

图应用

双连通分量：判定准则

$\theta > A_1$

伤其十指，不如断其一指

帝高阳之苗裔兮，朕皇考曰伯庸

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

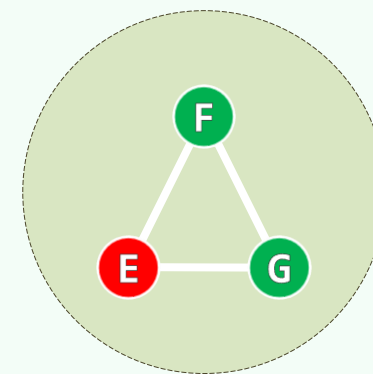
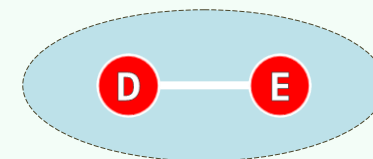
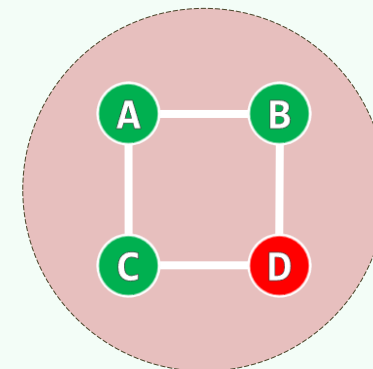
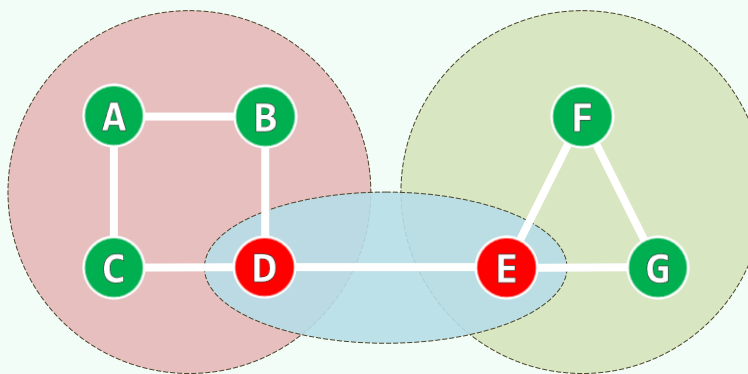
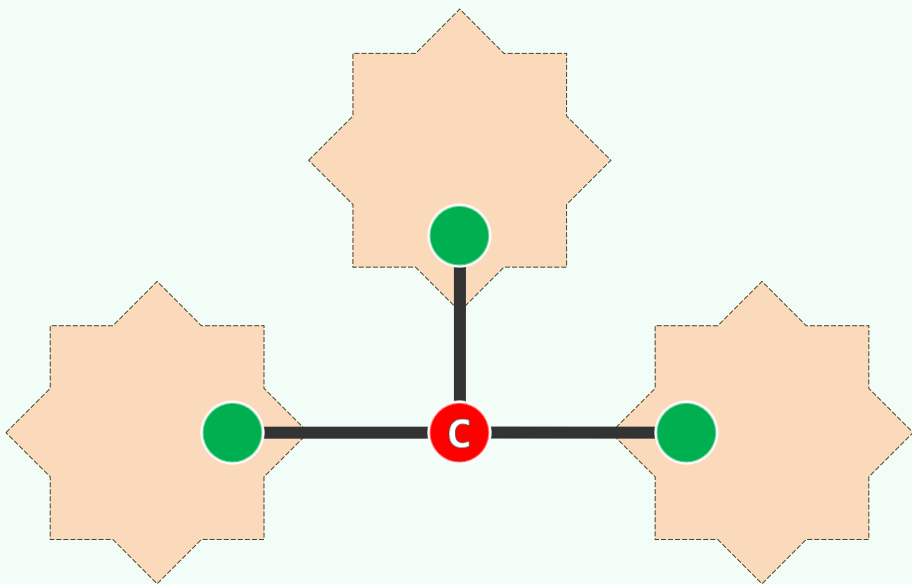
关节点 + 双连通分量

