Toll road problem　　A　P_1　P_2　B　　

兩段路 1, 2 相連但獨立收費，會使所收費的總價超過使利潤最大的壟斷價格。一 假設從A到B的交通需求為 $D(p)$；P為二段路收費 P_1, P_2 之和 $P=P_1+P_2$，假如使用道路的邊際成本為 0，則各段路的利潤為

$\pi_1 = TR_1 = P_1 \cdot D(P_1+P_2)$　　$\pi_2 = TR_2 = P_2 D(P_1+P_2)$

如果各段路獨立定價，則 Nash 均衡為 $\{P_1^*, P_2^*\}$ 使

P_1^* $\text{Max}\ \pi_1(P_1, P_2^*) = P_1 \cdot D(P_1+P_2^*)$　　P_2^* $\text{Max}\ \pi_2(P_1^*, P_2) = P_2 D(P_1^*, P_2)$

一階條件：
$\frac{d\pi_1}{dP_1}(P_1^*, P_2^*) = D(P_1^*+P_2^*) + P_1^* D'(P_1^*+P_2^*) = 0$ ，$\frac{d\pi_2}{dP_2}(P_1^*, P_2^*) = D(P_1^*+P_2^*) + P_2^* D'(P_1^*+P_2^*) = 0$

將二一階條件相加，並令 $P^* \equiv P_1^* + P_2^*$ 得

$D(P^*) + \frac{1}{2} P^* D'(P^*) = 0$　整理並令η為需求價彈性 即 $\eta \equiv \frac{dD}{dp}\frac{P}{D}$

可得 $1 - \frac{1}{2}\eta(p^*) = 0$　或 $\eta(p^*) = 2$

要想知道 p^* 時是否（對整體來路）利潤最大，僅需看在該點時的邊際收入變化即可見的，整條路的總收入為.

$\pi(P) = TR(P) = P \cdot D(P)$　邊際收入

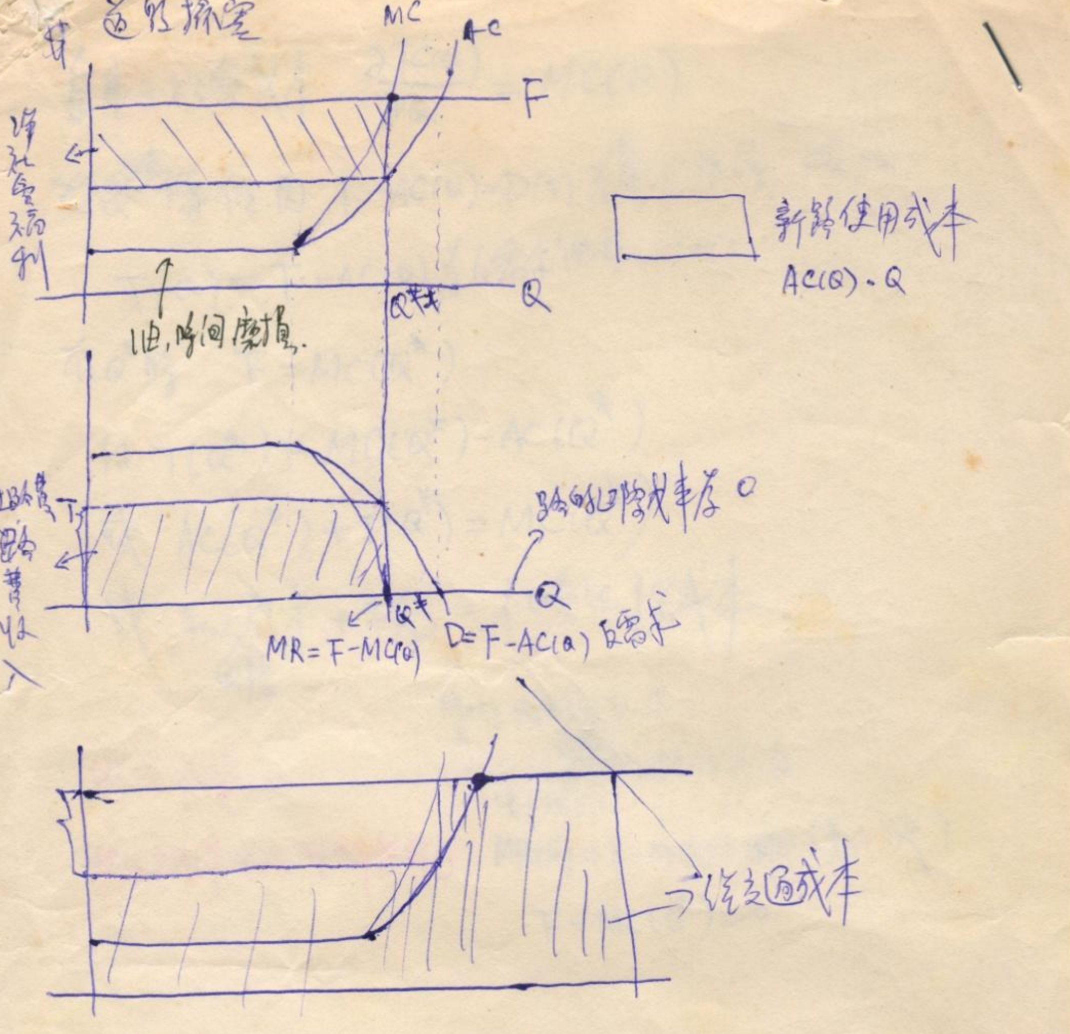
$MR(p^*) = D(p^*) + p^* \cdot D'(p^*) = \frac{1}{D(p^*)}(1 - \eta(p^*)) < 0$　因 $\eta(p^*) = 2$

故得知如果從 p^* 降價，邊際收入會~~增加~~是正的，也就是總收入會增加

當然，我們知道若二路段合併或協調收費，利潤最大價 P^0 會使 $\eta(p^0) = 1$，即壟斷~~均衡~~均衡矣，而且從上得知 $p^* > P^0$。

換言之，若二段公路公司合併，利潤會上升，價格（過路費）會下降，消費者也一定會得益（證明同問題從略）.

