3 研究内容

1、了解在运筹学在交通优化中的应用的国内外研究现状，其中着重了解乘客出行模式分析和基于运筹优化的公交调度方法。深入学习数值求解包 Python-MIP、离散系统模拟包 Simpy 的具体使用方法，以支撑后续实验研究过程。

2、深入研究 VPS 问题的原理，尝试从不同角度对公交优化问题进行建模。

3、深入研究 MIP（混合整数模型）和 DP（动态规划）问题的基本原理和解法，了解规划问题中的弹性分析，了解基本的博弈论算法。结合 Python-MIP 模块，研究如何对公交调度问题进行建模以及求出所得问题的数值解。

4、尝试模拟前文所得的结果，对不同场景下的结果进行模拟，对比不同结果之间的效率，使用可视化方法更直观、形象的展示不同方案的优劣，通过不同指标进行分析，给出优化改进方案。

### 1.4 论文组织结构

本文拟分为五章来对该课题进行研究，对交通流量模型建立方面作了相关研究，具体内容如下：

第一章主要介绍研究背景、研究意义、国内外研究现状、主要研究内容和结构，并梳理了相关研究的发展历程；最后引出了本文的主要研究内容。

第二章主要介绍研究中需要使用的运筹优化法，以及运筹优化中公交选址、班次调度的不同优化算法，介绍常用数值求解软件和交通模拟软件。

第三章通过对统计数据进行分析，通过离散系统模拟包建立模拟离散客流，通过交通模拟软件建立交通模型。

第四章通过前文的分析结果建立数学模型，从成本、效益、乘客舒适度等多个角度出发进行数值仿真模拟，对比不同优化结果的有效性。

第五章总结本文工作、并且展望未来研究方向。

## 2 研究相关理论

### 2.1 排队论

排队是在日常生活中经常遇到的现象，如顾客到商店购买物品、病人到医院看病常常要排队。此时要求服务的人数超过服务机构的容量，即到达的顾客不能立即得到服务，因而出现了排队现象。这种现象不仅在个人日常生活中出现，电话局的占线问题，车站、码头等交通枢纽的车船堵塞和疏导，故障机器的停机待修，水库水量的存储调节等都是有形或无形的排队现象。由于顾客到达和服务时间的随机性，可以说排队现象几乎是不可避免的。如果增添服务设备，就要增加投资或发生空闲浪费；如果服务设备太少，排队现象就会严重，对顾客个人和对社会都会带来不利影响。因此，管理人员必须考虑如何在这两者之间取得平衡，经常检查目前处理是否得当，研究今后改进对策，以期提高服务质量，降低成本<sup>[17-18]</sup>。

排队模型常表示成  $X/Y/Z/A/B/C$ （相继到达的间隔时间/服务时间的分布/服务台的数目/容量限制/客源数目/服务规则）形式，对于一个公交站台可以表示成标准的  $M/M/1$  模型，该系统的特点：

1. 输入过程——顾客源是无限的，顾客单个到来，相互独立，一定时间的到达数服从泊松分布，到达过程已是平稳的。
  2. 排队规则——单队，且对队长没有限制，先到先服务。
  3. 服务机构——单服务台，各顾客的服务时间是相互独立的，服从相同的负指数分布。
- 此外，还假定到达间隔时间和服务时间是相互独立的。

已知  $M/M/1$  模型到达规律服从参数为  $\lambda$  的泊松分布，服务时间服从参数为  $\mu$  的负指数分布，给出  $t$  时刻状态为  $n$ （系统中有  $n$  个顾客）的概率  $P_n(t)$ ，系统的状态方程可以表示为：

$$\begin{cases} -\lambda P_0 + \mu P_1 = 0 \\ \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} - (\lambda + \mu)P_n = 0 \quad n \geq 1 \end{cases} \quad (2.1)$$