❖ **无向图**的关节点： //articulation point, cut-vertex

其删除之后，原图的连通分量增多 //connected components

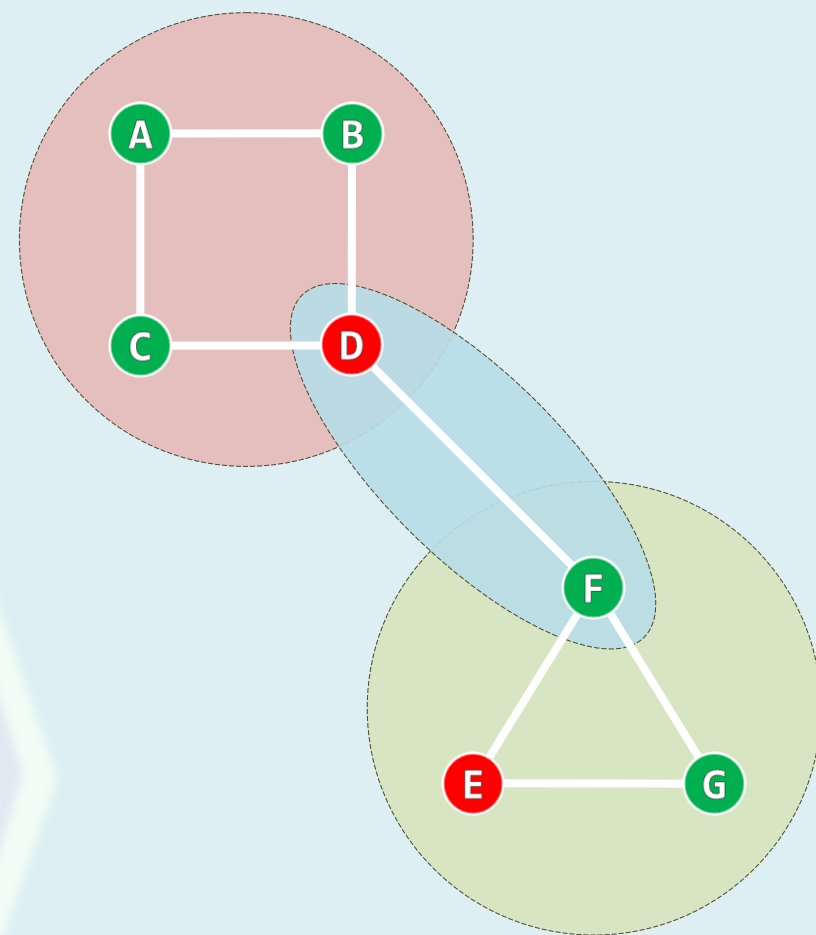
❖ 无关节点的图，称作双（重）连通图 //bi-connectivity

❖ 极大的双连通子图，称作双连通分量 //Bi-Connected Components

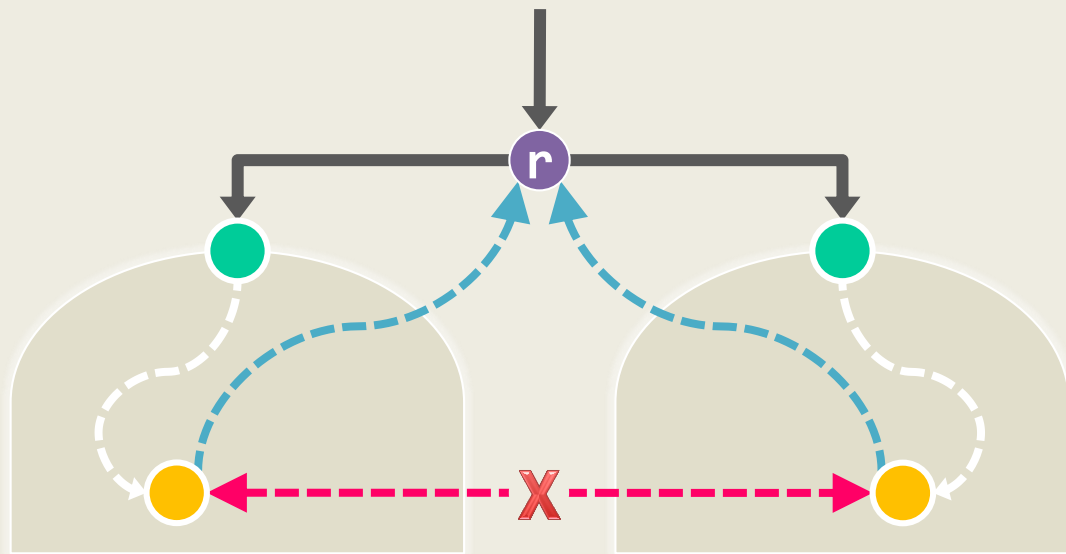


Brute-Force

- ❖ 给定无向图，如何确定各BCC？
- ❖ 先考察简单的版本：如何确定关节点？
- ❖ 蛮力：对每一顶点 v ，通过遍历检查 $G \setminus \{v\}$ 是否连通
- ❖ 共需 $O(n * (n + e))$ 时间，太慢！
而且，即便找出关节点，各BCC仍需确定
- ❖ 改进：从任一顶点出发，构造DFS树
根据DFS留下的标记，甄别是否关节点
- ❖ 比如，叶节点绝不可能是关节点 //为什么？



