公地悲剧（Tragedy of Commons）

假设有 C 头牛在一块草地上吃草，C 为 cows 代表奶牛，f(C)是产奶量，并且用一公升奶做计价单位（例：一头牛值 500 公升奶），记为 1. 养一头牛成本为 a。牵一头牛进入草地所获的利润为 $\frac{f(C)}{C}-a$（边际产出-边际成本）也就是为进入草地放牛所愿意支付的钱。

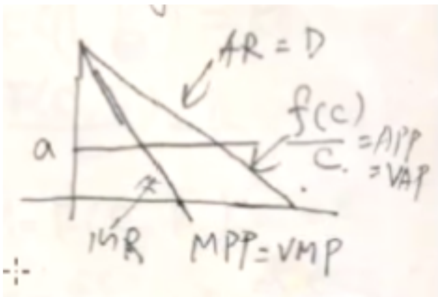
（1）自耕农：$\max f(c)-ac$，所以最优条件为：$f'(c)=a$

（2）社会最优同上。（评判标准）

（3）城里地主定价：

$$\frac{d}{dc}\left[(\frac{f(C)}{C}-a)\times c\right]=0\text{，可得最优条件：}f'(c)=a$$

（4）无主（公地）：$\frac{f(C)}{C}=a$，$\frac{f(C)}{C}$ 是对牛的需求曲线。根据图可知，公地情况下，牛的数量往往过多。



外部效应：

假设新进入一头牛，别人平均收入的减少变化（也就是新进入一头牛对别人的挤出效应）：

$$\Delta\mathrm{I}=\frac{d}{dc}\frac{f(C)}{C})=\frac{Cf^{'}(C)-f(C)}{C^2}$$

别人收入的减少：

$$C\cdot\Delta\mathrm{I}=f'(C)-\frac{f(C)}{C}$$

新进入这头牛的收入：$\frac{f(C)}{C}=f'(C)-C\cdot\Delta\mathrm{I}$

即在没有产权即公地情况下，新进入牛的边际产量等于边际成本加上挤出别

人的收入，$f'(C)=\frac{f(C)}{C}+C\cdot\Delta\mathrm{I}$。所以就会造成越来越多的牛进入。而新的牛进入就会给别人造成收入的减少。

寻租

假设短期土地是固定的$\bar{K}$，此时牛奶的生产函数为 F(C, $\bar{K}$)，土地的单位租金为 F_k：

所以地租（Rent）为： R= $F_k\cdot\bar{K}$= $F-F_c\cdot C$ （根据欧拉定理可得）

新进入牛的主人的平均收入：

$$\frac{F}{C}=\frac{F-F_c\cdot C}{C}+F_c=\frac{R}{C}+F_c$$

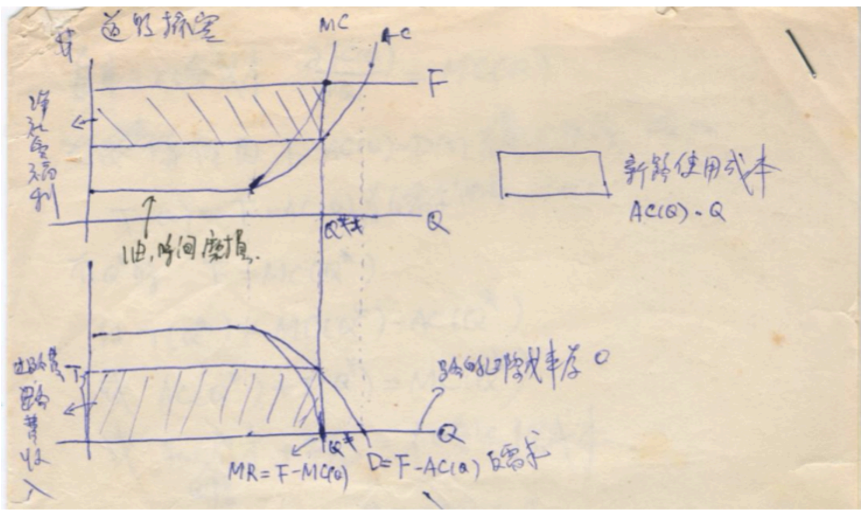
所以每牵入一头牛可以获得本身这头牛的边际产量还有所占有的那一块土地的价值，这叫做寻租。此处寻租不能被观察到，是指牵入牛占有该块土地。所以寻租会造成社会资源的损失。

