高级搜索树

B-树：查找

10-B3

高至天低至深海

每寸搜索着这天下

寻觅着那个"它"

...按照模型的运算量，用现有的最高计算能力模拟百分之一秒的聚变过程，就需大约二十年时间。而研究过程中的模拟需要反复进行，这使得模型的实际应用成为不可能。

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

算法

❖ 将根节点作为当前节点　//常驻RAM

　只要当前节点非外部节点

　　在当前节点中顺序查找　//RAM内部

　　若找到目标关键码，则

　　　返回查找成功

　　否则　//止于某一对下层引用

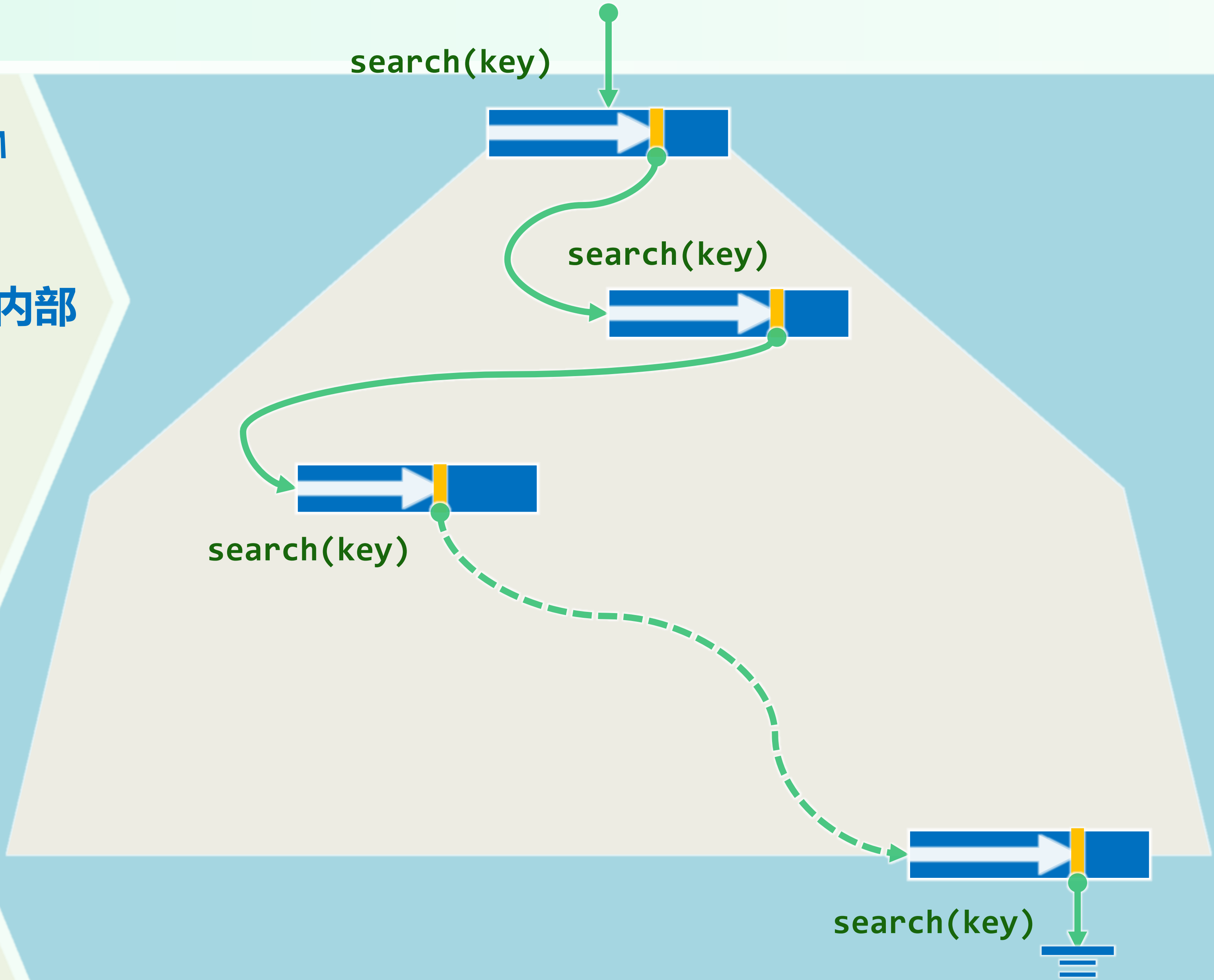
　　　沿引用，转至对应子树

　　　将其根节点读入内存

　　　　//I/O，最为耗时

　　　更新当前节点

　返回查找失败

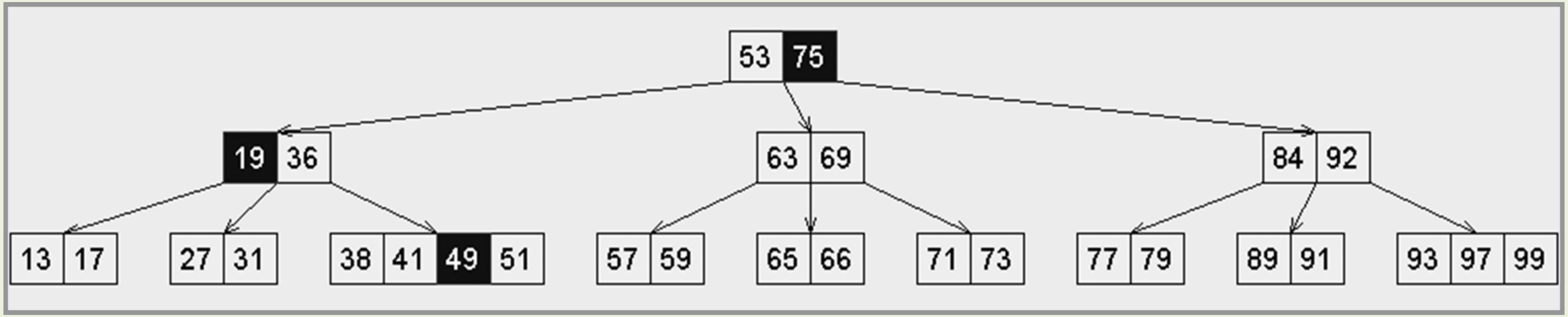


实例

❖ (3,5)-树： 53 97 36 89 41 75 19 84 77 79 51 57 99 91

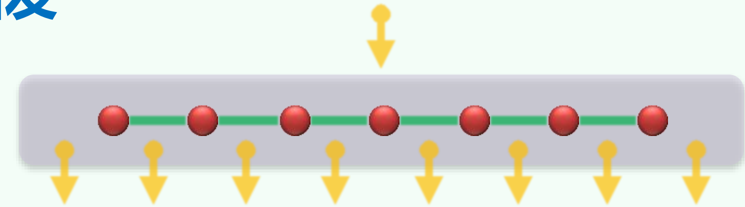
