

08-D4

二叉搜索树

AVL树：删除

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

## 单旋：黄色方块至少存在其一；红色方块可有可无

❖ 同时至多一个失衡节点 $g$ ，

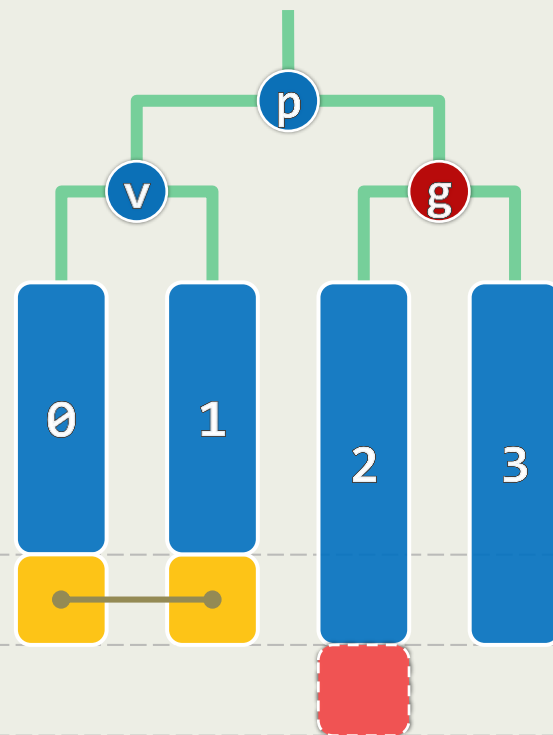
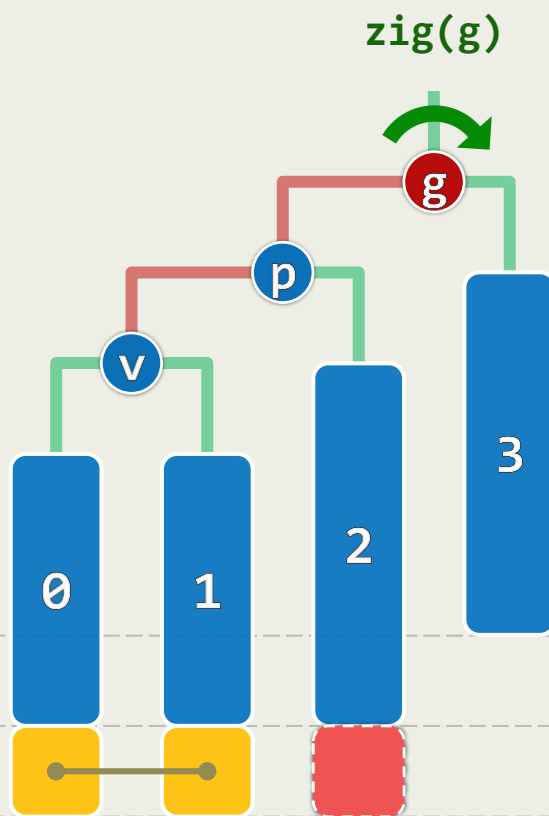
❖ 复衡后子树高度未必复原

❖ 失衡可能持续向上传播

首个可能就是 $x$ 的父亲 $_{hot}$

更高祖先仍可能随之失衡

最多需做 $O(\log n)$ 次调整



# 双旋

❖ 同时至多一个失衡节点 $g$ ,

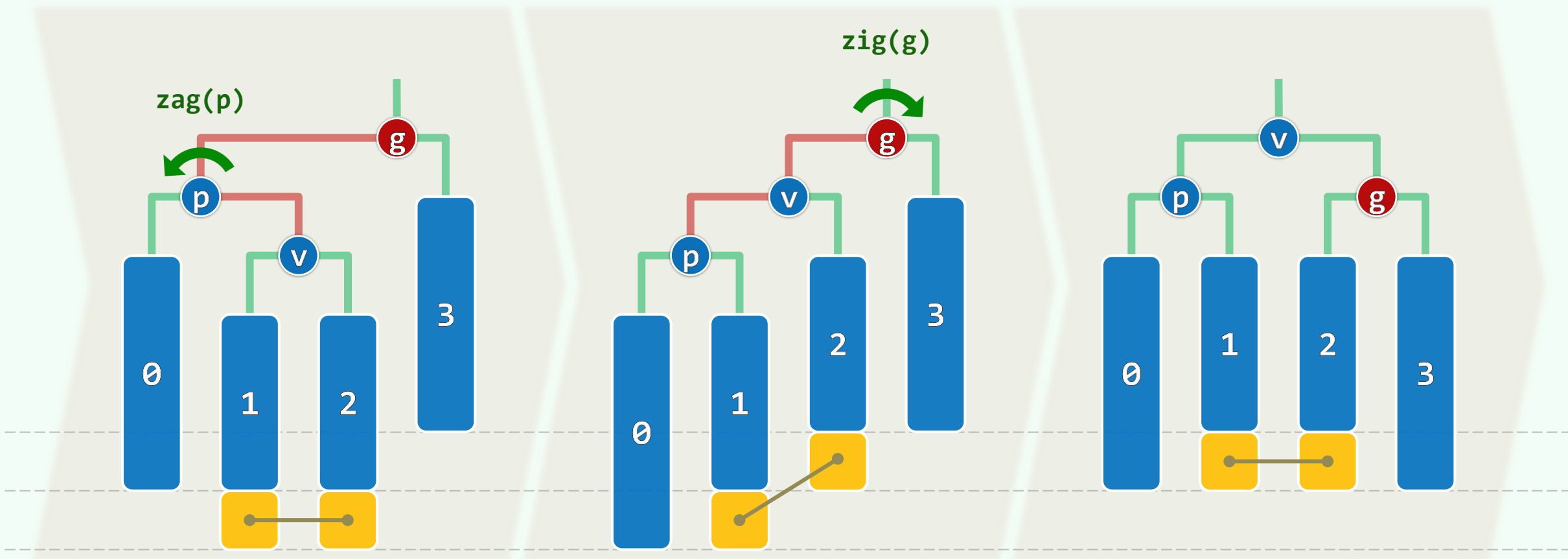
首个可能就是 $x$ 的父亲 $_{hot}$

❖ 复衡后子树高度未必复原

更高祖先仍可能随之失衡

❖ 失衡可能持续向上传播

最多需做 $O(\log n)$ 次调整



# 实现

```
❖ template <typename T> bool AVL<T>::remove( const T & e ) {  
    BinNodePosi<T> & x = search( e ); if ( !x ) return false; //若目标的确存在  
    removeAt( x, _hot ); _size--; //则在按BST规则删除之后, _hot及祖先均有可能失衡  
    // 以下, 从_hot出发逐层向上, 依次检查各代祖先g  
    for ( BinNodePosi<T> g = _hot; g; g = g->parent ) {  
        if ( ! AvlBalanced( *g ) ) //一旦发现g失衡, 则通过调整恢复平衡  
            g = FromParentTo( *g ) = rotateAt( tallerChild( tallerChild( g ) ) );  
        updateHeight( g ); //更新高度 ( 注意: 即便g未曾失衡或已恢复平衡, 高度均可能降低 )  
    } //可能需做过 $\Omega(\log n)$ 次调整; 无论是否做过调整, 全树高度均可能下降  
    return true; //删除成功  
}
```