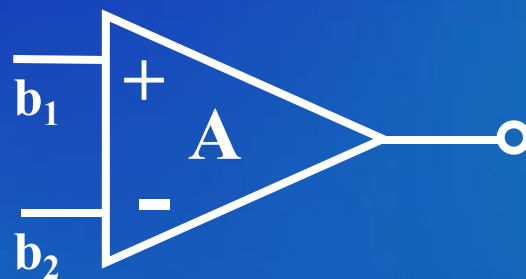


7 集成运算放大器组成的运算电路

理想运放的理想参数：

1. 开环增益： $A_{VO} \approx \infty$
2. 输入电阻： $R_i \approx \infty$
3. 输出电阻： $R_o \approx 0$
4. 开环通频带： $f_{BW} \approx \infty$
5. 共模抑制比： $K_{CMR} \approx \infty$

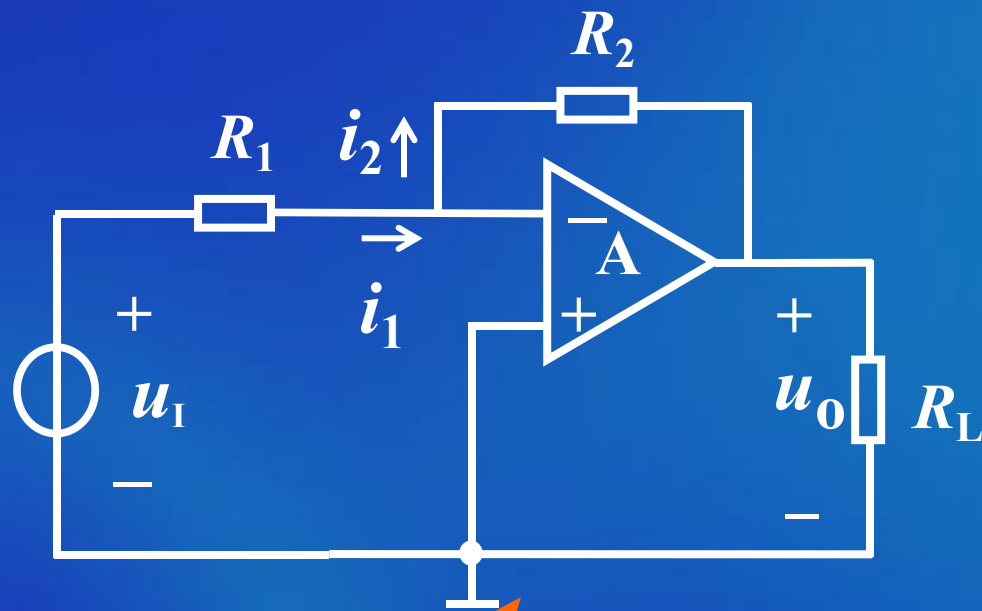


运放工作状态： $\left\{ \begin{array}{l} \text{线性---有负反馈} \\ \text{非线性---无反馈或有正反馈} \end{array} \right.$

复习： 比例运算

1. 反相比例器

运放工作于线性状态

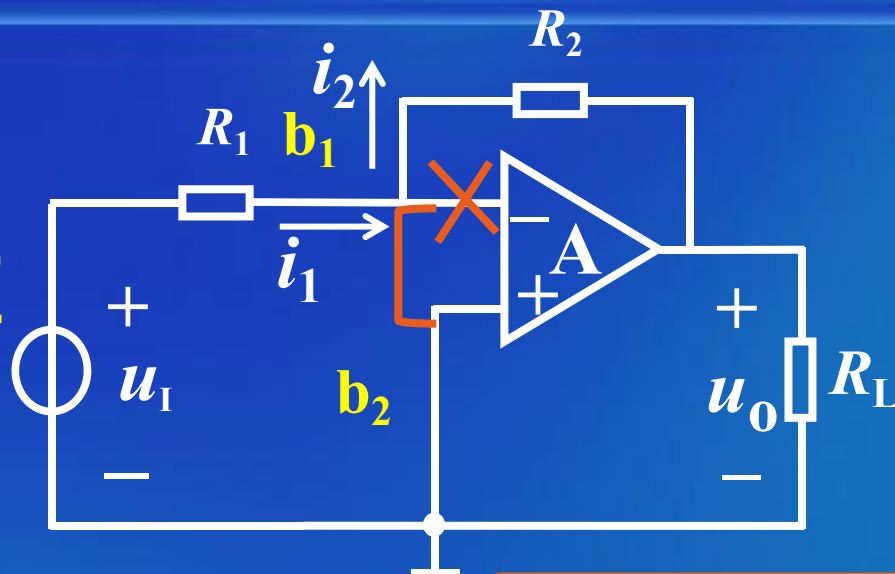


由两个分析依据 { “虚短”
“虚断”

电压并联负反馈

$$\begin{cases} i_1 \approx i_2 \\ u_{b1} \approx u_{b2} = 0 \end{cases}$$

虚断 **虚短**



其中

$$i_1 = \frac{u_I - u_{b1}}{R_1} = \frac{u_I}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{u_{b1} - u_O}{R_2} = -\frac{u_O}{R_2}$$

$$\frac{u_I}{R_1} \approx -\frac{u_O}{R_2}$$

故有 $u_O = -\frac{R_2}{R_1} u_I$

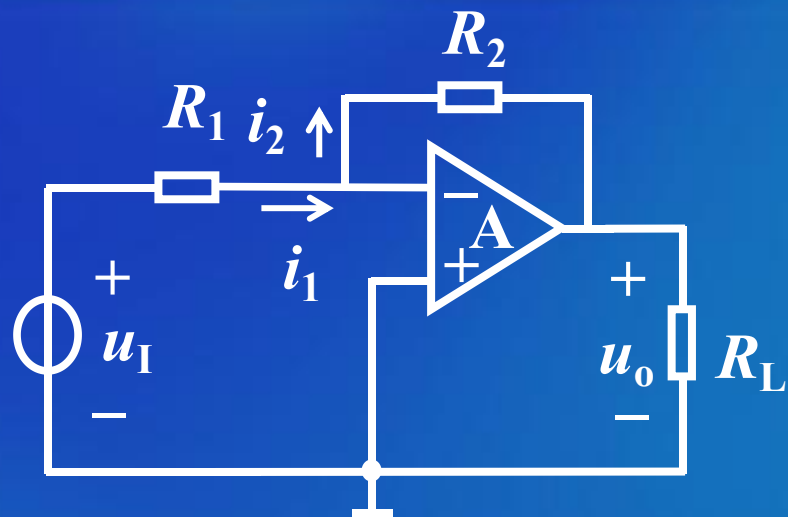
例: $R_1 = 10\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\text{k}\Omega$

则 $u_O = -\frac{R_2}{R_1} u_I = -\frac{20}{10} u_I = -2u_I$

比例运算

反相

反相比例电路的特点：



1. 电路参数调整方便；

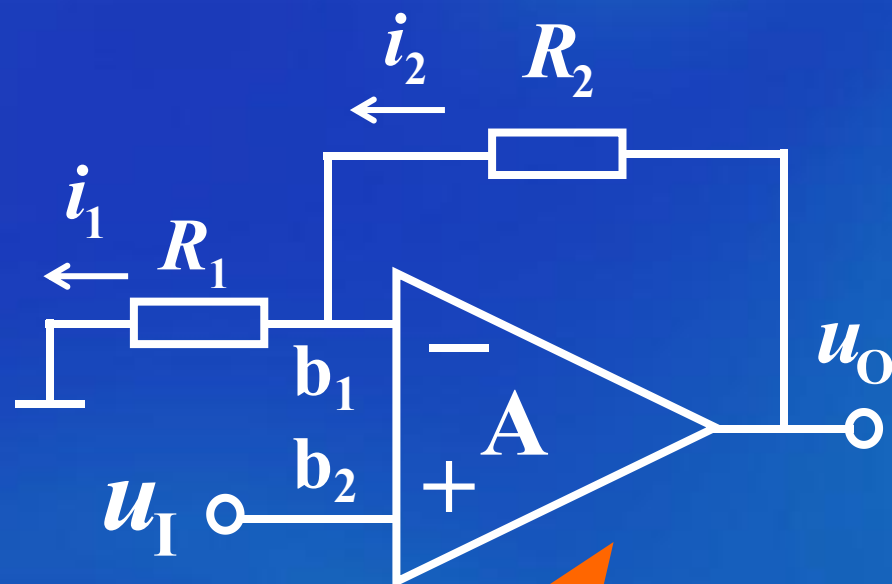
2. 反相输入端“虚地”， $u_{b1} \approx u_{b2} = 0$

则共模输入电压为零。对运放的共模抑制比要求低；

3. 并联负反馈，输入电阻低， $R_{if} \approx 0, R'_{if} \approx R_1$

对输入信号的负载能力有一定要求。

2. 同相比例器



运放工作于线性状态

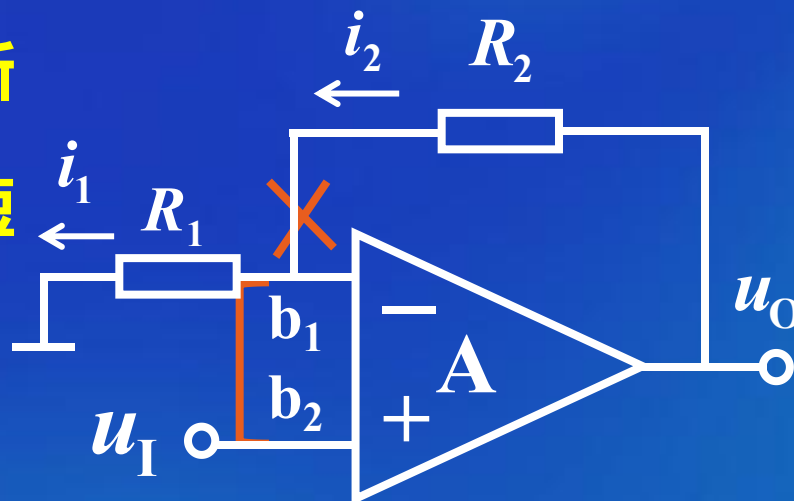
电压串联负反馈

由两个分析依据 { “虚短”
“虚断”

其中

$$\begin{cases} i_1 \approx i_2 \\ u_{b1} \approx u_{b2} = u_I \end{cases}$$

虚断 虚短



$$i_1 = \frac{u_{b1} - 0}{R_1} = \frac{u_I}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{u_O - u_{b1}}{R_2} = \frac{u_O - u_I}{R_2}$$

$$\frac{u_I}{R_1} \approx \frac{u_O - u_I}{R_2}$$

故有

$$u_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_I$$

比例运算

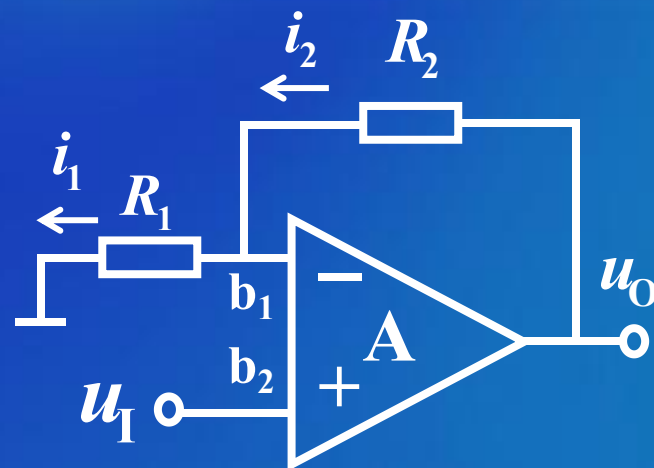
同相

例： $R_1 = 10\text{k}\Omega$, $R_2 = 20\text{k}\Omega$

则 $u_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_I = \left(1 + \frac{20}{10}\right) u_I = 3u_I$

同相比例电路的特点：

1. 串联负反馈，输入电阻很高，高达 $1000\text{M}\Omega$ 以上；
2. $u_{b1} \approx u_{b2} = u_I$ 则共模输入电压高,对运放的共模抑制比要求高，限制了应用；
3. 电路参数调整不如反相比例器方便。



