西安交通大学考试题

成绩	

（A卷）

课　程　自动控制理论　　　考试日期　2016 年　1　月　7　日

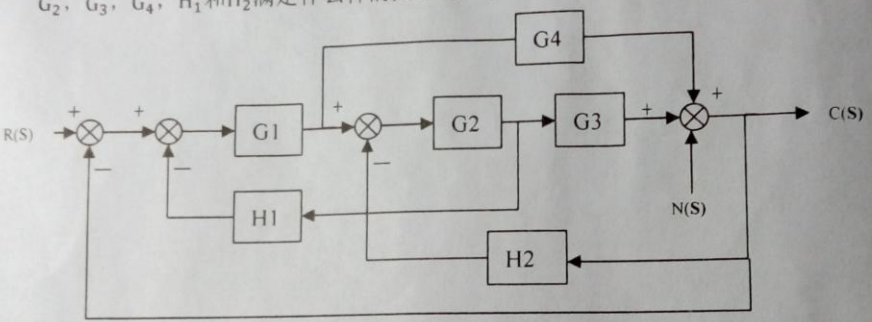
学　院　电气学院

专业班号 ________　　　　　　　　期中 □　期末 V

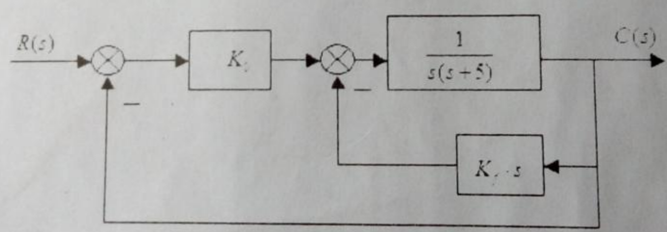
姓　名 ________　　学　号 ________

1	2	3	4	5	6	7	

1. 控制系统的结构图如下图。(1) 求传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$；(2) 当 G_1，G_2，G_3，G_4，H_1和H_2满足什么样的关系时，输出 C(s)不受干扰信号 N(s)的影响。(12 分)



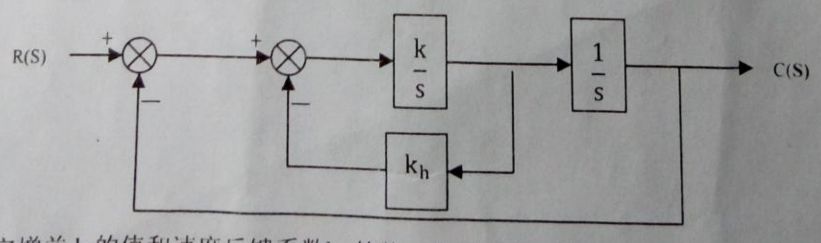
2. 系统结构图如下图所示，



（1）　当 $K_0 = 25, K_f = 0$ 时，求系统的动态性能指标 $\sigma\%$ 和 t_s；

（2）　若使系统 $\xi = 0.5$，单位速度误差 $e_{ss} = 0.1$ 时，试确定 K_0 和 K_f 值。(15 分)

