02-E

向量

起泡排序

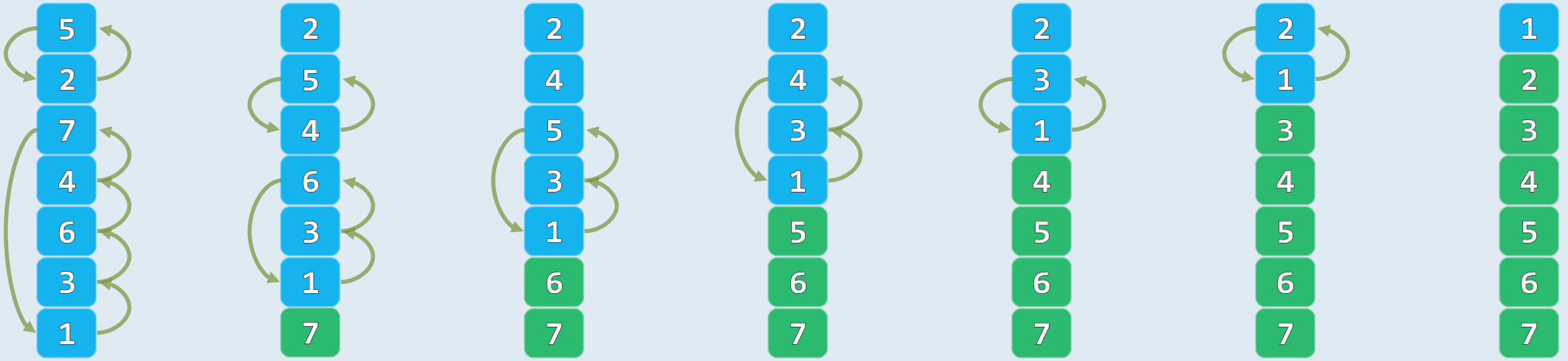
通过感觉，物体会一一呈现在我们的面前，就像在自然中一样；
通过比较，我重新安排或者调整它们的顺序。

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

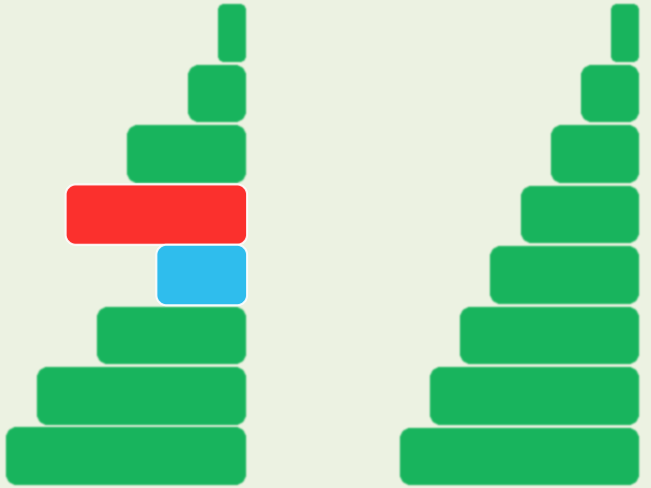
排序器：统一入口

```
❖ template <typename T> void Vector<T>::sort( Rank lo, Rank hi ) {
    switch ( rand() % 6 ) {
       case 1:  bubbleSort( lo, hi ); break; //起泡排序
       case 2:  selectionSort( lo, hi ); break; //选择排序（习题）
       case 3:  mergeSort( lo, hi ); break; //归并排序
       case 4:  heapSort( lo, hi ); break; //堆排序（第12章）
       case 5:  quickSort( lo, hi ); break; //快速排序（第14章）
       default: shellSort( lo, hi ); break; //希尔排序（第14章）
    } //随机选择算法，以尽可能充分地测试。应用时可视具体问题的特点，灵活确定或扩充
  }
```