7.1 基本运算电路

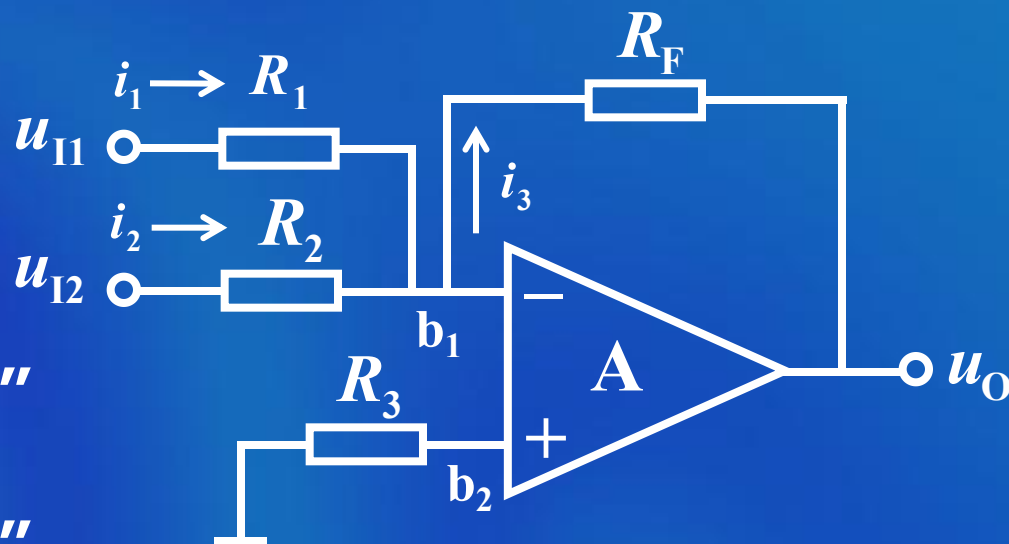
7.1.1 加法运算

1. 反相输入加法电路

电压并联负反馈

运放工作于线性状态

由两个分析依据 { “虚短”
“虚断”



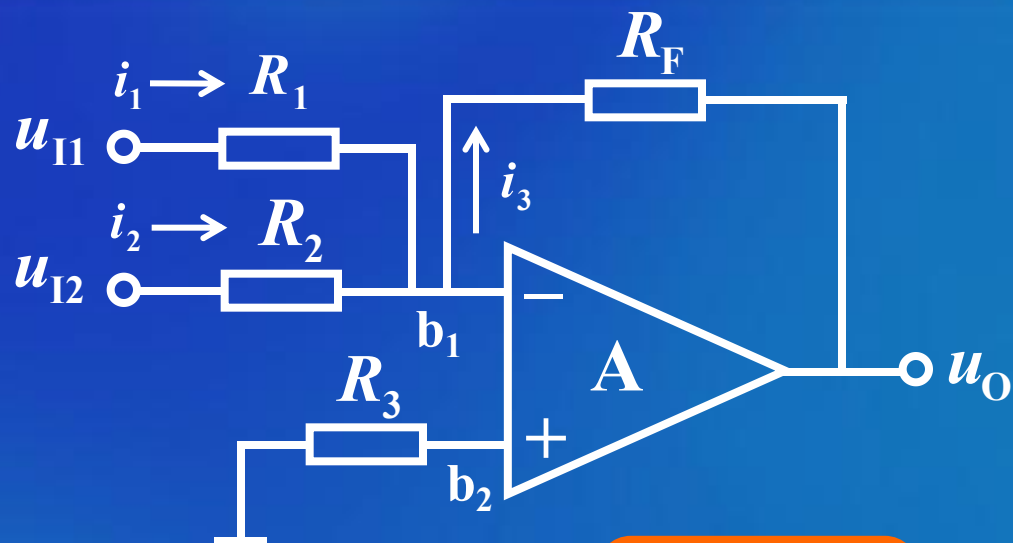
$$\begin{cases} i_1 + i_2 \approx i_3 \\ u_{b1} \approx u_{b2} = 0 \end{cases}$$

其中

$$i_1 = \frac{u_{I1} - u_{b1}}{R_1} = \frac{u_{I1}}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{u_{I2} - u_{b1}}{R_2} = \frac{u_{I2}}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{u_{b1} - u_O}{R_F} = -\frac{u_O}{R_F}$$



故有

$$-\frac{u_O}{R_F} \approx \frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2}$$

反相

$$u_O = -\left(\frac{R_F}{R_1} u_{I1} + \frac{R_F}{R_2} u_{I2} \right)$$

实现信号
相加运算

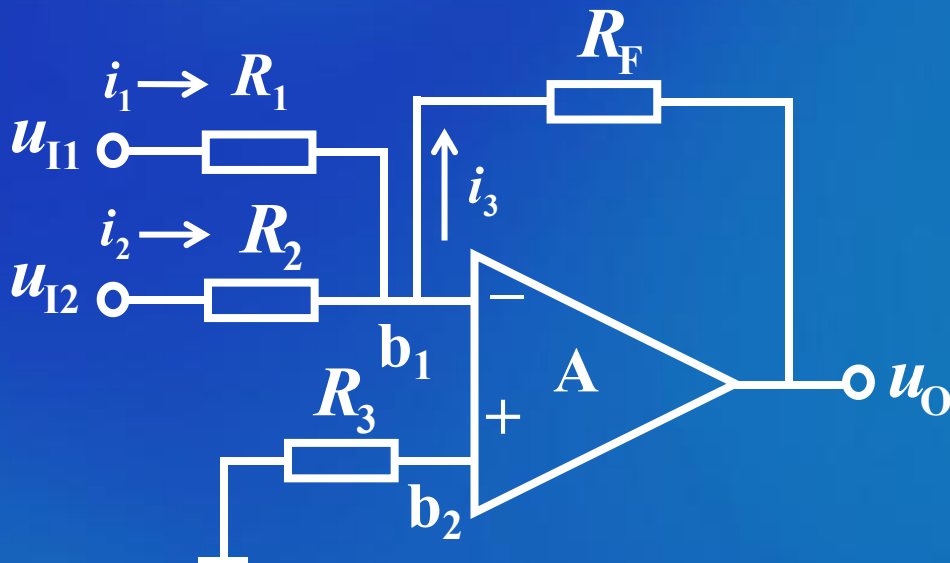
$$u_O = -\left(\frac{R_F}{R_1} u_{I1} + \frac{R_F}{R_2} u_{I2}\right)$$

反相加法电路的特点：

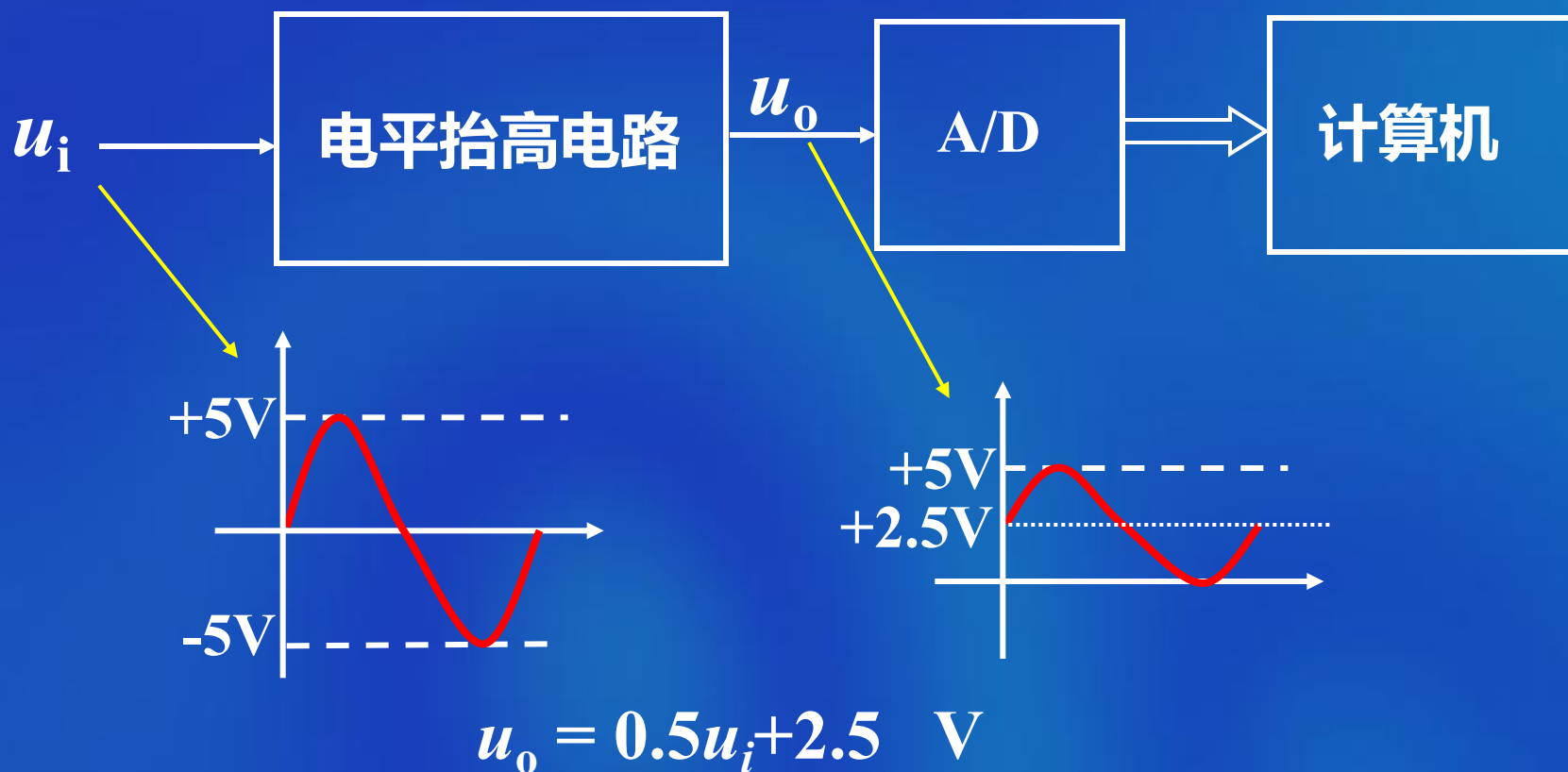
1. 电路参数调整方便；

2. 反相输入端“虚地” $u_{b1} \approx u_{b2} = 0$
则共模输入电压为零。对运放的共模抑制比要求低；

3. 并联负反馈，输入电阻低， $R_{if} \approx 0, R'_{if} \approx R_1$ ，
对输入信号的负载能力有一定要求。

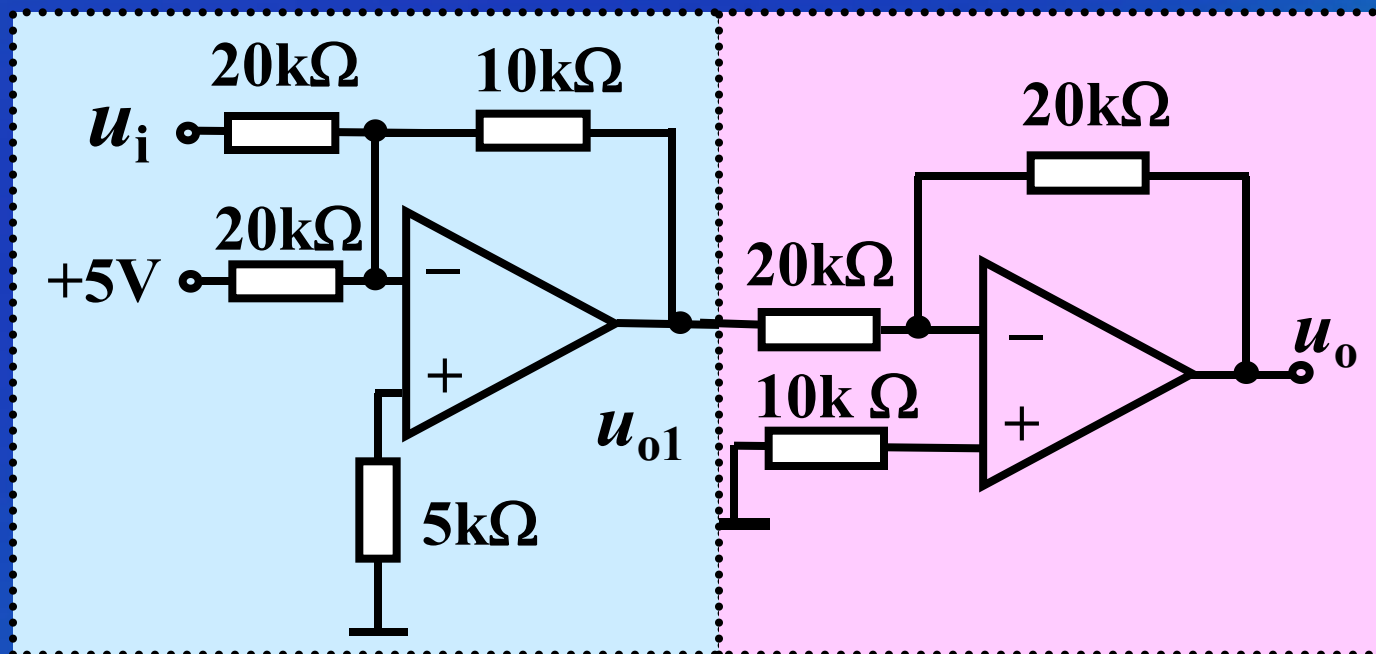


例1: A/D变换器要求其输入电压的幅度为 $0 \sim +5V$,
现有信号变化范围为 $-5V \sim +5V$ 。试设计一电平抬高
电路, 将其变化范围变为 $0 \sim +5V$ 。



