西安交通大學
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

自 动 控 制 理 论
Automatic Control Theory

工业自动化系

上节课要点复习

□ 频率特性的基本概念

- ✓ 幅频特性、相频特性
- ✓ 正弦输入信号，稳态输出幅值与输入信号幅值之比，输出信号与输入信号相位位移

□ 两种频率特性图

- ✓ 对数频率特性：对数坐标图（伯德图、Bode图）
- ✓ 幅相频率特性：极坐标图（奈奎斯特图，奈氏图，Nyquist图）

□ 典型环节的频率特性

- ✓ 比例、积分、惯性、振荡环节
- ✓ 微分（纯微分、比例微分、二阶微分），与积分、惯性、振荡倒数关系
- ✓ 延迟、不稳定环节（非最小相位环节）

系统开环对数频率特性的绘制

- 系统开环传递函数作典型环节分解后，可先作出各典型环节的对数频率特性曲线，然后采用叠加方法即可绘制系统开环对数频率特性曲线。
- 画大致形状的方法(折线法，渐近线法)：

低频， 高频， 转折频率点

5.3 系统开环频率特性的绘制

折线法(渐近线法)绘制

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{K^{'}\prod_{j=1}^{m}(T_j s+1)}{\prod_{i=1}^{n}(T_i s+1)}$$

对数坐标图绘制要点：

传递函数形式：时间常数形式

画大致形状的方法：环节分解
- 低频（斜率和高度）
- 高频（斜率）
- 转折 （各环节转折频率）

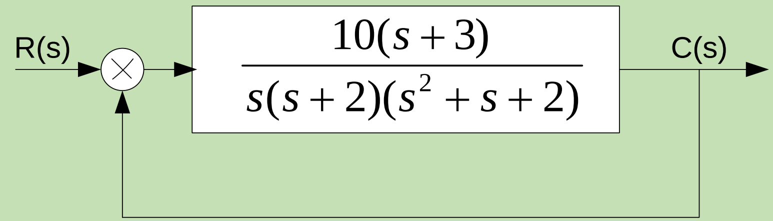
画图要明确：

1）低频段折线的斜率为-20N*dB/dec* ；N为串联的积分环节数

2）转折频率点 ；经过转折频率点的渐进线斜率变化；

3）某一特定频率（ω =1）对应的高度。

例5. 1：试绘制系统开环对数坐标图。



解：

系统开环频率特性为：

$$G(j\omega)=\frac{10(3+j\omega)}{(j\omega)(2+j\omega)[2+j\omega+(j\omega)^2]}=\frac{7.5\left(1+j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega)\left(1+\frac{j\omega}{2}\right)\left[1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

系统由5个典型环节组成：

① 比例环节： $G_1(j\omega)=7.5$

② 积分环节： $G_2(j\omega)=\frac{1}{j\omega}$

③ 比例微分环节： $G_3(j\omega)=1+j\frac{\omega}{3}$

④ 惯性环节： $G_4(j\omega)=\frac{1}{1+\frac{j\omega}{2}}$

⑤ 振荡环节：

$$G_5(j\omega)=\frac{1}{1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}}$$

5.3 系统开环频率特性的绘制

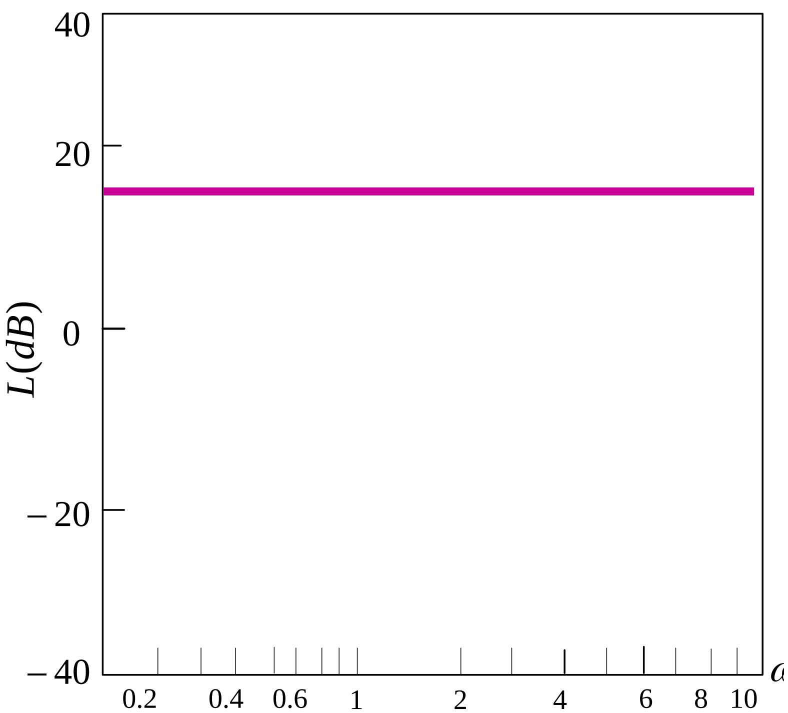
例5. 1： 试绘制系统开环对数坐标图。

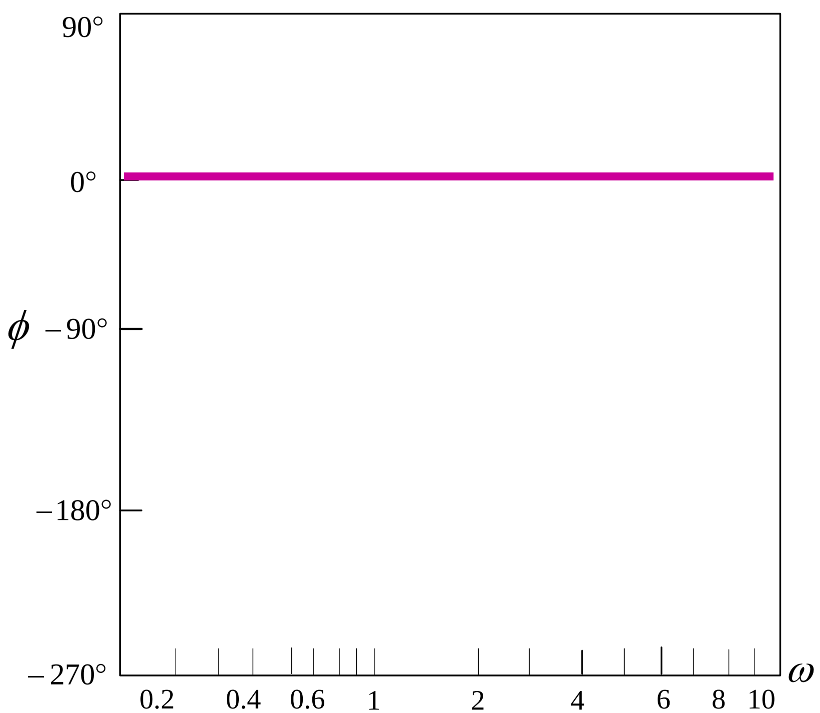
$$G(j\omega)=\frac{\boxed{7.5}\left(1+j\dfrac{\omega}{3}\right)}{(j\omega)\left(1+\dfrac{j\omega}{2}\right)\left[1+\dfrac{j\omega}{2}+\dfrac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

① 比例环节： $G_1(j\omega)=7.5$ $G(s)=K$

$$L_1(j\omega)=20\lg 7.5=17.5 \quad \text{dB}$$

对数幅频特性为17.5 dB的水平线。 相频特性为0°的水平线。





5.3 系统开环频率特性的绘制

例5.1： 试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega)=\frac{7.5\left(1+j\dfrac{\omega}{3}\right)}{(j\omega)\left(1+\dfrac{j\omega}{2}\right)\left[1+\dfrac{j\omega}{2}+\dfrac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

