西安交通大学考试题

课 程 复变函数与积分变换（A）

学 院 ________________

专业班号 ________________ 考 试 日 期 2019 年 1 月 11 日

姓 名 ________________ 学 号________________ 期末 √

成绩	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九
得分									

一、填空（每题 3 分，共 18 分）

1. $\left(\dfrac{1+e^{i\theta}}{1+e^{-i\theta}}\right)^n$ （n 为正整数）的指数形式为________________.

2. 曲线 $x^2+y^2=4$ 在映射 $w=\dfrac{1}{z}$ 下的像曲线方程为________________.

3. 设曲线 C 为 $|z|=1$ 的正向，则 $\oint_C \mathrm{Im}(z)dz=$________________.

4. $(-3)^{\sqrt{5}}=$________________.

5. $\int_{|z|=2}\dfrac{\cos z\ dz}{(z-\pi)^2}=$________________.

6.. $\mathrm{Re}\,s[\sin\dfrac{z}{1+z},-1]=$________________

二、单项选择（每题 3 分，共 18 分）

1. $e^{-t^2}\delta(\mathrm{t})$ 的傅氏变换为【 】

A. $e^{-i\omega}$; B. 1; C. $e^{i\omega}$; D. $2\pi\delta(\omega)$.

2. $\mathrm{Re}\,s\left[\dfrac{1}{z^5}\cos z,0\right]$ 为【 】

A. 0; B. -1; C. $\dfrac{1}{24}$; D. 1.

3. 设 $\alpha_n=\dfrac{n}{(2i)^n}$，则 $\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n$ 【 】

A. 收敛但非绝对收敛; B. 发散;

C. 绝对收敛; D. 以上结论均不正确.

4. $f(t)=\int_0^t \tau e^{-3\tau}\sin 2\tau d\tau$，则 $f(t)$ 的拉氏变换为【 】

A. $\dfrac{4(s+3)}{s\left[(s+3)^2+4\right]^2}$; B. $-\dfrac{4(s+3)}{s\left[(s+3)^2+4\right]^2}$;

C. $\dfrac{4s}{s\left[(s+3)^2+4\right]}$; D. $-\dfrac{4}{s\left[(s+3)^2+4\right]}$.

5. $f(z)=\dfrac{1}{\sin(z+1)}$ 在 $z_0=0$ 处的泰勒级数的收敛半径为【 】

A. 不能确定; B. $\dfrac{\pi}{2}$; C. π; D. 1

6. 设 $f(z)$ 在 $|z|<R(R>1)$ 内解析，且 $f(0)=f'(0)=1$，则沿封闭曲线正向的积分 $\oint_{|z|=1}\left(2+z+\dfrac{1}{z}\right)f(z)\dfrac{dz}{z}=$【 】

A. 4； B. 3； C. $8\pi i$； D. $6\pi i$

三、(12 分) 问 $v(x,y)=2xy+3x$ 是否可作为解析函数的虚部？为什么？若能，做一个解析函数，使得 $f(i)=0$.

四、(12 分) 将函数 $f(z)=\dfrac{2(z+1)}{z^2+2z-3}$ 在以 $z=0$ 为中心，由它的奇点相互隔开的不同圆环域内展成洛朗级数.

五、(8 分) 利用留数求积分 $\int_0^{+\infty} \frac{x\sin\beta x}{(x^2+\alpha^2)^2}dx.\qquad (\alpha>0,\beta>0)$.

六、(8 分) 计算积分 $\oint\limits_C \frac{z^{10}}{\left(z^4+2\right)^2\left(z-2\right)^3}dz$，其中 $C:|z|=4$，方向为正方向.

七、(8 分)求 $f(t)=\frac{1-\cos t}{t}$ 的拉普拉斯变换，并由此求积分 $\int_0^{+\infty}\frac{1-\cos t}{t}e^{-t}dt$

八、(16 分) 在拉普拉斯变换下求解下列问题:

1. （8 分）$t^m * t^n$ （其中 m,n 为正整数）.

2. （8 分）$\begin{cases} y''(t) - y(t) = 4\sin t, \\ y(0) = -1, y'(0) = -2 \end{cases}$ （$t > 0$）