$$u_o = 0.5u_i + 2.5 \quad \text{V}$$

$$= 0.5(u_i + 5) \quad \text{V}$$

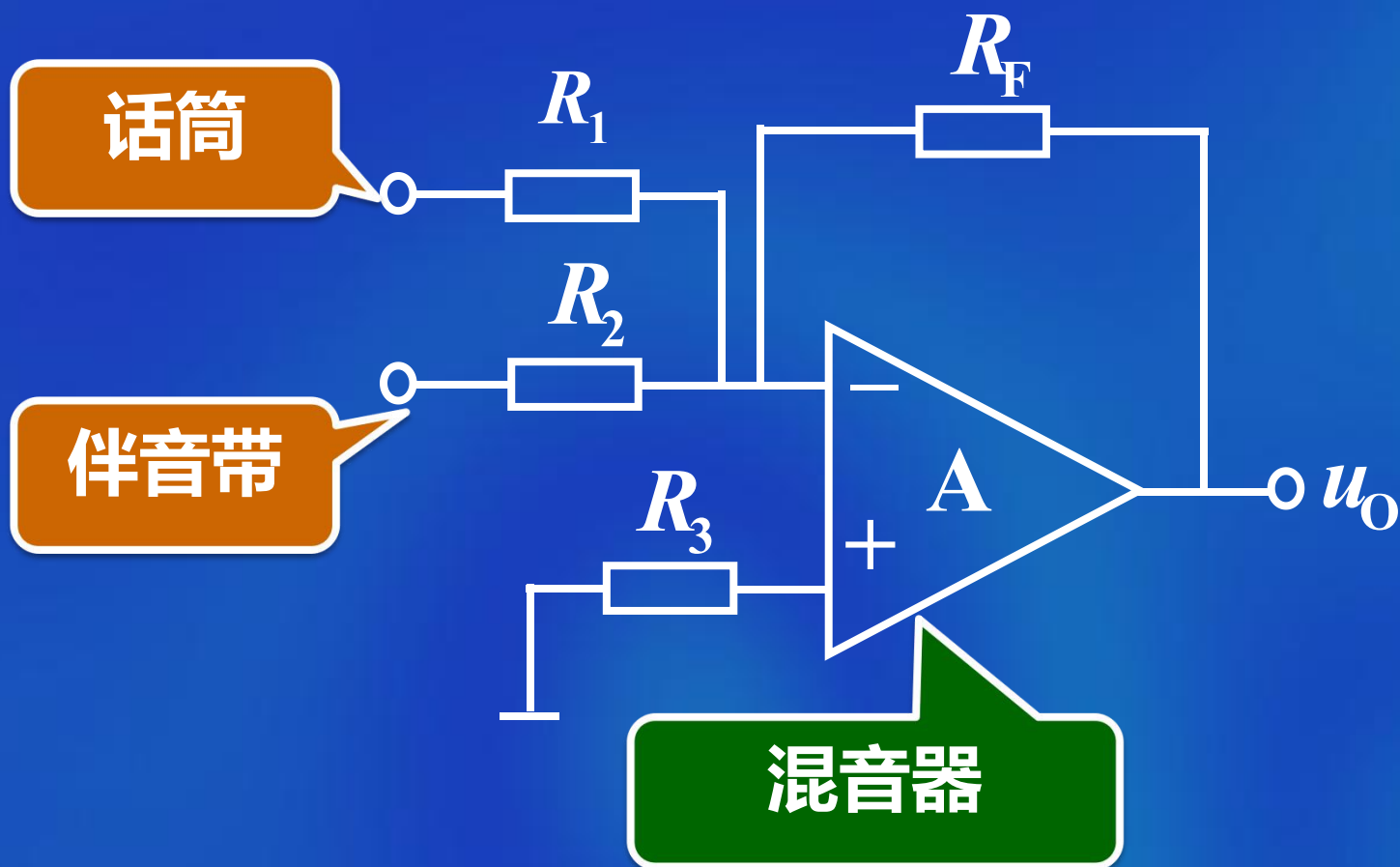


$$u_{o1} = -\frac{10}{20} \times (u_i + 5) = -0.5(u_i + 5)$$

$$u_o = -\frac{20}{20} \times u_{o1} = 0.5(u_i + 5)$$

例2：“卡拉OK”伴奏系统电路的基本原理

发明人——井上大佑（1971年发明）



2. 同相输入加法电路 运放工作于线性状态

根据两个分析依据 { “虚短”
“虚断”

由图可知

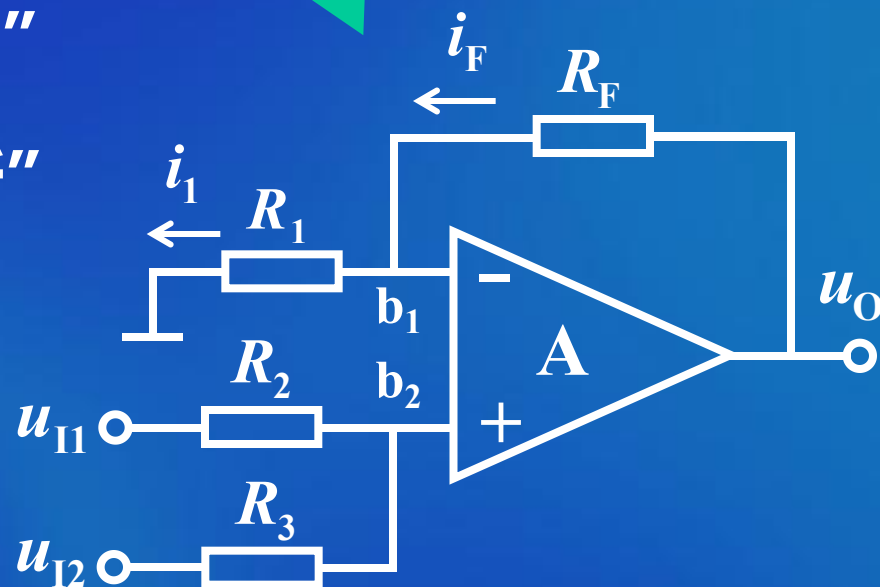
$$\begin{cases} i_1 \approx i_F \\ u_{b1} \approx u_{b2} \end{cases}$$

其中

$$i_1 = \frac{u_{b1}}{R_1}$$

$$i_f = \frac{u_O - u_{b1}}{R_F}$$

电压串联负反馈



故 $u_O = (1 + \frac{R_F}{R_1})u_{b2}$

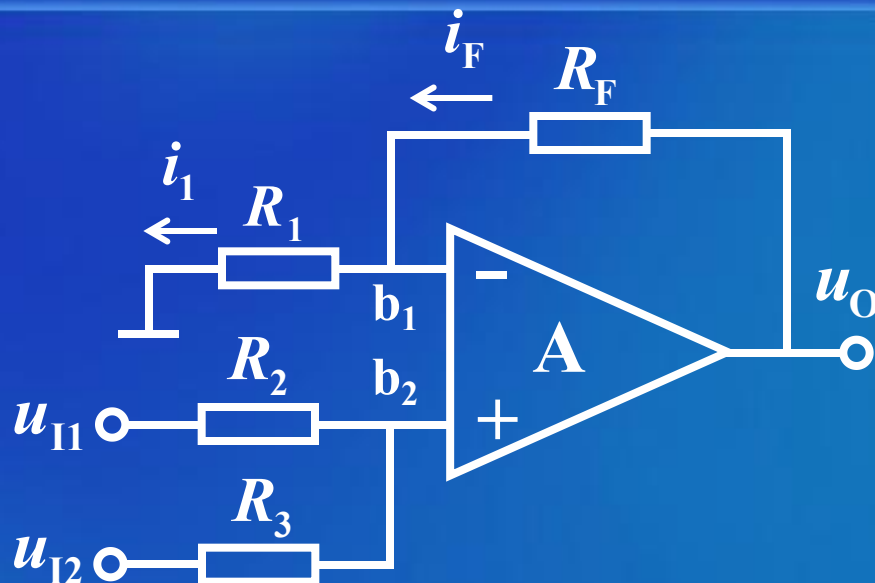
$$u_O = \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) u_{b2}$$

同相端电压 叠加定理

$$u_{b2} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} u_{I1} + \frac{R_2}{R_2 + R_3} u_{I2}$$

$$u_O = \frac{R_1 + R_F}{R_1} u_{b2}$$

$$= \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) (K_1 u_{I1} + K_2 u_{I2})$$



式中

$$K_1 = \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

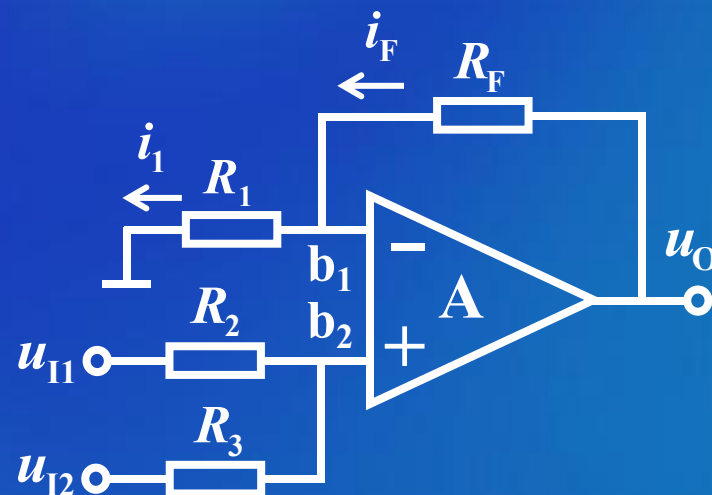
$$K_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

实现多路信号相加运算

输入和输出信号同相

$$u_O = \frac{R_1 + R_F}{R_1} u_{b2}$$

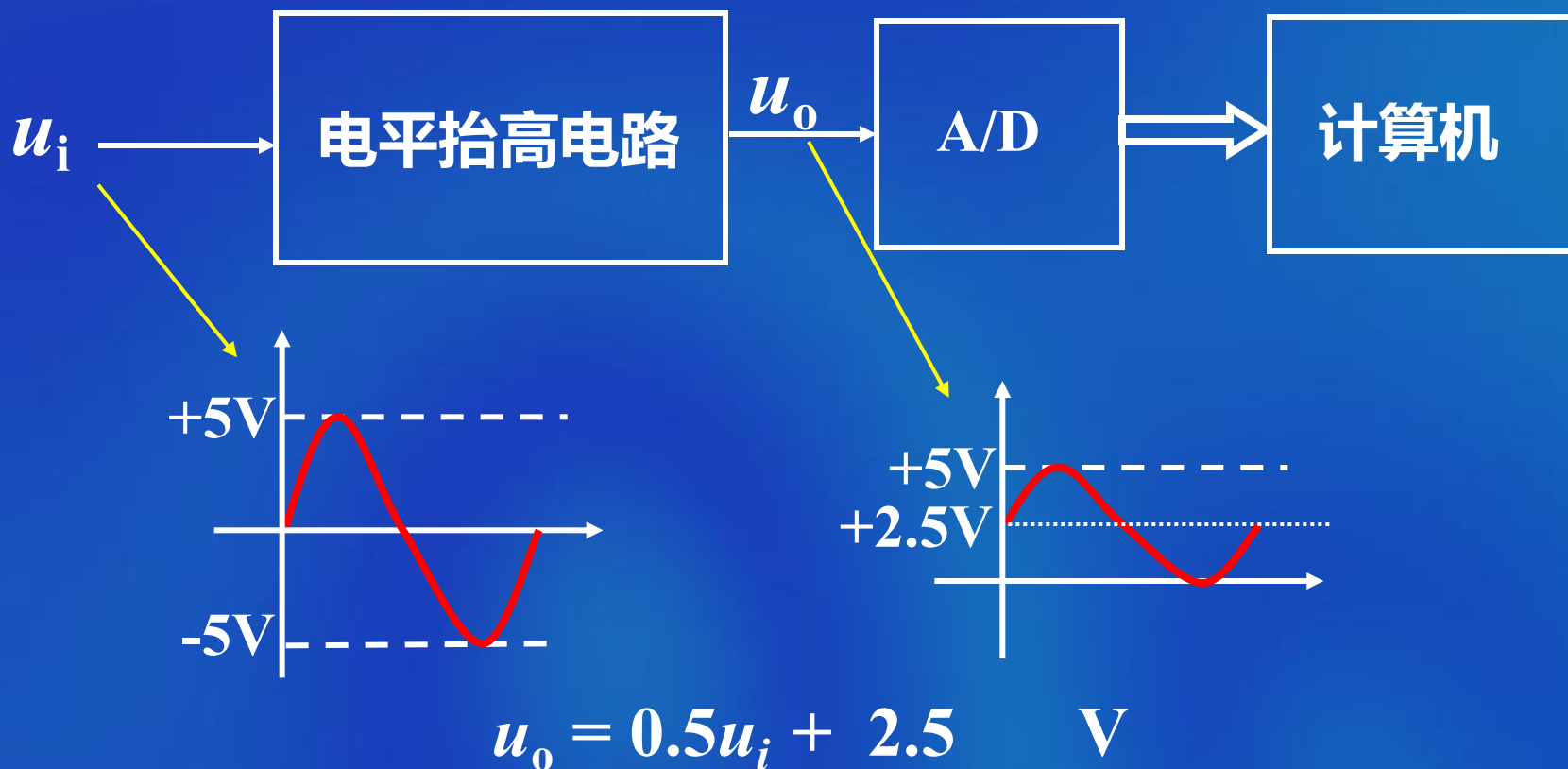
$$= \left(1 + \frac{R_F}{R_1} \right) (K_1 u_{I1} + K_2 u_{I2})$$



