

12-F2

优先级队列

左式堆：NPL与控制藤长

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

君子居则贵左，用兵则贵右

可持续 = 单侧倾斜

❖ C. A. Crane, 1972 :

保持**堆序性**，附加**新条件**，使得

在堆合并过程中，只涉及**少量节点**： $O(\log n)$

❖ 新条件 = **单侧倾斜**：

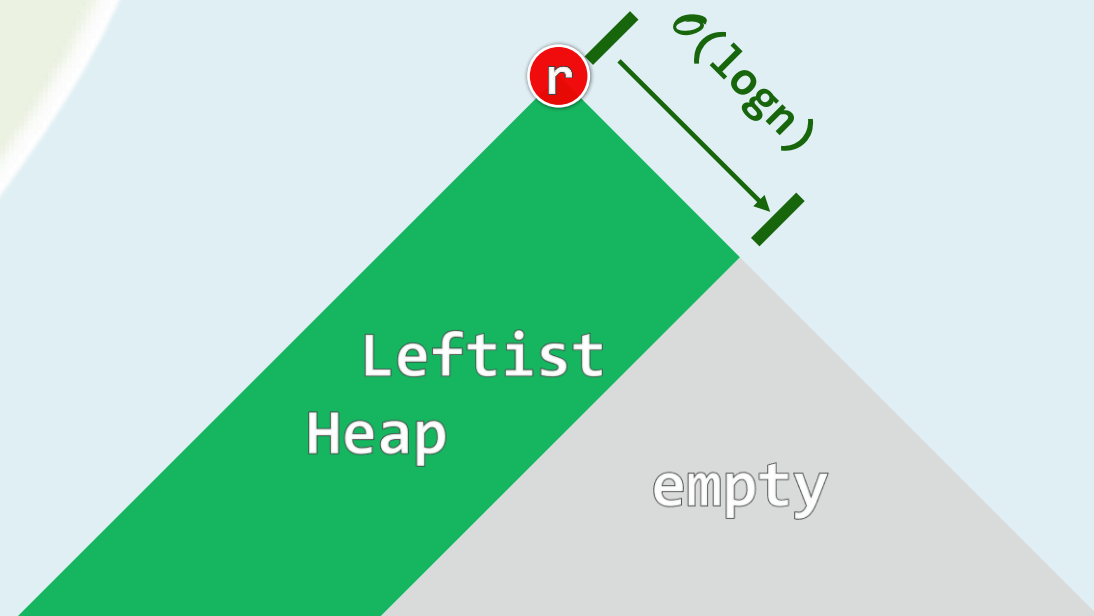
节点分布偏向于左侧

合并操作只涉及右侧

❖ 可是，果真如此，则拓扑上...

