习题四（Gauss-Seidel 迭代）的解

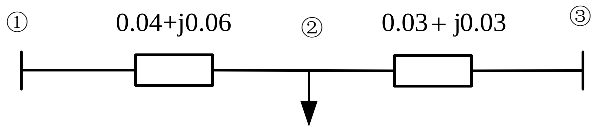
这道题是请“有兴趣的同学做一下”，有同学做时发现了题目的问题。

我自己做了一下，发现十分麻烦，需要十分耐心。还没做的同学看一下下边的解就可以了，不必再做！

习题四：有兴趣的同学做一下习题集的 4-13（图 4-20）。

原题为：

节点 1 为平衡节点，$\dot{U}_1 = 1.0\angle 0$，节点 2 为 $P_2 + \mathrm{j}Q_2 = -5.96 + \mathrm{j}1.46$，节点 3 的电压幅值 U_3 为 1.02。试用 Gauss-Seidel 法，求第一次迭代后节点 2 的电压。提示：$\dot{U}_2^{(0)} = 1.0\angle 0$，$\dot{U}_3^{(0)} = 1.02\angle 0$。



原题节点 3 的数据不够，补一个：$P_2 = 10.0$ 是负荷。原题未指明图中线路参数是阻抗，现在认为是阻抗。

解

节点导纳矩阵的非零元为

$$y_{11} = \frac{1}{0.04+\mathrm{j}0.06} = \frac{4-\mathrm{j}6}{\sqrt{16+36}}\times 100 = \frac{4-\mathrm{j}6}{2\sqrt{13}}\times 100 = 55.4700 - \mathrm{j}83.2050$$

$$y_{12} = \frac{-1}{0.04+\mathrm{j}0.06} = -55.4700 + \mathrm{j}83.2050$$

$$y_{23} = \frac{-1}{0.03+\mathrm{j}0.03} = \frac{-1}{0.03+\mathrm{j}0.03} = \frac{100}{3}\times\frac{-1+\mathrm{j}}{\sqrt{2}} = -23.5702 + \mathrm{j}23.5702$$

$$y_{22} = -(y_{12} + y_{23}) = 55.4700 - \mathrm{j}83.2050 + 23.5702 - \mathrm{j}23.5702 = 79.0402 - \mathrm{j}106.7752$$

$$y_{33} = \frac{1}{0.03+\mathrm{j}0.03} = 23.5702 - \mathrm{j}23.5702$$

考虑极坐标算法时，有节点 2、3 的有功方程和节点 2 的无功方程，共三个方程，涉及反三角函数，按计算器太麻烦！故这里采用直角坐标。由潮流方程

$$\begin{cases} P_i = \sum\limits_{j\in i} G_{ij}(e_i e_j + f_i f_j) + B_{ij}(e_j f_i - e_i f_j) \\ Q_i = \sum\limits_{j\in i} G_{ij}(e_j f_i - e_i f_j) - B_{ij}(e_i e_j + f_i f_j) \qquad i = 1,2,3 \end{cases}$$

节点 1 的方程为

$$\begin{cases} P_1 = G_{11}(e_1 e_1 + f_1 f_1) + B_{11}(e_1 f_1 - e_1 f_1) + G_{12}(e_1 e_2 + f_1 f_2) + B_{12}(e_2 f_1 - e_1 f_2) \\ Q_1 = G_{11}(e_1 f_1 - e_1 f_1) - B_{11}(e_1 e_1 + f_1 f_1) + G_{12}(e_2 f_1 - e_1 f_2) - B_{12}(e_1 e_2 + f_1 f_2) \end{cases}$$

由于节点 1 是平衡节点，上式中的 $e_1=1,\ f_1=0$， 上式成为

$$\begin{cases} P_1 = G_{11} + G_{12}e_2 - B_{12}f_2 \\ Q_1 = -B_{11} - G_{12}f_2 - B_{12}e_2 \end{cases}$$

节点 1 的发电机出力方程是显式方程，不参加迭代计算。

节点 2 的方程

$$\begin{cases} -P_2 = G_{21}(e_2e_1 + f_2f_1) + B_{21}(e_1f_2 - e_2f_1) + G_{22}(e_2e_2 + f_2f_2) + G_{23}(e_2e_3 + f_2f_3) + B_{23}(e_3f_2 - e_2f_3) \\ -Q_2 = G_{21}(e_1f_2 - e_2f_1) - B_{21}(e_2e_1 + f_2f_1) - B_{22}(e_2e_2 + f_2f_2) + G_{23}(e_3f_2 - e_2f_3) - B_{23}(e_2e_3 + f_2f_3) \end{cases}$$

注意节点 1 是平衡节点 $e_1=1,\ f_1=0$， 节点 2 的方程为

$$\begin{cases} -P_2 = G_{21}e_2 + B_{21}f_2 + G_{22}(e_2e_2 + f_2f_2) + G_{23}(e_2e_3 + f_2f_3) + B_{23}(e_3f_2 - e_2f_3) \\ -Q_2 = G_{21}f_2 - B_{21}e_2 - B_{22}(e_2e_2 + f_2f_2) + G_{23}(e_3f_2 - e_2f_3) - B_{23}(e_2e_3 + f_2f_3) \end{cases}$$