同相加法电路特点：

1. 串联负反馈，输入电阻很高；
2. 参数调整不方便，改变一路电阻时，需要同时改变其它支路电阻，故调节不如反相加法电路方便；
3. $u_{b1} \approx u_{b2}$ ，则共模输入电压高，对运放的共模抑制比要求高。

例： A/D变换器要求其输入电压的幅度为 $0 \sim +5\text{V}$ ，现有信号变化范围为 $-5\text{V} \sim +5\text{V}$ 。试设计一电平抬高电路，将其变化范围变为 $0 \sim +5\text{V}$ 。



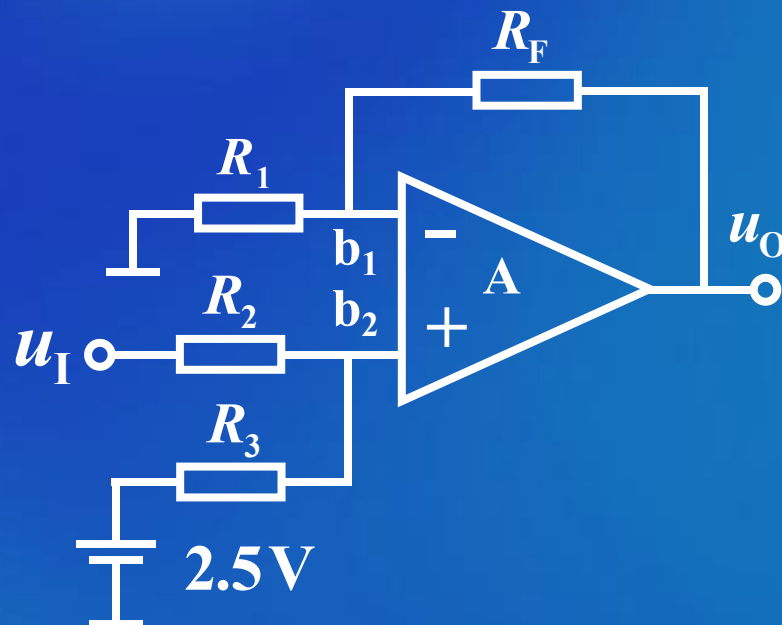
解：

可以设计一同相输入加法电路

$$u_O = u_I + 2.5 \text{ V}$$

取 $R_1 = R_F = R_3 = R_4 = 10\text{k}\Omega$

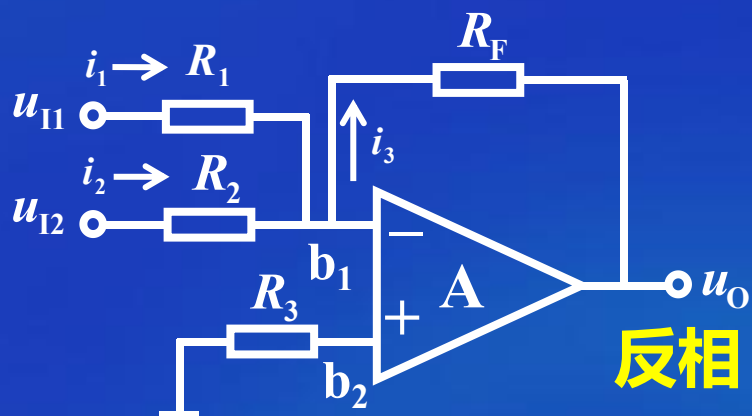
因为



$$\begin{aligned}
 u_O &= \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} u_I + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \times 2.5\text{V} \right) \\
 &= \left(1 + \frac{10}{10}\right) \left(\frac{10}{10 + 10} u_I + \frac{10}{10 + 10} \times 2.5\text{V} \right) = u_I + 2.5 \text{ V}
 \end{aligned}$$

总 结

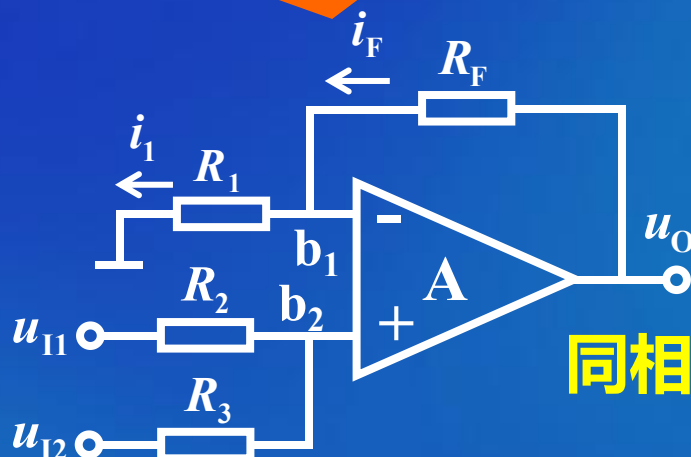
反相输入加法电路



$$u_O = -\left(\frac{R_F}{R_1}u_{I1} + \frac{R_F}{R_2}u_{I2}\right)$$

反相加法电路设计方便

同相输入加法电路



$$u_O = \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right)(K_1 u_{I1} + K_2 u_{I2})$$

$$K_1 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \quad K_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

