

第1章 绪论

电子技术、计算机技术和通信技术使当今的人们生活在信息的海洋中。人们通过收听广播和观看电视可以获取天气预报和国内国际新闻，利用固定电话和手机可以远距离通话，利用互联网可以在浩海的资源中快速查阅资料，也可以接收和发送电子邮件。现代通信技术突破了人们之间远距离交流的障碍，实现了信息的快速传递。

信息是以信号为载体进行传递与处理，信号随自变量的变化蕴含着信息。广义地讲，用以描述被研究对象属性的物理量都是信号。例如，人耳听到的声音可用空气对耳膜的的压力描述，这种随时间变化的压力就为声音信号；一幅数码黑白图片可用像素的亮度描述，这种随空间坐标变化的亮度的数据就为图像信号；心脏跳动的强度医学上用电压描述，这种电压就为心电信号。电信号容易用电路手段存储和处理，借助电缆、光缆和空间便于远距离传输，信号也可以专指电信号。实际中，非电信号常转换为电信号，有关转换装置称为传感器。

信号用实自变量的单值数学函数表示，文字叙述中的“函数”一词有时也指该函数所表示的“信号”。本书所涉及的信号只有一个自变量，为了便于叙述，假定自变量为时间，用符号 t 表示。

在定义域内任一时刻都有惟一确定值的信号称为确定信号。一般来说，用数学函数表示的信号是确定信号。在完全相同的条件下，确定信号的波形能够再现。例如，一个理想 RC 放电电路，电容上任一时刻的电压取决于元件参数和电容上的初始电压，在这些参数一致情况下，电容电压的波形则完全相同，与起始时间无关。

若信号的值具有某种随机性，如噪声，这种信号称为随机信号。随机信号用概率统计的方法描述。即使在相同的条件下，随机信号呈现出的波形不可预测，每次观测到的波形都不一样。

除上述两种信号外，还有一种称之为混沌的信号，这种信号对初始值非常敏感，波形永不重复，信号的长期波形不能精确确定，但信号总是在一定的范围内变化，它的表象既有确定性又有随机性。

本书只涉及确定信号的理论和方法。

系统一词用于各种领域，电气工程，电子信息工程，机械工程、经济、生物。广义地讲，系统是由相互关联、相互作用的事物组成的具有特定功能的整体。由于电系统易于实现，实际中多采用电系统完成信号处理，处理的硬件可以是电路、计

算机和专用集成芯片。被处理的信号称为输入或激励，处理后的信号称为输出或响应。本书主要涉及信号处理系统，它是按照某种需要能够把输入信号变成输出信号的装置。

1.1 信号运算

信号处理实际上就是对信号实施的各种数学运算，复杂运算由一些基本运算的组合实现。

对因变量实施的运算

(1) 信号的数乘运算

$$y(t) = ax(t)$$

其中 a 为常数。当 $a > 1$ 时信号的幅值增大，如实际中信号放大器；当 $0 < a < 1$ 时信号的幅值减小。

(2) 信号的积分运算

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

信号 $x(t)$ 在（滑动）积分运算后，其波形将变得比较平滑，如图 1-1 所示，尽管信号 $x(t)$ 在 $t = -1$ 、 0 、 1 处的值发生跃变，但经积分运算后信号 $y(t)$ 的值是连续的。

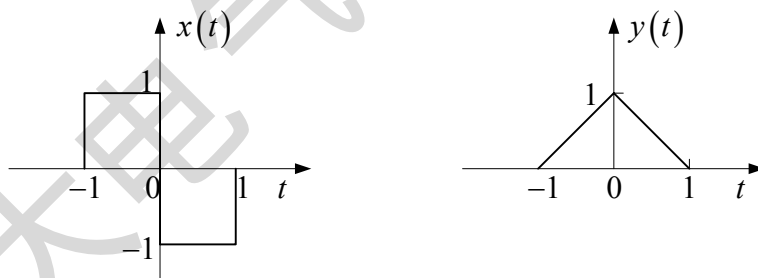


图1-1 信号的积分

(3) 信号的微分运算

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

实际中，信号的微分运算具有突出信号拐点的作用，求导后在拐点时刻的值发生跃变。

(4) 两个信号的加减运算

$$y(t) = x_1(t) \pm x_2(t)$$

音频混响装置对音乐信号与声音信号实施的就是信号的加运算。

(5) 两个信号的乘运算

$$y(t) = x_1(t) \cdot x_2(t)$$

实际中，音频信号无法远距离直接传输，采取的方法是把它与一频率较高的正弦信号相乘，当音频信号的值大于零时，正弦信号的振幅就按音频信号变化，由于较高频率的信号能够远距离传输，从而可以解决音频信号的传输问题。

对自变量实施的运算

对自变量的基本运算有三种：时间移位、时间翻转、时间展缩。

(1) 时间移位

信号 $x(t)$ 在传输后如果波形的形状保持不变，仅仅是延迟了 t_0 时间 ($t_0 > 0$)，则延迟后的信号为 $x(t-t_0)$ ，其波形为把 $x(t)$ 右移 t_0 时间；类似地， $x(t+t_0)$ 的波形为把 $x(t)$ 左移 t_0 时间，如图 1-2 所示。

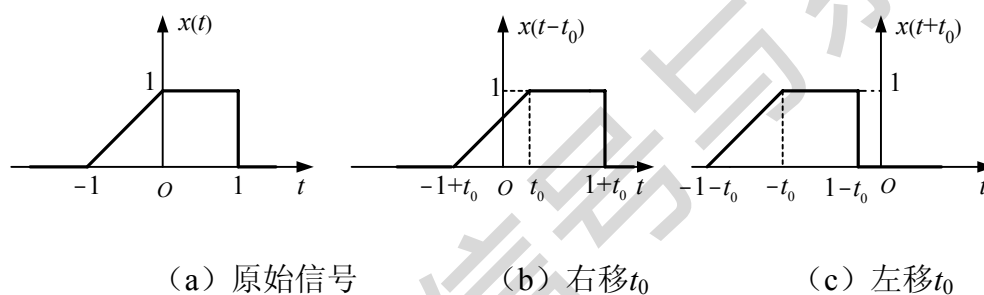


图1-2 时间移位

(2) 时间翻转

如果将信号 $x(t)$ 的自变量用 $(-t)$ 替换，信号 $x(-t)$ 的波形为 $x(t)$ 以 $t=0$ 为轴的翻转。对图 1-2(a) 所示的信号，翻转后 $x(-t)$ 的波形如图 1-3 所示。

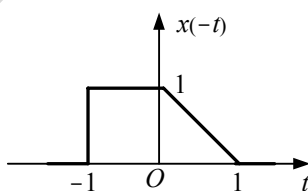


图1-3 时间翻转

(3) 时间展缩

如果把 $x(t)$ 的自变量 t 置换为 at 得到 $x(at)$ ，称为时间展缩运算。若 $a > 1$ ，信号 $x(at)$ 的波形为 $x(t)$ 以纵坐标为轴的按比例收缩，若 $0 < a < 1$ ， $x(at)$ 的波形为 $x(t)$ 按比例伸展，如图 1-4 所示。当 $x(t)$ 是一盘录制在磁带上的声音信号时， $x(2t)$ 相当于以 2 倍速度放音的信号，放音时间减少；而 $x(t/2)$ 相当于原磁带放音速度降至一半的信号，放音时间变长。

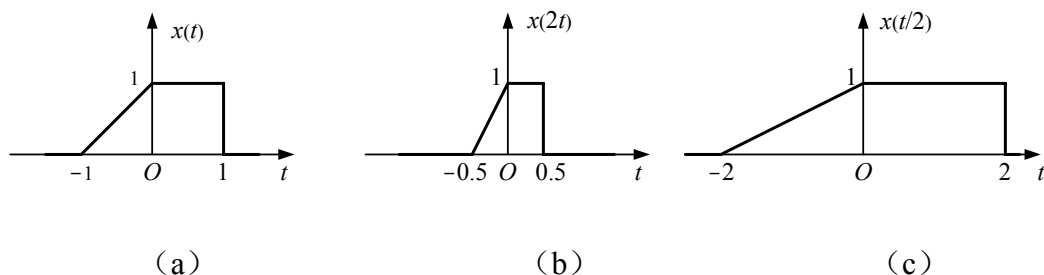


图1-4 时间展缩

综合运用以上给出的时间移位、时间翻转、时间展缩三种运算，由给定的 $x(t)$ 的波形能够绘出 $y(t) = x(at+b)$ 的波形，其中 a 、 b 为实数。