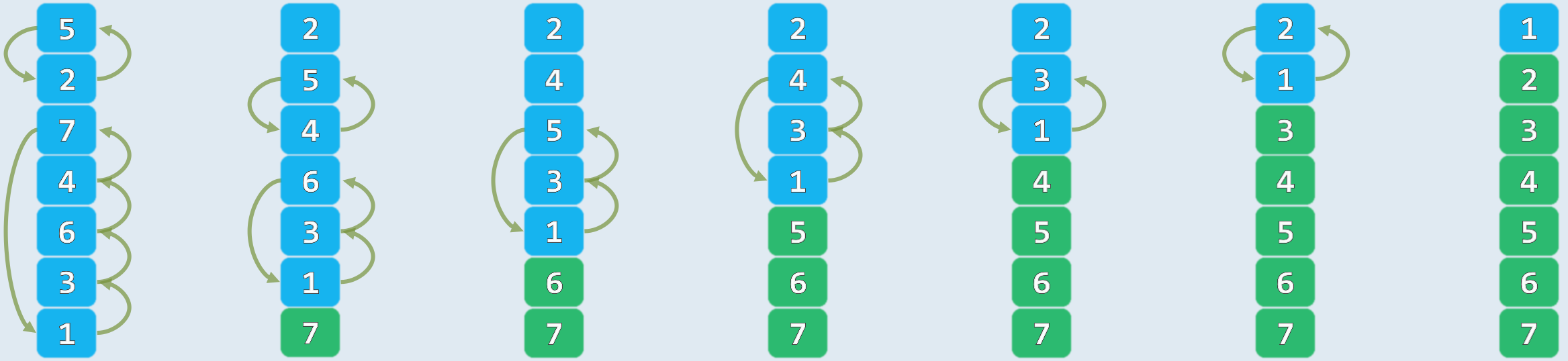
构思



- 问题：给定n个**可比较**的元素，将它们按（非降）序排列
- 观察：有序/无序序列中，任何/总有一对**相邻**元素顺序/逆序
- 扫描交换：依次比较每一对相邻元素；如有必要，交换之
- 若整趟扫描都没有进行交换，则排序完成；否则，再做一趟扫描交换