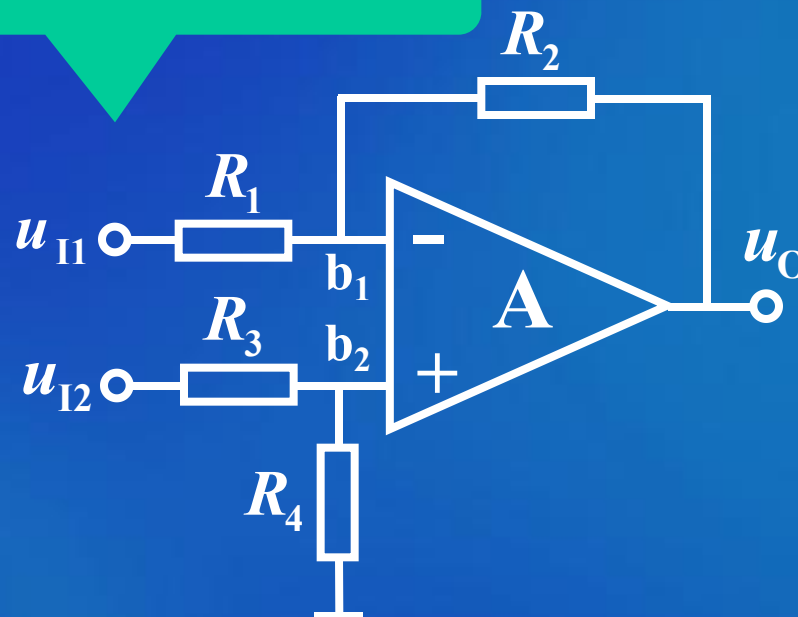
同相加法电路 R_i 更大

7.1.2 减法运算

运放工作于线性状态

根据叠加原理

电压负反馈

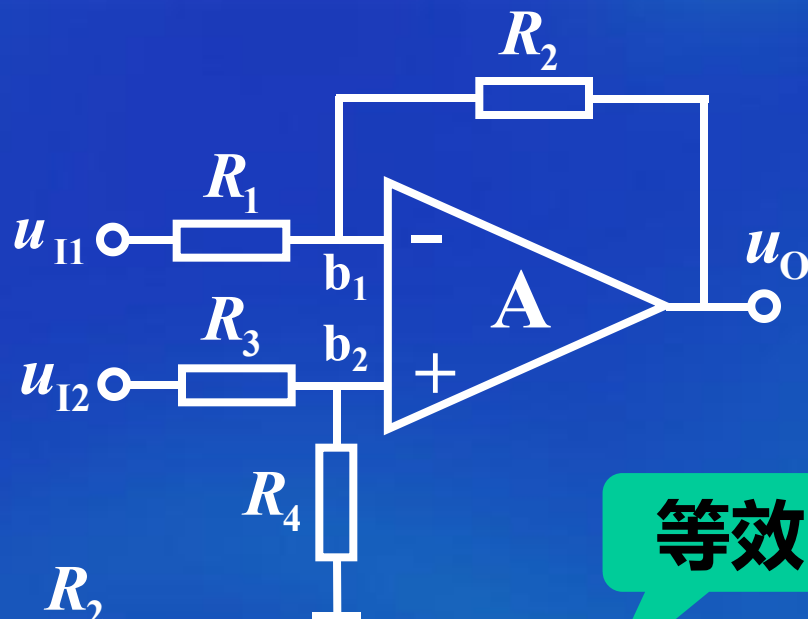


减法运算器

分解

反相比例器

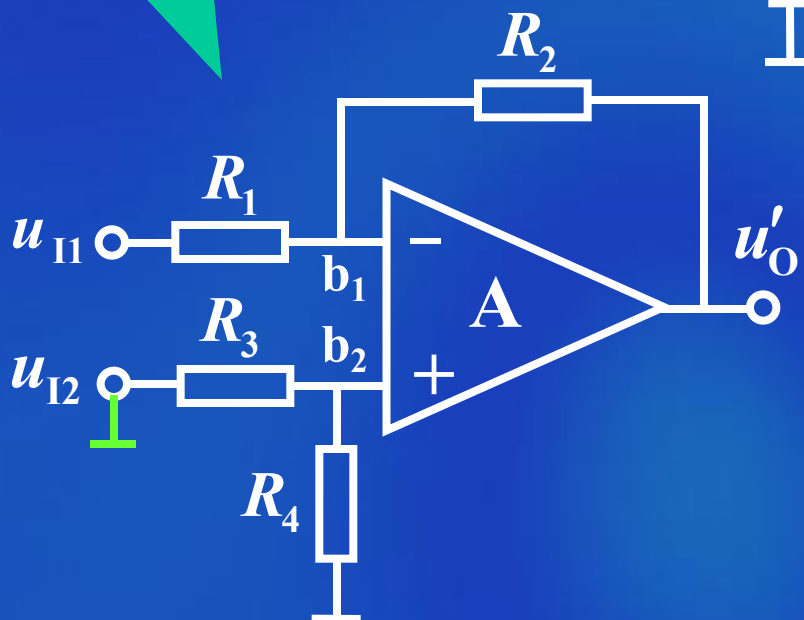
同相比例器



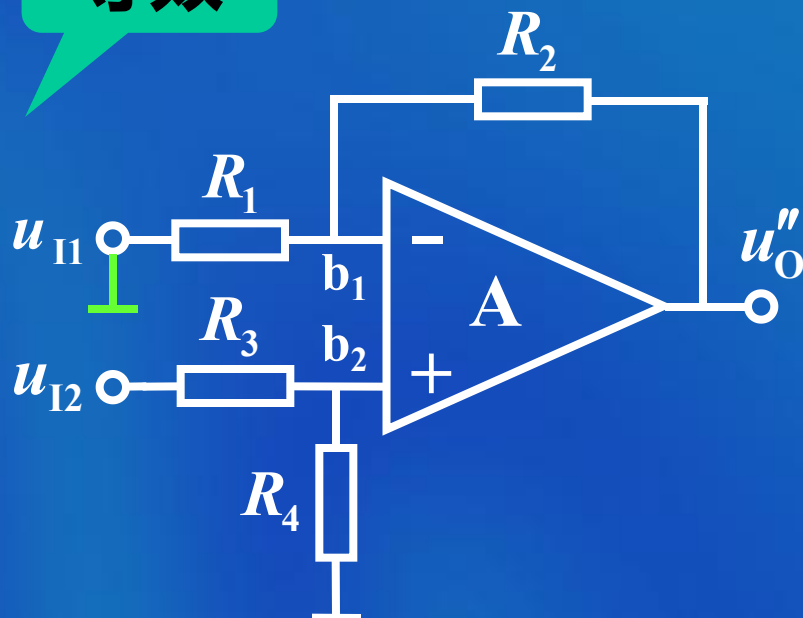
反相比例

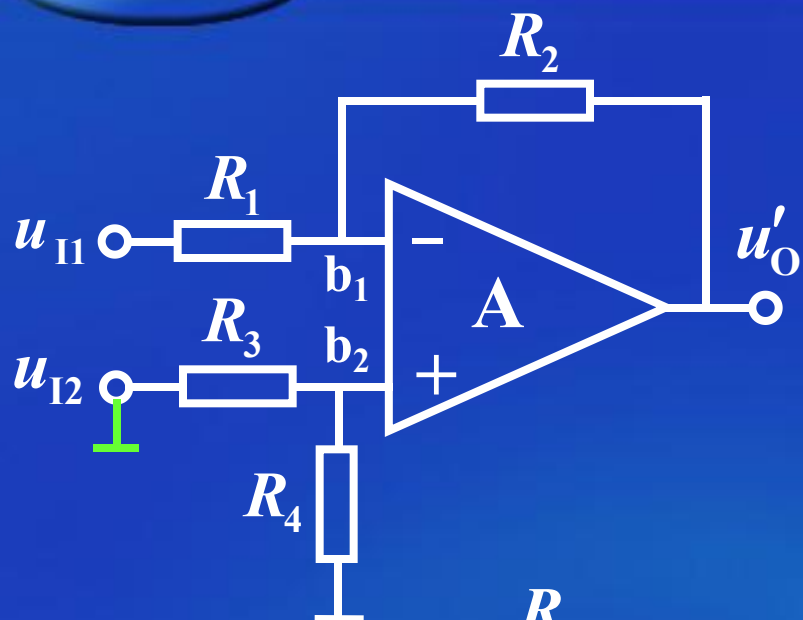
等效

同相比例

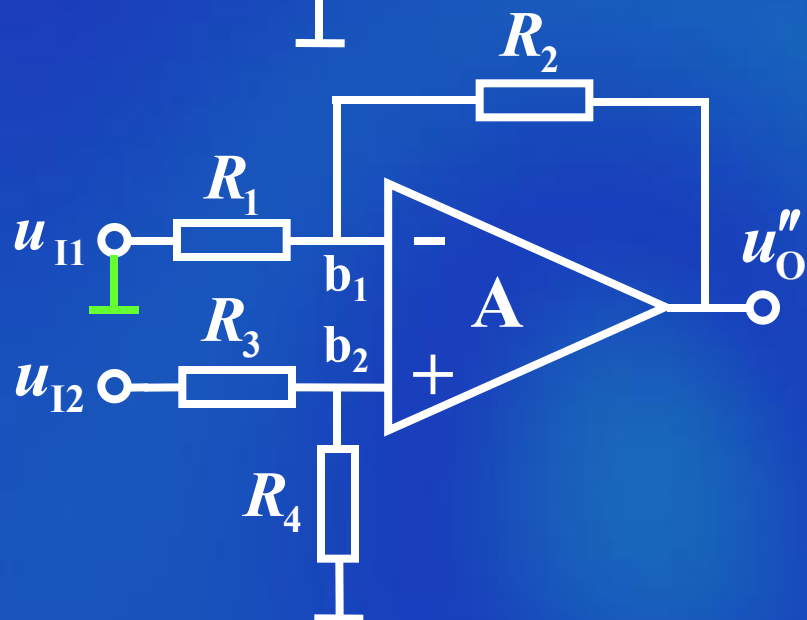


+





$$u'_O = -\frac{R_2}{R_1} u_{I1}$$



$$\begin{aligned} u''_O &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_{b2} \\ &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) u_{I2} \end{aligned}$$

$$u_O = u'_O + u''_O$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} u_{I1} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) u_{I2}$$

如果

$$R_1 = R_3 \quad R_2 = R_4$$

则

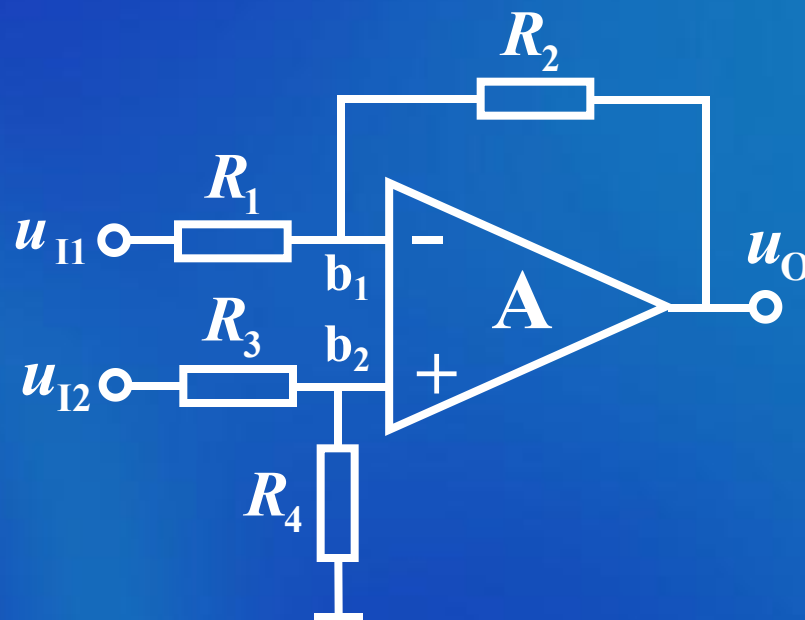
$$u_O = \frac{R_2}{R_1} (u_{I2} - u_{I1})$$