式 2.1 是关于  $P_n$  的差分方程，它表明的各状态之间的转移关系如图 2.1 所示。

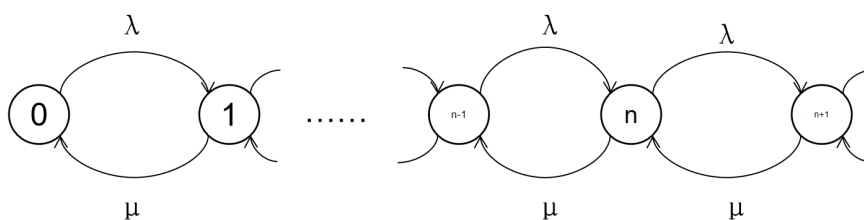


图 2.1  $M/M/1$  模型状态转移示意图

解决排队问题首先要根据原始资料作出顾客到达间隔和服务时间的经验分布，然后按照统计学的方法（例如  $\chi^2$  检验法）以确定合于哪种理论分布，并估计它的参数值，常用的分布函数有泊松分布、负指数分布、爱尔郎分布。

### 2.2 运输问题

在经济建设中，经常碰到物资调运问题，在若干生产基地，根据已有的交通网，应如何制订调运方案，将这些物资运到各消费地点，而总运费要最小。这问题可用以下数学语言描述。

已知有  $m$  个生产地点  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ 。可供应某种物资, 其供应量 (产量) 分别为  $a_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 有  $n$  个销地  $B_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , 其需要量分别为  $b_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , 从  $A_i$  到  $B_j$  运输单位物资的运价 (单价) 为  $c_{ij}$ 。

若从  $x_{ij}$  表示从  $A_i$  到  $B_j$  的运量, 在产销平衡的条件下, 要求总运费最小的调用方案, 可求解以下数学模型:

$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \\ \begin{cases} \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, & j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, & i = 1, 2, \dots, m \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.2)$$

式 2.2 包含  $m \times n$  个变量,  $m + n$  个约束方程对产销平衡的运输问题, 由于有以下关系式存在:

$$\sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^n \right) = \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^m \right) = \sum_{i=1}^m a_i$$

模型最多只有  $m + n - 1$  个独立约束方程。由于以上特征, 所以求解运输问题时, 可用比较简便的计算方法, 习惯上称为表上作业法。

## 2.3 线性规划

在生产管理和经营活动中经常提出一类问题, 即如何合理地利用有限资源, 以便得到最好的经济效益, 线性规划由此产生。线性规划问题有各种不同的形式, 将多种形式的数学模型统一变换为标准型式。规定的标准型式为:

$$\begin{aligned} \max z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, & i = 1, 2, \dots, m \\ x_j \geq 0, & j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned}$$

在实际数值计算中, 更常用的是线性规划的矩阵形式:

$$\begin{aligned} \max z &= CX \\ AX &= b \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = (P_1, P_2, \dots, P_n); 0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$

A——约束条件的  $x \times n$  维系数矩阵, 一般  $m < n$ ;

b——资源向量;

C——价值向量

X——决策变量向量。

## 2.4 动态规划

在生产和科学实验中，有一类活动的过程，由于它的特殊性，可将过程分为若干个互相联系的阶段，在它的每一个阶段都需要作出决策，从而使整个过程达到最好的活动效果。因此，各个阶段决策的选取不是任意确定的，它依赖于当前面临的状态，又影响以后的发展。当各个阶段决策确定后，就组成了一个决策序列，因而也就决定了整个过程的一条活动路线。这种把一个问题可看作是一个前后关联具有链状结构的多阶段过程（如图 2.2 所示）就称为多阶段决策过程，也称序贯决策过程。这种问题就称为多阶段决策过程。