道路拥塞

道路拥塞的真正原因不是由于汽车多进入对其他汽车造成道路的挤出，而是因为缺乏 owner，要是道路收费就会解决这个外部性。

假设两城市之间有一段草地，汽车行驶会造成各种成本为 F（如图所示）。现在修一条新道路，使汽车行驶成本降低。但是当道路上汽车太多的时候，成本反而上升。新道路的使用总成本为 AC*Q。

成本图对应下面的收益图。



$$MR(Q) = \frac{\partial}{\partial Q}[(F - AC(Q) \cdot Q] = \frac{\partial}{\partial Q}[FQ - AC(Q) \cdot Q]$$

$$= \frac{\partial}{\partial Q}[FQ - TC(Q)] = F - MC(Q)$$

因为$MR(Q)$，所以$F = MC(Q)$。

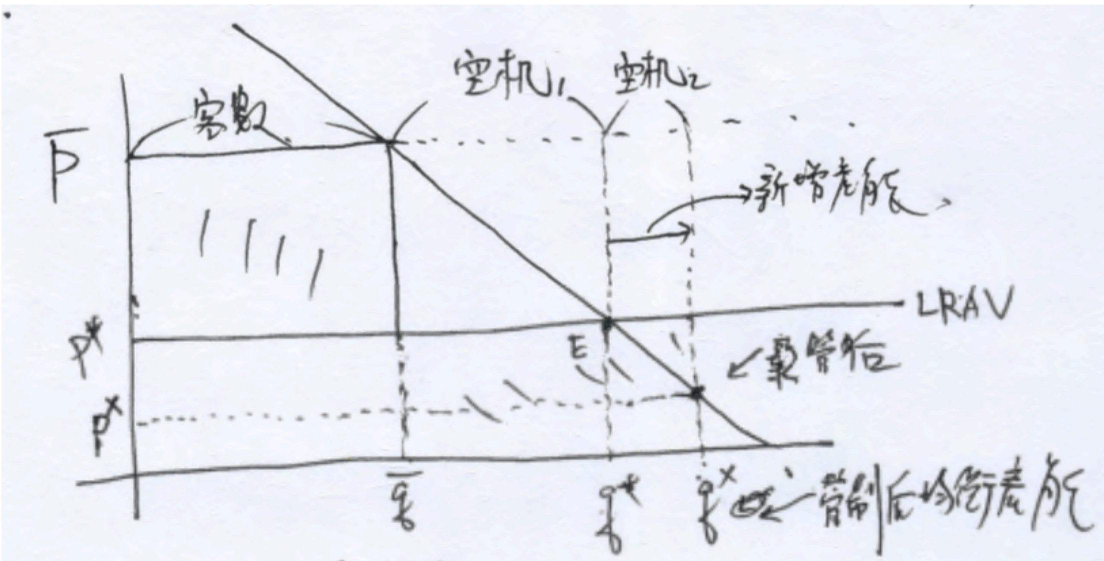
对于新进入的汽车而言，每一部汽车所产生的外部性为：

$$\frac{dAC}{dC} = \frac{d}{dC}\left(\frac{TC}{C}\right) = \frac{MC}{C} - \frac{TC}{C^2} = \frac{1}{C}\left(MC - \frac{TC}{C}\right) = \frac{1}{C}(MC - AC)$$

则一部车进入道路的外部性总和为：$C \cdot \frac{dAC}{dC} = MC - AC$=Toll=T(Q*)。也就是说，由于汽车进入是社会总的边际成本高于社会平均成本，所以要对汽车进入收费，收费额度为 T。

非价格竞争&质量竞争

如图所示，



假设均衡时价格为 P*,飞机满载数量为 q*。若实行管制，价格定为$\bar{P}$，飞机满载量为$\bar{q}$。

提价后的空机率为：空机 1/（客数+空机 1）。

假设提价后的利润大于之前的利润，因此会有新的飞机进入，并在$P^{\times}$和$q^{\times}$点处实现均衡，此时均衡叫做质量均衡。此时空机率为：空机 1+空机 2/（客数+空机 1+空机 2）

竞争性均衡时，空位率为 0，价格为 P*；

质量均衡时，空位率也为 0，价格为$P^{\times}$。但两种情况的利润相等。