节点 3 的方程

$$\begin{cases} -P_3 = G_{32}(e_3e_2 + f_3f_2) + B_{32}(e_2f_3 - e_3f_2) + G_{33}(e_3e_3 + f_3f_3) \\ Q_3 = G_{32}(e_2f_3 - e_3f_2) - B_{32}(e_3e_2 + f_3f_2) - B_{33}(e_3e_3 + f_3f_3) \\ U_3^2 = e_3^2 + f_3^2 \end{cases}$$

节点 3 是 PV 节点，无功方程是显式，不参加迭代，补充电压幅值方程。这样，迭代方程为

$$\begin{cases} -P_2 = G_{21}e_2 + B_{21}f_2 + G_{22}(e_2e_2 + f_2f_2) + G_{23}(e_2e_3 + f_2f_3) + B_{23}(e_3f_2 - e_2f_3) \\ -Q_2 = G_{21}f_2 - B_{21}e_2 - B_{22}(e_2e_2 + f_2f_2) + G_{23}(e_3f_2 - e_2f_3) - B_{23}(e_2e_3 + f_2f_3) \\ -P_3 = G_{32}(e_3e_2 + f_3f_2) + B_{32}(e_2f_3 - e_3f_2) + G_{33}(e_3e_3 + f_3f_3) \\ U_3^2 = e_3^2 + f_3^2 \end{cases}$$

由上式构造迭代格式，为

$$\begin{cases} f_2^{(k+1)} = \dfrac{-1}{B_{21}}\Big[G_{21}e_2^{(k)} + G_{22}(e_2^{(k)}e_2^{(k)} + f_2^{(k)}f_2^{(k)}) + G_{23}(e_2^{(k)}e_3^{(k)} + f_2^{(k)}f_3^{(k)}) + B_{23}(e_3^{(k)}f_2^{(k)} - e_2^{(k)}f_3^{(k)})\Big] - \dfrac{P_2}{B_{21}} \\ e_2^{(k+1)} = \dfrac{1}{B_{21}}\Big[G_{21}f_2^{(k+1)} - B_{22}(e_2^{(k)}e_2^{(k)} + f_2^{(k+1)}f_2^{(k+1)}) + G_{23}(e_3^{(k)}f_2^{(k+1)} - e_2f_3^{(k)}) - B_{23}(e_2^{(k)}e_3^{(k)} + f_2^{(k+1)}f_3^{(k)})\Big] + \dfrac{Q_2}{B_{21}} \\ f_3^{(k+1)} = \dfrac{1}{-B_{32}e_2^{(k+1)}}\Big[G_{32}(e_3^{(k)}e_2^{(k+1)} + f_3^{(k)}f_2^{(k+1)}) - B_{32}e_3^{(k)}f_2^{(k+1)} + G_{33}(e_3^{(k)}e_3^{(k)} + f_3^{(k)}f_3^{(k)}) + P_3\Big] \\ e_2^{(k+1)} = \sqrt{U_3^2 - f_3^{(k+1)} \times f_3^{(k+1)}} \end{cases}$$

$k = 0,1,2,\cdots$

此题编得太复杂！迭代格式产生后就是按计算器算数，意思不大了。

原题只要求给出第一次迭代节点 2 的电压，即

$$\begin{cases} f_2^{(k+1)} = \dfrac{-1}{B_{21}}\Big[G_{21}e_2^{(k)} + G_{22}(e_2^{(k)}e_2^{(k)} + f_2^{(k)}f_2^{(k)}) + G_{23}(e_2^{(k)}e_3^{(k)} + f_2^{(k)}f_3^{(k)}) + B_{23}(e_3^{(k)}f_2^{(k)} - e_2^{(k)}f_3^{(k)})\Big] - \dfrac{P_2}{B_{21}} \\ e_2^{(k+1)} = \dfrac{1}{B_{21}}\Big[G_{21}f_2^{(k+1)} - B_{22}(e_2^{(k)}e_2^{(k)} + f_2^{(k+1)}f_2^{(k+1)}) + G_{23}(e_3^{(k)}f_2^{(k+1)} - e_2f_3^{(k)}) - B_{23}(e_2^{(k)}e_3^{(k)} + f_2^{(k+1)}f_3^{(k)})\Big] + \dfrac{Q_2}{B_{21}} \end{cases}$$

$k = 0$

注意 $f_2^{(0)} = 0,\ f_3^{(0)} = 0$ 上式成为

$$\begin{cases} f_2^{(k+1)} = \dfrac{-1}{B_{21}}\Big[G_{21}e_2^{(k)} + G_{22}(e_2^{(k)}e_2^{(k)}) + G_{23}(e_2^{(k)}e_3^{(k)})\Big] - \dfrac{P_2}{B_{21}} \\ e_2^{(k+1)} = \dfrac{1}{B_{21}}\Big[G_{21}f_2^{(k+1)} - B_{22}(e_2^{(k)}e_2^{(k)} + f_2^{(k+1)}f_2^{(k+1)}) + G_{23}(e_3^{(k)}f_2^{(k+1)}) - B_{23}(e_2^{(k)}e_3^{(k)})\Big] + \dfrac{Q_2}{B_{21}} \end{cases}$$

$k = 0$

再注意 $e_2^{(0)}=1, e_3^{(0)}=1.02$，把数带进上式，计算出数字。由上式可见，倒是不需要节点 3 的有功功率。但是，只是这一步不需要。