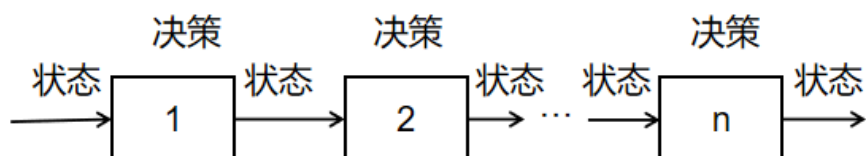


图 2.2 多阶段决策示意图

在多阶段决策问题中，各个阶段采取的决策，一般来说是与时间有关的，决策依赖于当前的状态，又随即引起状态的转移，一个决策序列就是在变化的状态中产生出来的，故有“动态”的含义。因此，把处理它的方法称为动态规划方法。

## 2.5 图与网络模型

图论是应用十分广泛的运筹学分支，它已广泛地应用在物理学、化学、控制论、信息论、科学管理、电子计算机等各个领域。在实际生活、生产和科学研究中，有很多问题可以用图论的理论和解决方法来解决。例如，运输系统的设计，再例如，各种通信网络的合理架设，交通网络的合理分布等问题，应用图论的方法求解都很简便<sup>[19]</sup>。

## 2.6 对策论

对策论亦称竞赛论或博弈论，是研究具有斗争或竞争性质现象的数学理论和方法。一般认为，它是现代数学的一个新分支，是运筹学的一个重要学科。对策论发展的历史并不长，但由于它研究的问题与政治、经济、军事活动乃至一般的日常生活等有着密切联系，并且处理问题的方法具有明显特色，所以日益引起广泛注意。对策问题本质上都由三个要素组成：

1. 局中人——在一个对策行为（或一局对策）中，有权决定自己行动方案的对策参加者，称为局中人。通常用  $I$  表示局中人的集合。

2. 策略集——一局对策中，可供局中人选择的一个实际可行的完整的行动方案称为一个策略。参加对策的每一局中人  $i$ ， $i \in I$  都有自己的策略集  $S_i$ 。

3. 赢得函数——在一局对策中，各局中人选定的策略形成的策略组称为一个局势，即若  $S_i$  是第  $i$  个局中人的一个策略，则  $n$  个局中人的策略组

$$s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$$

就是一个局势。对任一局势  $s \in S$ ，局中人  $i$  可以得到一个赢得函数  $H_i(s)$

## 2.7 VSP 问题

车辆调度问题 (vehicle scheduling problem, VSP) 是由 Dantzig 和 Ramser 于 1959 年提出的, 虽经多人潜心研究, 但由于其复杂性大, 目前仍未找到多项式算法, 现有研究多把精力集中于研究高质量的启发式算法方面。启发式方法是寻求解决问题的一种方法和策略; 它也可以是面向某种具体问题的一种求解方法。它建立在人们经验和判断的基础之上, 体现了人的主观能动作用和创造力。

VSP 问题的常规形式一般指: 对一系列发货点和收货点, 组织适当的行车路线, 使车辆有序地通过它们, 在满足一定的约束条件下 (例如货物需求量与发送量、交发货时间、车量容量限制、行驶里程限制、行驶时间限制等), 力争实现一定的目标 (如空驶里程最短, 运输费用极小, 车辆按时到达, 使用车辆数量尽可能少等)。车辆调度问题的分类法很多, 例如可根据车辆满载与否分为满载问题与非满载问题, 根据可用车场数分为单车场问题与多车场问题, 根据可用车辆的车型数分为单车型问题与多车型问题, 根据决策者的要求分为单目标问题与多目标问题等。

## 2.8 离散事件仿真框架 SimPy

SimPy 是一个进程驱动的基于 Python 语言的离散事件仿真框架, SimPy 中的进程由 Python 生成器函数定义, 例如: 用于对客户、车辆或代理等活动组件进行建模, SimPy 还提供各种类型的共享资源。模拟可以实时执行按时序或通过手动逐步执行事件。

# 3 模型

## 3.1 问题描述

首先基于统计数据, 然后建立交通网络的模型, 根据模型列出对应的 VSP 问题方程并求解, 以便之后优化问题的求解和模拟, 使用 SimPy 包对不同结果进行模拟。