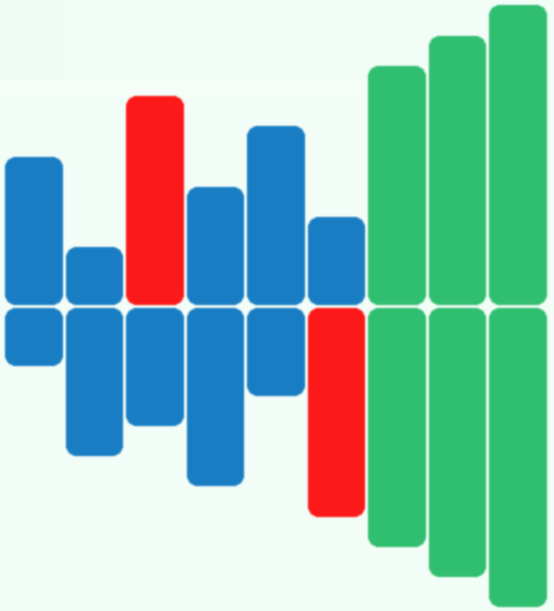


基本版

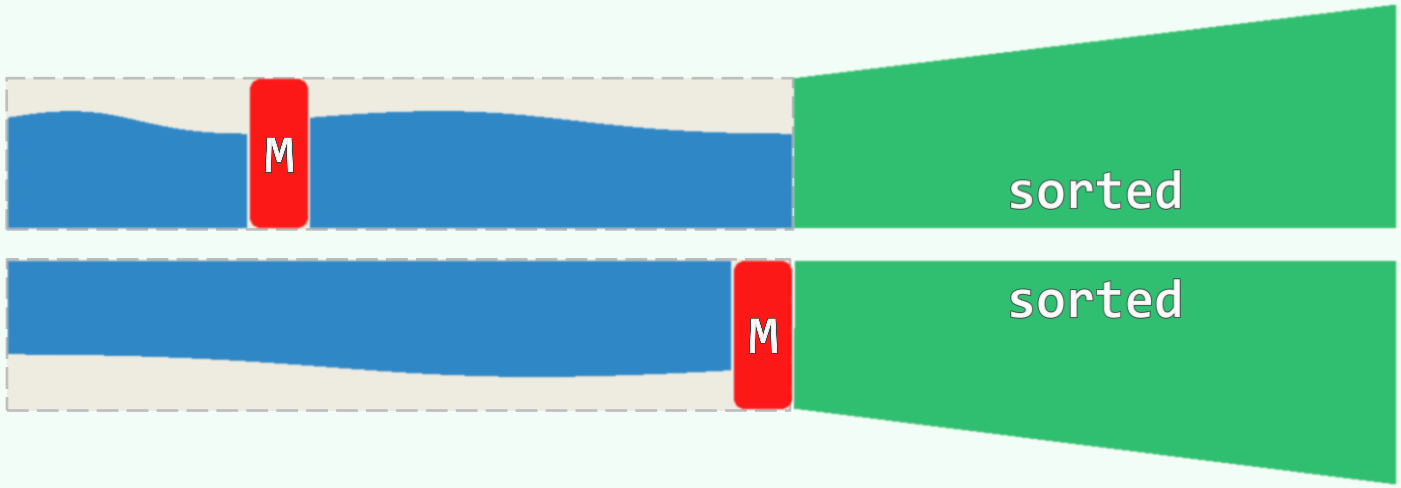


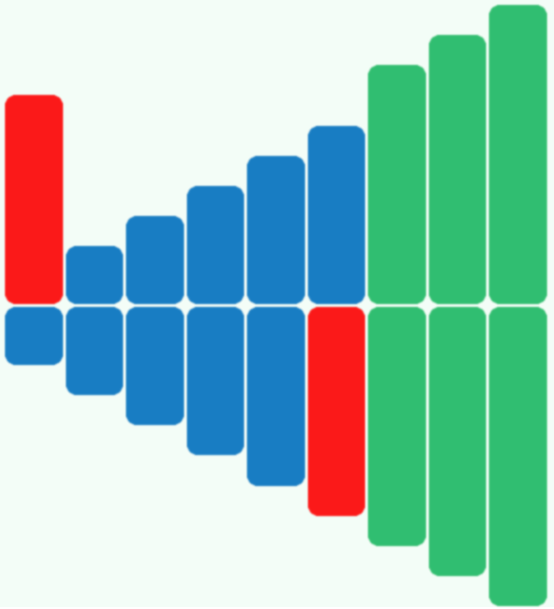

```
❖template <typename T> Vector<T>::bubbleSort( Rank lo, Rank hi ) {
    while( lo < --hi ) //逐趟起泡扫描（输入保证：0 <= lo < hi <= size）
       for( Rank i = lo; i < hi; i++ ) //若相邻元素
          if( _elem[i] > _elem[i + 1] ) //逆序
             swap( _elem[i], _elem[i + 1] ); //则交换
}
```

正确性



- Loop Invariant：经k趟扫描交换后，最大的k个元素必然就位
- Convergence：经k趟扫描交换后，问题规模缩减至n-k
- Correctness：经至多n趟扫描后，算法必然终止，且能给出正确解答

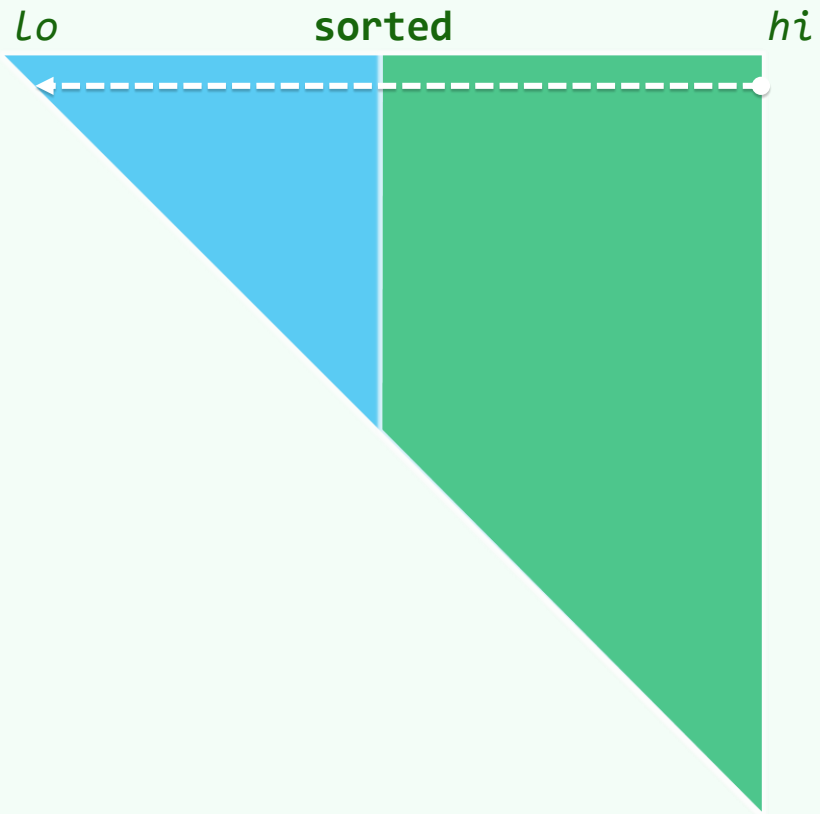




- n-1趟起泡扫描一定足够，但往往不必，比如...
- [hi]就位后，[lo,hi)可能已经有序（sorted）——此时，应该可以...