3.已知系统结构图如下所示。（15 分）



(1)试确定增益 k 的值和速度反馈系数k_h的值，使系统闭环极点位于$-1\pm j\sqrt{3}$；

(2)利用(1)中确定的k_h值，画出系统以 k 为变量的根轨迹；

(3)利用(1)中确定的 k 值，画出以k_h为变量的根轨迹。

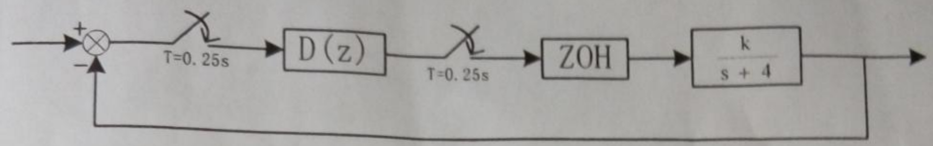
@炜 wdz

4.已知系统开环传递函数

$$G(s)=\frac{10(s^2-2s+5)}{(s+2)(s-0.5)}$$

试概略绘制奈氏幅频特性曲线（写明作图过程），并根据奈氏判据判定闭环系统的稳定性。（15分）

5 离散控制系统如下图所示　　　（15 分）

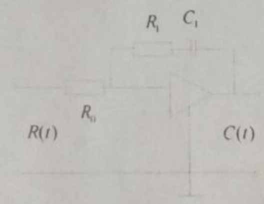


其中 ZOH 为零阶保持器

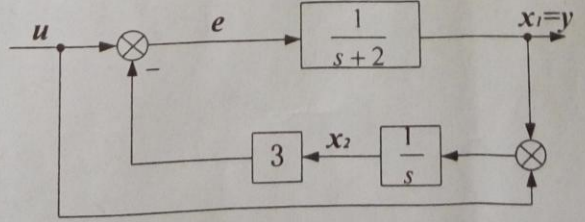
若 D(z)=1，判定 k 值的稳定范围。

若 D(z)=1，k=4，求系统的单位阶跃响应。（至少三步）

6 已知 ω_0 为被校正系统开环截止频率，有源迟后校正网络如图所示，设其积分时间常数是 $\tau=R_1C_1$，试求：(1)校正电路的传递函数，(2)绘制校正系统伯德图（渐近线），(3)计算在迟后相角为-5° 时对应的频率 ω_0 与 τ 的关系。（10 分）



7 反馈控制系统如题图所示。其中 u 为输入量，y 为输出量，x_1、x_2 为系统的状态变量，试求：（1）系统闭环传递函数 $G(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}$；（2）根据图示状态变量确定系统动态方程并判断稳定性、能控性；（3）写出该系统动态方程的能控标准型，确定状态反馈矩阵 K，使超调量 σ =5%、调节时间 t_s =1s，并以主导极点实部的 10 倍为期望极点设计状态观测器。（18 分）



西安交通大学考试题

(A卷)

成绩	

课　　程 自动控制理论

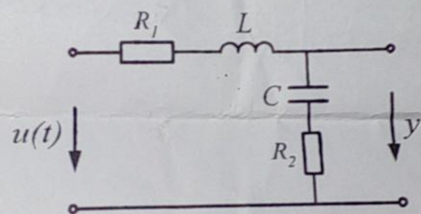
系　　别 电气工程　　　　考试日期　2015年1月9日

专业班号 ________

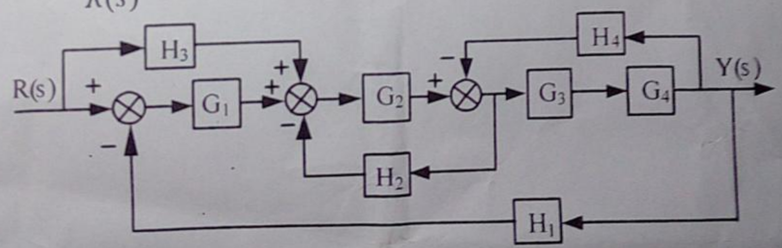
姓　　名 ________　学　号 ________　期中 ☐　期末 ☑

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	10	13	10	10	14	10	13	10

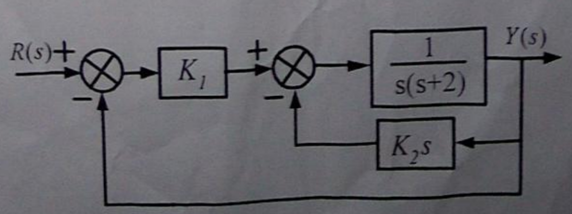
1. 电路如下图所示，$u(t)$ 为输入，$y(t)$ 为输出，(1) 求系统的传递函数；(2) 以电感 L 中的电流 $i_L(t)$ 为状态变量 $x_1(t)$，电容 C 上的电压 $u_c(t)$ 为状态变量 $x_2(t)$，求系统的动态方程，用矩阵形式表达。**(10分)**



2. 绘出下图所示系统结构图对应的信号流图，并利用梅逊增益公式求系统的传递函数 $\dfrac{Y(s)}{R(s)}$。**(10分)**



3. 如下图所示系统，单位阶跃响应的超调量 $\sigma = 10\%$，峰值时间 $t_p = 1$ 秒，试确定(1) K_1、K_2 的大小；(2) $r(t) = 3t$ 时系统的稳态误差 e_{ss}。(13分)