由 $y(t)$ 与 $x(t)$ 的关系式，容易得出

$$y(0) = x(b)$$

$$y\left(-\frac{b}{a}\right) = x(0)$$

例1-1 已知 $x(t)$ 的波形如图 1-5所示，试绘出 $y(t) = x(-2t+1)$ 的波形。

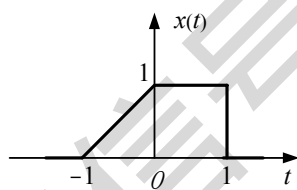


图1-5 例 1-1图

解：若依次采用以下运算顺序：

左移： $y_1(t) = x(t+1)$

翻转： $y_2(t) = y_1(-t) = x(-t+1)$

展缩： $y(t) = y_2(2t) = x(-2t+1)$

即可得到 $y(t) = x(-2t+1)$ 的波形，如图 1-6所示。

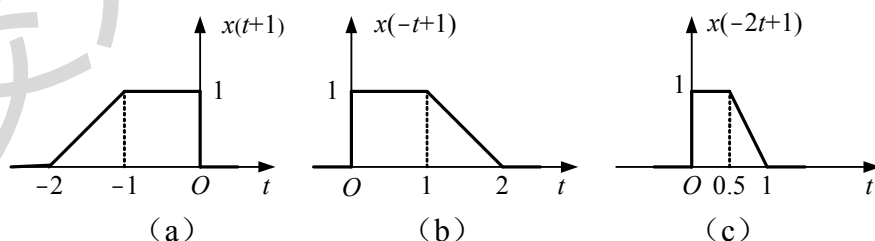


图1-6 移位-翻转-展缩

也可以采用其他运算顺序，例如：

展缩： $w_1(t) = x(2t)$

左移： $w_2(t) = w_1(t+0.5) = x(2(t+0.5)) = x(2t+1)$

翻转： $y(t) = w_2(-t) = x(-2t+1)$

每一步骤的波形如图 1-7所示。

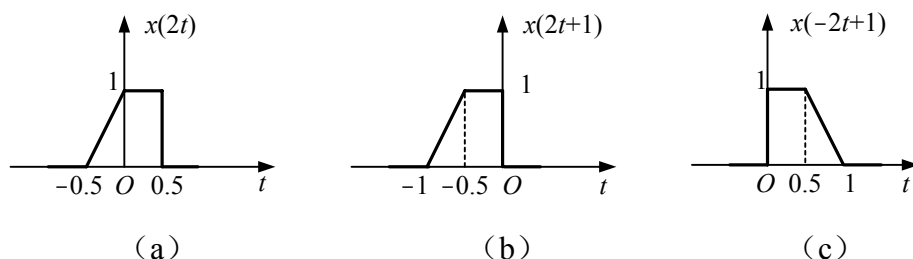


图1-7 展缩-移位-翻转

实时信号运算

在信号运算的实际实现中，以上给出的一些运算是无法实现的。例如，信号的左移运算，任何形式的信号实时运算装置都不能实现这一功能，这是因为运算后的信号不可能先于运算前的信号出现。其次，有些运算尽管能够实现，但在考虑实际器件的非理想因素时实际效果却不能满足需要。例如，实际装置中噪声是不可避免的，由于噪声的变化速率很大，微分运算使实际信号在一些时刻的值很大，导致器件失去微分运算功能，故实际中很少采用微分运算器。

连续时间信号的数乘、积分、加减、相乘运算都可以使用有关集成电路芯片实现，其实现方法与所采用的有源元件有关。例如，若采用运算放大器实现积分运算，一个比较好的方法是使用反相积分运算，它的实现电路要比同相比比例积分运算的电路简单。信号基本运算的图形表示如图 1-8所示。

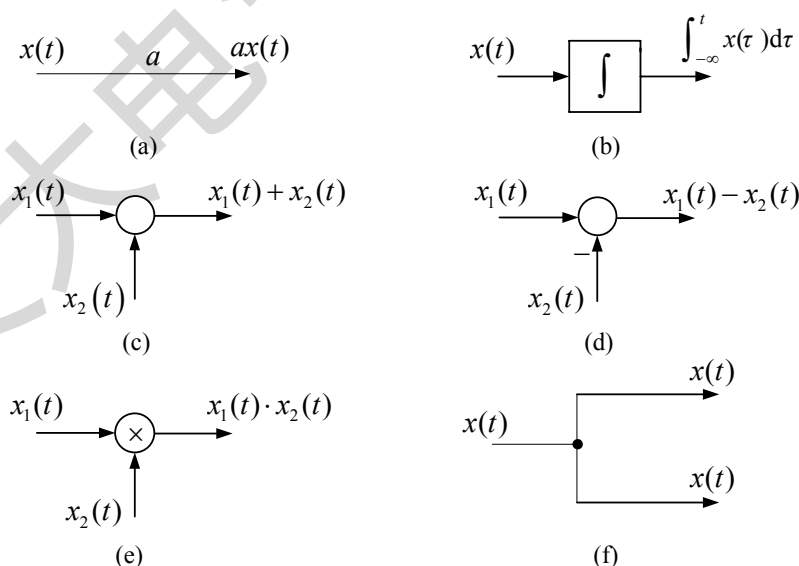


图1-8 信号运算

指向运算器（方框和圆圈）的箭头线表示运算前的信号（运算器的输入），从运算器指向外面的箭头线表示运算后的信号（运算器的输出）。为了图形简明起见，信

号的数乘运算常省去其图形符号,只简单地将比例系数 a 标注在箭头线边上; $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 的相加用圆圈表示,圆圈内也可用符号“+”或“ Σ ”注明相加,本书中一般省略; $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 的相减用 $x_1(t)+[-x_2(t)]$ 方式表示,箭头旁的“-”表示对信号反相; $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 的相乘在圆圈用乘号标注;图1-8(f)表示信号 $x(t)$ 的复制,用以作为多个其他运算器的输入。

1.2 系统举例

一个系统可以简单地用图1-9所示的“黑匣子”表示,指向框内的箭头表示系统的输入,指向框外的箭头表示系统的输出,在矩形框中给出系统的输入输出关系,或用专用符号表示。系统的输入输出关系用数学方程表示,它是系统的数学模型,根据系统内部的构成及系统所遵从的物理规律建立。

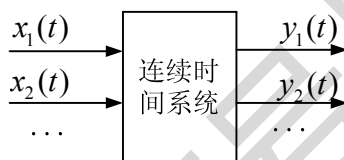


图1-9 系统的表示

电路

由电路元件组成的系统称为电路,信号处理类电路的输入用独立电压源或独立电流源表示,输出是电路中的某一电压或电流。以图1-10所示电路为例,电路的输入为电压 $u_s(t)$,若以电容电压 $u_c(t)$ 和电感电流 $i_L(t)$ 为变量建立方程,对结点2应用基尔霍夫电流定律(KCL)

$$C \frac{du_c(t)}{dt} = -\frac{1}{R}u_c(t) + i_L(t) \quad (1-1)$$

对电压源、电感和电容构成的回路应用基尔霍夫电压定律(KVL)

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = u_s(t) - u_c(t) \quad (1-2)$$

式(1-1)和式(1-2)就构成以 $u_c(t)$ 和 $i_L(t)$ 为变量的方程。

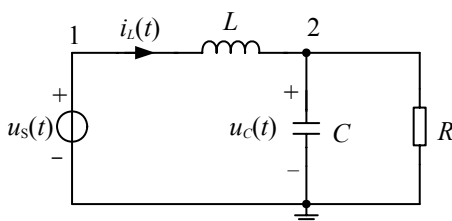


图1-10 电路

若设电路的输出为电容电压 $u_c(t)$,从以上两式中消去 $i_L(t)$,有

$$C \frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} = -\frac{1}{R} \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{L} [u_s(t) - u_c(t)]$$