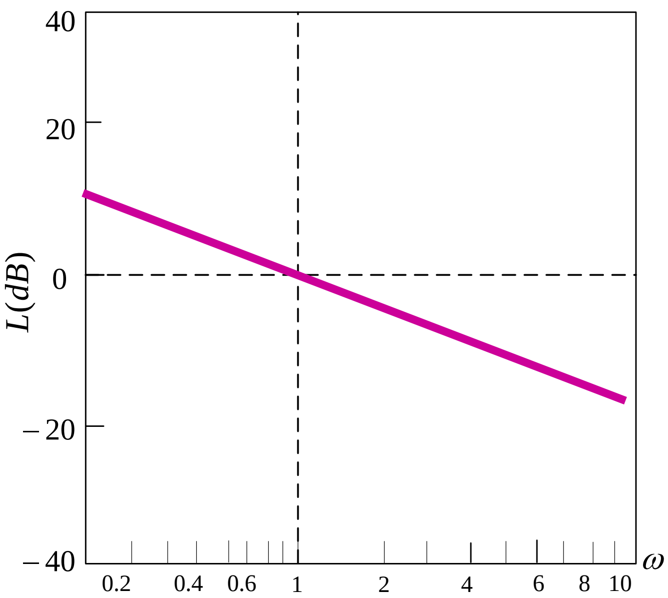
② 积分环节：

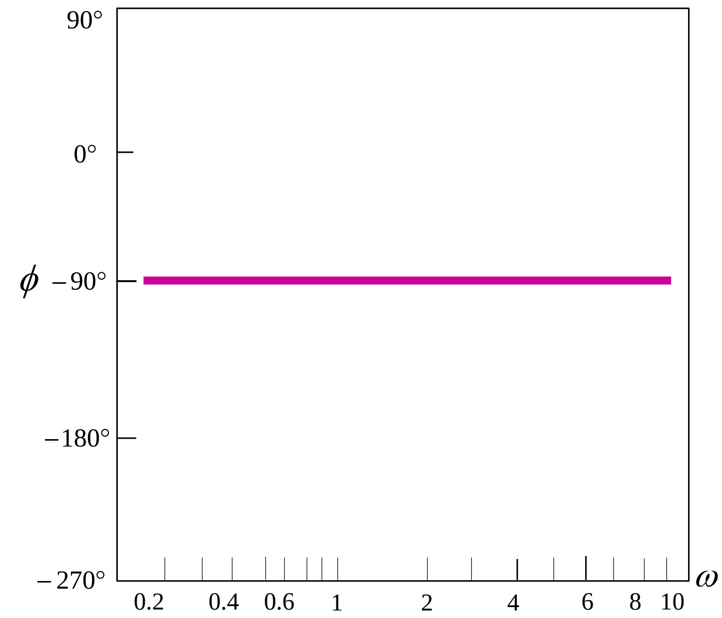
$$G_2(j\omega)=\frac{1}{j\omega}$$

$$G(s)=1/s$$

对数幅频特性是一条与0 dB交于 $\omega=1$，斜率为-20 dB/dec的直线。

相频特性为-90°的水平线。





5.3 系统开环频率特性的绘制

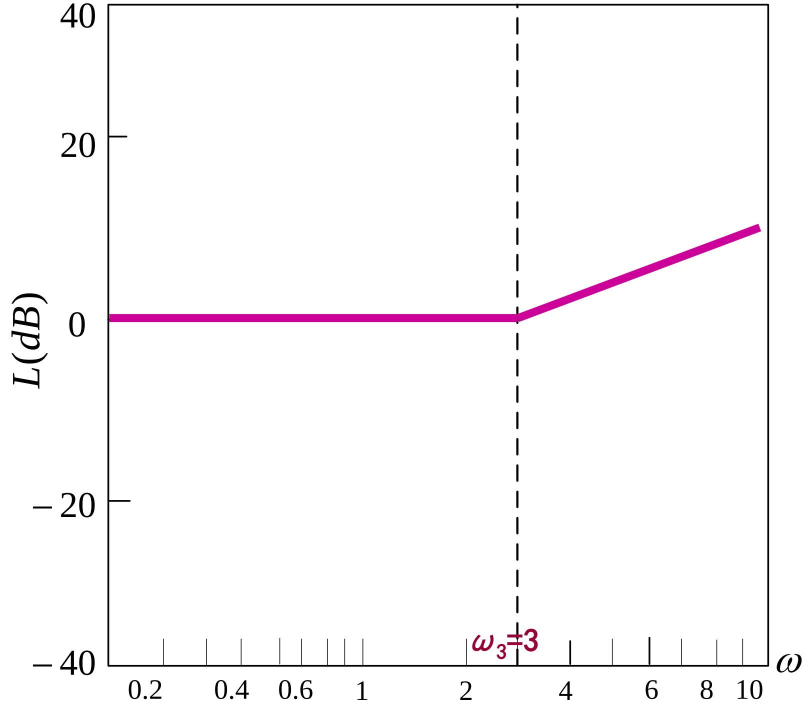
例5.1： 试绘制系统开环对数坐标图。

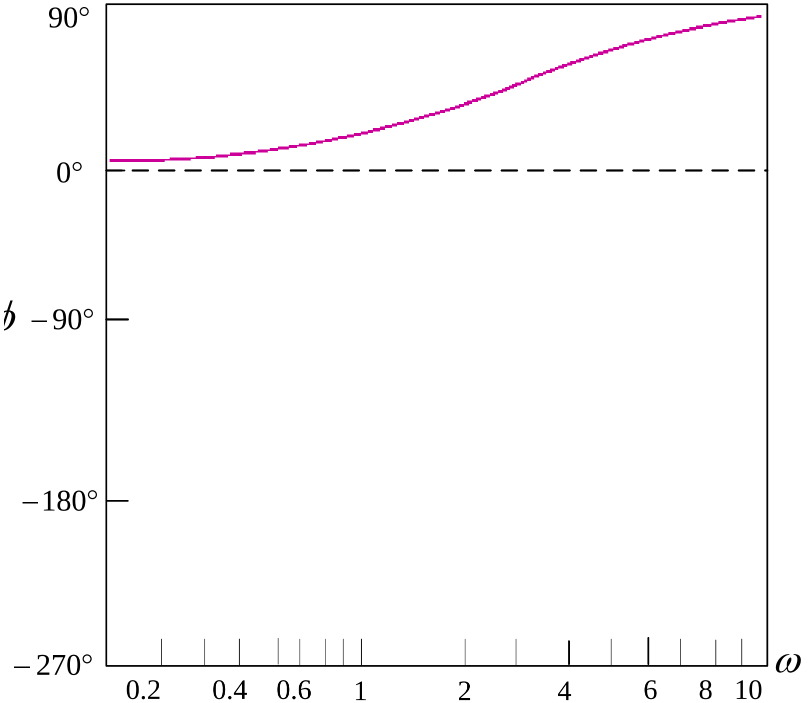
$$G(j\omega)=\frac{7.5\boxed{\left(1+j\frac{\omega}{3}\right)}}{(j\omega)\left(1+\frac{j\omega}{2}\right)\left[1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

③ 比例微分环节： $G_3(j\omega)=1+j\dfrac{\omega}{3}$ 转角频率 $\omega_3=3$

对数幅频特性在 $\omega<\omega_3$ 时为0 dB的水平线，在 $\omega>\omega_3$ 时为斜率+20 dB/dec的直线。

相频特性在0°～90°内变化，是对+45°点斜对称的曲线。





5.3 系统开环频率特性的绘制

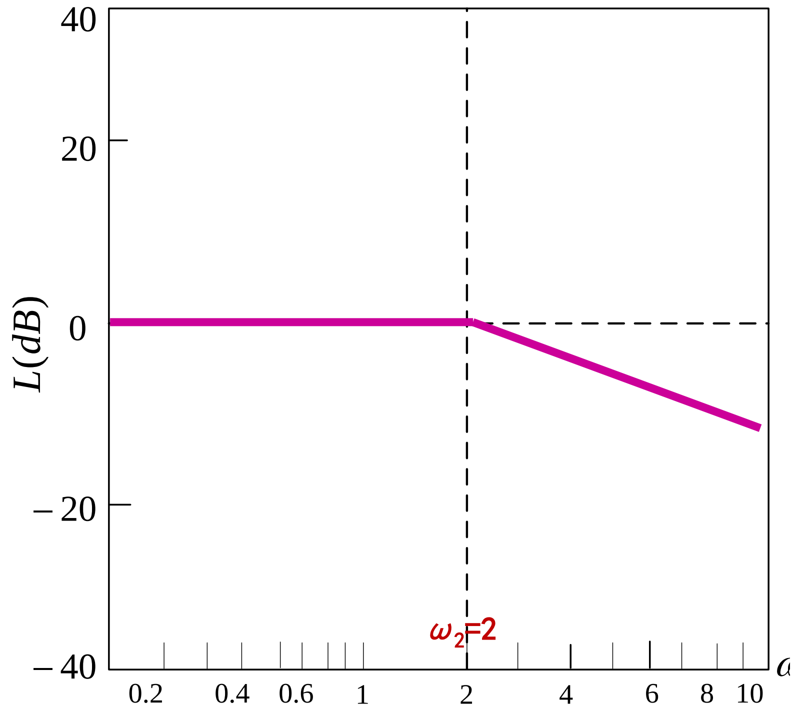
例5. 1： 试绘制系统开环对数坐标图。

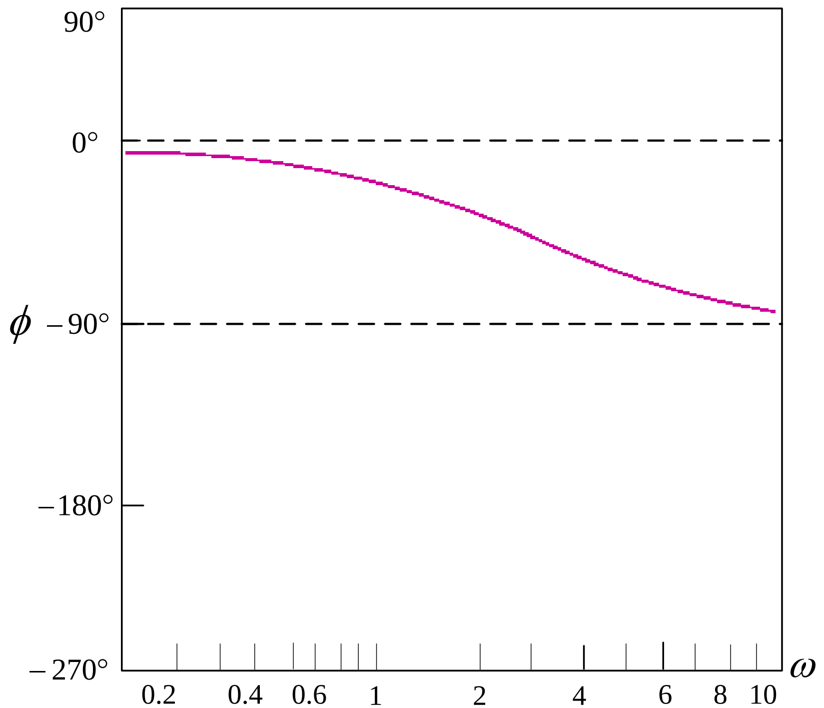
$$G(j\omega)=\frac{7.5\left(1+j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega)\left(1+\frac{j\omega}{2}\right)\left[1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

④ 惯性环节： $G_4(j\omega)=\dfrac{1}{1+\dfrac{j\omega}{2}}$　　转角频率 $\omega_2=2$

对数幅频特性在$\omega<\omega_2$时为0 dB的水平线，在$\omega>\omega_2$时为斜率 -20 dB/dec的直线。

相频特性在0°～-90°内变化，是对 -45°点斜对称的曲线。





5.3 系统开环频率特性的绘制

例5.1：试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega)=\frac{7.5\left(1+j\dfrac{\omega}{3}\right)}{(j\omega)\left(1+\dfrac{j\omega}{2}\right)\boxed{\left[1+\dfrac{j\omega}{2}+\dfrac{(j\omega)^2}{2}\right]}}$$

