06-F2

图

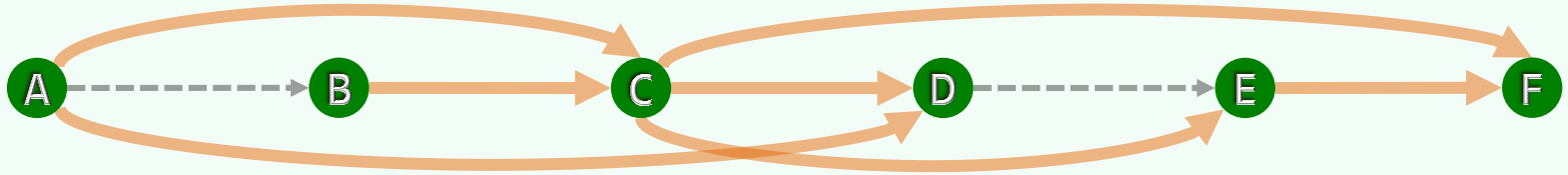
拓扑排序：零出度算法

Begin with the end in mind.

真正的农夫每天完成自己的劳动，并不要求地里产出的成品一股脑儿归他所有，他心里想的是，他奉献出的不仅是他的第一个果子，而且还有他的最后一个果子。

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

策略：逆序输出零出度顶点

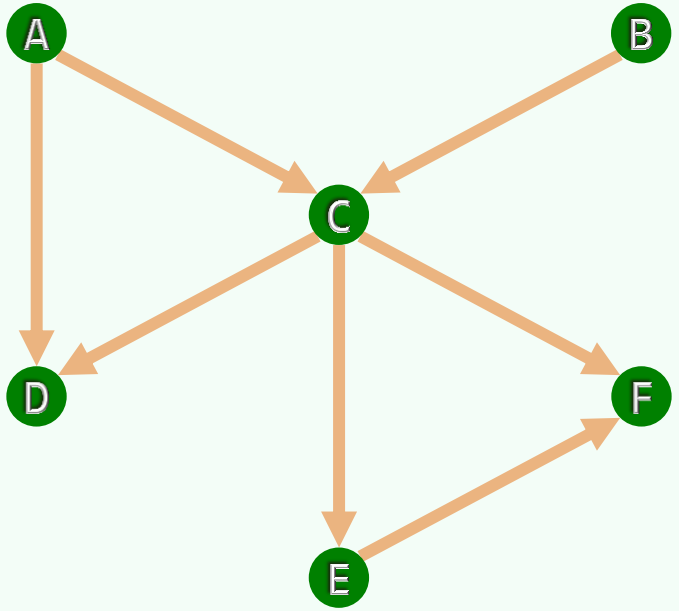


❖ //基于DFS，借助栈S

对图G做DFS，其间 //得到组成DFS森林的一系列DFS树

- 每当有顶点被标记为VISITED，则将其压入S
- 一旦发现有后向边，则报告“NOT_A_DAG”并退出

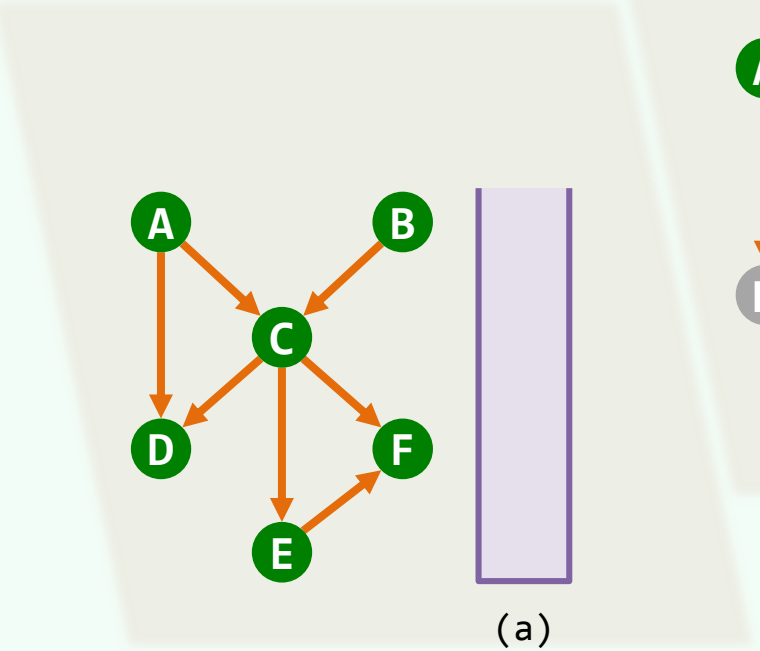
DFS结束后，顺序弹出S中的各个顶点



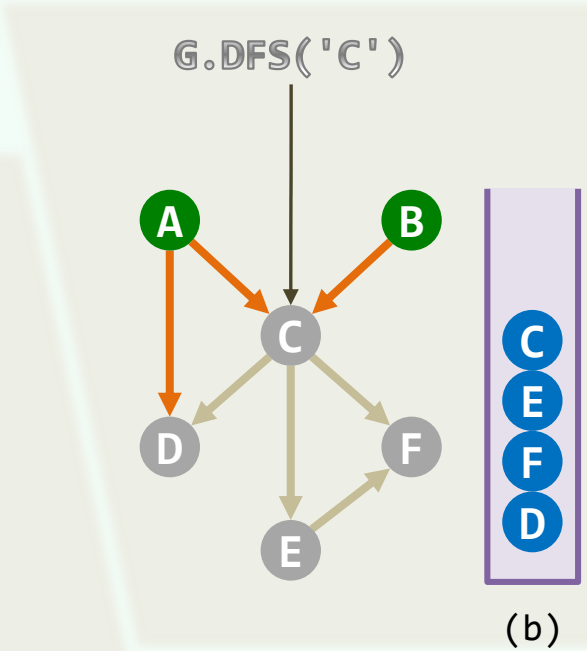
❖ 各节点按fTime逆序排列，即是拓扑排序

❖ 复杂度与DFS相当，也是$\mathcal{O}(n+e)$

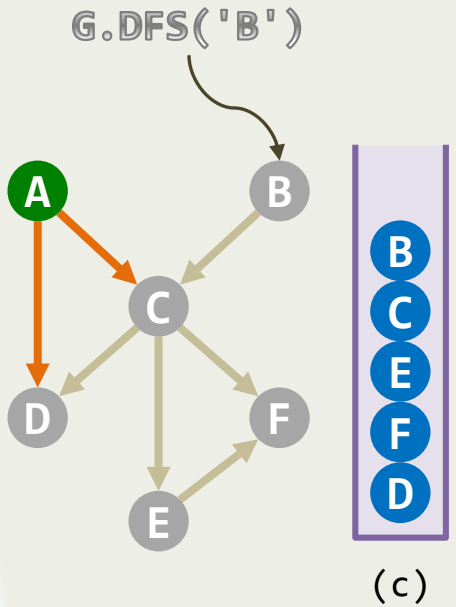
实例


A
B
C
D
F
E

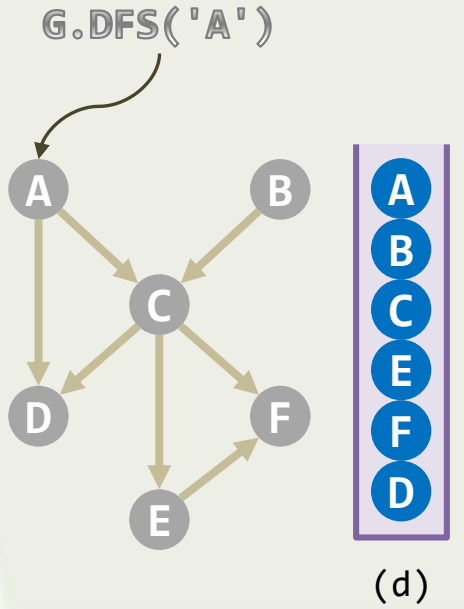
(a)


G.DFS('C')
A
B
C
D
F
E
C
E
F
D

(b)


G.DFS('B')
A
B
C
D
F
E
B
C
E
F
D

(c)


G.DFS('A')
A
B
C
D
F
E
A
B
C
E
F
D

(d)

实现（1/2）

```
template <typename Tv, typename Te> //顶点类型、边类型

bool Graph<Tv, Te>::TSort(int v, int & clock, Stack<Tv>* S) {

   dTime(v) = ++clock; status(v) = DISCOVERED; //发现顶点v

   for ( int u = firstNbr(v); -1 < u; u = nextNbr(v, u) ) //枚举v所有邻居u

      /* ... 视u的状态，分别处理 ... */

   status(v) = VISITED; S->push( vertex(v) ); //顶点被标记为VISITED时入栈

   return true;

}
```

实现（2/2）

```
for ( int u = firstNbr(v); -1 < u; u = nextNbr(v, u) ) //枚举v所有邻居u
   switch ( status(u) ) { //并视u的状态分别处理
      case UNDISCOVERED:
         parent(u) = v; type(v, u) = TREE;
         if ( ! TSort(u, clock, S) ) return false; break; //从顶点u处深入
      case DISCOVERED: //一旦发现后向边（非DAG）
         type(v, u) = BACKWARD; return false; //则退出而不再深入
      default: //VISITED (digraphs only)
         type(v, u) = dTime(v) < dTime(u) ? FORWARD : CROSS; break;
   }
```