92 93 17 73 13 66 59 49 63 65 71 69 27 31 38

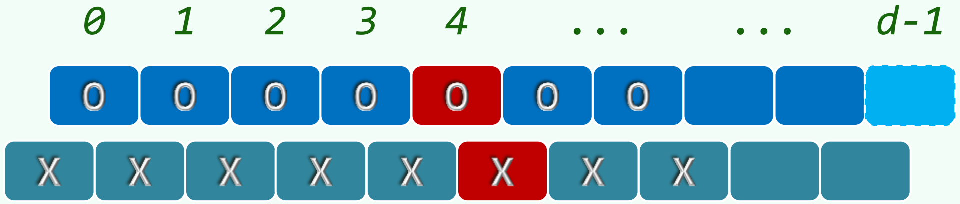
成功查找：75, 19, 49 失败查找：5, 45



实现

```
❖ template <typename T> BTNodePosi<T> BTree<T>::search( const T & e ) {
    BTNodePosi<T> v = _root; _hot = NULL; //从根节点出发
    while ( v ) { //逐层查找
      Rank r = v->key.search( e ); //在当前节点对应的向量中（顺序）查找
      if ( 0 <= r  && e == v->key[r] ) return v; //若成功，则返回；否则...
      _hot = v; v = v->child[ r + 1 ]; //沿引用转至对应的下层子树，并载入其根（I/O）
    } //若因!v而退出，则意味着抵达外部节点
    return NULL; //失败
}
```