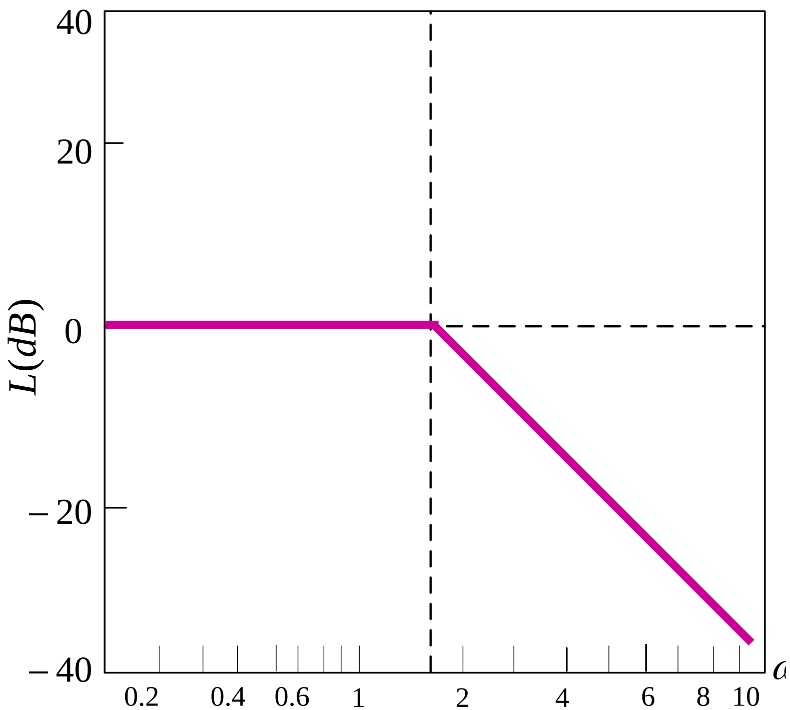
⑤ **振荡环节：** $G_5(j\omega)=\dfrac{1}{1+\dfrac{j\omega}{2}+\dfrac{(j\omega)^2}{2}}$

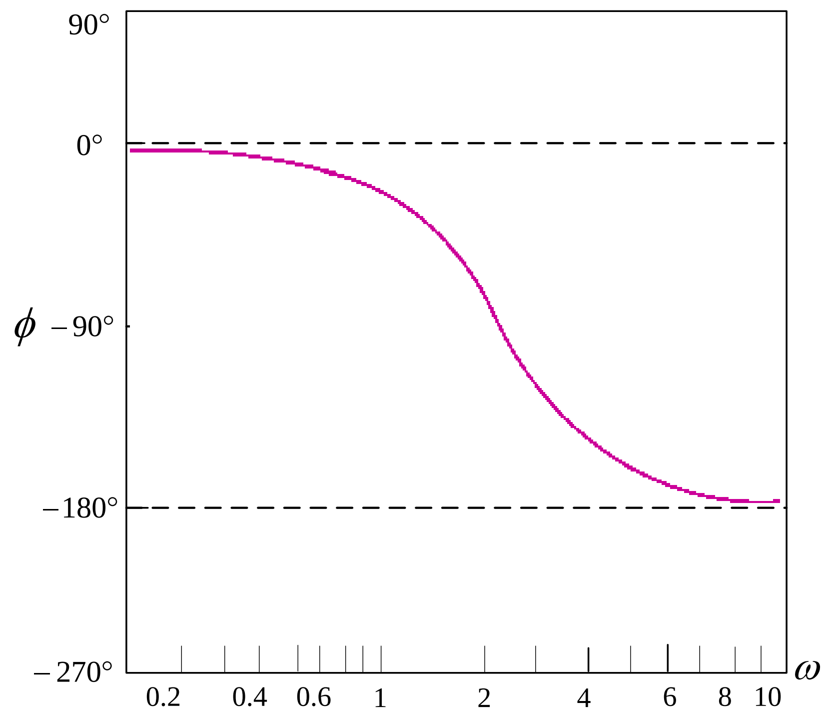
转角频率 $\omega_1=\sqrt{2}$

阻尼比 $\zeta=\dfrac{\sqrt{2}}{4}=0.35$

对数幅频特性在$\omega<\omega_1$时为0 dB的水平线，在$\omega>\omega_1$时为斜率 -40 dB/dec的直线。

相频特性在0°~-180°内变化，是对 -90°点斜对称的曲线。

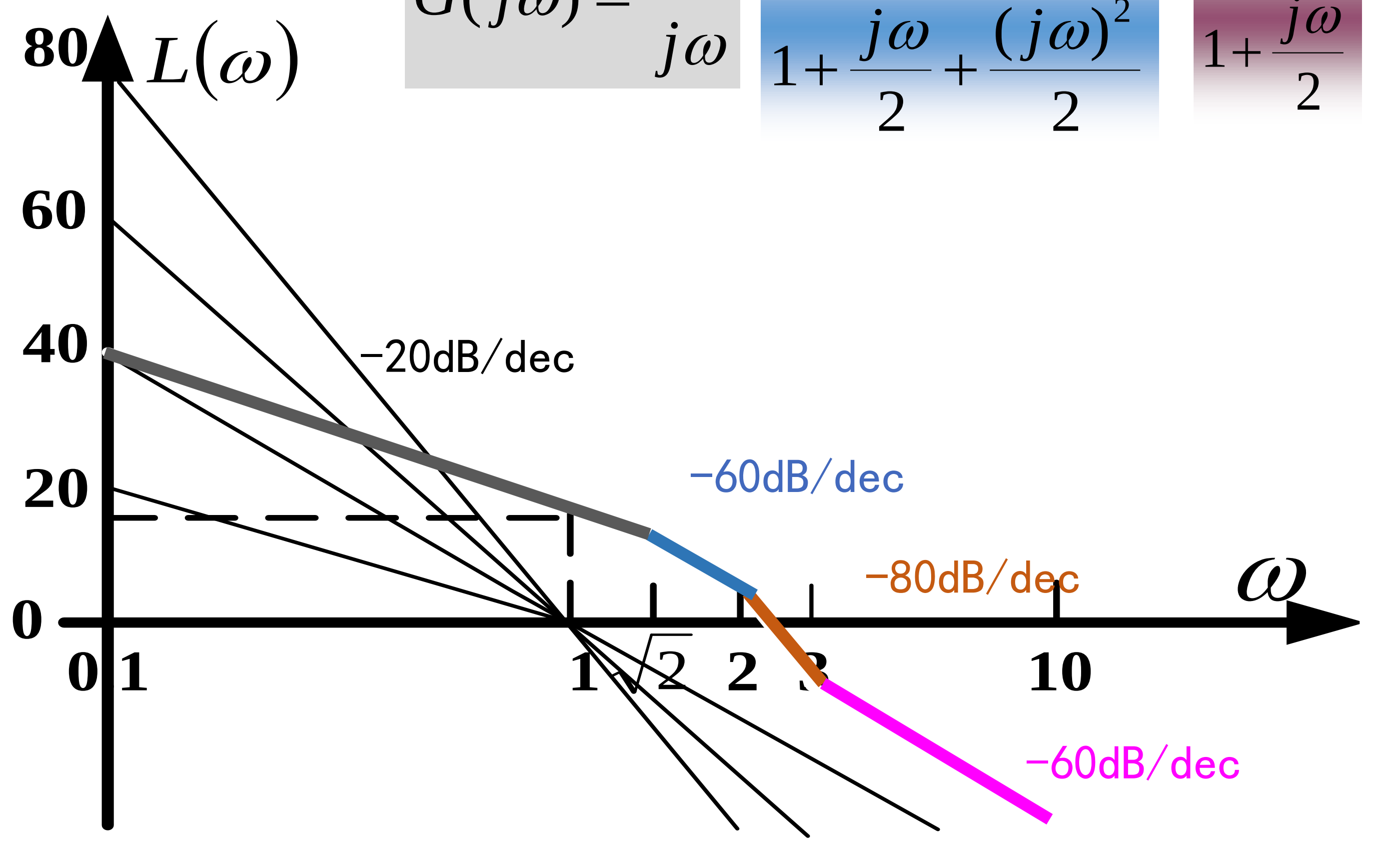




例5.1： 试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega)=\frac{7.5\left(1+j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega)\left(1+\frac{j\omega}{2}\right)\left[1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

$$G(j\omega)=\frac{7.5}{j\omega}\quad \frac{1}{1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}}\quad \frac{1}{1+\frac{j\omega}{2}}\quad \left(1+j\frac{\omega}{3}\right)$$

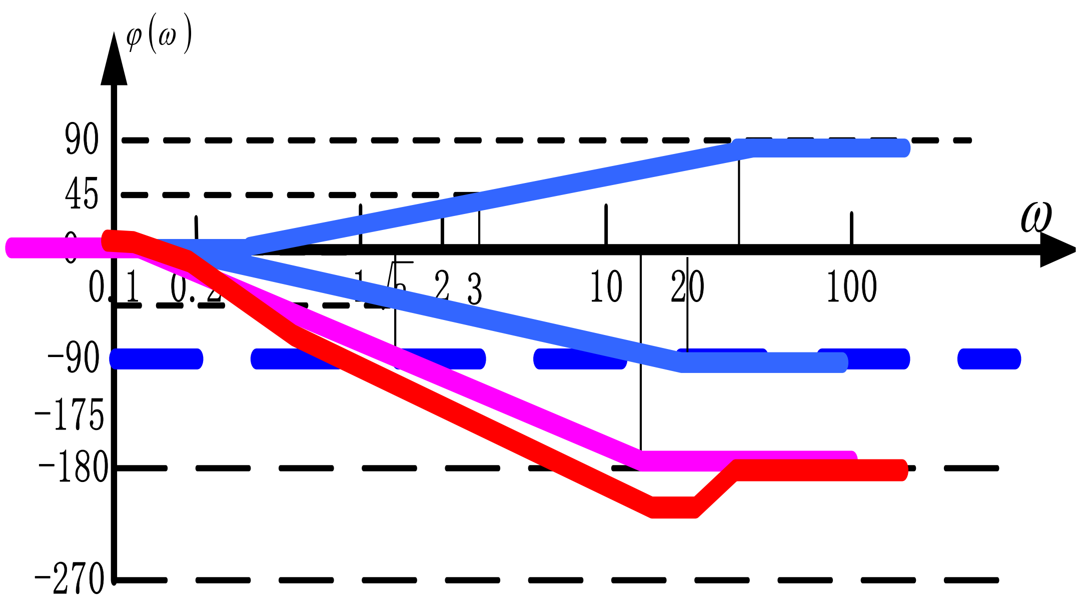


例5. 1： 试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega)=\frac{7.5\left(1+j\frac{\omega}{3}\right)}{(j\omega)\left(1+\frac{j\omega}{2}\right)\left[1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}\right]}$$