即

$$\frac{d^2 u_c(t)}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{LC} u_c(t) = \frac{1}{LC} u_s(t) \quad (1-3)$$

该方程的左右端分别与输出量 $u_c(t)$ 和输入量 $u_s(t)$ 有关，称为系统的输入输出（I/O）微分方程。

机电系统

在机电系统中，电动机起着将电控制信号变成机械运动的作用。电动机中的固定部分称为定子，转动部分称为转子或电枢，用以在气隙中建立主磁场的定子上镶嵌的绕组称为励磁绕组，转子上的绕组称为电枢绕组。电枢控制式直流电动机如图 1-11 所示，其工作原理为：当电枢绕组通过电流 $i_a(t)$ ，它要在磁场中受力，从而电枢就有电磁转矩 $M(t)$ ，则电动机带动负载旋转。下面建立电动机角转速 $\omega(t)$ 与电枢绕组电压 $u_a(t)$ 之间的数学关系式。

电枢回路的 KVL 方程为

$$u_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_a(t) \quad (1-4)$$

其中 $e_a(t)$ 是电枢旋转过程中绕组切割磁力线所产生的感应电势，在磁场强度已知情况下，它与角转速 $\omega(t)$ 成正比，设

$$e_a(t) = C_e \omega(t) \quad (1-5)$$

其中 C_e 为电动机的一个常数。

电磁转矩 $M(t)$ 与电枢电流 $i_a(t)$ 成正比，用 C_M 表示其系数，有

$$M(t) = C_M i_a(t) \quad (1-6)$$

电动机角转速 $\omega(t)$ 与转矩 $M(t)$ 的关系由旋转定律给出，设电枢及其负载的转动惯量为 J ，粘性摩擦引起的转矩正比于角转速 $\omega(t)$ ，为 $B\omega(t)$ ，则

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = M(t) - B\omega(t) \quad (1-7)$$

上式类似于物体做直线运动时所满足的牛顿第二定律，转动惯量 J 、角转速 $\omega(t)$ 、转矩 $M(t)$ 分别对应于质量 M 、线速 $v(t)$ 、力 F 。

联立式(1-4)~(1-7)，可得关于电机转速 $\omega(t)$ 的微分方程为

$$L_a J \frac{d^2 \omega(t)}{dt^2} + (L_a B + R_a J) \frac{d\omega(t)}{dt} + (R_a B + C_M C_e) \omega(t) = C_M u_a(t) - L_a \frac{dM(t)}{dt} \quad (1-8)$$

可见，它是一个二阶微分方程。电枢的电感 L_a 通常比较小，当忽略时，上式退化为一阶微分方程，为

$$R_a J \frac{d\omega(t)}{dt} + (R_a B + C_M C_e) \omega(t) = C_M u_a(t) \quad (1-9)$$

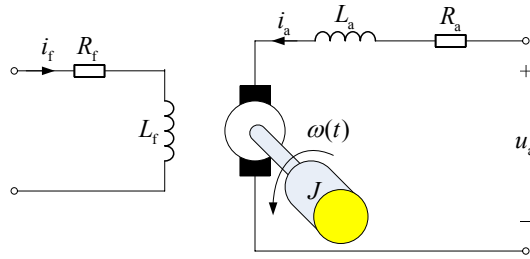


图1-11 电枢控制直流电动机

反馈控制系统

工程实际中经常要求系统自动完成和实现某种功能，如机械加工，温度控制，稳压电源等。图 1-11所示直流电动机的角转速 $\omega(t)$ 受电枢电压 $u_a(t)$ 控制，如果控制量 $u_a(t)$ 独立于被控制量 $\omega(t)$ ，称该系统是一个开环控制系统。在开环方式下，角转速 $\omega(t)$ 不仅与控制电压 $u_a(t)$ 有关，还与电机中的元件参数有关，与负载的大小有关，一旦某一参数发生变化，或者负载发生扰动，电机的角转速 $\omega(t)$ 就要改变，这时，就需要重新调整控制电压 $u_a(t)$ 。

在开环控制系统中，由于被控制量对控制量没有任何影响，任何来自系统内部的参数扰动都会影响控制的精度，而实际中系统参数的扰动是无法避免的。为了实现被控制量的自动调整，就需要把它反馈到输入端，使控制量也受被控制量的影响，从而构成闭环控制系统，实现转速自动控制的原理框图如图 1-12所示。通过把被控制量 $\omega(t)$ 的实际值与期望值比较，形成偏差信号，偏差信号一般比较小，通过放大环节对它放大，把经放大后的偏差信号再作为控制电机转速的电枢电压 $u_a(t)$ 。当放大环节的放大倍数足够大时，其输入的偏差信号就很小，故 $\omega(t)$ 的实际值就接近期望值，从而达到了自动控制的目的。由于闭环控制系统是通过输出信号的反馈并形成偏差信号的方式实现自动控制，故也称为反馈控制系统或偏差控制系统。

一个实际反馈控制系统除了由控制对象、信号比较、信号放大等环节外，还有输出信号检测、信号整形和系统校正等环节，校正环节的作用是让系统的被控制量能够按预定的规律变化，提高控制的稳定性、准确性和响应的快速性。

反馈控制系统的性能分析是信号与系统方法的重要应用，其输入输出方程的建立此处从略。

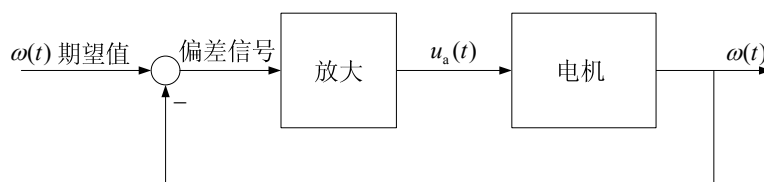


图1-12 速度的自动控制

通信系统

最基本的通信系统如图 1-13 所示，语言、文字、图像、数据等的被传输的原始对象统称为消息，消息经发送设备将其转换为电信号、光信号或电磁波，信号用电缆、光缆或空间构成的信号通道传输到另一方，再通过接收设备从已传输的信号中恢复出消息。

通信系统关注的重点是信号，信号经传输后，受信道的物理特性限制，传输后的信号必然引起一定的失真，而且带有噪声和其他干扰信号，导致接收方信号不同于发送方信号。

考虑到信号的失真、衰减等问题，每种信道都有自己传输信号的合适的频率范围，而被传输信号的频率范围如果不在有效范围内，还需要对信号进行调制，在接收方再对其解调。



图1-13 通信系统

1.3 系统分类

记忆性

无记忆系统（或即时系统）：任一时刻的输出只与该时刻的输入有关的系统。

记忆系统（或动态系统）：某一时刻的输出与其他时刻的输入有关的系统。

当系统含有记忆元件，如电容、电感、延迟单元等时，系统为记忆系统。例如，积分单元的输出 $y(t)$ 与输入 $x(t)$ 间的关系为

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

在任一 t 时刻的输出取决于 t 以前的全部输入，故它为记忆系统。

记忆系统用微分方程描述，无记忆系统用代数方程描述。

记忆系统的输出不仅与外部输入有关，还与输入信号作用前瞬间系统内部已有的储能有关。系统内部初始储能的作用也可以等效地用“附加输入”表示，它是系统的“内部输入”。例如，若电容上的电压 $u_C(t)$ 在 $t = t_0$ 时的值 $u_C(t_0)$ 已知，由于 $t > t_0$ 时的 $u_C(t)$ 为

$$u_C(t) = u_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C(\tau) d\tau$$