不见得是**完全二叉树**，**结构性**无法保证！？

❖ 是的，实际上，结构性并非堆结构的**本质**要求



空节点路径长度

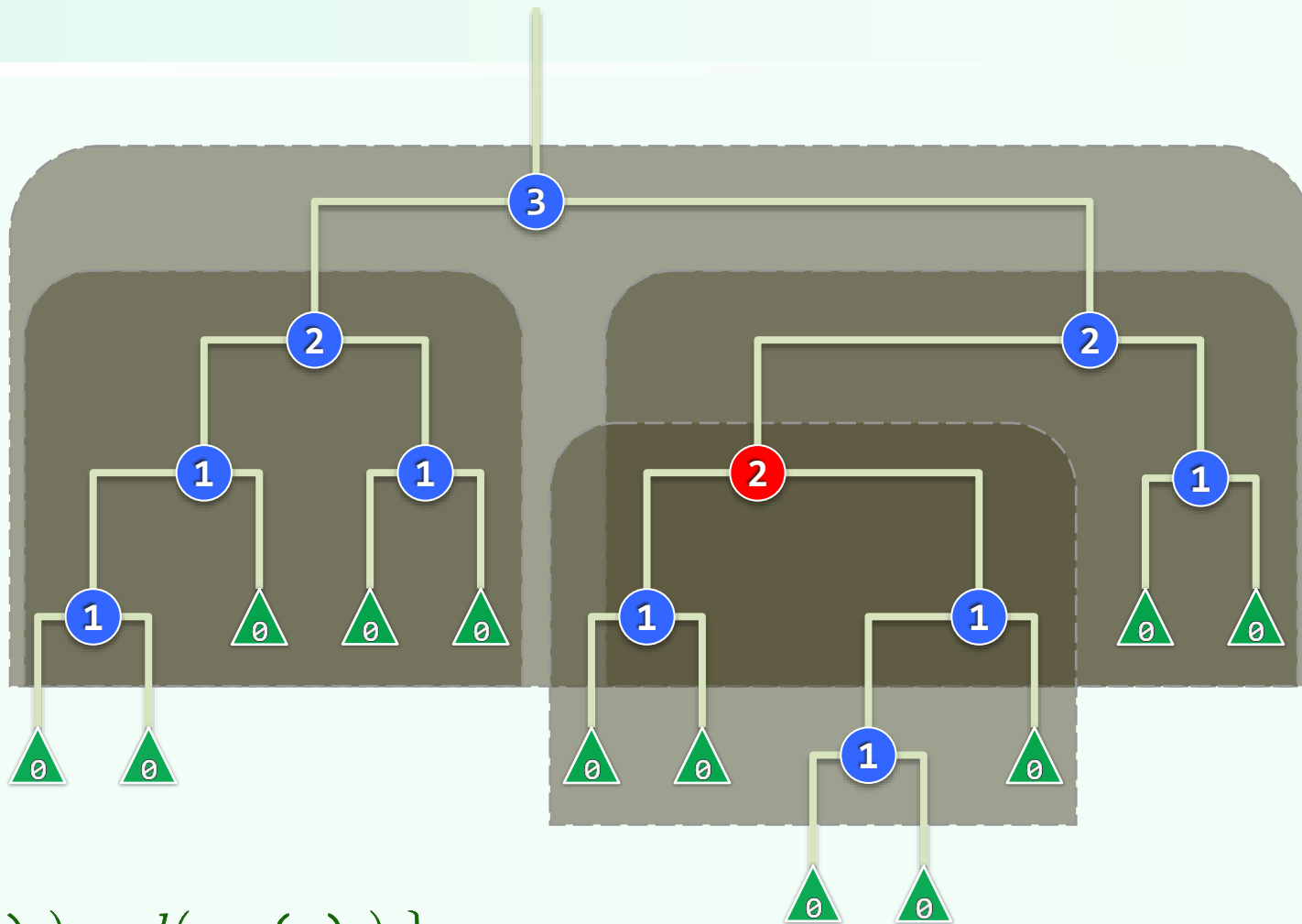
❖ 引入所有的外部节点

- 消除一度节点
- 转为真二叉树

❖ Null Path Length

- $npl(\text{NULL}) = 0$
- $npl(x) = 1 + \min\{ npl(\text{lc}(x)), npl(\text{rc}(x)) \}$