性能

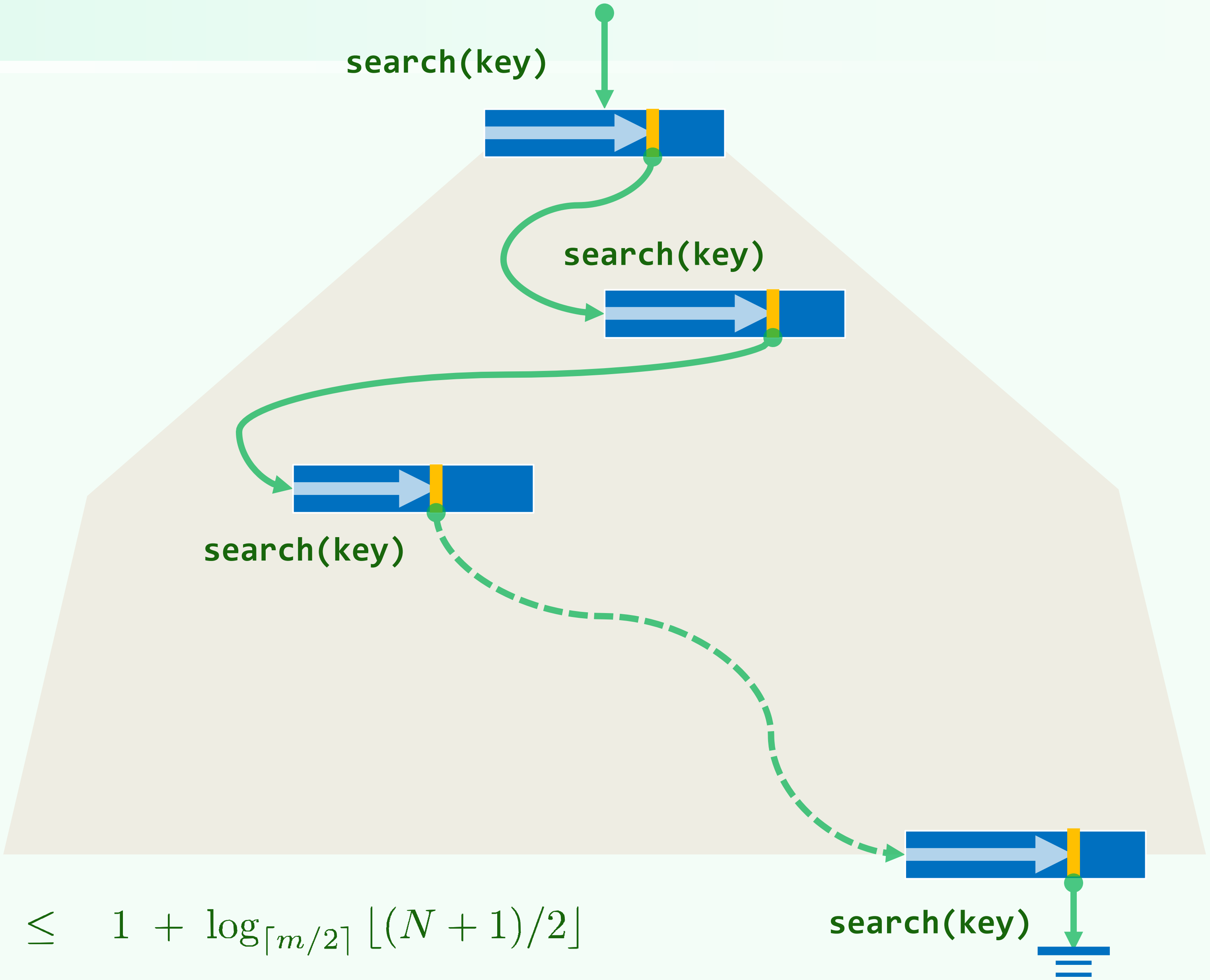
❖ 约定： 根节点常驻RAM

❖ 忽略内存中的查找

运行时间主要取决于I/O次数

❖ 在每一深度至多一次I/O

❖ 故运行时间 = $\mathcal{O}(\log n)$



❖ 可以证明：$\log_m (N+1) \quad \leq \quad h \quad \leq \quad 1 \ + \ \log_{\lceil m/2 \rceil} \lfloor (N+1)/2 \rfloor$

最大树高

❖ 含N个关键码的m阶B-树，可能有多“高”？

❖ 为此，内部节点应尽可能地“瘦”