则电容元件在 $t > t_0$ 时可等效地用一个初始电压为零的电容 C 和一个附加直流电压源 $u_C(t_0)$ 的串联表示，如图 1-14 所示。

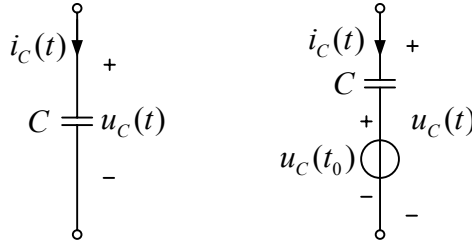


图1-14 电容元件的等效表示

类似地，若已知电感元件的初始电流 $i_L(t_0)$ ，由于 $t > t_0$ 时的 $i_L(t)$ 为

$$i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\tau) d\tau$$

则电感元件在 $t > t_0$ 时可等效地用一个初始电流为零的电感 L 和一个独立电流源 $i_L(t_0)$ 的并联表示，如图 1-15 所示。

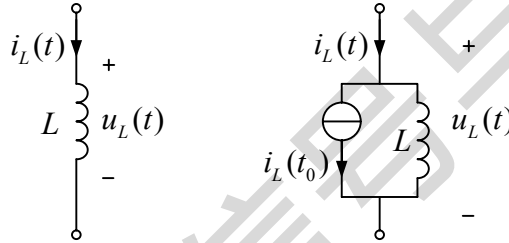


图1-15 电感元件的等效表示

线性

设所讨论的系统为单输入单输出系统，在不考虑系统内部储能作用的情况下，引入运算符 $\mathcal{R}[\cdot]$ 抽象表示系统的输入输出关系，记系统在外输入 $x(t)$ 作用下仅由它所产生的响应 $y(t)$ 为

$$y(t) = \mathcal{R}[x(t)]$$

这里系统所起的作用就是把输入 $x(t)$ 变成（或映射成）输出 $y(t)$ 。

对所有 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ ，若有

$$\mathcal{R}[x_1(t) + x_2(t)] = \mathcal{R}[x_1(t)] + \mathcal{R}[x_2(t)] \quad (1-10)$$

称系统具有可加性，即系统在输入 $x_1(t) + x_2(t)$ 作用下的响应为各个输入单独作用下的响应相加。

对任一比例系数 a （也可以是复数），若对输入 $ax(t)$ 的响应为 a 倍的 $\mathcal{R}[x(t)]$ ，即

$$\mathcal{R}[ax(t)] = a\mathcal{R}[x(t)] \quad (1-11)$$

称系统具有齐次性。

可加性与齐次性可统一为叠加性：

$$\mathcal{R}[a_1x_1(t) + a_2x_2(t)] = a_1\mathcal{R}[x_1(t)] + a_2\mathcal{R}[x_2(t)] \quad (1-12)$$

其中： a_1 和 a_2 为任意常数。满足叠加性的系统称为线性系统，否则为非线性系统。

例1-2 设 $y(t)=tx(t)$ ，判断该系统是否线性。

解：分别考察系统的可加性和齐次性，有

$$\mathcal{R}[x_1(t)+x_2(t)]=t[x_1(t)+x_2(t)]=\mathcal{R}[x_1(t)]+\mathcal{R}[x_2(t)]$$

$$\mathcal{R}[ax(t)]=t \cdot ax(t)=a\mathcal{R}[x(t)]$$

故该系统为线性系统。

例1-3 设 $y(t)=x^2(t)$ ，判断该系统是否线性。

解：考察系统齐次性

$$\mathcal{R}[ax(t)]=[ax(t)]^2=a^2x^2(t)=a^2\mathcal{R}[x(t)]$$

由于 $a^2\mathcal{R}[x(t)] \neq a\mathcal{R}[x(t)]$ ，故该系统是非线性系统。

例1-4 设系统的输入输出关系用微分方程描述

$$y'(t)+a_0y(t)=x(t)$$

其中 a_0 为常数， $y'(t)=\frac{d}{dt}y(t)$ 。判断该系统是否线性。

解：设 $y_1(t)=\mathcal{R}[x_1(t)]$ ， $y_2(t)=\mathcal{R}[x_2(t)]$ ，即

$$y_1'(t)+a_0y_1(t)=x_1(t)$$

$$y_2'(t)+a_0y_2(t)=x_2(t)$$

把以上两式相加，有

$$[y_1(t)+y_2(t)]'+a_0[y_1(t)+y_2(t)]=x_1(t)+x_2(t)$$

即由外部输入 $x_1(t)+x_2(t)$ 单独产生的响应为 $y_1(t)+y_2(t)$ ，说明该系统满足可加性，同理可证明它满足齐次性，故该系统是线性系统^①。

时不变性

设 $y(t)=\mathcal{R}[x(t)]$ ，对任何 t_0 ，若有

$$\mathcal{R}[x(t-t_0)]=y(t-t_0)$$

称系统是时不变系统（也称非时变系统），否则是时变系统。时不变系统的输出波形与输入施加的时刻无关，也就是，时不变系统的特性不随时间而改变，如图1-16所示。

例1-5 设 $y(t)=tx(t)$ ，判断该系统是否时不变。

解：设 $y(t)=\mathcal{R}[x(t)]$ ，当输入为 $x(t-t_0)$ 时，输出

$$\mathcal{R}[x(t-t_0)]=tx(t-t_0)$$

^① 由于微分方程的解还与初始状态有关，在非零初始状态情况下，本例中的方程并不满足可加性，故有些教材中将其归类为增量线性系统。本书在区分线性与非线性时，只考虑外部输入，故称其为线性系统。

由于

$$y(t-t_0) = (t-t_0)x(t-t_0) = tx(t-t_0) - t_0x(t-t_0)$$

显然

$$\mathcal{R}[x(t-t_0)] \neq y(t-t_0)$$

故该系统是时变系统。

时变系统也可用某一特殊输入的响应确定。例如，本例中当 $x(t) = t$ 时，输出

$$y(t) = \mathcal{R}[t] = t^2$$

而当输入 $x(t) = (t-1)$ 时，输出

$$\mathcal{R}[t-1] = t(t-1) = t^2 - 1$$

由于 $\mathcal{R}[t-1] \neq y(t-1)$ ，故该系统是时变系统。

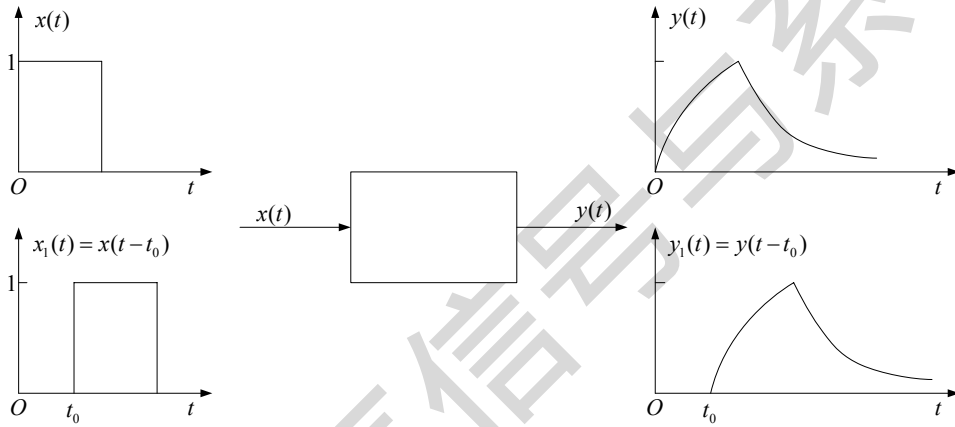


图1-16 时不变性的示意说明

既是线性的又是时不变的系统称为线性时不变（Linear Time Invariant）系统，简称 LTI 系统。设 $y(t) = \mathcal{R}[x(t)]$ ，LTI 系统具有如下微分性质和积分性质：

$$\mathcal{R}\left[\frac{d}{dt}x(t)\right] = \frac{d}{dt}y(t) \quad (1-13)$$

$$\mathcal{R}\left[\int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau\right] = \int_{-\infty}^t y(\tau)d\tau \quad (1-14)$$

式(1-13)证明如下：

用极限形式表示 $x(t)$ 的微分

$$\frac{d}{dt}x(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{x(t) - x(t-\tau)}{\tau}$$

由系统的时不变性，有

$$\mathcal{R}[x(t-\tau)] = y(t-\tau)$$

由系统的线性，有

$$\mathcal{R}\left[\frac{x(t) - x(t-\tau)}{\tau}\right] = \frac{y(t) - y(t-\tau)}{\tau}$$