4．单位负反馈控制系统的开环传递函数为：

$$G(s)H(s)=\frac{K(s+1)}{s(Ts+2)(s+3)}$$

试用劳斯判据确定系统闭环稳定时 **K** 和 **T** 的取值范围和满足的条件。（**10** 分）

5．单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{2(s+K)}{s^2(s+1)}$$

试绘制以 K（$0<K<\infty$）为参变量的概略根轨迹图，并计算根轨迹的出射角。（**10** 分）

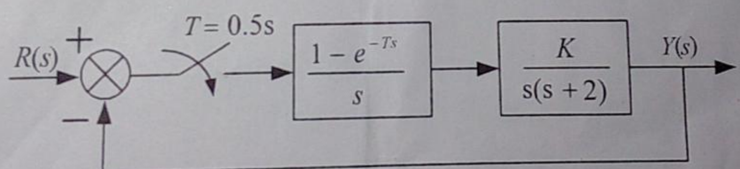
6．系统的开环传递函数为 $G_o(s)=\dfrac{Ke^{-0.1s}}{s(s+1)},K>0$，（1）画出 $K=1$ 时系统的奈氏图，并求出此时与实轴交点绝对值最大的坐标值；（2）确定使系统稳定的 K 值范围。(**14** 分)

7．单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_o(s)=\frac{15}{s(s+1)}$$

试由 **Bode** 图设计一串联超前校正装置 $G_J(s)$，使校正后系统满足：相角裕量 $\gamma\geq 40^\circ$。(**10** 分)

8．离散控制系统如下图所示，采样周期 $T=0.5\,\mathrm{s}$，（1）确定使闭环系统稳定的 K 值范围(K>0)；（2）当 $K=4$ 时，求系统的单位阶跃脉冲响应(至少求出 **4** 个采样周期的值)。(**13** 分)



9．系统动态方程为：

$$\dot{x}_1=-x_1+2x_2$$
$$\dot{x}_2=-4x_1+u$$
$$y=x_1$$

（1）判断系统的能控性。（**3** 分）

（2）设计状态反馈矩阵 **K**，使系统满足：闭环传递函数（特征式）的阻尼系数 $\xi=0.7$，无阻尼自然角频率 $\omega_n=10rad/s$，并画出带状态反馈的系统结构图。（**7** 分）

西安交通大学
2011年自动控制理论

1. 设某系统的特征方程式为

$$s^6+2s^5+8s^4+12s^3+20s^2+16s+16=0$$

求其特征根，并判断系统的稳定性。（10分）

2. 给出最佳（期望）二阶开环模型。并计算相角余量和其单位负反馈闭环后关于单位阶跃输入的超调量。（10分）

3. 设某控制系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{75(0.2s+1)}{s(s^2+16s+100)}$$

试绘制该系统的 Bode 图，并确定相应的相角余量。（10分）

4. 试证明对同一系统的不同的状态方程具有相同的传递函数。（10分）

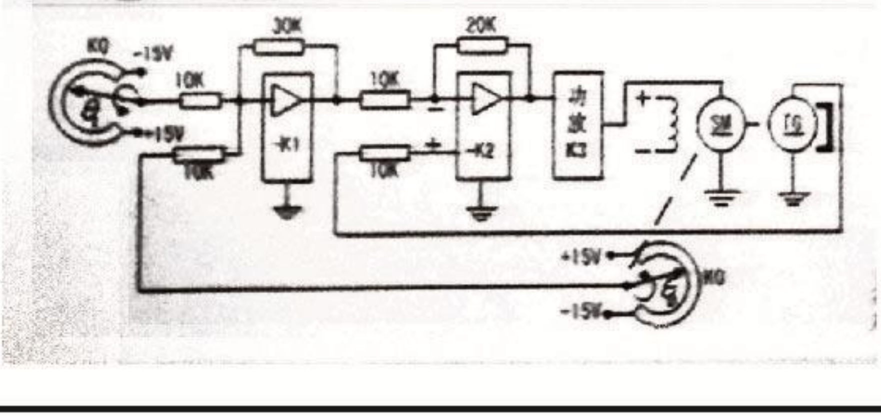
5 某位置随动系统原理方框图如图所示。已知电位器最大工作角度$\theta_{max}=300^0$，功率放大级放大系数为K_3，设直流电动机传递函数为$G_{SM}(s)=\dfrac{K_m}{s(T_m s+1)}$。要求：