如果

$$R_1 = R_2$$

则

$$u_O = u_{I2} - u_{I1}$$



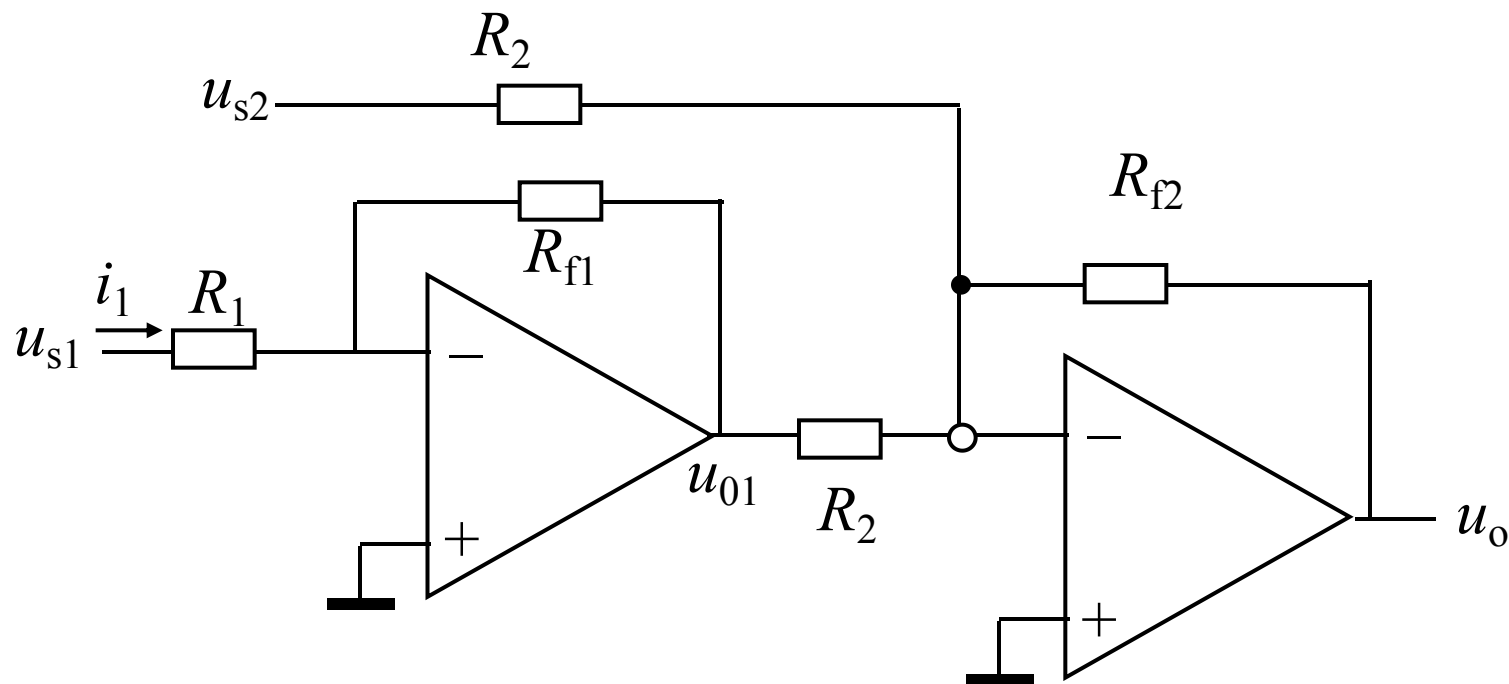
实现多路信号相减运算

同相端信号减反相端信号

思考

可有其它电路实现减法运算

利用反相求和以实现减法运算



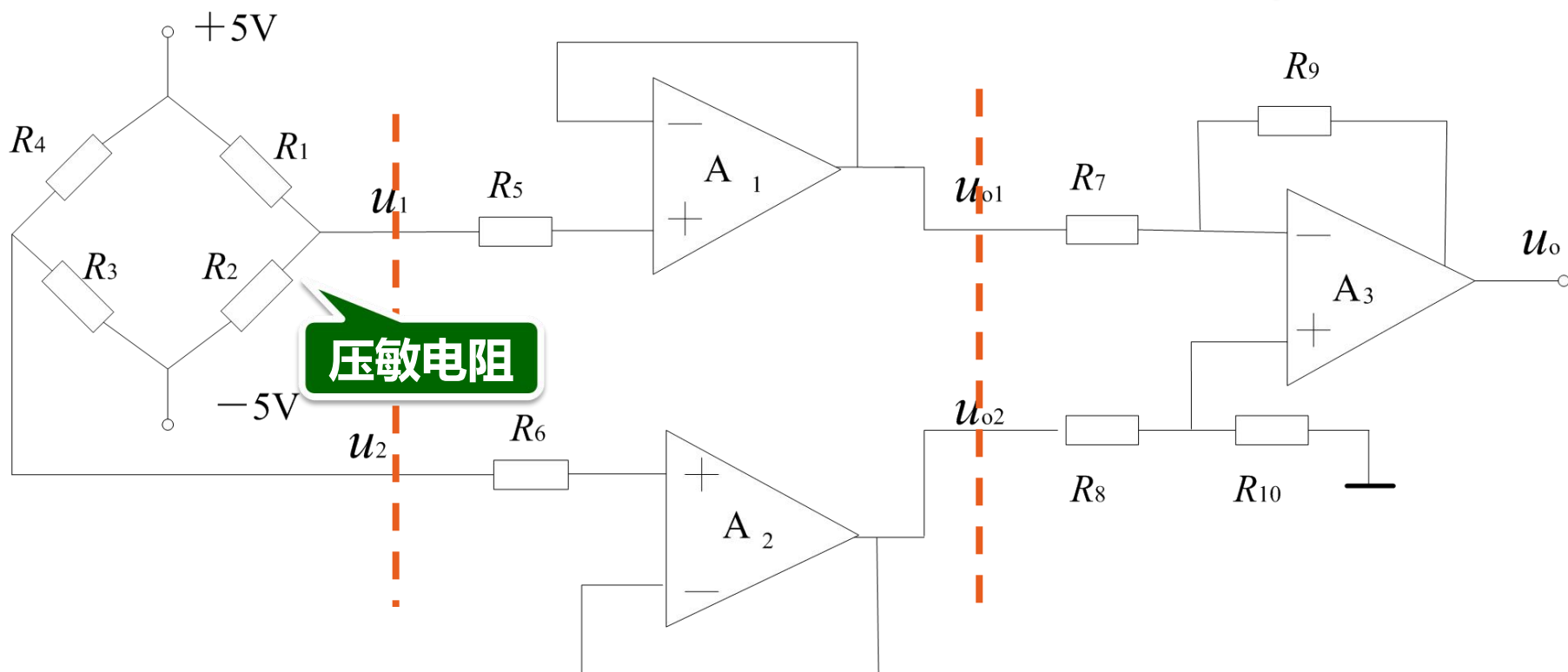
应用举例

1. 电子秤基本电路

测量电桥

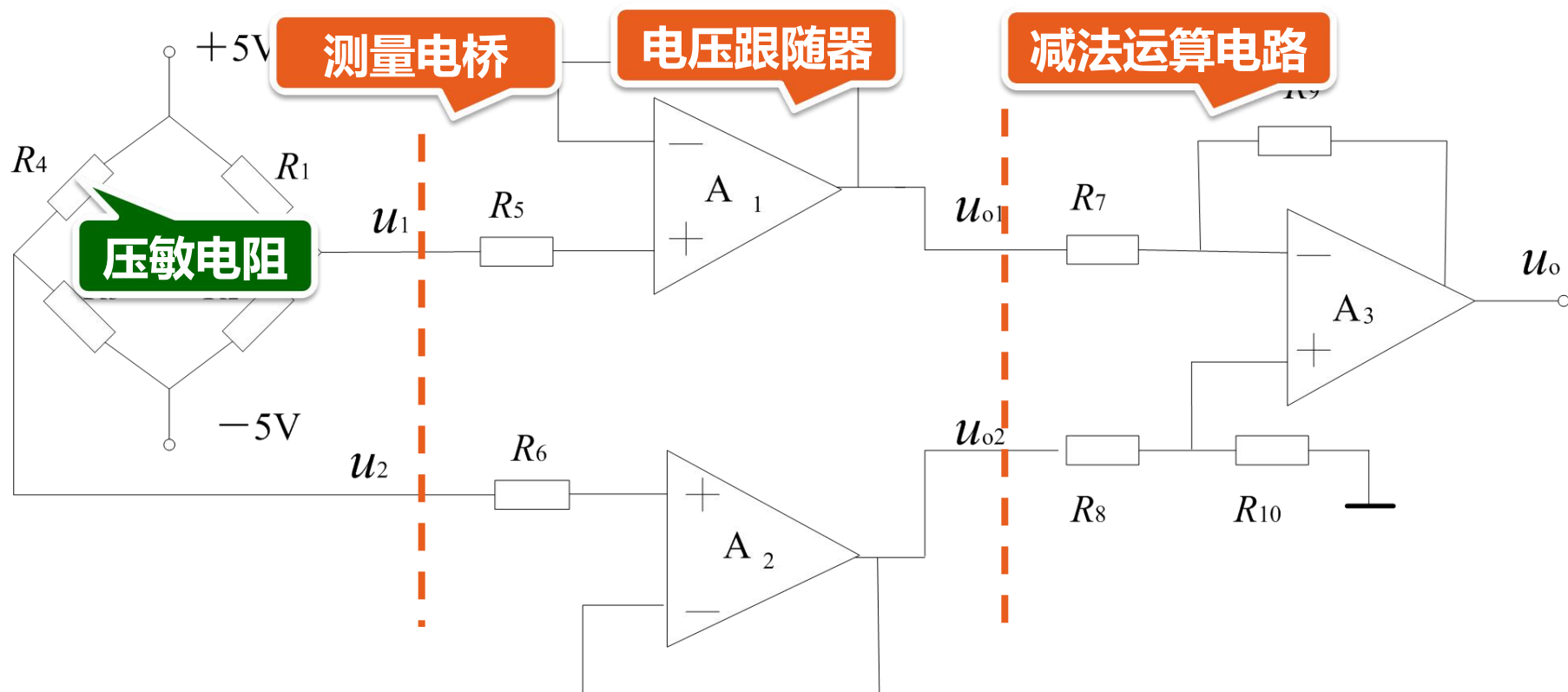
电压跟随器

减法运算电路

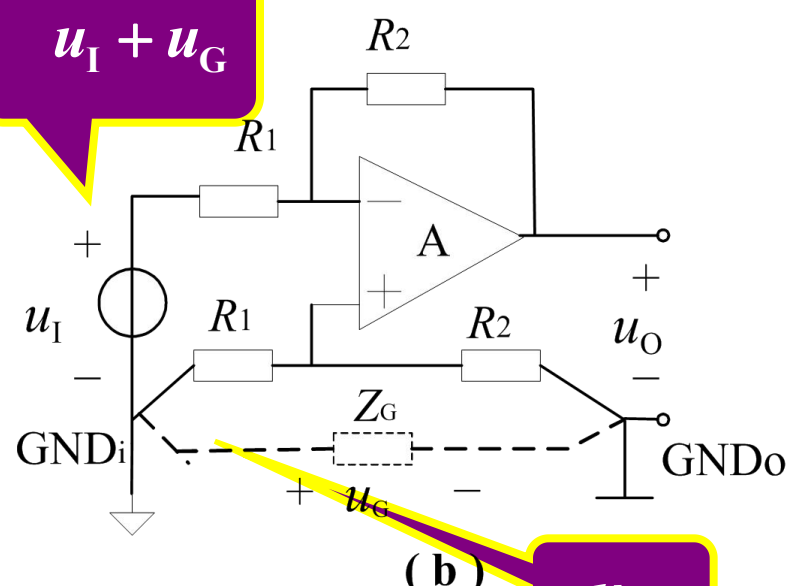
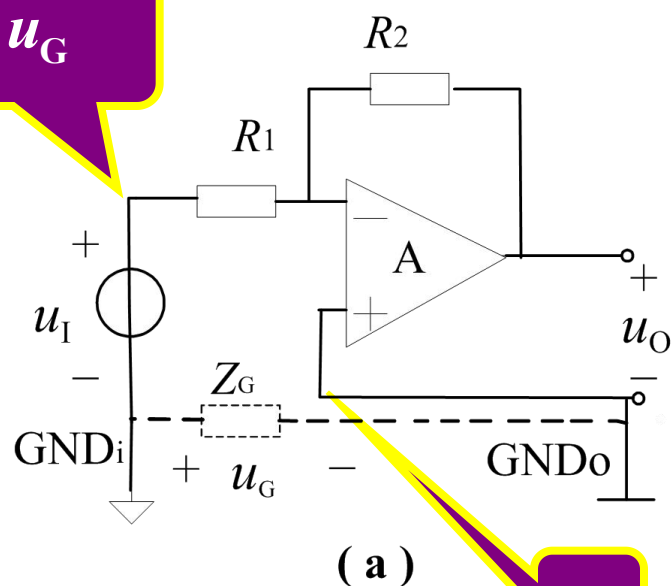


工作原理

测量电桥输出的电压信号和分别送入由运放A1和A2组成的高输入阻抗的电压跟随器，A3构成差动输入放大器，放大电桥输出电压和的差值，而这一信号与**压力**相关。

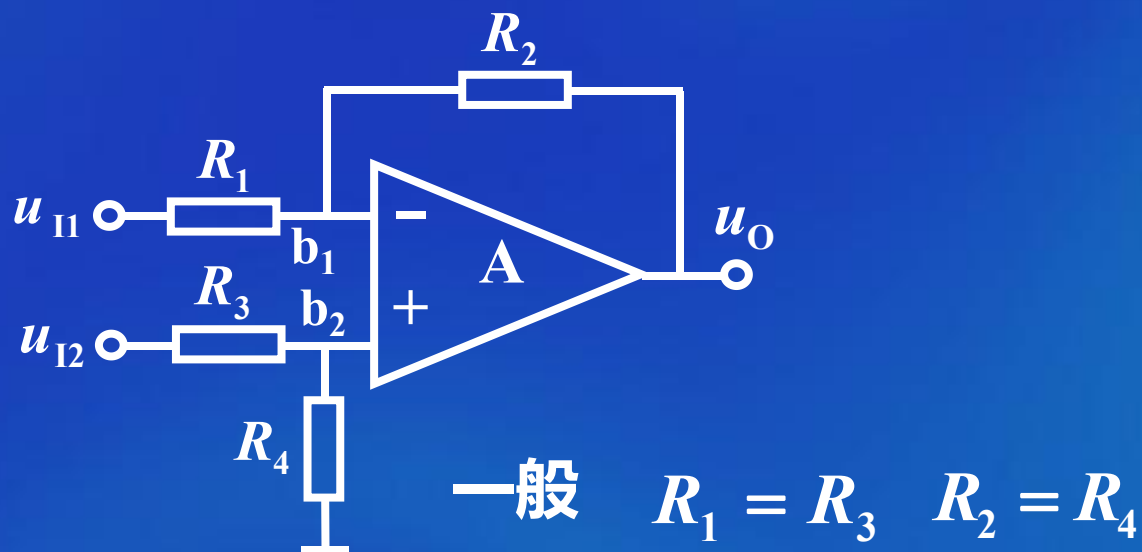


2.在实际应用中，信号源与放大器之间有一定距离，且与其它电路共用接地总线。而这些地线存在分布阻抗（包括电阻、电容和电感），在电流流过时将形成电压降，从而引起总线不同位置的微小电位差异。说明哪种电路更能消除地线引入的干扰？



$$u_O = -\frac{R_2}{R_1} (u_I + u_G)$$

$$u_O = -\frac{R_2}{R_1} (u_I + u_G - u_G) = -\frac{R_2}{R_1} u_I$$



电路使用注意：

1. 要求电阻精密匹配，否则将使电路的共模抑制能力下降；
2. 电路增益调整需要相应电阻同步变化。

7.1.3 积分运算

由图可知

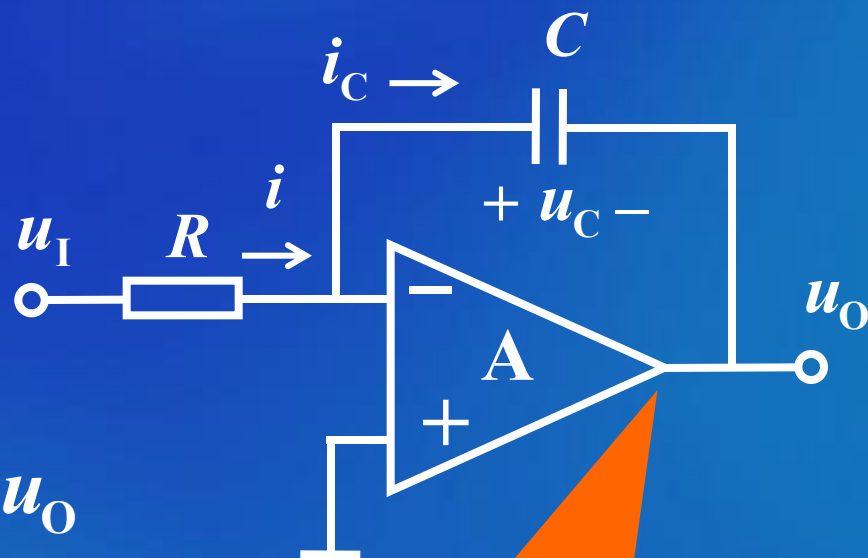
$$i_C \approx i \quad i = \frac{u_I}{R}$$

其中 $i_C = C \frac{du_C}{dt} \quad u_C = -u_O$

故 $u_O = -u_C = -\frac{1}{C} \int i_C dt = -\frac{1}{RC} \int u_I dt$

如果计算一个时间段的电压，则

$$u_O = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} u_I dt + u_O(t_1)$$