上式两端取 τ 趋近于零的极限，则可得式(1-13)结论。

因果性

若任一时刻的响应只与该时刻及其以前的输入有关，而与以后各时刻的输入无关，称这种系统为因果系统。例如

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

所表示的系统是因果的。

如果输出在自变量上能够先于输入出现，称这种系统是非因果系统。例如

$$y(t) = x(2t)$$

当 $x(t)$ 为起始于 t_0 的信号时， $y(t) = x(2t)$ 就起始于 $t_0/2$ ，在 $t_0 > 0$ 时，输出 $y(t)$ 就先于输入 $x(t)$ 出现，故该系统是非因果系统。

无记忆系统和任何物理可实现系统均是因果的。但非因果系统在理论分析、实际系统设计中有着重要的应用价值，有时，非因果系统提供了因果系统所能达到的理想性能，从而为因果系统的设计提供性能参考。若自变量不是时间，或对信号进行非实时处理，系统可以是非因果的。

借用“因果系统”的概念， $t < 0$ 时一直为零的信号称为因果信号； $t \geq 0$ 时一直为零的信号称为反因果信号；如果信号在某时刻之前一直为零，称其为右边信号；如果信号在某时刻之后一直为零，称其为左边信号，如图 1-17所示。根据信号的持续期是否有限，把信号也分类为有限持续期信号和非有限持续期信号。

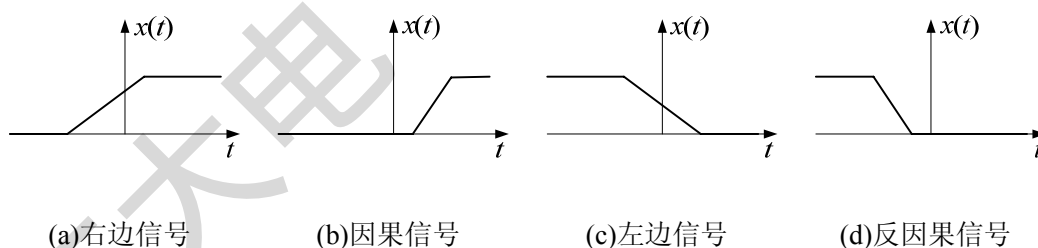


图1-17 根据持续期分类的信号

1.4 离散时间信号与系统

根据自变量是否连续取值可将信号分为两大类：连续时间信号和离散时间信号。连续时间信号的自变量连续取值，离散时间信号的自变量只能离散取值。每日股票市场的综合指数、国民生产总值 GNP、银行存款利率等，由于自变量均是离散的，它们是离散时间信号。再如，从 CD 机上听到的声音是由于扬声器纸盆的振动引起空气压力的变化产生的，由于压力变化是以连续时间定义的，故为连续时间信号，而声音的

有关信息却以数字形式存贮于 CD 光盘上,它所表示的数据只与一些时刻的声音有关,为离散时间信号。

离散时间信号也称为(离散)序列,用以序号 n 为自变量的函数表示, n 限定为整数,表示在方括号中。例如

$$x[n] = \begin{cases} n, & 0 \leq n \leq 5 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

则 $x[0]=0$, $x[1]=1$, $x[2]=2$, $x[3]=3$, $x[4]=4$, $x[5]=5$, 在其余 n 处 $x[n]=0$ 。序列 $x[n]$ 有时也表示成如下形式:

$$x[n] = \{ \underset{\substack{\uparrow \\ n=0}}{0}, 1, 2, 3, 4, 5 \}$$

当表示在花括号中的序列从 $n=0$ 开始,“ $n=0$ ”和指示箭头也可省去。 $x[n]$ 随 n 的变化用图 1-18 所示的图像表示。

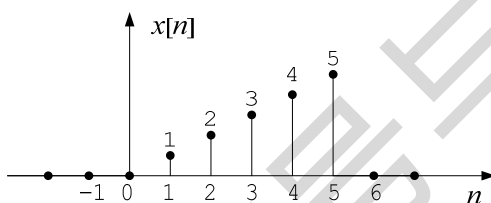


图1-18 离散时间信号

离散时间信号也可以是连续时间信号的样本。设 $x(t)$ 有界,若对 $x(t)$ 按等间隔 T_s 取值, $x(t)$ 在 $t = nT_s$ 处的样本 $x(nT_s)$ 构成离散时间信号, $x(nT_s)$ 可改用 $x[n]$ 表示。

根据自变量是否连续取值将信号分为连续时间信号和离散时间信号,同样,信号本身(因变量)也可以连续或离散取值,自变量和因变量都连续取值的信号称为模拟信号,都只能离散取值的信号称为数字信号。例如,一个 8 位模数转换器的输出只有 $2^8 = 256$ 个不同的值,如果用它表示一个 0~5V 的电压,则量化步长(量化误差)约为 $5V / 256 \approx 20\text{mV}$ 。量化的概念如图 1-19 所示,连续时间信号 $x(t)$ 经离散化后,对大于零的值取下方格线上的数值,对小于零的值取上方格线上的数值。工程中,“连续时间信号”与“模拟信号”,“离散时间信号”与“数字信号”一般通用。“离散时间”多用于理论问题的讨论,而“数字”常与软件和硬件设备有关,“模拟”一词的使用也往往与“数字”相对应。

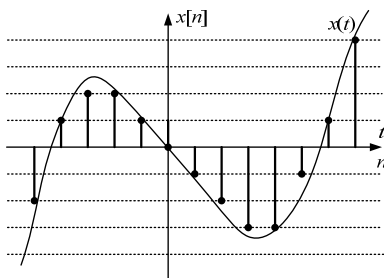


图1-19 信号的一种量化

系统也分连续时间与离散时间：处理连续时间信号的系统为连续时间系统，处理离散时间信号的系统为离散时间系统。离散时间系统可用图 1-20所示的“黑匣子”表示，指向框内的箭头表示系统的输入，指向框外的箭头表示系统的输出。

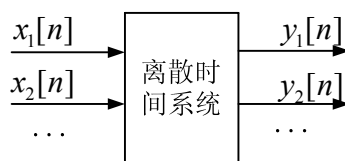


图1-20 离散时间系统的表示

模拟信号的两种处理方式如图 1-21所示。模拟信号的数字处理中，要用模数转换器（A/D）将模拟信号转换为数字信号，在数字处理后，再用数模转换器（D/A）将数字信号转换为模拟量。

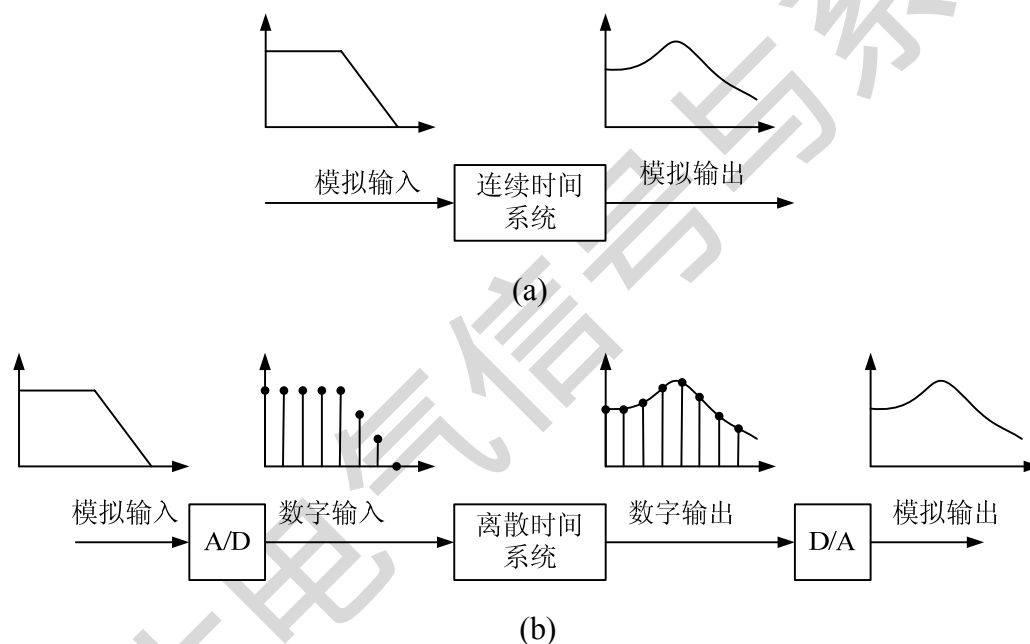


图1-21 模拟信号处理的两种方式

模拟信号的处理技术在过去曾是研究的重点，随着计算机、单片机和数字信号处理芯片 DSP 技术的发展，数字信号处理技术在近几十年发展相当迅速，其应用领域已遍及工程中的每一分支，DVD、数字电视、雷达、图像处理、虚拟仪器、谐波检测与抑制等。由于数字信号处理是采用数值计算的方法以达到提取信息的目的，因而它具有精度高、灵活、可重复性强等特点，数字系统只要简单地改变程序就可实现不同的功能。例如，模拟示波器一般只能观察信号的波形，而数字示波器还可以对波形数据进行存储和运算，能够显示出复杂波形的有效值、平均值和频谱等。