道路擁塞



$$MR(Q) = \frac{\partial}{\partial Q}\left[(F - AC(Q))\cdot Q\right] = \frac{\partial}{\partial Q}\left[FQ - AC(Q)\cdot Q\right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial Q}\left[FQ - TC(Q)\right] = F - MC(Q) \quad (一)$$

$$\therefore MR(Q^*) = 0 \Leftrightarrow F = MC(Q^*)$$

總福利效益 $\overset{F\cdot Q}{F(Q)} - TC(Q) = W$ Max. 則得

私人 $F = MC(Q^{**})$ $\therefore Q^* = Q^{**}$

每車行車成本 $= AC(Q) + T$ 總車成本 $= (AC(Q) + T)\cdot Q$

每車之社會成本 $\frac{\partial TC(Q)}{\partial Q} = MC(Q)$

~~在Q~~時 假因 $F - AC(Q) = D(Q)$ 為反需求曲線. 故細

$T(Q) = F - AC(Q)$ 為反需求曲線.(二)

在Q^*時 $F = MC(Q^*)$

故 $T(Q^*) = MC(Q^*) - AC(Q^*)$

或 $AC(Q^*) + T(Q^*) = MC(Q^*)$

或 私人邊際成本 + 稅 = 社會邊際成本.

$\max_Q TR(Q) = T \cdot Q$

$= [F - AC(Q)] \cdot Q$ (見(二)式)

$MR(Q) = F - MC(Q)$ (見(一)式)

$F - MC(Q^*) = 0$

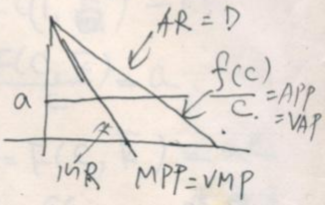
电子收費.

單双號收費·不如增加燃料稅.

$\frac{f(c)}{c}-a=0$ ← price of 入場費.

①無主: $\frac{f(c)}{c}=a$ ∴ $\frac{f(c)}{c}$ 為对~~入場~~牛之需求曲線.

② 自耕 $\max\limits_{c} f(c)-ac$ $\quad f'(c)=a$



③ 社會最適同上.

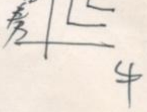
④ 城組地主 $\frac{d}{dc}\left[\left(\frac{f(c)}{c}-a\right)\cdot c\right]=0$ $\quad$ i.e. $f'(c)=a$

why $\begin{cases} \text{Max } R=r\cdot c \\ \text{s.t. } \frac{f(c)}{c}-a=r \end{cases}$ $\quad$ i.e. $\left(\frac{f(c)}{c}-a\right)\cdot c=R$

若 $r=0$ 則租金 $=0$

对入場之需求

（牛與入場費之需求為1對1之代替性需求



~~問題~~ 問題歸納

①外部效應

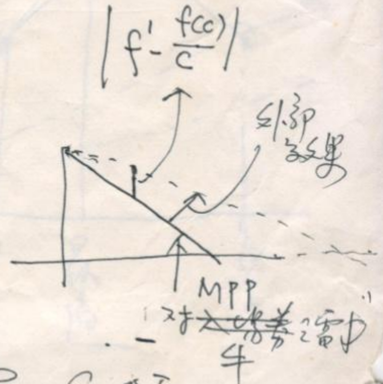
假如一新牛進入, 則入收入之減少為 (平均) (邊際)

$$\Delta I=\frac{d}{dc}\left(\frac{f(c)}{c}-a\right)=\frac{cf'(c)-f(c)}{c^2}$$

則人總收入之減少為 (邊際)

$$C\cdot\Delta I=f'-\frac{f(c)}{c}$$

而新人之收入為 $\frac{f(c)}{c}-a$



$$\therefore \underbrace{\frac{f(c)}{c}-a}_{\text{新人收入}}=\underbrace{f'(c)-a}_{\text{淨生產}}-\underbrace{C\Delta I}_{\text{外部影響}}=MPP-\underbrace{C\Delta I}_{\text{cost}}$$

一、分成制：争租. $F(c,\bar{k})$

地主之租金为 F_k

故 Rent $R = F_k \cdot \bar{k} = F - F_c \cdot c$

$$\underbrace{\frac{F}{c}}_{\text{每人收入 或平均}} = \frac{F - F_c \cdot c}{c} + F_c = \underbrace{\frac{R}{c}}_{\text{土地 "租权" 比例}} + \underbrace{F_c}_{\text{劳动边际价值}}$$

總成本 $= ac$

when $F(1, \frac{\bar{k}}{c}) = M$

但 $\frac{F(c,\bar{k})}{c} = a$

$\therefore M = F(c,\bar{k}) = ac$

$\therefore AC = \frac{ac}{ac} = 1$ at 無主.

均平利. $\text{Max} \frac{f(c)}{c}$

$$\frac{d}{dc}\left(\frac{f(c)}{c}\right) = \frac{cf'(c) - f(c)}{c^2} = 0$$

or $cf'(c) - f(c) = 0$

即 $f'(c) = \frac{f(c)}{c}$