

西安交通大学测试题

课 程 概率论与数理统计

成绩	
----	--

学 院 _____

专业班号 _____ 考 试 日 期 2020 年 4 月 4 日

姓 名 _____ 学 号 _____

一、(12 分) 从 $0, 1, 2, \dots, 9$ 这十个数字中任意选取三个不同的数字, 事件 A 表示三个数字中不含 0 和 5, B 表示三个数字中不含 0 或 5, 试求:

- (1) A 和 B 分别发生的概率;
- (2) A, B 同时发生的概率;
- (3) 在 A 不发生的条件下 B 发生的概率。

二、(8 分) 坛子里面有 4 个白球, 4 个黑球, 每次随机地从中抽出 4 个球, 如果是 2 黑 2 白, 则停止抽取. 否则将这些球放回去, 再继续抽取 4 个, 直到 2 黑 2 白, 试求恰好抽取了 n 次的概率.

三、(10 分) I 型的电池会以 0.7 的概率正常工作, 而 II 型电池会以 0.4 的概率正常工作. 现在从一个装着 8 个 I 型和 6 个 II 型电池的箱子中随机抽取一个电池.

- (1) 电池可以正常工作的概率?
- (2) 假设电池没有正常工作, 那么它是 I 型电池的概率?

四、(10 分) 设三个事件 A, B, C 相互独立, 证明: $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ 也是相互独立.

五、(10 分) 已知随机变量 X 的取值为 $0, 1, 2, \dots$, 且 $P(X = k) = \frac{4}{k} P(X = k-1)$, $k = 1, 2, \dots$, 试求 X 的分布.

六、(10 分) 投掷一枚均匀硬币三次, 令 X 表示正面出现的次数, 试求 X 的分布律及分布函数.

七、(10 分) 设测量某一目标时的误差 $X \sim N(20, 40^2)$ (单位: m), 求在三次测量中至少有一次误差不超过 30m 的概率. (用 Φ 表示)

八、(15 分) 设随机变量 X 的概率密度 $f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 < x < 0 \\ 1-x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，记随机变量

$Y = \begin{cases} 1, & X \geq 0 \\ 0, & X < 0 \end{cases}$ ， $Z = \begin{cases} 1, & X \geq \frac{1}{2} \\ 0, & X < \frac{1}{2} \end{cases}$ ，试求：(1) X 的分布函数；(2) Y 的分布律；

(3) (Y, Z) 的联合分布律.

九、(15 分) 设平面区域 D 由曲线 $y = \frac{1}{x}$ 及直线 $y=0, x=1, x=e^2$ 所围成，二维随机变量 (X, Y) 在 D 上服从均匀分布，试求：(1) (X, Y) 的联合概率密度；

(2) X 和 Y 的边缘概率密度； (3) $P(XY > \frac{1}{3})$.