(1) 分别求出电位器传递系数K_0，第一级和第二级放大器的比例系数K_1和K_2；

(2) 画出系统结构图；

(3) 简化结构图，求系统传递函数$\Theta_0(s)/\Theta_i(s)$。

(4) 写出系统的能控标准型的动态方程。（15分）



6 已知二个单入—单出系统 S1 和 S2，其中 S1 的动态方程为： （15分）

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + b_1 u \qquad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$$

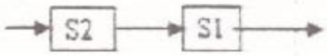
$$y_1 = C_1 x_1 \qquad b_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} C_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$$

S2 的动态方程为：

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + b_2 u = -2x_2 + u$$

$$y_2 = C_2 x_2 = x_2$$

若将系统 S1 和 S2 如图串联构成新系统，试求：

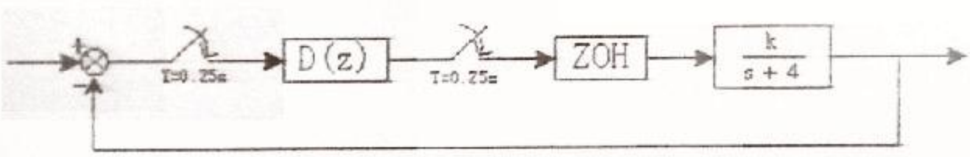


（1） 新系统的状态方程；

（2） 试证明新系统 S2S1 的能控性和能观性；

（3） 求串联系统 S2S1 的传递函数。

7）离散控制系统如下图所示 （15分）



其中 ZOH 为零阶保持器

若 D(z)=1，判定 k 值的稳定范围。

若 D(z)=1，k=4，求系统的单位阶跃响应。（至少三步）

8）系统开环传递函数为：

$$G(s)H(s) = \frac{K(s-1)}{(s-2)(s-4)}$$

(1)用劳斯判据分析系统稳定性，求系统稳定时 K 的范围

(2) 画出系统的奈氏图，并求稳定时 K 的范围(用奈氏判据)。

(3) 画出简略的根轨迹图，并在根轨迹上求出稳定时 K 的范围。（15分）

西安交通大学

2011年自动控制理论参考答案

1：由 Routh 稳定判据：

s^6	1	8	20	16
s^5	2	12	16	0
s^4	2	12	16	
s^3	0	0	0	

（4分）

辅助方程是

$$s^4+6s^2+8=0$$

解得特征根为 $s_1=2J$, $s_2=-2J$，$s_3=-\sqrt{2}j$ ，$s_4=\sqrt{2}j$，$s_{5,6}=-1\pm j$。(4分)

由此可知系统临界稳定。(2分)

2 最佳二阶开环模型为 $G_0(S)=\dfrac{1}{2T_1S(T_1S+1)}$ （5分）

$\because 20\log\dfrac{1}{2T_1\omega}=0dB\ \omega=\dfrac{1}{2T_1}$

$\therefore \gamma=-90^\circ-tg^{-1}\dfrac{1}{2}+180^\circ=65.5^\circ$

$\because \delta=0.707$ 代入 $\sigma=e^{-\frac{\delta\pi}{\sqrt{1-\delta^2}}}\times100\%$ 得到 $\sigma=4.3\%$

即：$\gamma=65.5^0$，$\sigma=4.3\%$ （5分）

3 $\omega_c=\dfrac{75}{100}rad/s,\gamma=98^\circ$。(6分)

4 设系统 $\{A,B,C,D\}$ 的传递函数为 $G(s)$，即 $G(s)=C(sI-A)^{-1}B+D$，系统 $\{A_1,B_1,C_1,D_1\}$ 的传递函数为 $G_1(s)$。两个系统的动态方程之间存在如下关系：

$$A_1 = P^{-1}AP$$
$$B_1 = P^{-1}B$$
$$C_1 = CP$$
$$D_1 = D$$

5分

则有

$$G_1(s) = C_1(sI - A_1)^{-1}B_1 + D_1 = CP(sI - P^{-1}AP)^{-1}P^{-1}B + D$$
$$= CP[P(sI - P^{-1}AP)]^{-1}B + D = C[P(sI - P^{-1}AP)P^{-1}]^{-1}B + D$$
$$= C(sI - A)^{-1}B + D = G(s)$$

