

图

广度优先搜索：性质及应用

$\theta 6-D4$

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

啊，五环，你比四环多一环；啊，五环，你比六环少一环

边分类

❖ 经BFS后，所有边将确定方向，且被分为两类

❖ (v, u) 被标记为**TREE**时， v 为**DISCOVERED**且 u 为**UNDISCOVERED**



❖ (v, u) 被标记为**CROSS**时， v 和 u 均为**DISCOVERED** 或者 v 为**DISCOVERED**而 u 为**VISITED**



不论 (v, u) 是有向边或无向边，两种情况均可能出现

BFS树/森林

❖ 对于 (起始于 v 的) 每一连通/可达分量 , $\text{bfs}()$ 进入 $\text{BFS}(v)$ 恰好1次

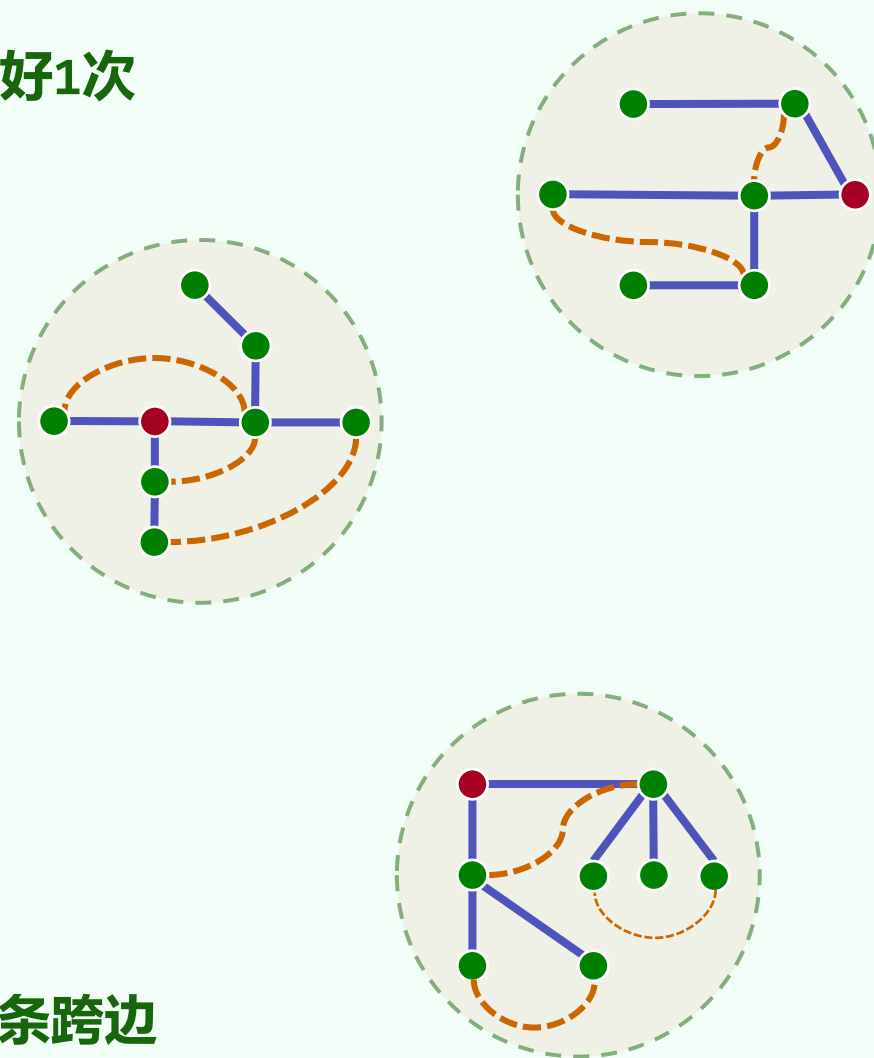
❖ 进入 $\text{BFS}(v)$ 时 , 队列为空 ; v 所属分量内的每个顶点

- 迟早会以 **UNDISCOVERED** 状态进队1次
- 进队后随即转为 **DISCOVERED** 状态 , 并生成一条树边
- 迟早会出队并转为 **VISITED** 状态