电压并联负反馈

初始电压

输入阶跃电压

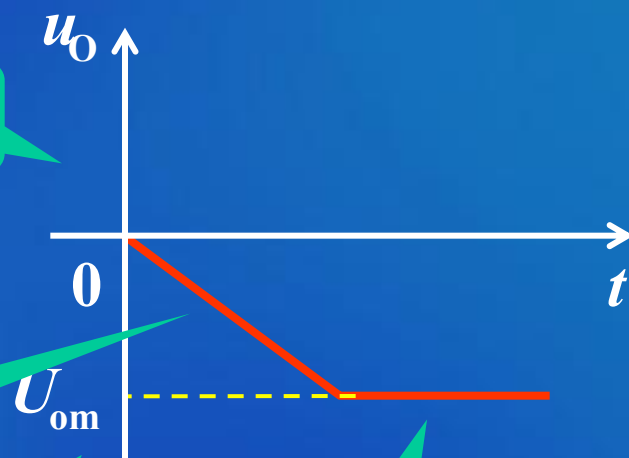


$$u_O = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_I dt$$

$$= -\frac{1}{RC} \int_0^t U dt$$

$$= -\frac{U}{RC} t$$

输出电压

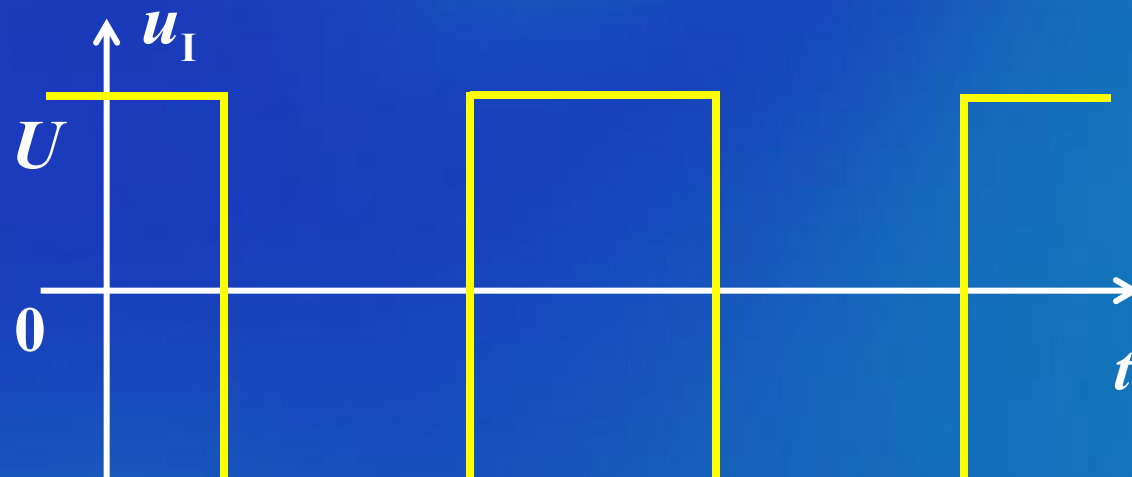


随时间线性下降

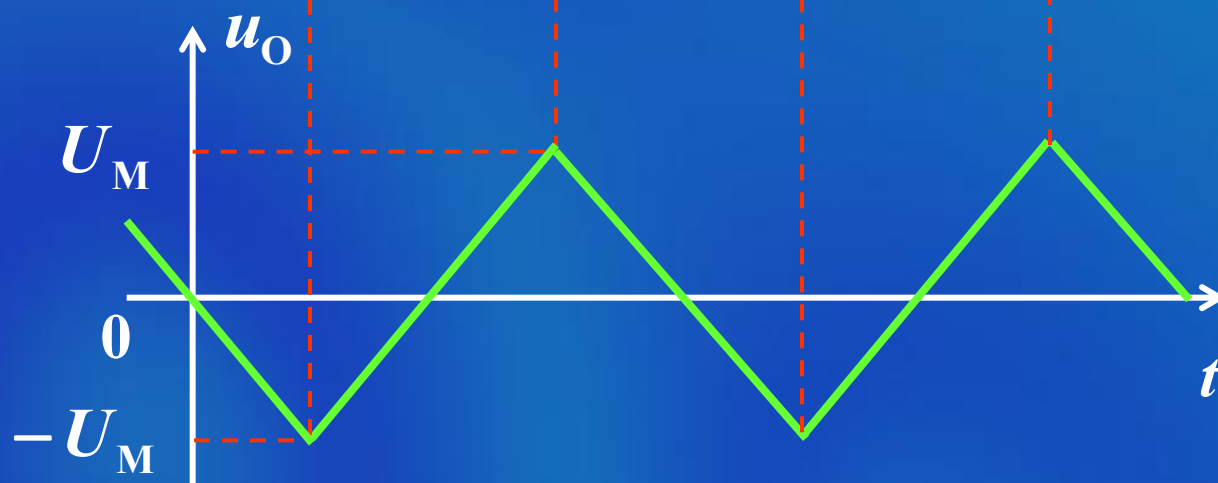
运放的最大输出电压

输出饱和

输入电压



输出电压



$$U_M < U_{om}$$

上页

下页

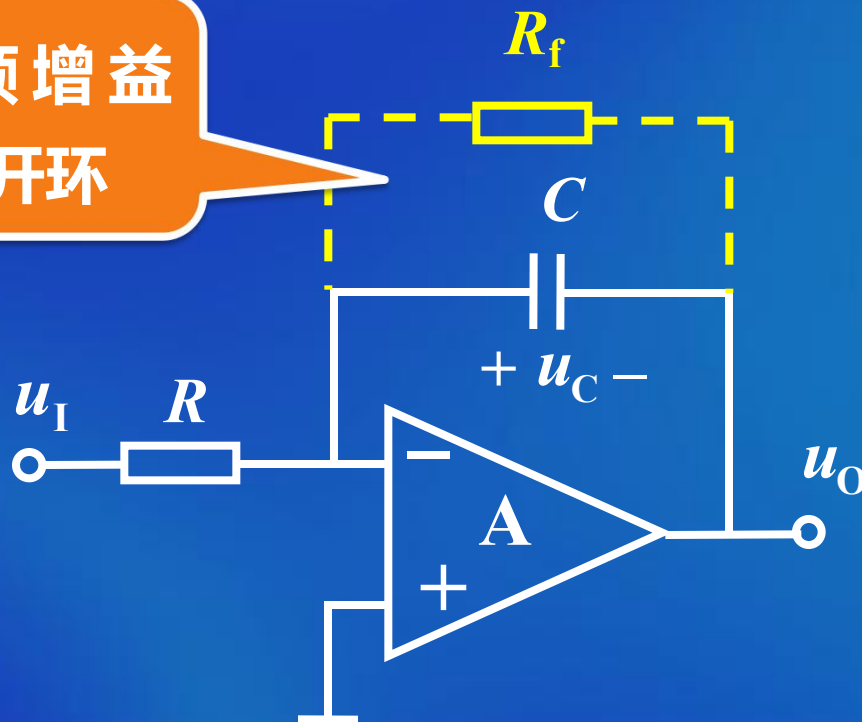
后退

积分电路的主要用途：

1. 在电子开关中用于延迟;
2. 波形变换; 例：将方波变为三角波
3. A/D转换中将电压量变为时间量;
4. 移相. 例：正弦波变为余弦波

减小低频增益
防止运放开环

积分电路的改进：



以防频率非常低时积分电路的增益会非常大，
电路将有可能工作在临界开环状态。

7.1.4 微分运算

由图可知

$$i_F \approx i_C$$

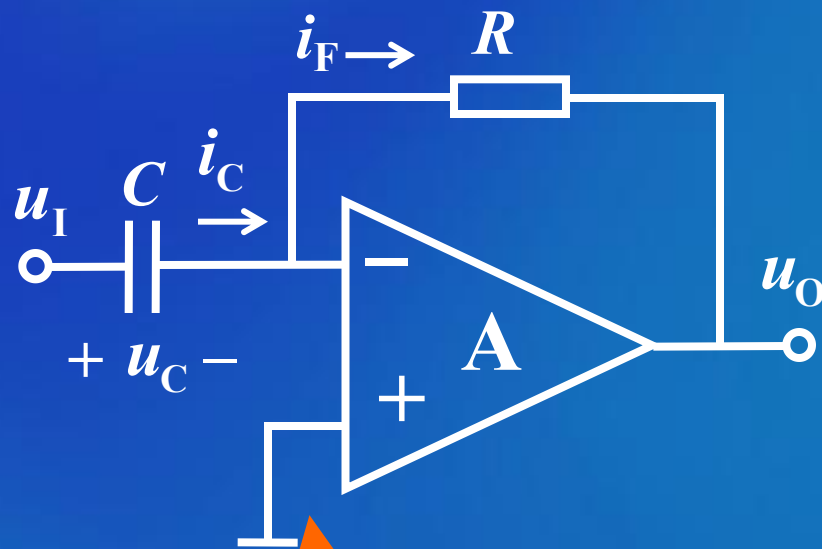
其中

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{du_I}{dt}$$

$$i_F = -\frac{u_O}{R}$$

故

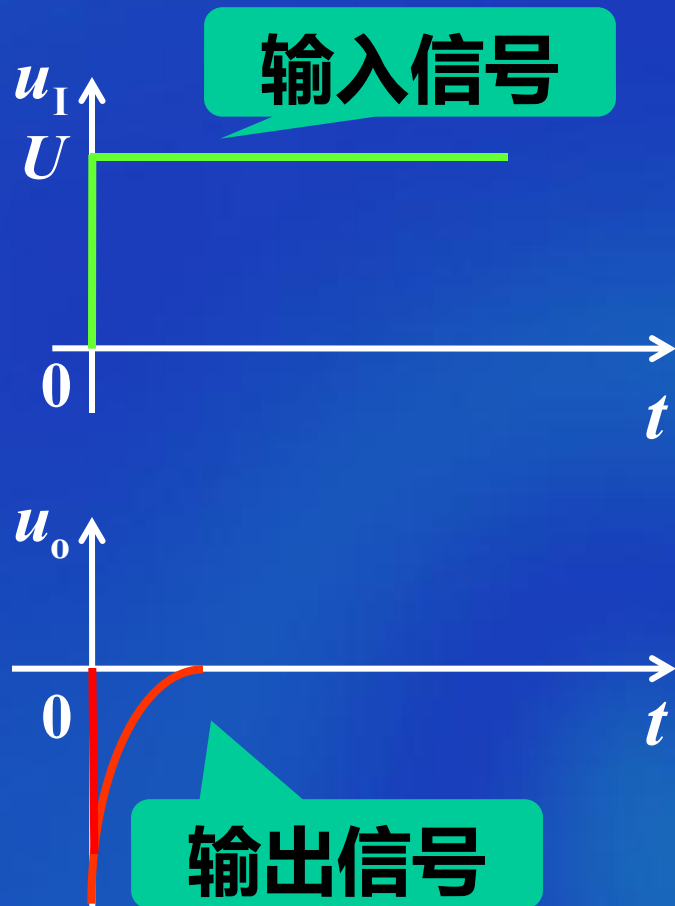
$$u_O = -RC \frac{du_I}{dt}$$



电压并联负反馈

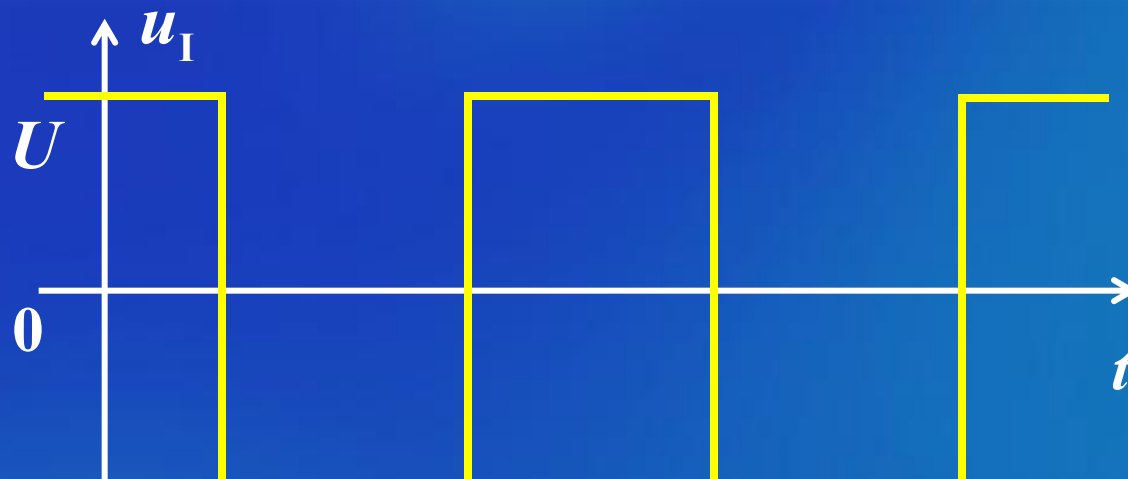
输出电压与输入电压的时间导数成比例关系。

微分电路的阶跃响应

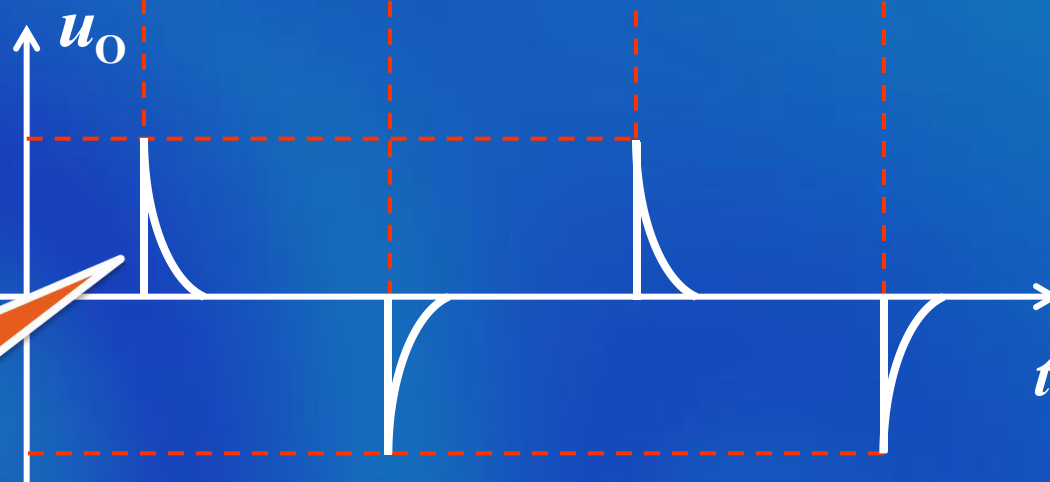


在 $t=0+$ 即输入信号跳变时,由于信号源有内阻,所以输出电压为有限值。电容器 C 被迅速充电,输出电压迅速衰减。电路输出电压与输入电压的时间导数成比例关系。