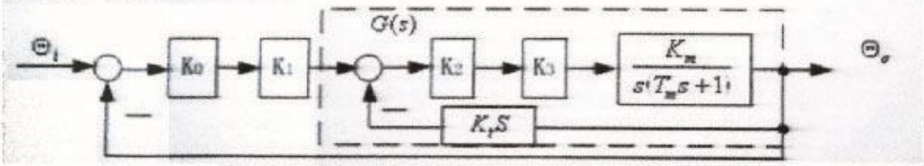
5分

5 已知电位器最大工作角度 $\theta_{max} = 300^0$，由图 2-56 知电位器调压范围为＋15V-（－15V）=30V，所以

$$K_0 = \frac{30}{300} = \frac{1}{10}(V/^\circ), \quad K_1 = -\frac{30}{10} = 3, \quad K_2 = -\frac{20}{10} = 2$$

3分

（2）设电动机 SM 传递函数为 $G_{SM}(s) = \frac{K_m}{s(T_m s+1)}$，测速发电机传递函数为 $G_{TG}(s) = K_t(V/^\circ)$，则图 2-56 系统的框图如下所示。根据框图简化原则先求其内反馈环节的传递函数 4分



$$G(s) = \frac{\dfrac{K_2K_3K_m}{s(T_m s+1)}}{1 + \dfrac{K_2K_3K_mK_t}{T_m s+1}} = \frac{K_2K_3K_m}{s(T_m s + K_2K_3K_mK_t + 1)}$$

因此整个系统传递函数为

$$W(s) = \frac{\Theta_o(s)}{\Theta_i(s)} = \frac{K_0K_1G(s)}{1 + K_0K_1G(s)}$$

即

$$W(s) = \frac{K_0K_1K_2K_3K_m}{s(T_m s + K_2K_3K_mK_t + 1) + K_0K_1K_2K_3K_m}$$
$$= \frac{\dfrac{6}{11}K_3K_m}{s(T_m s + K_2K_3K_mK_t + 1) + K_0K_1K_2K_3K_m}$$

$$=\frac{K_4}{T_m s^2+K_5 s+K_6}$$ 4分

所以其能控标准型为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_6 & -K_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$

6（1）新系统的状态方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$ 6分

（2）能控性判别矩阵为：

$$Q_c=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -6 \end{bmatrix} \because rankQ_c=3$$

∴系统能控。

能观性判别矩阵为：

$$Q_o=\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -4 & 6 & 5 \end{bmatrix} \because rankQ_o\neq 3$$ 4分

∴系统不能观。

（3）系统 S2 的传递函数为：

$$S2=1\cdot(s+2)^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}=\frac{1}{s+2}$$

系统 S1 的传递函数为：

$$S1=(2 \quad 1)\begin{bmatrix} s & -1 \\ 3 & s+4 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}=\frac{s+2}{s^2+4s+3}$$

系统 S1 的传递函数为：

$$S1=(2\quad 1)\begin{bmatrix} s & -1 \\ 3 & s+4 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}=\frac{s+2}{s^2+4s+3}$$

7 解：（1）K 值范围。

由图可知系统的前向通道脉冲传递函数为：

$$G(z)=Z\left[\frac{1-e^{-s}}{s}\cdot\frac{k}{s+4}\right]=(1-z^{-1})\cdot Z\left[\frac{k}{s(s+4)}\right]=\frac{0.158k}{z-0.368}$$