$$n_k \;\geq\; 2 \times \lceil m/2 \rceil^{k-1}, \quad \forall\, k > 0$$

❖ 考查外部节点所在的那层：

$$N+1 \;=\; n_h \;\geq\; 2 \times \lceil m/2 \rceil^{h-1}$$

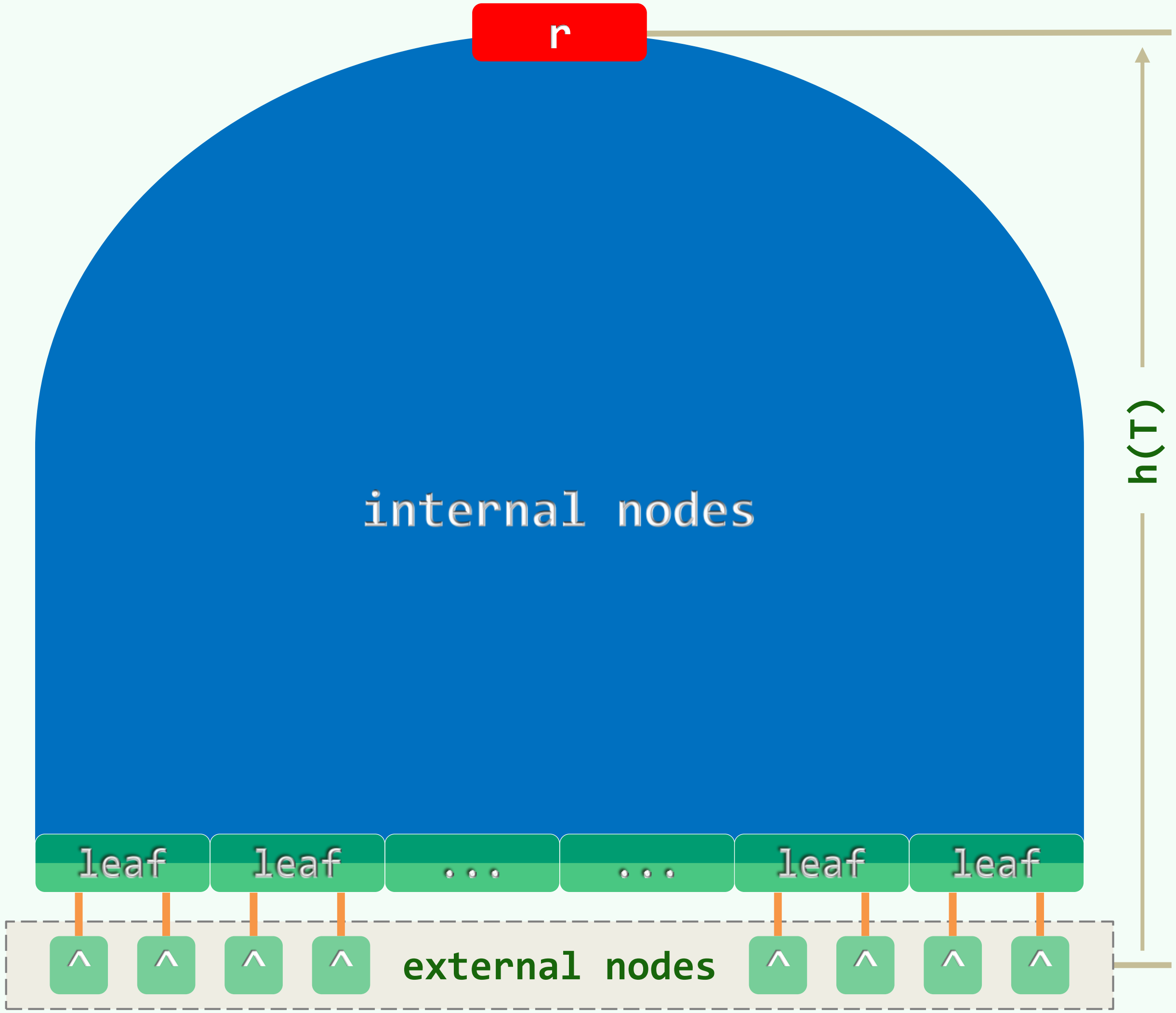
$$h \;\leq\; 1 \;+\; \log_{\lceil m/2 \rceil} \lfloor (N+1)/2 \rfloor \;=\; \mathcal{O}(\log_m N)$$

❖ 相对于BBST：

$$\log_{\lceil m/2 \rceil}(N/2) \;/\; \log_2 N \;=\; 1/(\log_2 m - 1)$$

若取m = 256，树高约降低至1/7

//用4年上完大学，还是28年？



最小树高

❖ 含N个关键码的m阶B-树，可能有多“矮”？

❖ 为此，内部节点应尽可能“胖”

$$n_k \le m^k, \quad \forall\, k \ge 0$$

❖ 依然，考查外部节点所在的那层

$$N + 1 = n_h \le m^h$$

$$h \ge \log_m (N+1) = \Omega(\log_m N)$$

❖ 相对于BBST：

$$(\log_m N - 1) \,/\, \log_2 N$$

$$= \log_m 2 - \log_N 2 \approx 1/\log_2 m$$

若取m = 256，树高约降低至1/8