1.5 信号与系统分析概述

犹如力学中对力和速度的分解，一个信号也可以分解为一些简单信号的组合。在信号理论中，对信号实施分解是一种非常重要的思想和方法。通过信号分解，人们不仅对信号的构成有了深入理解，而且便于研究信号的处理方法。

信号的奇偶分解

若信号 $x(t)$ 的波形关于纵轴对称，即

$$x(-t) = x(t) \quad (1-15)$$

称其为偶信号，如图 1-22 (a) 所示的 $x_E(t)$ 。

若信号 $x(t)$ 的波形关于原点对称，即

$$x(-t) = -x(t) \quad (1-16)$$

称其为奇信号（也称为反对称信号），如图 1-22 (b) 所示的 $x_O(t)$ 。

任何一个信号 $x(t)$ 都可以分解为一个偶信号 $x_E(t)$ 与一个奇信号 $x_O(t)$ 的和，即

$$x(t) = x_E(t) + x_O(t)$$

为了求出 $x_E(t)$ 与 $x_O(t)$ ，用 $-t$ 置换上式中的 t ，由于 $x_E(-t) = x_E(t)$ ， $x_O(-t) = -x_O(t)$ ，则有

$$x(-t) = x_E(t) - x_O(t)$$

从以上两式得 $x_E(t)$ 和 $x_O(t)$ 分别为

$$x_E(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)] \quad (1-17)$$

$$x_O(t) = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)] \quad (1-18)$$

当 $x(t)$ 的波形给定时，可画出其时间翻转后 $x(-t)$ 的波形，二者分别相加与相减再除以 2 即可得到 $x_E(t)$ 与 $x_O(t)$ 。例如，对图 1-23 (a) 所示的非对称信号进行奇偶分解， $x(-t)$ 的波形如图 1-23 (b) 所示，进一步可得 $x_E(t)$ 与 $x_O(t)$ ，如图 1-22 所示。

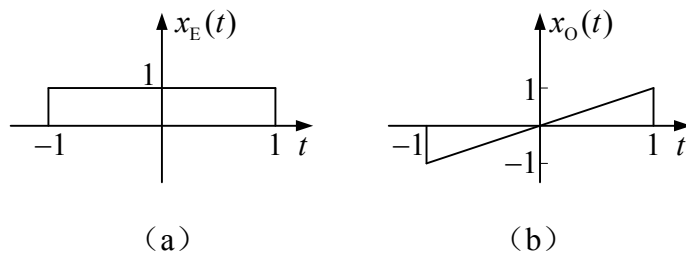


图1-22 偶信号与奇信号

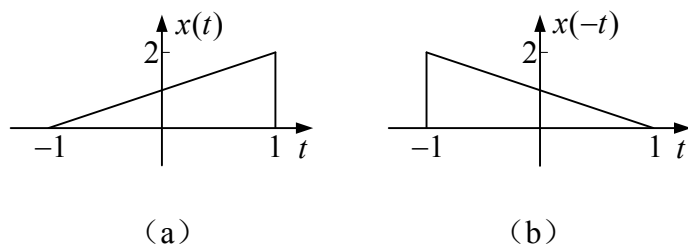


图1-23 信号及其翻转

信号的脉冲分解

参看图 1-24 (a)，如果将信号 $x(t)$ 的时间轴按等间隔 T 分段，并在每一小区间中用恒定值近似 $x(t)$ ，设这种台阶状信号为 $\tilde{x}(t)$ 。若定义 $\phi(t)$ 是宽度为 T 、高度为 $1/T$ 的矩形脉冲，见图 1-24 (b)，则 $\phi(t)T$ 就是高度为 1 的矩形脉冲。 $\tilde{x}(t)$ 可表示为

$$\tilde{x}(t) = \cdots + x(0)\phi(t)T + x(T)\phi(t-T)T + x(2T)\phi(t-2T)T + \cdots$$

即

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)\phi(t-kT)T \quad (1-19)$$

从图 1-24 可见， $\tilde{x}(t)$ 在 $T \rightarrow 0$ 时为 $x(t)$ ，则

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow 0} \tilde{x}(t) = \lim_{T \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)\phi(t-kT)T \quad (1-20)$$

式(1-20)表明，任一信号 $x(t)$ 可以用脉冲 $\phi(t)$ 的移位、加权、求和、取极限来表示。

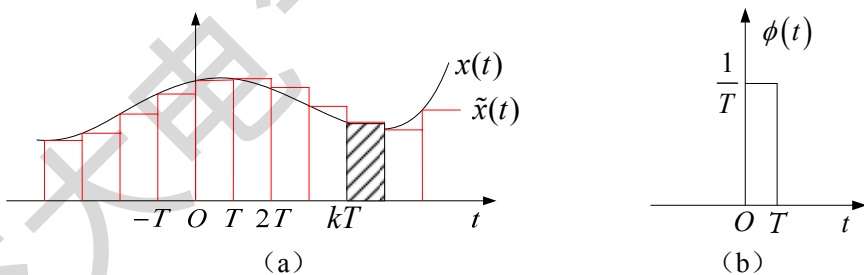


图1-24 信号的脉冲表示

信号的正弦分解

信号随时间变量的变化用数学函数或波形表示，这种时域表示给出了信号每一时刻的大小，从波形也可以大致观察出信号随时间变化的快慢程度（导数）。除时域表示形式外，信号一般还可以用不同频率正弦函数的“和”表示，这种表示揭示了信号所具有的频域特征，用来反映信号各频率处正弦分量振幅与相位的数学函数称为信号的频域表示。

以下式所示的连续时间信号为例

$$x(t) = 0.6 \cos(\omega_1 t) + 0.2 \cos(\omega_2 t) + 0.1 \cos(\omega_3 t) \quad (1-21)$$

各正弦分量及信号 $x(t)$ 的波形如图 1-25 所示。各正弦分量的振幅随角频率 ω 的变化如图 1-26 所示，从该图可以清楚地看出各正弦分量在信号中所占的比重，对式(1-21)所示信号，很明显，角频率为 ω_1 的正弦分量的振幅最大。

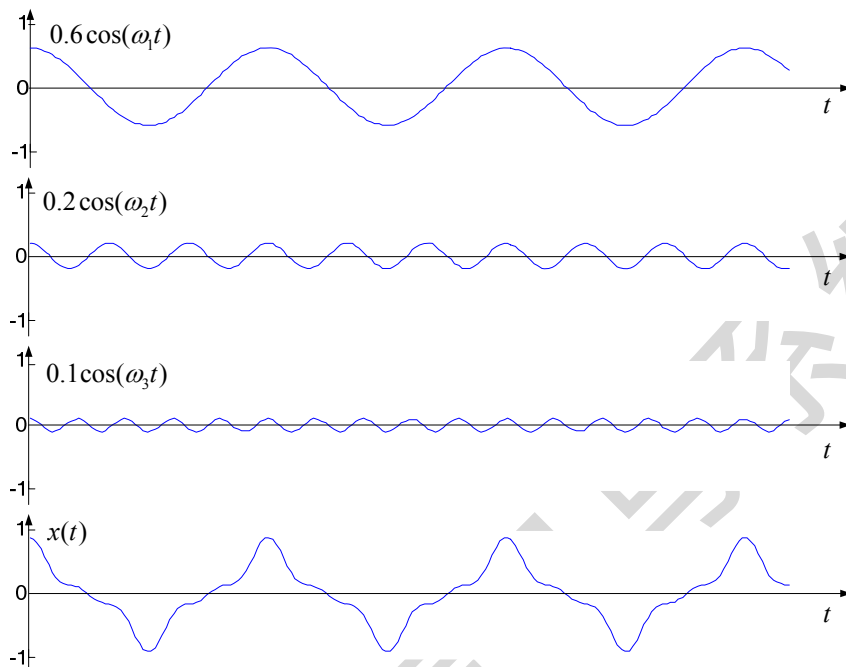


图1-25 用正弦函数的和所表示的信号

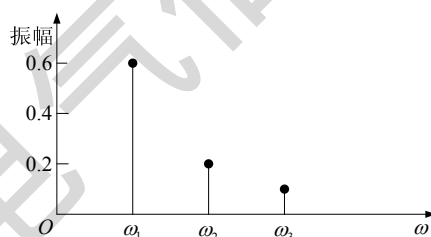


图1-26 各正弦分量的振幅

信号的频域表示形式简单，便于信号存储，由于正弦函数固有的特点，从频率的角度分析信号较为方便。频域表示的缺点是不能直接看出信号在某一时刻的大小，故只有把信号的时域表示和频域表示相结合，才能全面地反映信号。