由图可以求出开环脉冲传递函数为 $G(z)=\dfrac{0.158k}{z-0.368}$ （3 分）

特征方程为 $1+G(z)=0\Rightarrow z+1.158k-0.368=0$

解出特征方程的根 $z=0.368-1.158k$

当 $|z|<1$ 时，系统稳定

解得 $-4<k<8.658$

即 k 的稳定范围为 $-4<k<8.658$。 6 分

（2） $G(z)=\dfrac{0.158k}{z-0.368}$

闭环脉冲传递函数 $W(z)=\dfrac{G(z)}{1+G(z)}=\dfrac{0.632}{z+0.264}$

将 $R(z)=\dfrac{z}{z-1}$ 代入上式，单位阶跃响应序列的 z 变换，即

$$Y(z)=W(z)R(z)=\frac{0.632z^{-1}}{1-0.736z^{-1}-0.264z^{-2}}$$

通过综合除法，得到系统的阶跃响应序列为：

$y(T)=0.632$， $y(2T)=0.465$， $y(3T)=0.51$

6 分

8.（1）系统的特征方程为：

$$s^2-6s+ks-k=0$$

根据劳斯判据，要使系统稳定，则 $8-k>0$ 且 $k-6>0$

解得：$6<k<8$

即系统稳定时 k 的取值范围为 $6<k<8$。3 分

（2）系统的奈氏图如下图所示：

两个开环极点分别为$s_1=2$和$s_2=4$，开环零点为$s_0=1$

根轨迹的分离点为$d_1=1+\sqrt{3}$，会和点为$d_2=1-\sqrt{3}$

将$s=j\omega$代入，则$G(j\omega)H(j\omega)=\dfrac{K(j\omega-1)}{(j\omega-2)(j\omega-4)}$

特征方程为$(k-6)j\omega-\omega^2+8-k=0$

令上式左边实部和虚部分别等于零，有$k=6$

设系统另一个极点为λ_2，闭环特征方程可表示为：$s(s-\lambda_2)=s^2-6s+8+ks-k$

解得$k=8$

由根轨迹判据法可知，系统的稳定范围为$6<k<8$　　6分

西安交通大学本科生课程考试试题标准答案与评分标准

课程名称: 自动控制理论　课时: 56　考试时间: 2008 年 12月21日

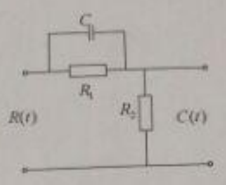
1.（1）（10分）

$$G_j(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{R_3}{R_1+\frac{R_2}{R_2Cs+1}}=K\cdot\frac{\tau s+1}{\alpha\tau s+1}$$

超前校正，其中

$$K=\frac{R_3}{R_1+R_2},\quad \alpha=\frac{R_1}{R_1+R_2},\quad \tau=R_2C$$

（2）（5分）



2.（1）

$$W(s)=\frac{k_1}{s^2+as+k_1k_2}$$

$$\because y(\infty)=\frac{k_1}{k_1k_2}=3\quad \therefore k_2=\frac{1}{3}\qquad \text{(3分)}$$

$$\because \sigma\%=e^{-\pi\zeta/\sqrt{(1-\zeta^2)}}\times 100\%=\frac{3.9-3.0}{3}\times 100\%=30\%$$

$$\therefore \zeta=0.358\qquad \text{(2分)}$$

$$\because t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=0.1\quad \therefore \omega_n=33.6(rad/s)$$

$$\because \omega_n=\sqrt{k_1k_2}\quad \therefore k_1=\frac{\omega_n^{\ 2}}{k_2}=3386.9(rad/s)^2$$

$$a=2\zeta\omega_n=24.1\qquad \text{(6分)}$$

$$W(s)=\frac{3386.9}{s^2+24.1s+1128.96}\qquad \text{(1分)}$$

（2）（3分）

开环增益$K=\frac{k_1k_2}{a}$，1型系统$K_P=\infty$，$K_V=K$，所以$e_{ss}=\frac{1}{1+K_P}+\frac{5}{K_V}=\frac{5a}{k_1k_2}=0.11$

3. 起止点：$z_1=-1, p_{1,2}=0, p_3=-9$　② 实轴上的根轨迹：$[-9,-1]$　$[0,0]$

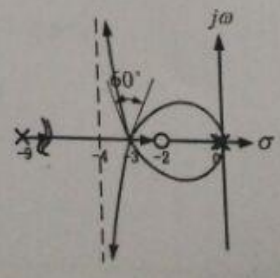
③ 分支数=3，两支终止于→∞ ；④ 渐近线：

$$\sigma_A=\frac{-9+1}{2}=-4\qquad \theta_k=\pm 90^\circ\qquad \text{（3分）}$$

④ 分离点和会合点：

$$K=-\frac{s^2(s+9)}{(s+1)}\rightarrow\frac{dK}{ds}=0$$

$s=0, s=-3, K=27$　　(3分)



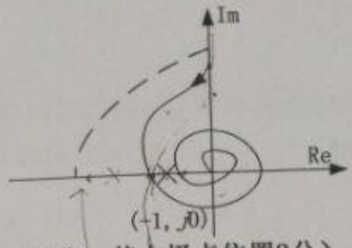
（4分，包括图形）

⑤ 稳定范围$K>0$。

4.