退出 $\text{BFS}(v)$ 时 , 队列为空

❖ $\text{BFS}(v)$ 以 v 为根 , 生成一棵 BFS 树

❖ $\text{bfs}()$ 生成一个 BFS 森林包含 c 棵树、 $n-c$ 条树边和 $e-n+c$ 条跨边



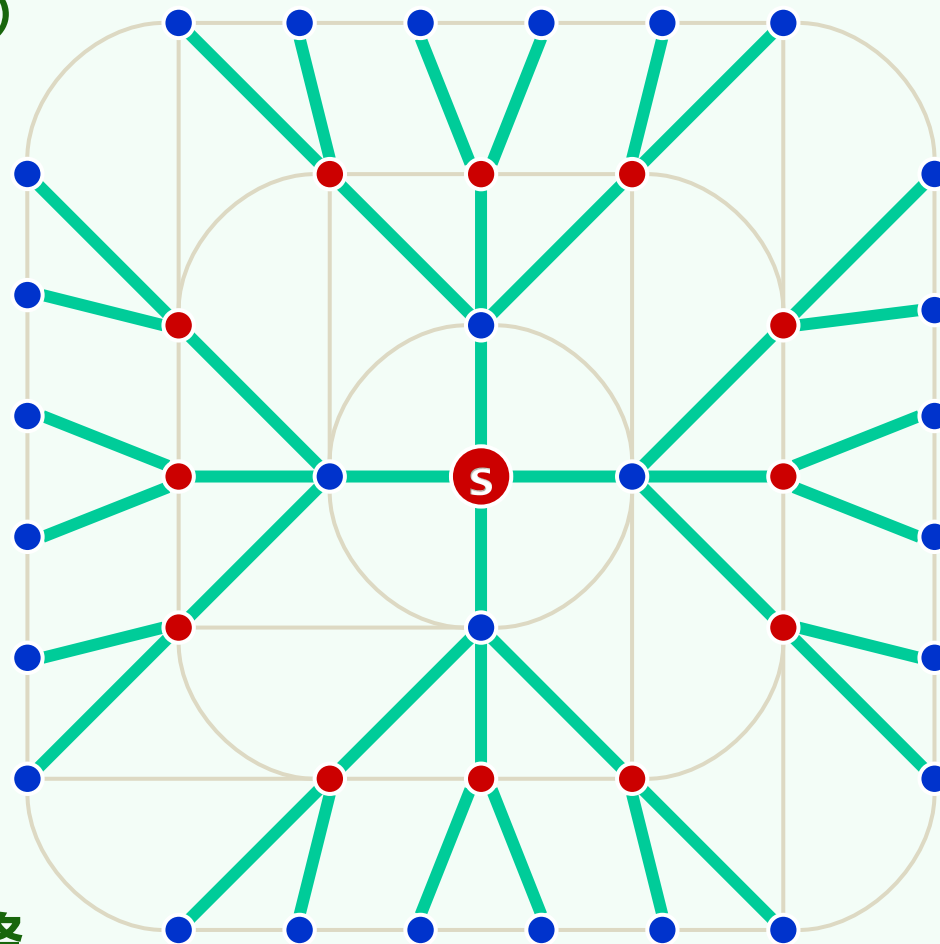
最短路径

❖ 无向图中，顶点 v 到 u 的（最近）距离记作 $\text{dist}(v, u)$

❖ BFS过程中，队列 Q 犹如一条贪吃蛇

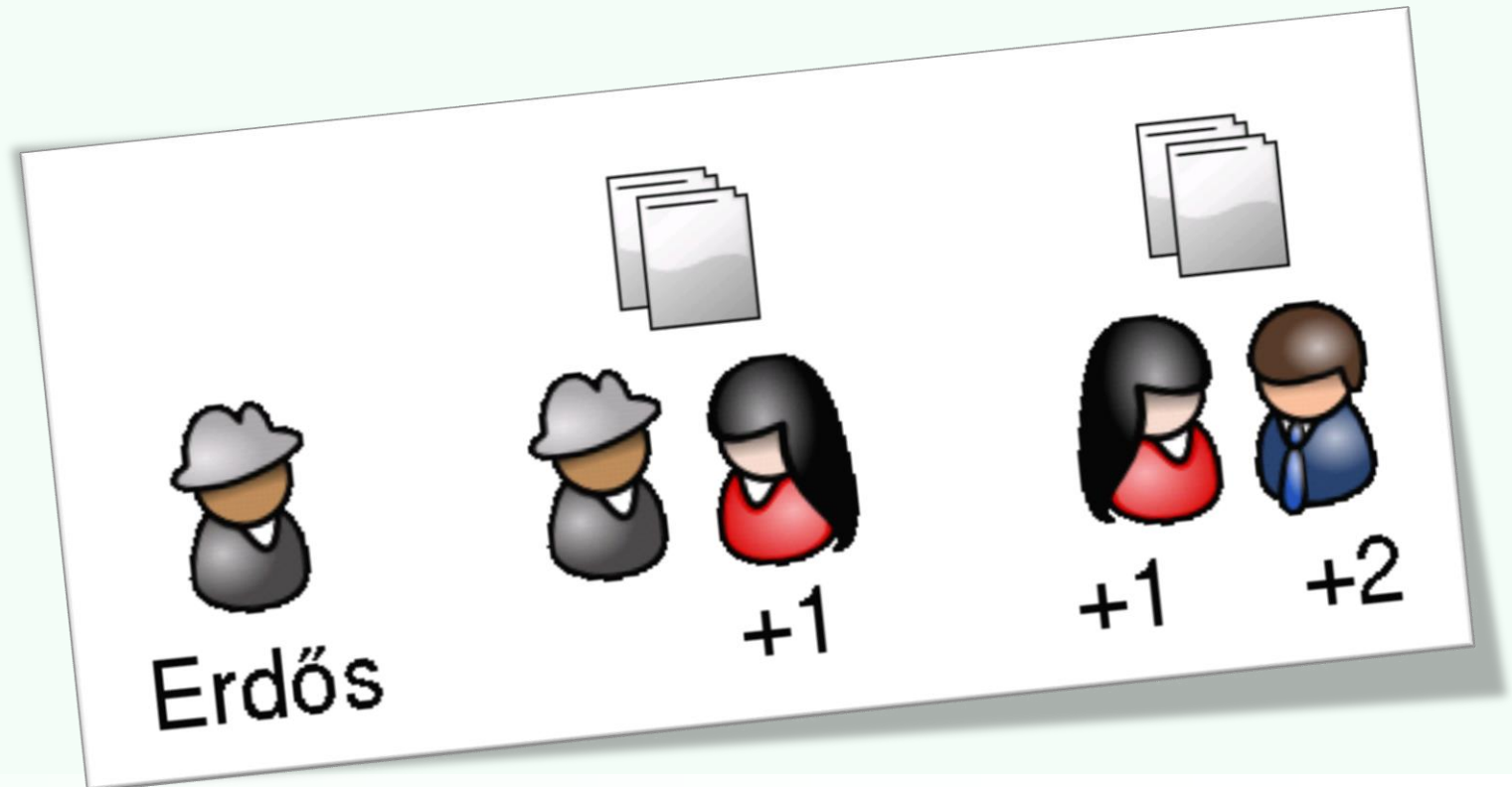
- 其中的顶点按 $\text{dist}(s)$ 单调排列
- 相邻顶点的 $\text{dist}(s)$ 相差不超过1
- 首、末顶点的 $\text{dist}(s)$ 相差不超过1
- 由树边联接的顶点， $\text{dist}(s)$ 恰好相差1
- 由跨边联接的顶点， $\text{dist}(s)$ 至多相差1

❖ BFS树中从 s 到 v 的路径，即是二者在原图中的最短通路



Erdős Number

- ❖ Describes the "collaborative distance"
between mathematician Paul Erdős and another person,
as measured by authorship of mathematical papers



Chow Number

❖ chow (吴孟达) = 1

[整蛊专家] (1) *周星驰 +吴孟达 成奎安 刘德华 关之琳 邱淑贞

❖ chow (葛优) = 2

[没完没了] (2) +葛优 *吴倩莲 傅彪

[97家有喜事] (1) *周星驰 +吴倩莲 吴镇宇 钟丽缇 伍咏薇 黄百鸣

❖ chow (姜昆) = 3

[京都球侠] (3) *张丰毅 孙敏 +姜昆 陈佩斯 于绍康 唐杰忠

[热线追击] (2) +张丰毅 任达华 王馨平 *吴家丽

[审死官] (1) *周星驰 吴孟达 +吴家丽 秦沛 朱咪咪 梅艳芳

❖ chow ("Julia Roberts") = Infinity