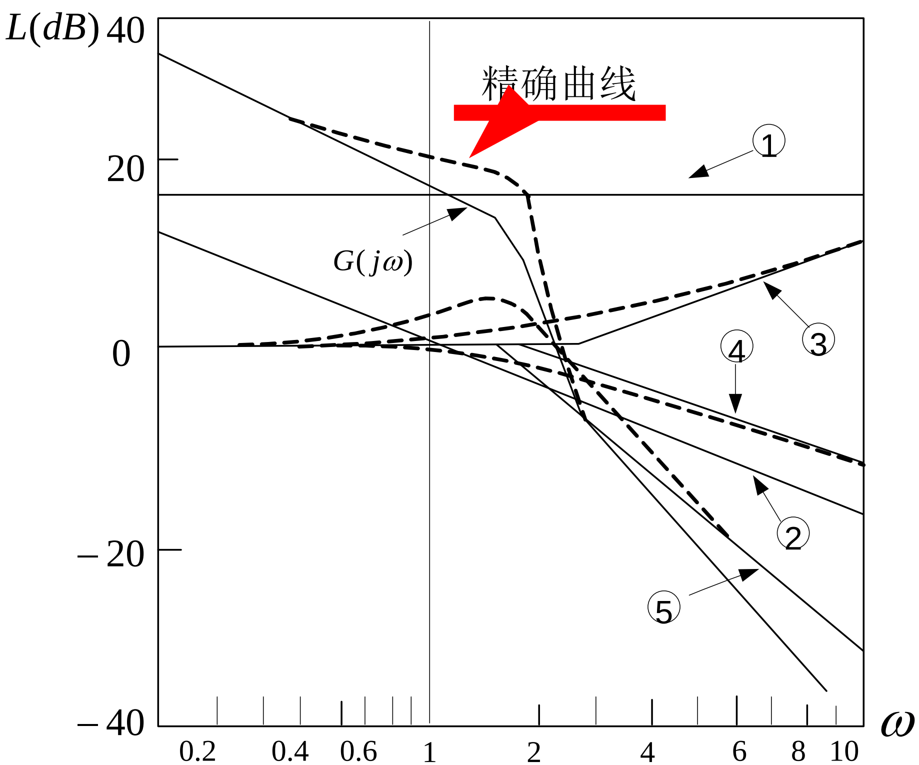
$$G(j\omega)=\frac{7.5}{j\omega}\left(1+j\frac{\omega}{3}\right)\frac{1}{1+\frac{j\omega}{2}}\frac{1}{1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}}$$

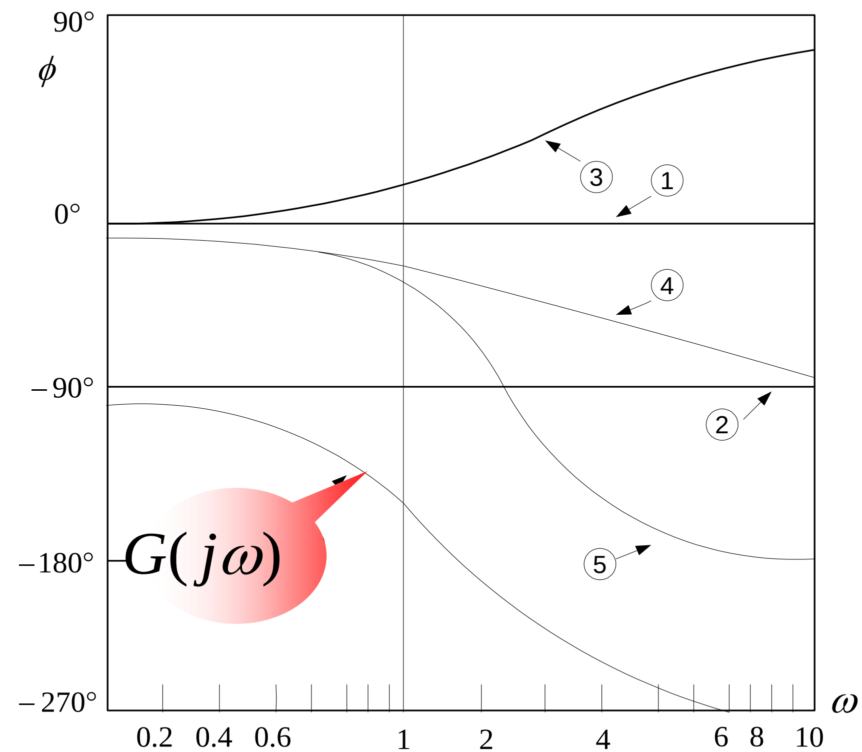
$$\phi(\omega)=\begin{cases}0-90^\circ-0-0-0 & \omega\to 0\\ 0-90^\circ+90^\circ-90^\circ-180^\circ=-270^\circ & \omega\to\infty\end{cases}$$



例5. 1： 试绘制系统开环对数坐标图。

$$G(j\omega)=\frac{\overset{①}{7.5}\overset{③}{\left(1+j\frac{\omega}{3}\right)}}{\underset{②}{(j\omega)}\underset{④}{\left(1+\frac{j\omega}{2}\right)}\underset{⑤}{\left[1+\frac{j\omega}{2}+\frac{(j\omega)^2}{2}\right]}}$$





开环对数幅频特性渐近曲线的绘制方法

1. 传递函数的型式（时间常数型式）；
2. 算出各环节的转角频率及$L=20\lg K$的dB值，并将转角频率从低到高排列；（环节划分）
3. 过$\omega=1$，$L=20\lg K$ 这一点，作斜率为 $-20N$ dB/dec的直线（N为串联的积分环节数）；
4. 从低频段开始，每经过一个转角频率，按环节性质改变一次渐近线的斜率；
5. 若要画精确曲线，则在各转角频率附近利用误差曲线进行修正。

开环对数相频特性渐近曲线的绘制方法

各环节相频特性叠加，工程上往往用分析法计算各相频特性上几个点，然后连接成线。

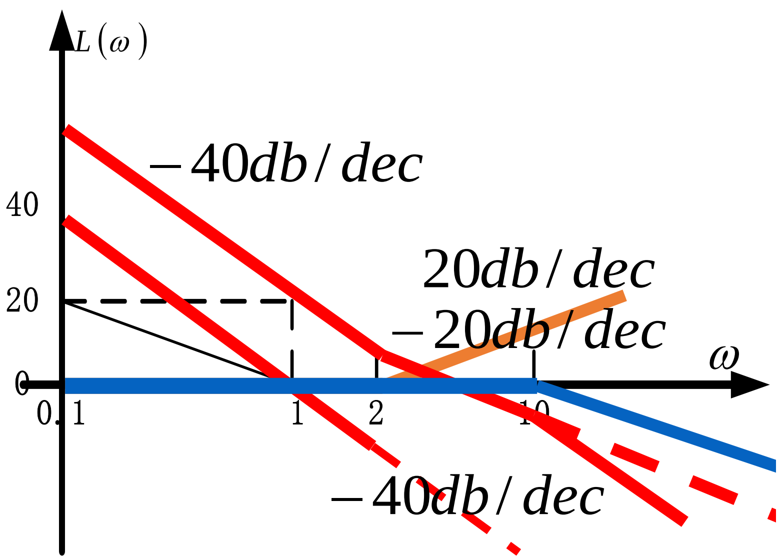
$$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{10(0.5j\omega+1)}{(j\omega)^2(0.1j\omega+1)}$$

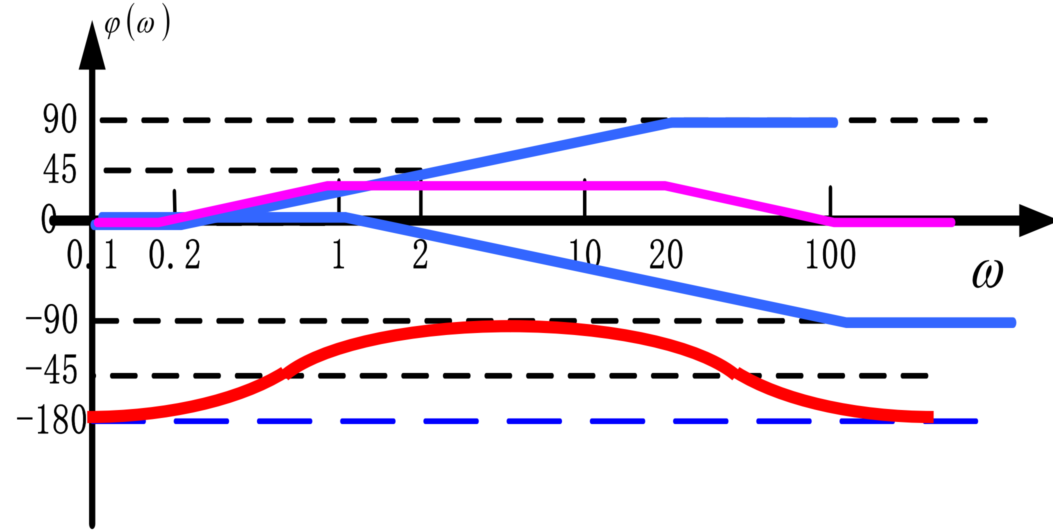
例

$$L(\omega)=\underline{20\lg 10-20\lg\omega^2}+\underline{20\lg\sqrt{1+(0.5\omega)^2}}-\underline{20\lg\sqrt{1+(0.1\omega)^2}}$$

$$\underline{20\lg 10=20dB}\qquad\qquad \omega>10$$

$$\varphi(\omega)=-180^\circ+tg^{-1}0.5\omega-tg^{-1}0.1\omega$$





$$\varphi(\omega)=-180^\circ+tg^{-1}0.5\omega\ -tg^{-1}0.1\omega$$

$$\underline{L(\omega)=20\lg 10-40\lg\omega \qquad \omega<2}$$

$$L(\omega)=20\lg 10-20\lg\omega^2+\underline{20\lg\sqrt{1+(0.5\omega)^2}}\qquad 2<\omega<10$$