$P=1$ $\quad \varphi(\omega)=-90^\circ-\left(180^\circ-tg^{-1}\omega\right)+\omega=-270^\circ+tg^{-1}\omega+\omega=\pm(2k+1)\pi$

$$\begin{cases} k=0: \quad \varphi(\omega_0)=-\pi \quad \omega_0\approx 0.71 \\ \dfrac{K}{\omega_0\sqrt{\omega_0^{\,2}+1}}>1 \quad K>0.87 \\ k=1 \quad \varphi(\omega_1)=\pi \quad \omega_1\approx 6.43 \\ \dfrac{K}{\omega_1\sqrt{\omega_1^{\,2}+1}}<1 \quad K<41.8 \end{cases}$$



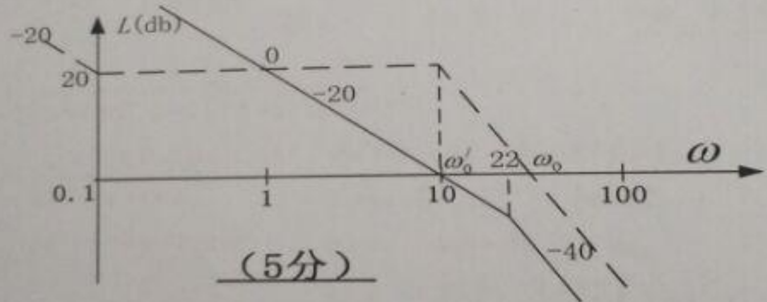
（8分，其中极点位置2分）

逆时针包围$(-1,\ j0)$点一圈$N=P=1$，稳定，

$0.87<K<41.8$（2分，有公式无结果不扣分）

（若按幂级数展开$s^2-s+K(1+s+0.5s^2)=0$，即$(0.5K+1)s^2+(K-1)s+K=0$，故K>1，则给1分）

5. （1）



（2） $G_1(s)=\dfrac{K_1\left(\dfrac{s}{0.1}+1\right)}{s\left(\dfrac{s}{10}+1\right)^2}$ $\quad 20db=20\lg\dfrac{K_1}{0.1}=-40\lg\dfrac{10}{\omega_0}$ $\quad K_1=1 \quad \omega_0=10\sqrt{10}=31.6(rad/s)$ （5分）

（3） $20\lg K_2=20\lg\omega_0' \quad K_2=10 \quad \omega_0'=10\,rad/s$

$$\varphi_1(\omega_g)=-90^\circ-2tg^{-1}(0.1\omega_g)+tg^{-1}(10\omega_g)=-180^\circ$$

$$\frac{-1}{10\omega_g}=\frac{0.2\omega_g}{1-0.01\omega_g^2}\qquad \omega_g\text{无解，}K_{g1}=\infty$$

$$\varphi_2(\omega_g')=-90^\circ-tg^{-1}(0.045\omega_g')=-180^\circ\qquad \omega_g'=\infty$$

$$K_{g2}=\left|\frac{\omega_g'(0.045\omega_g'+1)}{10}\right|=\infty$$

$$\gamma_1=\varphi_1(\omega_0)+180^\circ=180^\circ-90^\circ-2tg^{-1}(0.1\times10\sqrt{10})+tg^{-1}(100\sqrt{10})\approx35^\circ$$

$$\gamma_2=\varphi_2(\omega_0')+180^\circ=180^\circ-90^\circ-tg^{-1}(0.045\times10)=65.5^\circ$$

（5分）

（4）

$$G_J(s)=\frac{G_2(s)}{G_1(s)}=\frac{11(0.1s+1)}{(0.045s+1)(10s+1)}$$

（5分）

6. 以下结果中 T=1s

$$G(z)=\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{K}{s}\right]=K(1-z^{-1})\left[\frac{1}{s^2}\right]=\frac{KT}{z-1}$$