## 3.2 单服务台负指数分布排队系统

在串行的  $k$  个车站中, 每个车站的服务时间相互独立, 服务时间服从参数为  $k\mu$  的负指数分布, 称总服务时间服从  $k$  阶爱尔朗分布。爱尔朗分布族提供更为广泛的模型类, 比指数分布有更大的适应性。事实上, 当  $k=1$  时, 爱尔朗分布化为负指数分布, 进一步可推导出对于单个车站  $k=1$  的情况下到达人数近似服从泊松分布, 由于泊松分布的无记忆性<sup>[20]</sup>, 可以更好的描述一个排队系统。

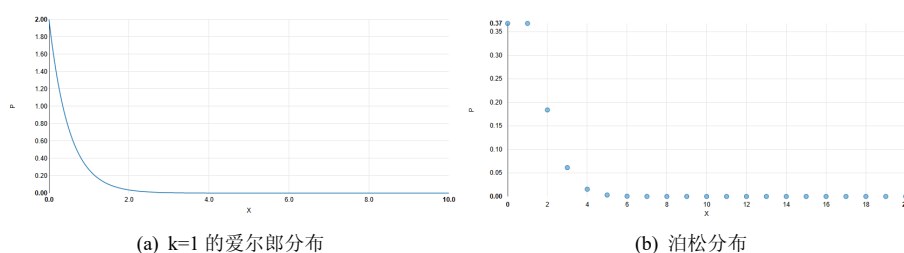


图 3.1 两种分布对比图

前文给出了单服务台负指数分布排队系统 (M/M/1/∞/∞) 的基本方程 2.1 和状态图 2.1，由图 2.1 可知，状态 0 转移到状态 1 的转移率为  $\lambda P_0$ ，状态 1 转移到状态 0 的转移率为  $\mu P_1$ 。由排队系统生灭状态的平衡性质可知，对于状态 0 必须满足如下方程：

$$\lambda P_0 = \mu P_1$$

对于任意的  $n \geq 1$  的状态，都可以得到式 2.1 中的方程，求解 2.1 得：

$$P_1 = (\lambda/\mu) P_0$$

易证：

$$P_2 = (\lambda/\mu)^2 P_0$$

.....

$$P_n = (\lambda/\mu)^n P_0$$

令  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$ ，由概率的性质

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$$

可以得到站台中乘客数为  $n$  的概率

$$P_n = (1 - \rho) \rho^n, n \geq 1, \rho < 1$$

其中  $\rho$  代表系统的平均服务率，它刻画了服务机构的繁忙程度；所以又称服务机构的利用率。

由此可以得到一个平均到达率为  $\lambda$ ，平均服务率  $\mu$  的排队系统的几个主要指标：

(1) 乘客到达后不能及时得到服务需要等待的概率（系统服务强度）：

$$P_w = \frac{\lambda}{\mu}$$

(2) 系统空闲的概率：

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

(3) 系统中平均乘客长度（队长的期望值）

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

(4) 在队列中等待的平均顾客数（队列长期望值）

$$L_q = L_s - \rho = \frac{\rho \lambda}{\mu - \lambda}$$

(5) 在系统中顾客逗留时间的期望值

$$W_s = E[W] = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

# (6) 队列中顾客等待时间的期望值

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$$

解决排队问题首先要根据原始资料作出乘客到达间隔和服务时间的经验分布，根据以往经验，校园公交车站客流呈周期性变化，选择文德楼北上行线车站实地统计，该车站位于校门、宿舍楼、主教学楼连接处的枢纽位置，客流量较有代表性，采样地点如图 3.2。



