

向量

有序向量：二分查找（版本c）

02-D5

邓俊辉

Outward failure may be a manifested variant of inward success.

deng@tsinghua.edu.cn

实现

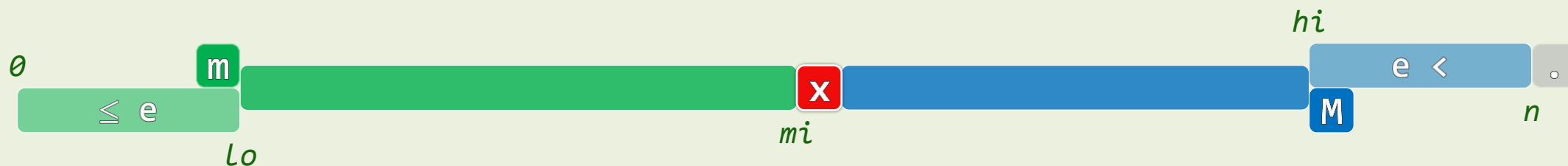
```
template <typename T> static Rank binSearch( T * S, T const & e, Rank lo, Rank hi ) {  
    while ( lo < hi ) { //不变性:  $A[0, lo) \leq e < A[hi, n)$   
        Rank mi = (lo + hi) >> 1;  
        e < S[mi] ? hi = mi : lo = mi + 1;  $//[lo, mi)$ 或 $(mi, hi)$   
    } //出口时, 必有 $S[lo = hi] = M$   
    return lo - 1; //故,  $S[lo-1] = m$   
} //留意与版本B的差异...
```

❖ 待查找区间宽度缩短至**0**而非**1**时, 算法才结束 **$//lo == hi$**

转入右侧子向量时, 左边界取作 **$mi+1$** 而非 **mi** **$//A[mi]$ 会被遗漏?**

无论成功与否, 返回的秩严格符合接口的**语义**约定... **$//如何证明?$**

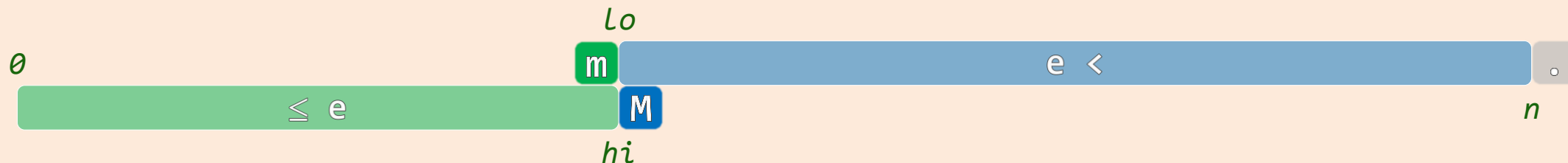
Loop Invariant: $A[\theta, lo) \leq e < A[hi, n)$



❖ 在算法执行过程中的任意时刻

- $A[lo-1]$ 总是（截至当前已确认的）不大于 e 的最大者（ m ）
- $A[hi]$ 总是（截至当前已确认的）大于 e 的最小者（ M ）

❖ 当算法终止时， $A[lo-1] = A[hi-1]$ 即是（全局）不大于 e 的最大者



Loop Invariant: $A[0, lo) \leq e < A[hi, n)$

❖ 初始时, $lo = 0$ 且 $hi = n$, $A[0, lo) = A[hi, n) = \emptyset$, 自然成立

❖ 数学归纳: 假设不变性一直保持至(a); 以下无非两种情况...

(b) $\leq e$ $e <$.

(a) $\leq e$ hi n $e <$.
 0 lo mi $1 \times \text{compare}$ $\text{compare} \times 1$

(c) $\leq e$ $e <$.