系统开环极坐标图的绘制

概略（大致）开环幅相曲线（极坐标图）反映开环频率特性的三个重要因素：

1）开环幅相曲线的起点（$\omega=0_+$）和终点（$\omega=\infty$）。

2）开环幅相曲线与实轴的交点。

设$\omega=\omega_x$时，$G(j\omega_x)H(j\omega_x)$的虚部为：

$$\mathrm{Im}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)]=0$$

或 $\phi(\omega_x)=\angle G(j\omega_x)H(j\omega_x)=k\pi$，$k=0, \pm1, \pm2, \ldots$

3）开环幅相曲线的变化范围（象限、单调性）。

起点

终点

走向

例5.2：

0型单位反馈系统： $G(s)=\dfrac{K}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)},\quad K,T_1,T_2>0$

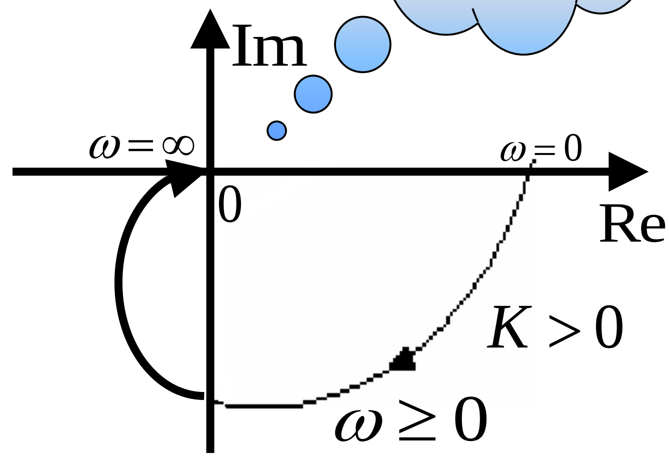
未加说明只需要绘制$\omega>0$时的图形。

系统的开环频率特性：

$$G(j\omega)=\frac{K[1-T_1T_2\omega^2-j(T_1+T_2)\omega]}{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}$$

起点： $\omega=0, G(j0)=K\angle 0^\circ$

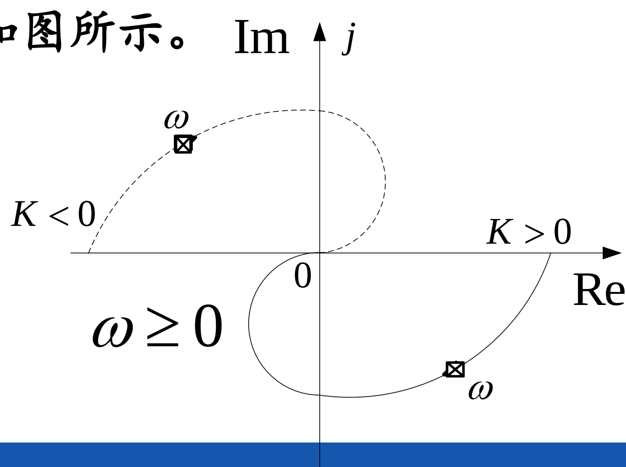
终点： $\omega=\infty, G(j\infty)=0\angle -180^\circ$

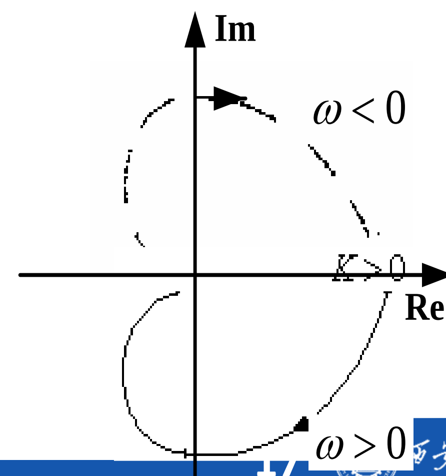


令$\mathrm{Im}G(j\omega_x)=0$，得$\omega_x=0$，即系统开环幅相曲线除在$\omega=0$处外与实轴无交点。

由于惯性环节单调的从 0° ～ -90° 变化，故系统开环幅相曲线的变化范围为第IV和第III象限，具体如图所示。

若$K<0$，由于比例环节相角恒为-180°，故此时系统开环幅相曲线由原曲线绕原点顺时针旋转-180°而得，如图中虚线所示。





例5.3： I型单位反馈系统：$G(s)H(s)=\dfrac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$， $K,T_1,T_2>0$

系统的开环频率特性：

$$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{K}{j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)}=\frac{K(1-jT_1\omega)(1-jT_2\omega)(-j)}{\omega(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}$$

幅值变化：$\begin{cases}A(0_+)=\infty\\A(\infty)=0\end{cases}$

相角变化：

$$\begin{cases}\angle\dfrac{1}{j\omega} & \text{始终}-90^\circ\\ \angle\dfrac{1}{1+jT_1\omega} & 0^\circ\sim-90^\circ\\ \angle\dfrac{1}{1+jT_2\omega} & 0^\circ\sim-90^\circ\\ \angle K & \text{始终}0^\circ\end{cases}\Rightarrow\ \angle\phi(\omega)\quad -90^\circ\sim-270^\circ$$

起点：$\omega=0,G(j0)=\infty\angle-90^\circ$

终点：$\omega=\infty,G(j\infty)=0\angle-270^\circ$

与实轴的交点坐标：

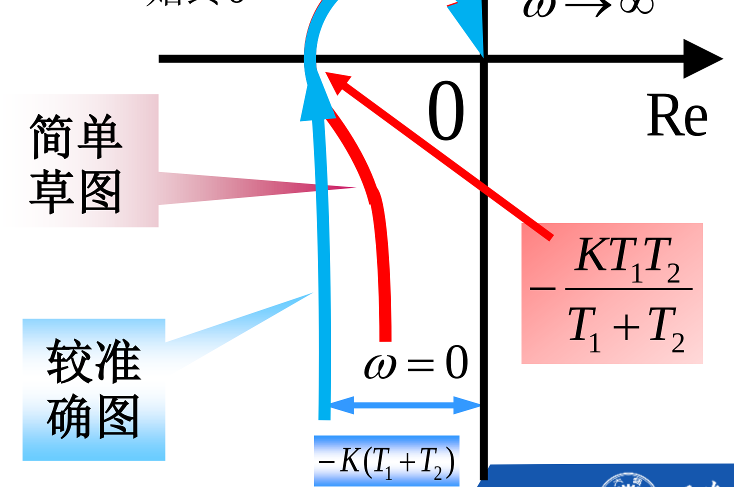
令$\mathrm{Im}G(j\omega_x)=0$，得：$\omega_x=\dfrac{1}{\sqrt{T_1T_2}}$

$$\mathrm{Re}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)]=-\frac{KT_1T_2}{T_1+T_2}$$

起点横坐标：

$$\mathrm{Re}[G(j0_+)H(j0_+)]=-K(T_1+T_2)$$

$$\mathrm{Im}[G(j0_+)H(j0_+)]\to-\infty\quad\text{求极限}$$



5 5.3 系统开环频率特性的绘制

例： $G(s)H(s)=\dfrac{K(T_2 s+1)}{T_1 s+1}\quad (K>0)$

系统的开环频率特性：

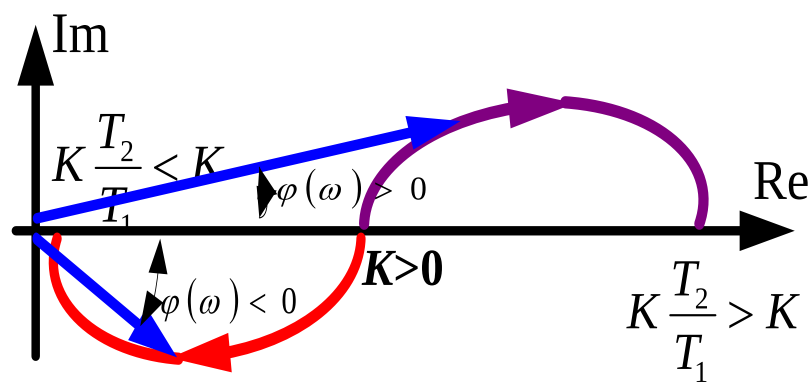
$$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{K(j\omega T_2+1)}{j\omega T_1+1}=\frac{K[(1+T_1T_2\omega^2)+j(T_2-T_1)\omega]}{(\omega T_1)^2+1}$$

$$G(j\omega)H(j\omega)=\begin{cases} K\angle 0^\circ & \omega=0 \\ K\dfrac{T_2}{T_1}\angle 0^\circ & \omega=\infty \end{cases}$$

$$\underline{\phi(\omega)=\arctan\omega T_2-\arctan\omega T_1}$$

若$T_1>T_2$,则$\varphi(\omega)<0$;