非叶节点

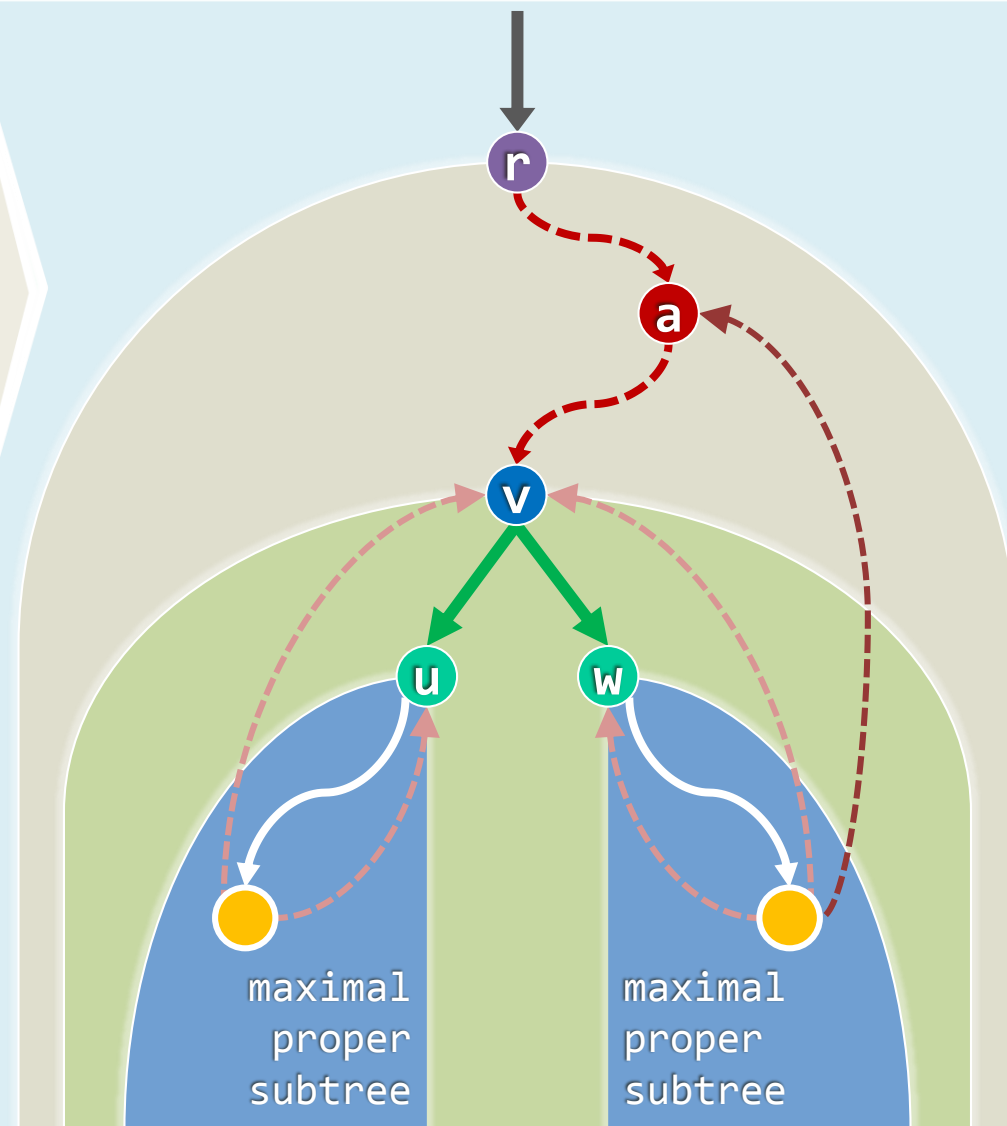


❖ 根 r ：必须至少有2棵子树

❖ 内部节点 v ：

- 有某个孩子 u ，而 $\text{subtree}(u)$ 不能
经由BACKWARD边，联接到 v 的任何真祖先 a

❖ 此时， $\{v\} = \text{BCC}(u) \cap \text{BCC}(\text{parent}(v))$



Highest Connected Ancestor

❖ $\text{hca}(v)$ = subtree(v)经后向边能抵达的最高祖先

❖ 由括号引理：**dTime**越小的祖先，辈份越高

❖ DFS过程中，一旦发现后向边(v, u)

即取： $\text{hca}(v) = \min(\text{hca}(v), \text{dTime}(u))$

❖ DFS(u)完成并返回 v 时

若有： $\text{hca}(u) < \text{dTime}(v)$

即取： $\text{hca}(v) = \min(\text{hca}(v), \text{hca}(u))$

❖ 否则，即可断定： v 系关节点，且

$\{v\} + \text{subtree}(u)$ 即为一个BCC