图 3.2 采样地点

以大约两节课的时间（两小时）为一个周期，5 分钟为间隔进行采样，所得的一个周期内的客流分布如表 3.1 所示。

表 3.1 车站乘客到达人数分布表

时间段	到达人数	时间段	到达人数
14:00~14:05	18	15:00~15:05	5
14:06~14:10	7	15:06~15:10	2
14:11~14:15	4	15:11~15:15	3
14:16~14:20	8	15:16~15:20	6
14:21~14:25	1	15:21~15:25	5
14:26~14:30	5	15:26~15:30	67
14:31~14:35	1	15:31~15:35	8
14:36~14:40	3	15:36~15:40	12
14:41~14:45	5	15:41~15:45	8
14:46~14:50	6	15:46~15:50	3
14:51~14:55	2	15:51~15:55	4
14:56~15:00	2	15:56~16:00	2

## 参考文献:

- [1] 南京市交通运输局. 2022 年一季度南京交通经济运行综合分析报告[EB/OL]. 2022[2022-06-10]. [http://jtj.nanjing.gov.cn/njsjtyjsj/202206/t20220610\\_3442578.html](http://jtj.nanjing.gov.cn/njsjtyjsj/202206/t20220610_3442578.html).
- [2] 高德地图. 2022 年度中国主要城市交通分析报告[EB/OL]. 2023[2023-01-18]. <https://report.amap.com/share.do?id=a184b07685866c850185c2e9da200007>.
- [3] 百度地图. 2022 年度中国城市交通报告[EB/OL]. 2023[2023-03-01]. <https://jiaotong.baidu.com/cms/reports/traffic/2022/index.html>.
- [4] Jiang W, Ma Z, Koutsopoulos H N. Deep learning for short-term origin-destination passenger flow prediction under partial observability in urban railway systems[J]. Neural Computing and Applications, 2022, 34: 4813-4830.
- [5] Vaswani A, Shazeer N, Parmar N, et al. Attention is all you need[Z]. 2017. arXiv: 1706.03762.
- [6] 高榕, 万以亮, 邵雄凯, 等. 面向改进的时空 Transformer 的交通流量预测模型[EB/OL]. (2021-03-14)[2023-04-12]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2127.TP.20220618.1141.008.html>.
- [7] Chen C, Liu Y, Chen L, et al. Bidirectional spatial-temporal adaptive transformer for urban traffic flow forecasting [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022: 1-13.
- [8] Chierici A, Cordone R, Maja R. The demand-dependent optimization of regular train timetables[J]. Electronic Notes in Discrete Mathematics, 2004, 17: 99-104.
- [9] Nair V, Bartunov S, Gimeno F, et al. Solving mixed integer programs using neural networks[Z]. 2021. arXiv: 2012.13349.
- [10] Liu R, Li S, Yang L, et al. Energy-efficient subway train scheduling design with time-dependent demand based on an approximate dynamic programming approach[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(7): 2475-2490.
- [11] Mo P, Yang L, D' Ariano A, et al. Energy-efficient train scheduling and rolling stock circulation planning in a metro line: A linear programming approach[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(9): 3621-3633.
- [12] Liang J, Zang G, Liu H, et al. Reducing passenger waiting time in oversaturated metro lines with passenger flow control policy[J]. Omega, 2023, 117: 0305-0483.
- [13] Yuan J, Gao Y, Li S, et al. Integrated optimization of train timetable, rolling stock assignment and short-turning strategy for a metro line[J]. European Journal of Operational Research, 2022, 301(3): 855-874.
- [14] 王晓辉. 城市公共交通设施选址方法研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2012.
- [15] Zhao T, Zhang Y. Transportation infrastructure restoration optimization considering mobility and accessibility in resilience measures[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 117: 102700.
- [16] Zhang H, Yang K, Gao Y, et al. Accelerating benders decomposition for stochastic incomplete multimodal hub location problem in many-to-many transportation and distribution systems[J]. International Journal of Production Economics, 2022, 248: 108493.
- [17] 《运筹学》教材编写组. 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012.
- [18] 王炜, 过秀成. 交通工程学[M]. 南京: 东南大学出版社, 2011.
- [19] 韩伯棠. 管理运筹学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2020.
- [20] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社, 2020.