一个实际信号除了有用分量外，总还包含一些无用成分，它有可能是来自系统本身或其他系统的干扰。如果单纯从时域考虑，由于每一时刻信号的大小都是有用信号与无用信号叠加的结果，二者难以区分。但如果从频域考虑这一问题，当有用信号与无用信号占据不同的频率范围时，从频率的角度区分有用信号与无用信号就比较方便，从而实现滤波的目的。由此看出，信号与系统的频域表示极大地方便了一些实际问题的解决，有关频域表示方法正是本课程要介绍的重点内容之一。

系统分析

信号处理系统可看作按照某种目的对输入信号实施的一些组合运算，系统的整体特性用数学方程描述。任一系统的响应取决于系统本身及其输入，人们对系统的研究自然涉及系统参数、输入、输出三部分，根据已知的系统数学方程和输入求解系统响应的过程称为系统分析，根据输入和响应设计系统的过程称为系统综合。

鉴于线性时不变系统已有完整的理论和分析方法，而且它是分析非线性系统和时变系统的基础，本书只介绍 LTI 系统的有关内容。

LTI 系统分析的理论基础是信号的可分解性和系统的叠加性与时不变性。通过对输入信号实施分解，将其表示成基本信号的线性组合，LTI 系统对输入信号的响应就能够用该系统对基本信号的响应求解。不同形式的信号分解产生出不同形式的分析方法，这些方法有各自的适用范围和其优势，它们从不同的视角给出系统性能的分析。

设输入信号 $x(t)$ 可以用 $\phi(t)$ 及其时间移位的组合表示，则 LTI 系统对 $x(t)$ 的响应就能够用系统对 $\phi(t)$ 的响应求解。例如，若已知系统在图 1-27 所示矩形脉冲 $\phi(t)$ 作用下的响应为 $y_\phi(t) = \mathcal{R}[\phi(t)]$ ，则对图 1-28 所示输入信号 $x(t)$ ，由于 $x(t)$ 可用 $\phi(t)$ 表示为

$$x(t) = \phi(t) + \phi(t-1) - 0.5\phi(t-2)$$

根据系统的时不变性，有

$$y_\phi(t-1) = \mathcal{R}[\phi(t-1)]$$

$$y_\phi(t-2) = \mathcal{R}[\phi(t-2)]$$

再利用叠加性，可得系统在输入 $x(t)$ 作用下的响应 $y_x(t)$ 为

$$y_x(t) = y_\phi(t) + y_\phi(t-1) - 0.5y_\phi(t-2)$$

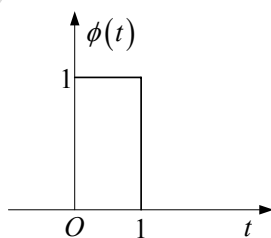


图1-27 矩形脉冲

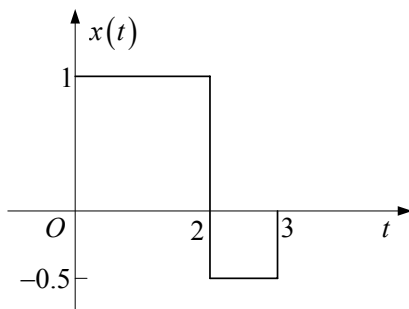


图1-28 输入信号

在信号与系统分析中,如果信号均以时间的函数形式出现在各数学式中直接参与运算,这种分析称为时域分析。如果能够把信号表示为某一基本信号的加权“和”,以基本信号的某一参数为自变量表示原信号,可认为是对原信号所实施的一种变换,这种使用变换后的函数而非信号本身进行数学运算的分析称为变换域分析。例如,正弦电流电路分析中所使用的相量法,电压相量和电流相量是正弦电压电流的一种变换,它们是频率的函数,以相量代替正弦量进行电路分析就是一种变换域电路分析。

本书第2章介绍连续时间系统的时域分析,主要内容有:信号的运算,信号的模型,系统的方程描述和冲激响应描述,本章在介绍信号的冲激函数分解概念基础上,引出系统的卷积法分析。第3章介绍拉普拉斯变换,该变换的本质是用复指数函数表示信号。在介绍拉普拉斯变换内容之后,给出微分方程和电路问题的变换法分析。本章将深入介绍系统函数的有关概念,利用系统函数能够很方便地判断LTI系统的性质。第4章介绍傅里叶级数与傅里叶变换,详细介绍傅里叶变换的各种性质,信号的频域描述方法,建立起信号频谱的概念。傅里叶变换实质上是信号的虚指数函数分解,它是信号与系统方法中最为核心的内容,是理解其他变换法的基础。此外,本章介绍信号的抽样理论,以建立离散时间信号与连续时间信号之间的联系。第5章简要介绍傅里叶变换在调制、解调、滤波等方面的应用。

从第6章起介绍离散时间信号与系统的各种分析方法,编排与连续时间的基本对应。第6章为离散时间系统的时域分析,第7章为离散时间系统的 z 变换法分析。

读者在学习信号与系统的各种变换方法时,要注意理解各变换法的本质和变换的意义,熟记常用信号有关变换的结果,掌握各变换法的常用性质。此外,要注意各变换方法之间的比较与联系,了解各变换法的适用范围和主要应用领域,同时,要注意比较连续、离散两大类信号分析方法的异同。

习 题

1-1 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的波形如图所示,试画出下列信号的波形。

(1) $x_1(t) + x_2(t)$

(2) $x_1(t) \cdot x_2(t)$

(3) $x_1(t+1) + x_1(t-1)$

(4) $x_2(t+1) + x_2(t-1)$

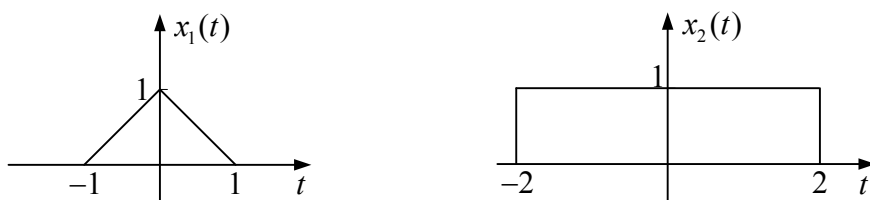


图 p1-1

1-2 画出下列各信号的波形，并求 $\frac{d}{dt}x(t)$ ， $\int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau$ 和 $\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)d\tau$ 。

(1) $x(t) = e^{-|t|}$

(2) $x(t) = \begin{cases} -|t|+1, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$

(3) $x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}[1 + \cos(2\pi t)], & |t| \leq 0.5 \\ 0, & |t| > 0.5 \end{cases}$