提前终止版

```
❖ template <typename T> void Vector<T>::bubbleSort( Rank lo, Rank hi ) {
    for( bool sorted = false; sorted = !sorted; )
       for( Rank i = lo; i < hi - 1; i++ )
          if( _elem[i] > _elem[i + 1] ) {
             swap( _elem[i], _elem[i + 1] );
             sorted = false; //仍未完全有序
          } //else ... 提前终止
  }
```

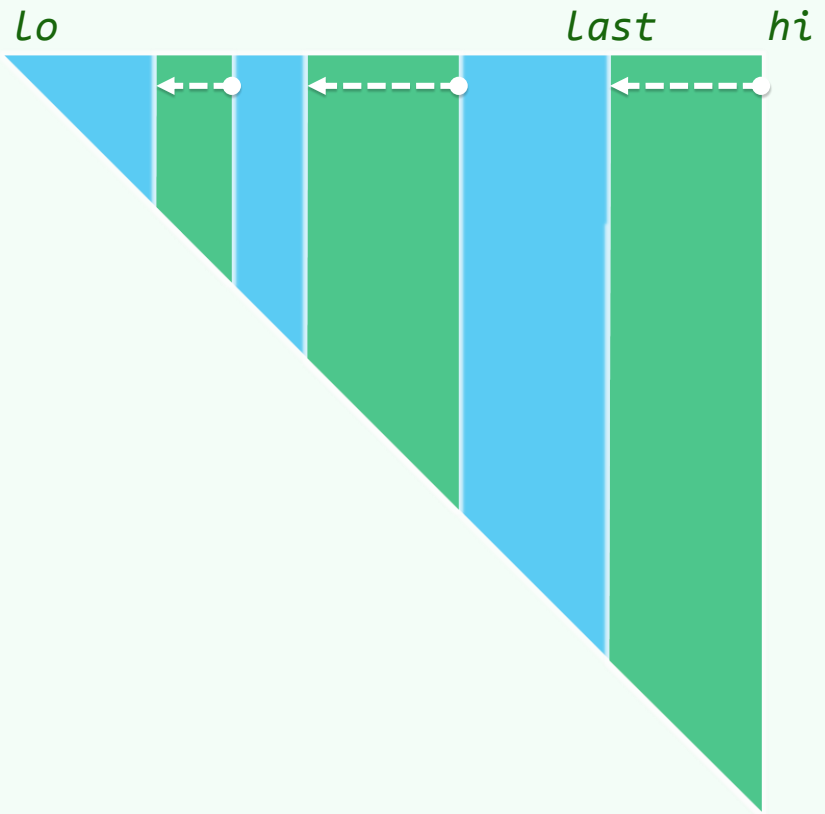


❖ 有改进，但仍有继续改进的余地，比如...

❖ [hi]就位后，尽管[lo,hi)未必有序，但某后缀[last,hi)可能有序——此时，应该可以...

跳跃版

```
❖template <typename T> void Vector<T>::bubbleSort( Rank lo, Rank hi ) {
    for( Rank last = --hi; lo < hi; hi = last )
       for( Rank i = last = lo; i < hi; i++ )
          if( _elem[i] > _elem[i + 1] ) {
             swap( _elem[i], _elem[i + 1] );
             last = i; //逆序对只可能残留于[lo, last)
          }
  }
❖A[lo, last) <= A[last, hi)
  A[lo, last] <  A(last, hi)
```



综合评价

- 时间效率：最好$O(n)$，最坏$O(n^2)$
- 输入含重复元素时，算法的**稳定性**（stability）是更为细致的要求

  重复元素在输入、输出序列中的相对次序，是否保持不变？

  - 输入： 6, 7a, 3, 2, 7b, 1, 5, 8, 7c, 4
  - 输出： 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7a, 7b, 7c, 8 //stable

    1, 2, 3, 4, 5, 6, 7a, 7c, 7b, 8 //unstable
- 以上起泡排序算法是稳定的吗？

  是的！毕竟在起泡排序中，**唯有相邻**元素才可交换
- 在if一句的判断条件中，若把">"换成">="，将有何变化？