若$T_1<T_2$,则$\varphi(\omega)>0$。



5.3 系统开环频率特性的绘制

例：$G(s)H(s)=\dfrac{K(T_3s+1)}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$　　$T_1>T_3>T_2>0$

系统的开环频率特性：$G(j\omega)H(j\omega)=\dfrac{K(j\omega T_3+1)}{(j\omega T_1+1)(j\omega T_2+1)}$　　$T_1>T_3>T_2>0$

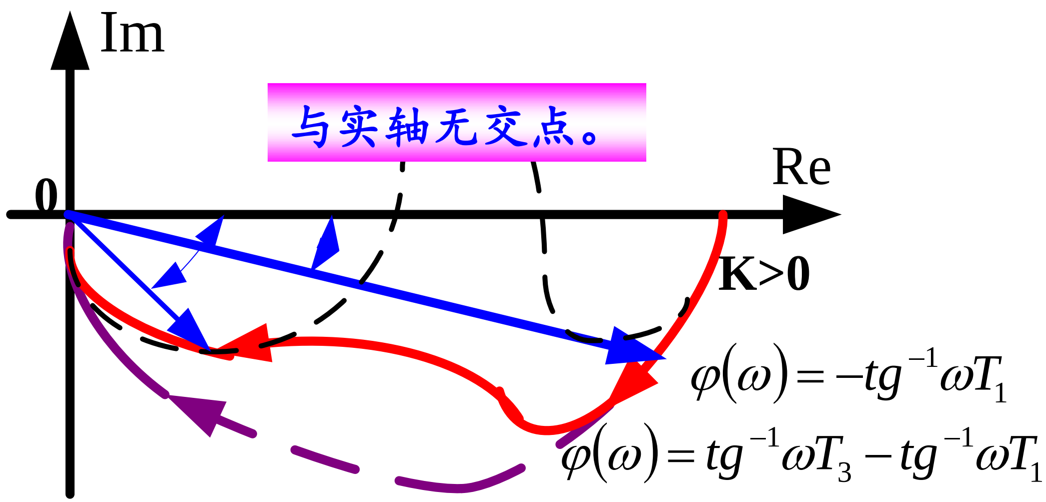
$$G(j\omega)H(j\omega)=\begin{cases}K\angle 0^\circ & \omega=0\\ 0\angle -90^\circ & \omega=\infty\end{cases}$$

$$\phi(\omega)=tg^{-1}\omega T_3-tg^{-1}\omega T_2-tg^{-1}\omega T_1$$

$$\left|tg^{-1}\omega T_1\right|>\left|tg^{-1}\omega T_3\right|>\left|tg^{-1}\omega T_2\right|$$

① 确定交点是否存在

令$\phi(\omega)=0$，$tg^{-1}\omega T_3=tg^{-1}\omega T_2+tg^{-1}\omega T_1$



$\varphi(\omega)=tg^{-1}\omega T_3-tg^{-1}\omega T_2-tg^{-1}\omega T_1$

$$\omega T_3=\frac{\omega T_1+\omega T_2}{1-\omega^2T_1T_2}\rightarrow$$

$$\begin{cases}\omega=0\text{即为起点；}\\ \omega^2=\dfrac{T_3-T_1-T_2}{T_1T_2T_3}>0\\ \text{与}T_1>T_3>T_2\text{矛盾。}\end{cases}$$

5.3 系统开环频率特性的绘制

例：$G(j\omega)H(j\omega)=\dfrac{K(j\omega T_3+1)}{(j\omega T_1+1)(j\omega T_2+1)}$ $T_1>T_3>T_2>0$

$$G(j\omega)H(j\omega)=\begin{cases}K\angle 0^\circ & \omega=0\\ 0\angle -90^\circ & \omega=\infty\end{cases}$$

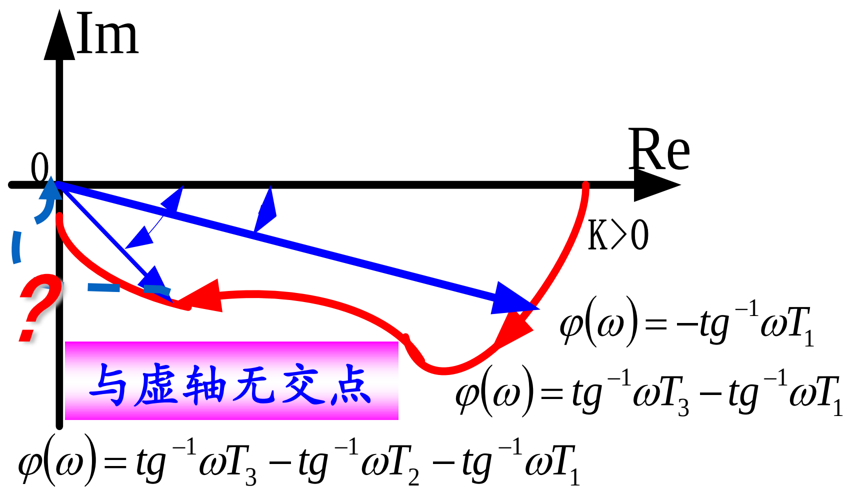
$$\phi(\omega)=tg^{-1}\omega T_3-tg^{-1}\omega T_2-tg^{-1}\omega T_1$$

令$\varphi(\omega)=-\dfrac{\pi}{2}$，$tg^{-1}\omega T_3+\dfrac{\pi}{2}=tg^{-1}\omega T_2+tg^{-1}\omega T_1$

$$-\frac{1}{\omega T_3}=\frac{\omega T_1+\omega T_2}{1-\omega^2T_1T_2}\rightarrow$$

$$\omega^2=\frac{1}{T_1T_2-T_2T_3-T_3T_1}>0,$$

即$\dfrac{1}{T_3}>\dfrac{1}{T_2}+\dfrac{1}{T_1}$与$T_1>T_3>T_2$矛盾。



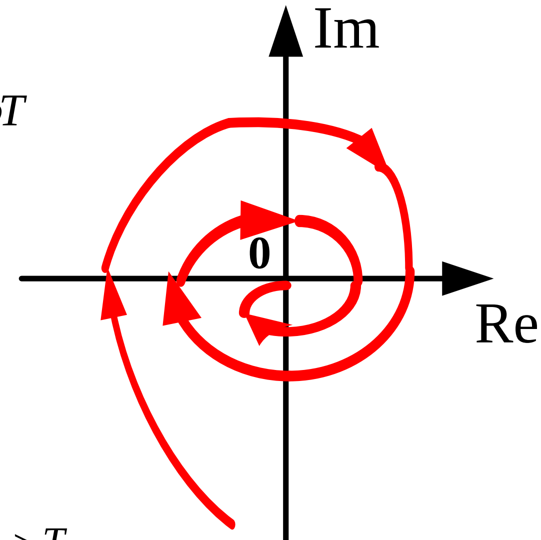
② 也可用实部虚部求解：

$$\left.\begin{aligned}&\mathrm{Re}[G(j\omega)]=0\rightarrow\omega=\frac{1}{\sqrt{T_1T_2-T_2T_3-T_3T_1}}\rightarrow\mathrm{Im}[G(j\omega)]\\&\mathrm{Im}[G(j\omega)]=0\rightarrow\omega=\sqrt{\frac{T_3-T_2-T_1}{T_1T_2T_3}}\rightarrow\mathrm{Re}[G(j\omega)]\end{aligned}\right\}$$

判断是否有解

例： $G(s)H(s)=\dfrac{1}{s}e^{-Ts}$ $\quad G(j\omega)H(j\omega)=\dfrac{1}{j\omega}e^{-j\omega T}=\dfrac{1}{j\omega}[\cos(-\omega T)+j\sin(-\omega T)]$

$$G(j\omega)H(j\omega)=\begin{cases}\infty\angle-\dfrac{\pi}{2},\omega=0;\\ 0\angle-\infty,\omega=\infty.\end{cases}\qquad \phi(\omega)=-\frac{\pi}{2}-\omega T$$



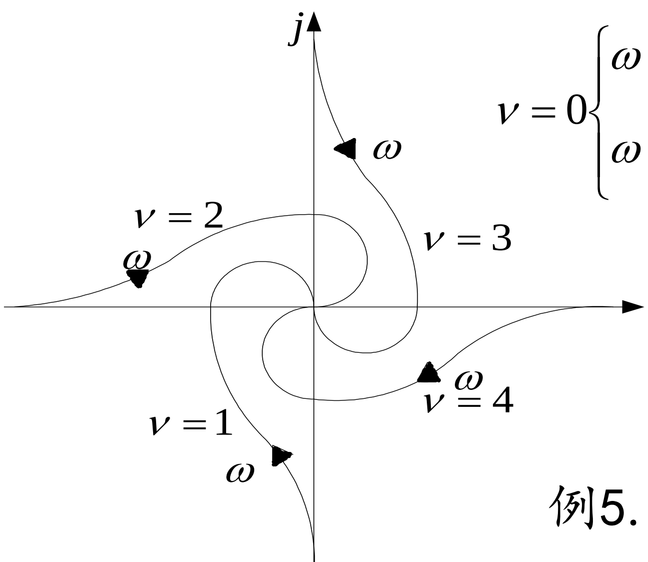
最小相位系统草图绘制规律总结

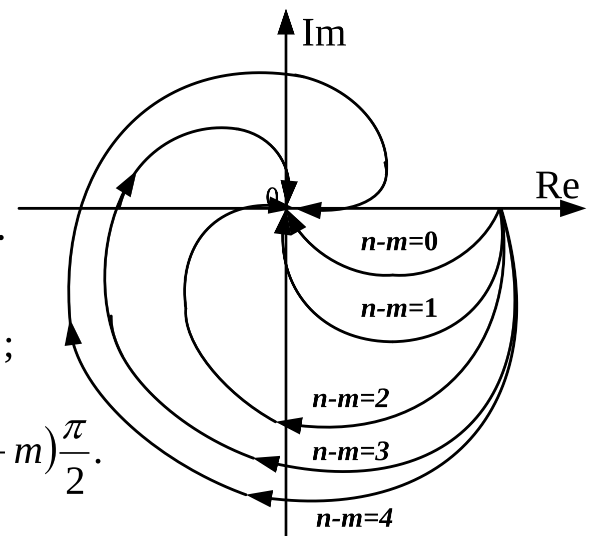
——抓住起止点，中间判交点。

设开环传递函数 $G(j\omega)H(j\omega)=\dfrac{K\prod\limits_{j=1}^{m}(1+j\omega T_j)}{(j\omega)^{\nu}\prod\limits_{i=1}^{n-\nu}(1+j\omega T_i)}$ $\quad (n>m)$ 设 $T_i>T_j$

$$\nu=0\begin{cases}\omega=0,G(j\omega)=K\angle0^{\circ};\\ \omega=\infty,G(j\omega)=0\angle-(n-m)\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

$$\nu\geq1\begin{cases}\omega=0,G(j\omega)=\infty\angle-\nu\dfrac{\pi}{2};\\ \omega=\infty,G(j\omega)=0\angle-(n-m)\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$