1-3 三角脉冲 $x(t)$ 如图所示，画出下列各信号的波形。

(1) $x(\frac{1}{2}t)$

(2) $x(2t)$

(3) $x(\frac{1}{2}t+1)$

(4) $x(\frac{1}{2}t-1)$

(5) $x(-\frac{1}{2}t+1)$

(6) $x(-\frac{1}{2}t-1)$

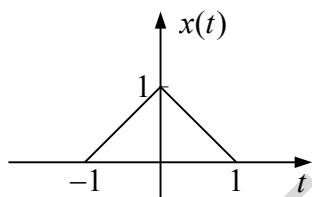


图 p1-3

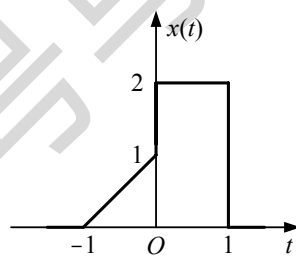


图 p1-4

1-4 连续时间信号 $x(t)$ 如图所示，试画出下列每一信号的波形。

(1) $x(2t+2)$ (2) $x(-\frac{1}{2}t+1)$ (3) $x(-t)x(\frac{1}{2}t)$

1-5 图示两个电路中，输入为 $u_i(t)$ 或 $i_i(t)$ ，输出为 $u_o(t)$ 或 $i_o(t)$ ，试给出 I/O 方程。

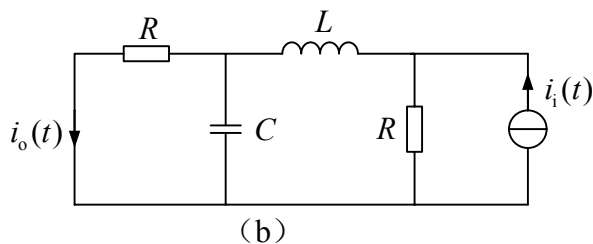
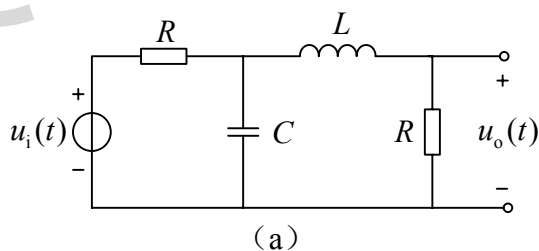


图 p1-5

1-6 设某质量为 m 的物体在 x 轴方向上所受的外力为 $f(t)$ ，阻尼力为 k 倍的运动速度，试给出位移 x 所满足的微分方程。

1-7 已知某系统的输入输出关系为

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau) d\tau$$

判定下列方程所描述的系统是否线性、时不变、因果，为什么？

1-8 已知某系统的输入输出关系和输入分别为

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau) d\tau, \quad x(t) = \begin{cases} e^{-t}, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

求输出 $y(t)$ ，并画出其波形。

1-9 非线性元件可用于两个信号的混频，设

$$y(t) = x^2(t)$$

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2)$$

求输出 $y(t)$ ，证明 $y(t)$ 中包含以下新的频率分量： 0 ， $2\omega_1$ ， $2\omega_2$ ， $\omega_1 - \omega_2$ 。

1-10 判定下列方程所描述的系统是否线性，为什么？

$$(1) y(t) = e^{x(t)}$$

$$(2) y(t) = |x(t)|$$

$$(3) y(t) = \begin{cases} x(t), & |x(t)| \leq 1 \\ 1, & x(t) > 1 \\ -1, & x(t) < -1 \end{cases}$$

$$(4) y(t) = x(-t)$$

1-11 判定下列方程所描述的系统是否时不变，为什么？

$$(1) y(t) = x(t-1)$$

$$(2) y(t) = x(1-t)$$

$$(3) y(t) = \cos[x(t)]$$

$$(4) y(t) = x(t) \cdot x(t-1)$$

$$(5) y(t) = x(t) \cdot \cos(2t)$$

$$(6) \frac{d}{dt} y(t) + 2ty(t) = x(t)$$

1-12 判定下列方程所描述的系统是否因果，为什么？

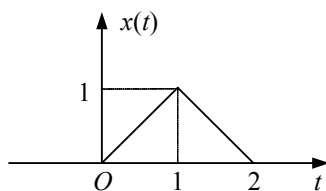
$$(1) y(t) = e^{x(t)}$$

$$(2) y(t) = |x(t)|$$

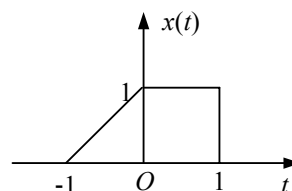
$$(3) y(t) + y(t-1) = x(t)$$

$$(4) y(t) = \frac{1}{2T} \int_{t-T}^{t+T} x(\tau) d\tau$$

1-13 画出图示两个信号的偶信号分量和奇信号分量。



(a)



(b)

图 p1-13

1-14 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的波形如图所示, 试用 $x(t)$ 的线性和表示 $y(t)$ 。

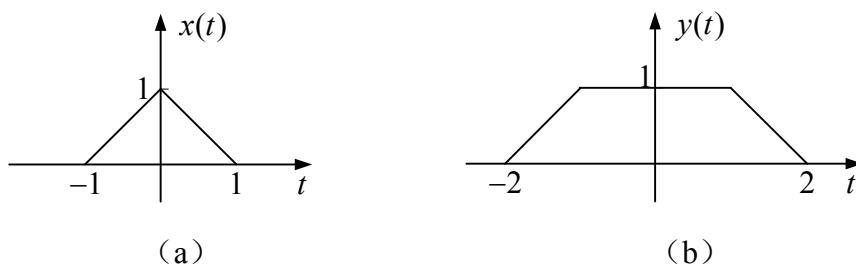


图 p1-14

1-15 $\phi(t)$ 、 $\psi(t)$ 和 $x(t)$ 的波形如图所示。

- (1) 试用 $\phi(2t)$ 及其移位信号表示 $\psi(t)$ 。
- (2) 证明 $\phi(2t) = (\phi(t) + \psi(t)) / 2$, $\phi(2t-1) = (\phi(t) - \psi(t)) / 2$ 。
- (3) 试用 $\phi(2t)$ 及其移位表示信号 $x(t)$ 。
- (4) 试用 $\psi(t)$ 及其移位、 $\phi(t)$ 表示信号 $x(t)$ 。

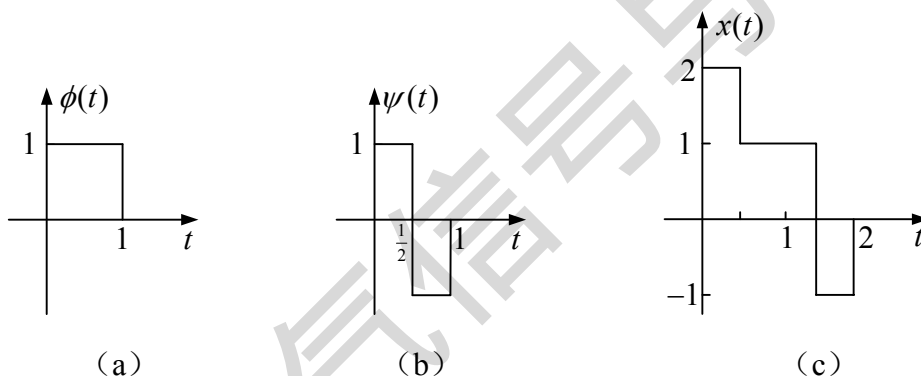


图 p1-15

1-16 设某线性时不变系统在图 (a) 所示输入 $x(t)$ 作用下的响应 $y(t)$ 为

$$y(t) = \begin{cases} 1 - e^{-t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

- (1) 求该系统在图 (b) 所示矩形脉冲输入 $x_1(t)$ 作用下的响应。
- (2) 求该系统在图 (c) 所示三角脉冲输入 $x_2(t)$ 作用下的响应。

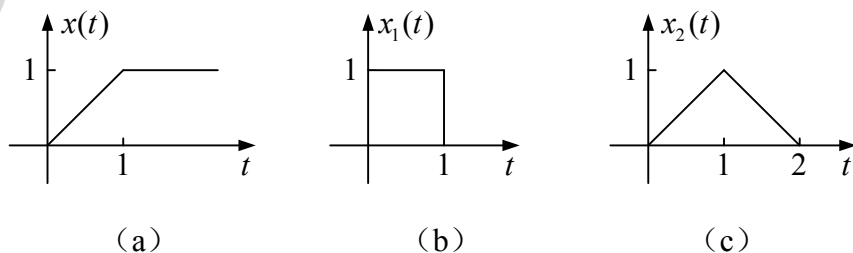


图 p1-16