（2.5分）

$$W(z)=\frac{\frac{KT}{z-1}}{1+\frac{KT}{z-1}}=\frac{KT}{z-1+KT}$$

闭环极点位于单位圆内正实轴时，

$$0<1-KT<1$$

故 $0<K<1$ （5分，各2.5分）

$$Y(z)=\left[\frac{KT}{z-1+KT}\cdot\frac{z}{z-1}\right]=\frac{1}{z-1}+\frac{KT-1}{z-1+KT}$$

$$zY(z)=\frac{z}{z-1}+\frac{(KT-1)z}{z-1+KT}$$

$$y(n+1)=(KT-1)(1-KT)^n+1$$

$$y(n)=-(1-KT)^n+1\quad(n=1,2,\cdots)$$

y(nT)

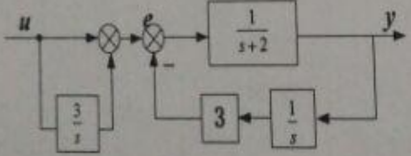
或者

$n=1\qquad y(1)=KT;$

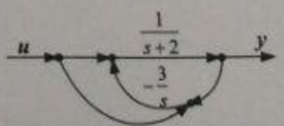
$n=2\qquad y(2)=-(1-KT)^2+1;$

$n=3\qquad y(3)=-(1-KT)^3+1\cdots\cdots$ （2.5分）

7.（1）（共5分）



或者



（2分）

$$G(s)=\left(1-\frac{3}{s}\right)\frac{\frac{1}{s+2}}{1+\frac{3}{s(s+2)}}=\frac{s-3}{s^2+2s+3}$$

或者

$$P_1=\frac{1}{s+2}\quad P_2=\frac{-3}{s(s+2)}\qquad L_1=\frac{1}{s+2}\left(\frac{-3}{s}\right)\quad \Delta_1=\Delta_2=1$$

$$\Delta=1-\sum L_1=1+\frac{3}{s(s+2)}\quad G(s)=\frac{P_1\Delta_1+P_2\Delta_2}{\Delta}=\frac{s-3}{s^2+2s+3}$$

（3 分）

（2）（共 5 分）

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u\qquad y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$ (2分)

$$\det(sI-A)=s^2+2s+3=0$$ (1分)

二阶各项系数均正，稳定。

$$Rank\begin{bmatrix}b & Ab\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -5\\ 1 & 1\end{bmatrix}=2\qquad Rank\begin{bmatrix}c\\ cA\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -2 & 3\end{bmatrix}=2$$ (2分)

状态完全能控且能观。

（3）（共 10 分）

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -3 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u\qquad \sigma=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}=0.05\quad \xi=0.7$$

$$y=\begin{bmatrix}-3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$ (2分) $$t_s=\frac{3}{\xi\omega_n}=1,\ \omega_n=4.3$$ (2分)

状态反馈期望极点

$$s^2+2\xi\omega_n+\omega_n^2=s^2+7s+25=0\quad \text{或者}\quad s^2+(6\sim 8)s+(18.5\sim 32.5)=0$$

$$s=\frac{-6\pm j6.2}{2}=-3\pm j3.1$$

$$\det(sI-A+bK)=s^2+(2+k_2)s+k_1+3=s^2+6s+18.5$$

$$K=\begin{bmatrix}4 & 15.5\end{bmatrix}$$ (3分)

$$\det(sI-A+GC)=s^2+(2+g_2-3g_1)s+3-9g_1-3g_2$$

$$=(s+35)^2=s^2+70s+1225$$

$$G=\begin{bmatrix}-79.22\\ -16967\end{bmatrix}$$ (2分)

$$\begin{bmatrix}\dot{\hat{x}}_1\\ \dot{\hat{x}}_2\end{bmatrix}=(A-GC)\begin{bmatrix}\hat{x}_1\\ \hat{x}_2\end{bmatrix}+bu+Gy=\begin{bmatrix}1224 & -408\\ 3468 & 1155\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{x}_1\\ \hat{x}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u+\begin{bmatrix}-79.22\\ -16967\end{bmatrix}y$$ (1分)