例5. 3 $G(j\omega)H(j\omega)=\dfrac{K}{(j\omega)^{\nu}(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)}$

最小相位系统与非最小相位系统

没有开环右零/极点的系统称为最小相位系统，反之则为非最小相位系统。

$$G_1(j\omega)=\frac{1+j\omega T_2}{1+j\omega T_1},\quad G_2(j\omega)=\frac{1-j\omega T_2}{1+j\omega T_1},\quad G_3(j\omega)=\frac{1+j\omega T_2}{1-j\omega T_1},\quad G_4(j\omega)=\frac{1+j\omega T_2}{1+j\omega T_1}e^{-j\omega\tau}$$

$$L_1(\omega)=L_2(\omega)=L_3(\omega)=L_4(\omega)=20\lg\sqrt{1+(\omega T_2)^2}-20\lg\sqrt{1+(\omega T_1)^2}$$

$$\phi_1(\omega)=tg^{-1}\omega T_2-tg^{-1}\omega T_1 \qquad [0,0]$$

$$\phi_2(\omega)=-tg^{-1}\omega T_2-tg^{-1}\omega T_1 \qquad [0,\ -180^\circ]$$

$$\phi_3(\omega)=tg^{-1}\omega T_2+tg^{-1}\omega T_1 \qquad [0,\ 180^\circ]$$

$$\phi_4(\omega)=tg^{-1}\omega T_2-tg^{-1}\omega T_1-\omega\tau \qquad [0,-\infty]$$

G_1相位变化最小

5.3 系统开环频率特性的绘制

$$L_1(\omega)=L_2(\omega)=L_3(\omega)=L_4(\omega)=20\lg\sqrt{1+(\omega T_2)^2}-20\lg\sqrt{1+(\omega T_1)^2}$$

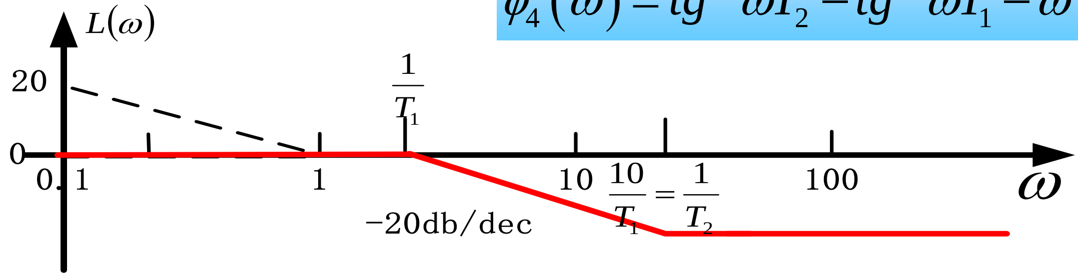
$$\phi_1(\omega)=tg^{-1}\omega T_2-tg^{-1}\omega T_1 \qquad [0,0]$$

$$\phi_2(\omega)=-tg^{-1}\omega T_2-tg^{-1}\omega T_1 \qquad [0,\ -180^\circ]$$

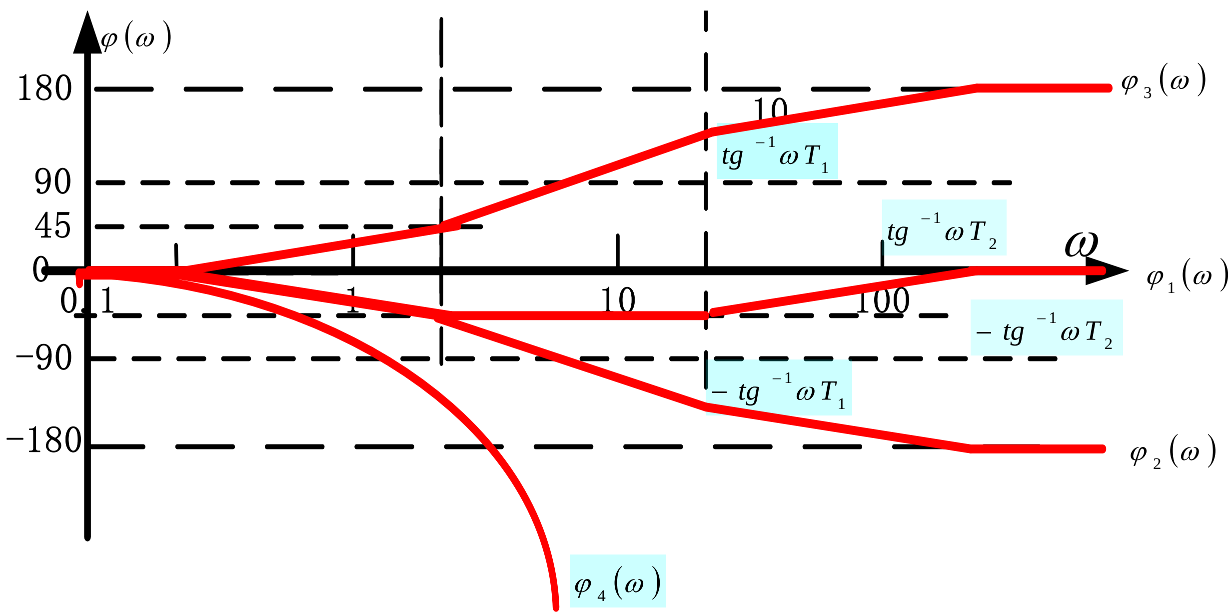
$$\phi_3(\omega)=tg^{-1}\omega T_2+tg^{-1}\omega T_1 \qquad [0,\ 180^\circ]$$

$$\phi_4(\omega)=tg^{-1}\omega T_2-tg^{-1}\omega T_1-\omega\tau \qquad [0,-\infty]$$

$$T_1=10T_2$$



$$L(\infty)=-20(n-m)\quad dB/dec$$



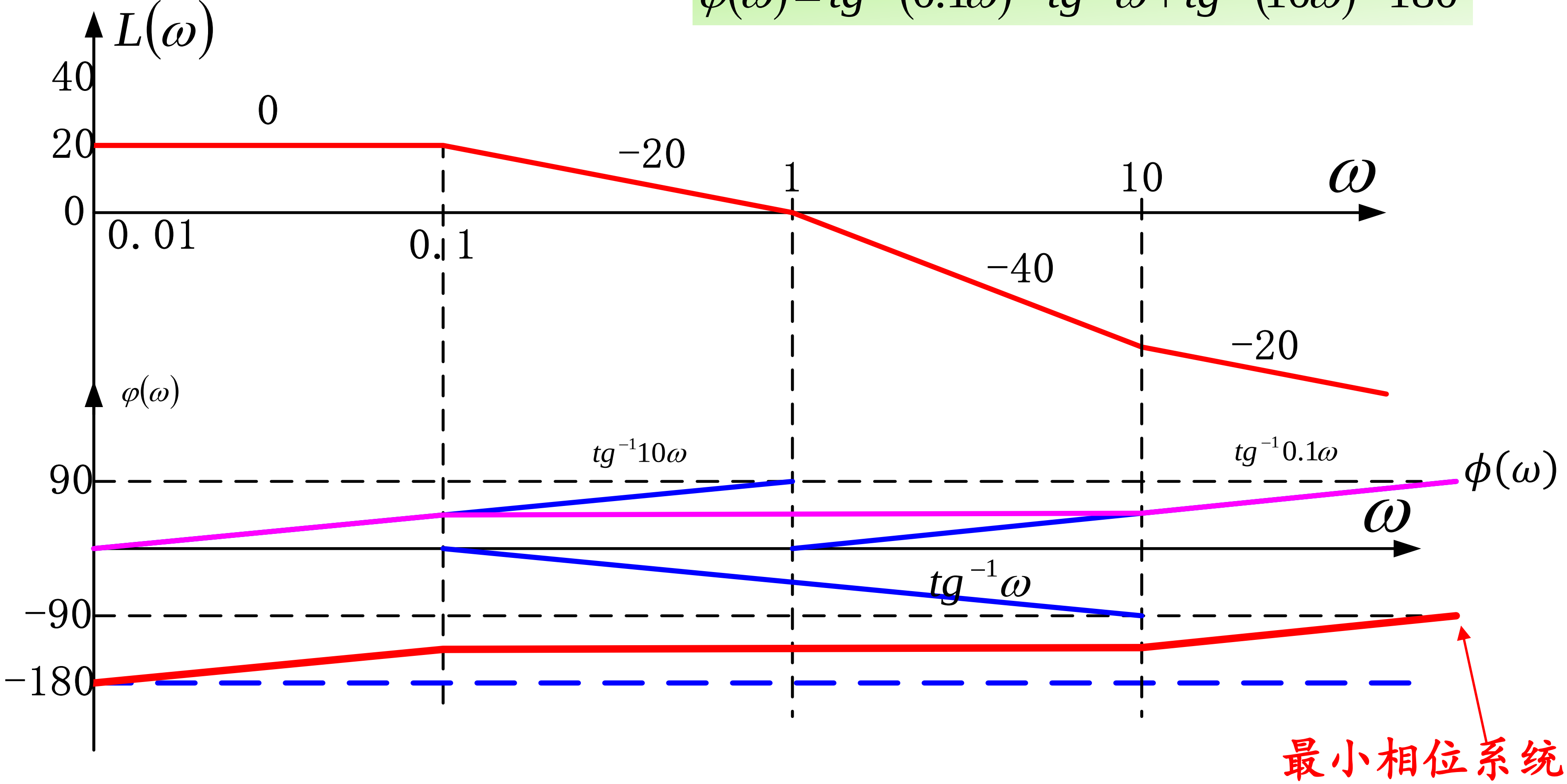
$$\phi(\infty)=-(n-m)\frac{\pi}{2}$$

只有最小相位系统具有特征使其可通过***L(ω)***唯一确定***G(s)***。

$$G(s)H(s) = -\frac{10(0.1s+1)}{(-10s+1)(s+1)}$$

例： 非最小相位系统Bode图

$$\varphi(\omega) = tg^{-1}(0.1\omega) - tg^{-1}\omega + tg^{-1}(10\omega) - 180^{\circ}$$