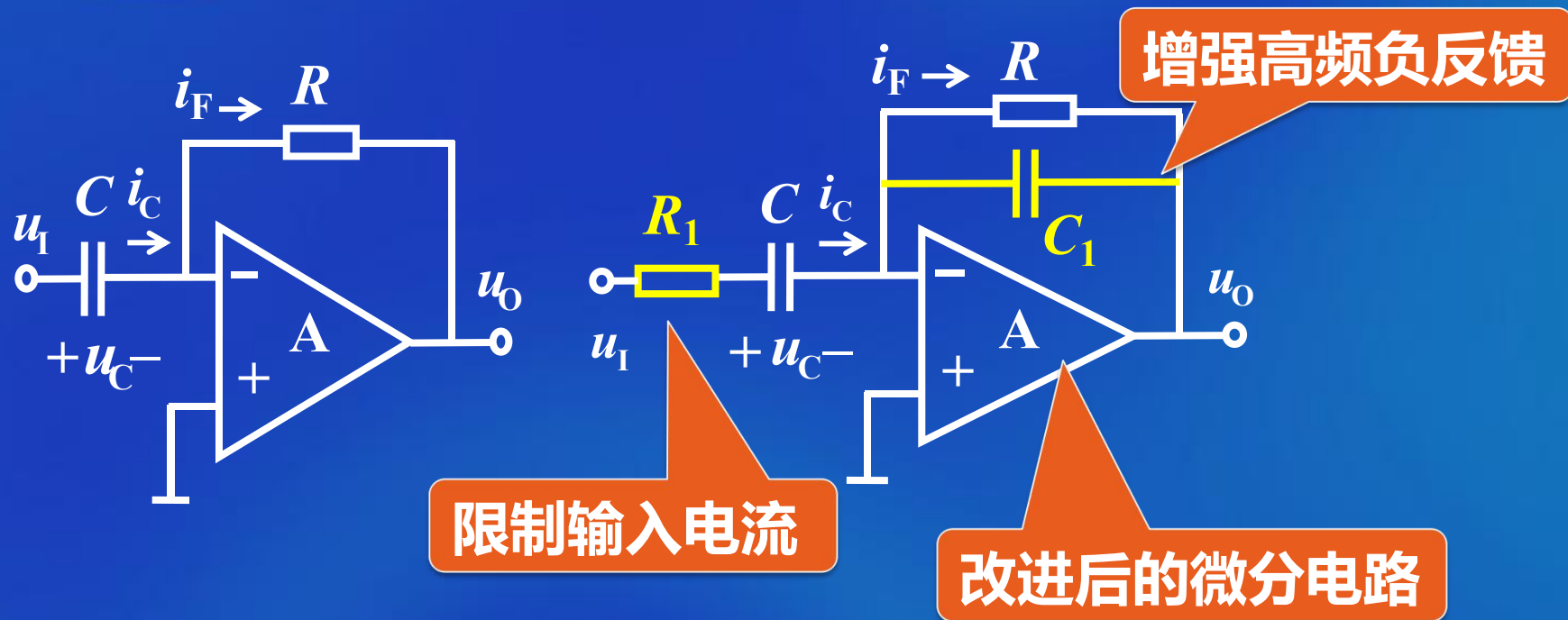
输入电压



输出电压



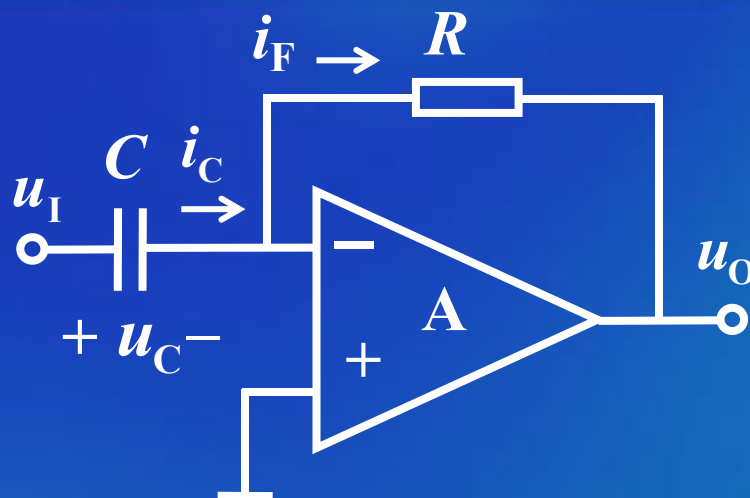
提取方波信号前沿
和后沿信息



当 $u_I = \sin \omega t$ 则 $u_O = -RC\omega \cos \omega t$

输出电压随输入信号频率的增加而线性增加。

因此，电路对高频噪声和干扰十分敏感。

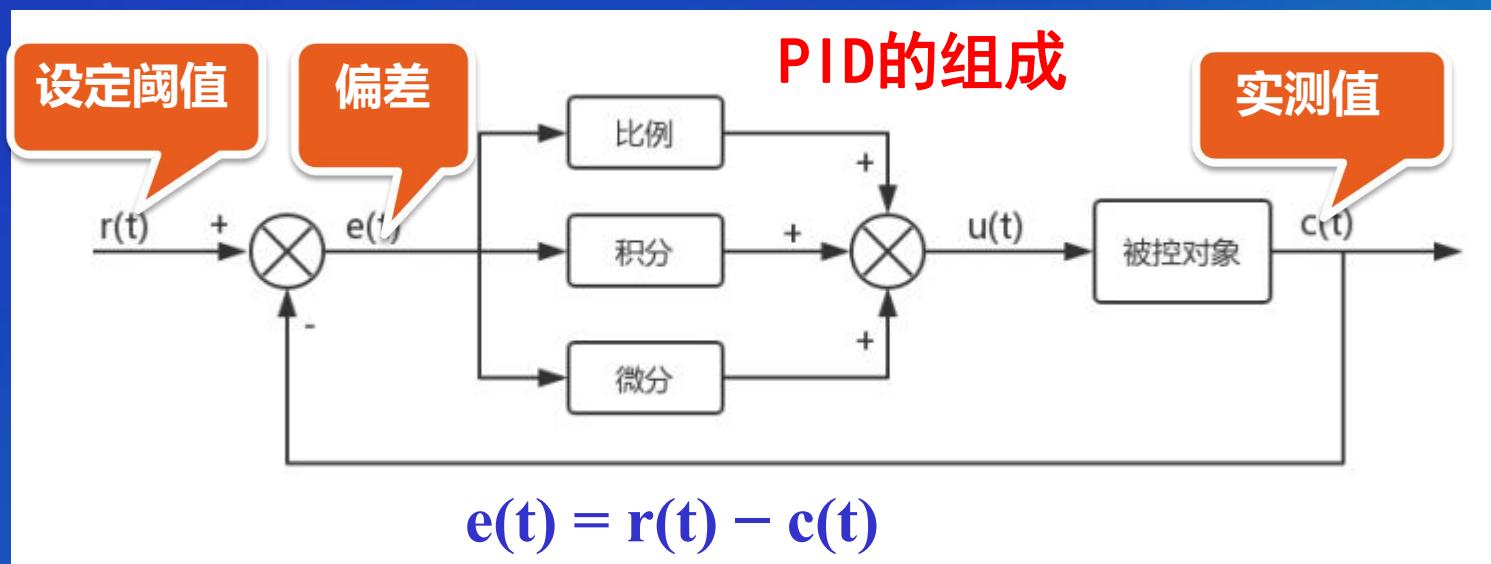


微分电路的主要应用：

微分电路可把矩形波转换为尖脉冲波，主要用于脉冲电路、模拟计算机和测量仪器中，以获取蕴含在脉冲前沿和后沿中的信息，例如提取时基标准信号、单稳态触发电路及脉冲倍频电路等。

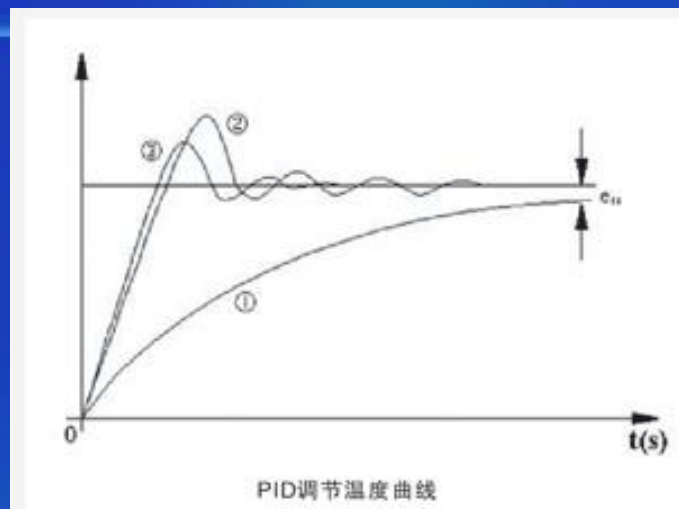
应用：PID调节

在自动控制系统中，常用**比例—积分—微分**（Proportional Integral Differential, PID）调节器对控制信号进行响应。PID控制器问世至今已有近90年历史，它以其结构简单、稳定性好、工作可靠、调整方便而成为工业控制的主要技术之一。

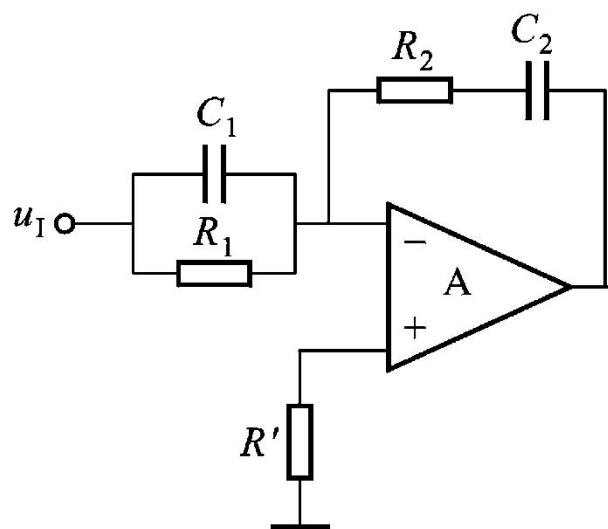


系统将偏差作为输入导入到 PID 控制器，经过**比例**环节实现对误差的**放大**，再经过**积分**环节和**微分**环节实现对误差的**微调**，最终得到输出量的变化 $u(t)$

PID调节温度



调整三个参数，使控制系统的性能达到**稳、准、快**的目标。



PID电路

$$u_O = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}\right)u_I - \frac{1}{R_1 C_2} \int u_I dt - C_1 R_2 \frac{du_I}{dt}$$

$$= -K_1 u_I - K_3 \int u_I dt - K_2 \frac{du_I}{dt}$$

比例

积分

微分