❖ 验证： $np1(x)$ = x到外部节点的最近距离 = 以x为根的最大满子树的高度



左式堆 = 处处左倾

❖ 对任何内节点 x ，都有：

$$npl(lc(x)) \geq npl(rc(x))$$

❖ 推论：

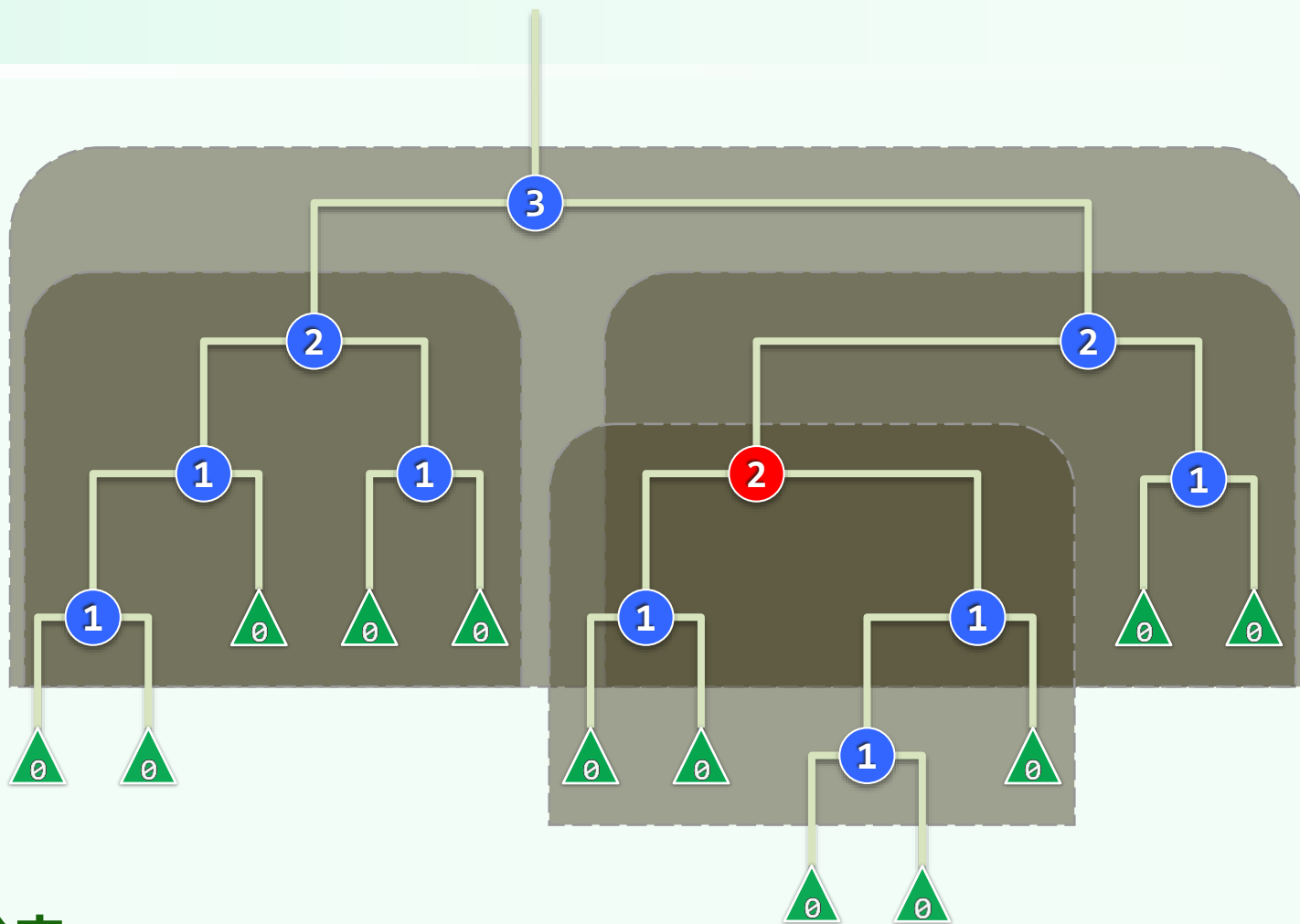
$$npl(x) = 1 + npl(rc(x))$$

❖ 左倾性与堆序性，相容而不矛盾

❖ 左式堆的子堆，必是左式堆

❖ 左式堆倾向于**更多**节点分布于左侧分支

❖ 这是否意味着，左子堆的规模 and 高度必然大于右子堆？



右侧链

- ❖ $rChain(x)$: 从节点 x 出发，一直沿**右分支**前进
- ❖ 特别地， $rChain(r)$ 的终点，即全堆中**最浅**的外部节点
 - $npl(r) \equiv |rChain(r)| = d$
 - 存在一棵以 r 为根、高度为 d 的满子树
- ❖ 右侧链长为 d 的左式堆，**至少**包含
 - $2^d - 1$ 个内部节点
 - $2^{d+1} - 1$ 个节点
- ❖ 反之，包含 n 个节点的左式堆，右侧链长度
$$d \leq \lfloor \log_2(n + 1) \rfloor - 1 = \mathcal{O}(\log n)$$