说明： 最小相位系统与非最小相位系统$L(\omega)$ ～ω一致，

$L(\infty)$=－20(n-m)dB/dec; 且最小相位系统$\varphi(\infty)$ =－ (n-m)*90°， 因此可以根据幅频特性唯一确定最小相位系统的传递函数。

例5. 4：非最小相位系统幅相曲线绘制举例

试概略绘制系统开环幅相曲线 $G(s)H(s)=\dfrac{K(-\tau s+1)}{s(Ts+1)} \quad K,\tau,T>0$

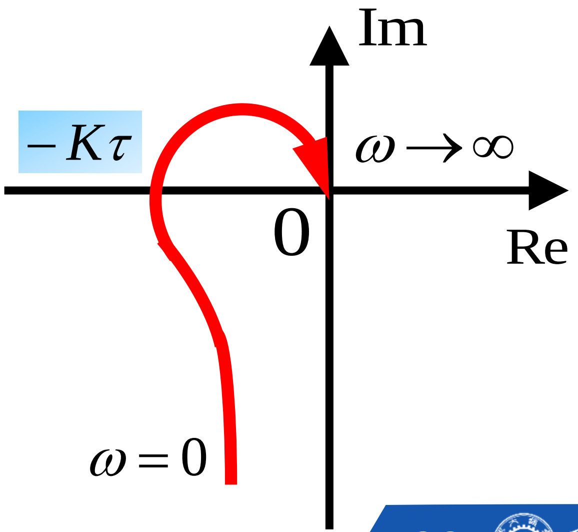
系统的开环频率特性：

$$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{K[-(T+\tau)\omega-j(1-T\tau\omega^2)]}{\omega(1+T^2\omega^2)}$$

$$\phi(\omega)=tg^{-1}(-\omega\tau)-tg^{-1}\omega T-90^\circ$$

起点： $\omega=0^+ \quad \infty\angle-90^\circ$

终点： $\omega=+\infty \quad 0\angle-270^\circ$



令虚部为零求与实轴的交点：

$$\begin{cases}\omega_x=\dfrac{1}{\sqrt{T\tau}}\\ \mathrm{Re}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)]=-K\tau\end{cases}$$

5.3 系统开环频率特性的绘制

例： 非最小相位系统

$$G(s)H(s)=-\frac{10(0.1s+1)}{(-10s+1)(s+1)}$$

$$\phi(\omega)=tg^{-1}(0.1\omega)-tg^{-1}\omega-tg^{-1}\left(\frac{-10\omega}{1}\right)\underline{-180^\circ}$$

$$=\underline{tg^{-1}(0.1\omega)}-\underline{tg^{-1}\omega}+\underline{tg^{-1}(10\omega)}-180^\circ$$

起点： $\omega=0^+ \quad 10\angle-180^\circ$

终点： $\omega=+\infty \quad 0\angle-90^\circ$

求交点： $\phi(\omega)=-180^\circ$ $\qquad$ $\phi(\omega)=-90^\circ$

$$tg^{-1}(0.1\omega)-tg^{-1}\omega+tg^{-1}(10\omega)=0$$

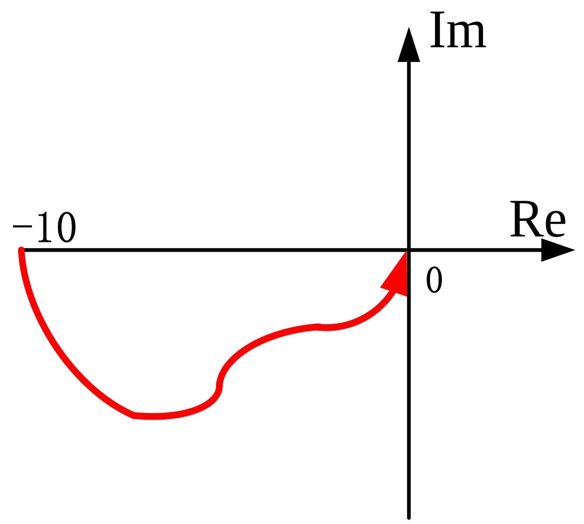
$$\omega=\frac{10.1\omega}{1-\omega^2}\rightarrow\begin{cases}\omega=0\text{即为起点；}\\ 9.1+\omega^2=0\text{无解}\end{cases}$$

与实轴无交点。

$$tg^{-1}(0.1\omega)-tg^{-1}\omega+tg^{-1}(10\omega)=90^\circ$$

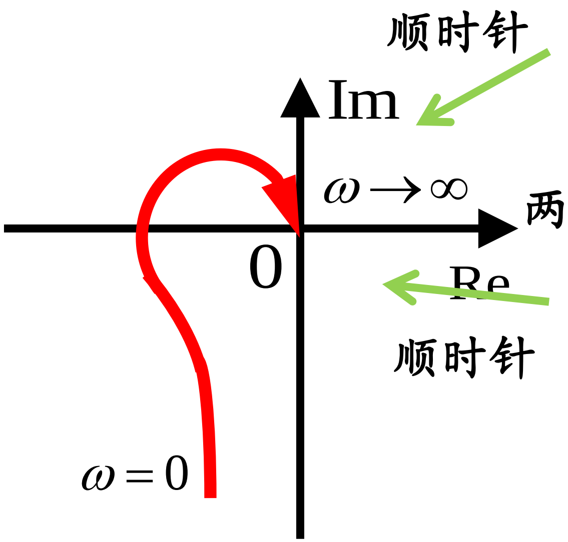
$$\frac{1}{-\omega}=\frac{10.1\omega}{1-\omega^2}\rightarrow 9.1\omega^2+1=0 \quad \text{无解}$$

与虚轴无交点。



- 最小相位系统的Nyquist图总是顺时针走向，而非最小相位系统的Nyquist图方向可顺、可逆。

$G(j\omega_+)H(j\omega_+)$与$G(j\omega_-)H(j\omega_-)$关于实轴对称。



$$G(s)H(s)=\frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}\quad K,T_1,T_2>0$$

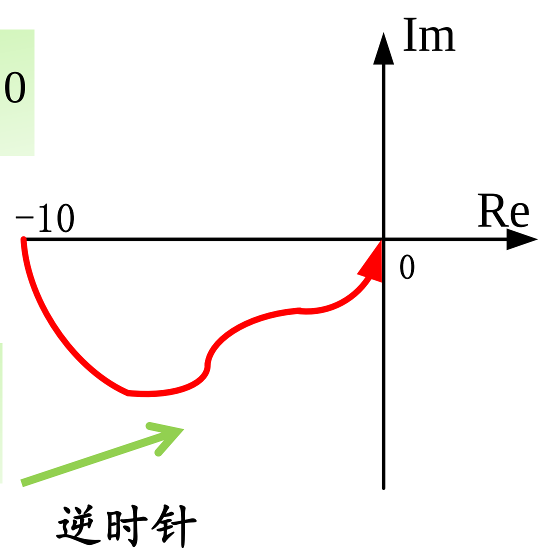
最小相位系统

两图形相似

$$G(s)H(s)=\frac{K(-\tau s+1)}{s(Ts+1)}\quad K,\tau,T>0$$

非最小相位系统

$$G(s)H(s)=-\frac{10(0.1s+1)}{(-10s+1)(s+1)}$$



开环对数幅频特性渐近曲线的绘制方法

1. 传递函数的型式（时间常数型式）；
2. 算出各环节的转角频率及20log*K*的dB值，并将转角频率从低到高排列；（环节划分）
3. 过 ω=1，*L*=20log*K* 这一点，作斜率为 -20*N* dB/dec的直线（*N*为串联的积分环节数）；
4. 从低频段开始，每经过一个转角频率，按环节性质改变一次渐近线的斜率；
5. 若要画精确曲线，则在各转角频率附近利用误差曲线进行修正。

开环对数相频特性渐近曲线的绘制方法

各环节相频特性叠加，工程上往往用分析法计算各相频特性上几个点，然后连接成线。

系统开环极坐标图的绘制

概略（大致）开环幅相曲线（极坐标图）反映开环频率特性的三个重要因素：

1）开环幅相曲线的起点（$\omega=0_+$）和终点（ $\omega=\infty$）。

2）开环幅相曲线与实轴的交点。

设$\omega=\omega_x$时，$G(j\omega_x)H(j\omega_x)$的虚部为：

$$\mathrm{Im}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)]=0$$

或 $\phi(\omega_x)=\angle G(j\omega_x)H(j\omega_x)=k\pi$，$k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

3）开环幅相曲线的变化范围（象限、单调性）。

起点
终点
走向