西安交通大学考试题(A)

成绩	

课　　程 复变函数与积分变换（A）

学　　院 ________________

专业班号 ________________　　考试日期 2018 年 1 月 6 日

姓　　名 ________________　　学　　号 ____________ 期末 √

一、填空（每小题 4 分，共 20 分）

1. $Ln\left[1+\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{15}\right]=$ ____________.

2 .设 C 表示圆周 $x^2+y^2=3$，$f(z)=\oint_C \dfrac{3\xi^2+7\xi+1}{\xi-z}d\xi$，则 $f'(1+i)=$ ______

3.函数 $\omega=\dfrac{1}{z}$ 把 z 平面直线 $x=1$ 映射成 ω 平面上的曲线 ____________（其中 $z=x+iy, w=u+iv$）。

4.函数 $f(z)=\dfrac{1-\cos z^2}{z^5}$ 在 $z=0$ 处的留数为 ________________.

5.在 Laplace 变换下,若 $f(t)*g(t)=h(t)$，则 $f(3t)*g(3t)=$ __________.

二、选择（每小题 4 分，共 20 分）

1.设 $f(z)=\sin\left(\dfrac{z}{2}\right)$，则下列命题正确的是 【　　】.

(A) $|f(z)|$ 是有界的;　　(B) $f(z)$ 以 2π 为周期;

(C) $f(z)=\dfrac{e^{iz}-e^{-iz}}{2}$;　　(D) $f(z)$ 在复平面上处处解析.

2. $z=\infty$ 是函数 $f(z)=\dfrac{z^5}{(1-z)^3}$ 的【　　】.

(A) 可去奇点;　(B)一阶极点;　(C)二阶极点;　(D) 本性奇点.

3. 设 C 为 $|z|=2$ 的正向, 则 $\oint_c \dfrac{e^z dz}{z(z^2+9)}=$ 【　　】.

(A) 0;　(B) $\dfrac{1}{9}$;　(C) $\dfrac{2\pi i}{9}$;　(D) 以上结果均不对.

4. $\mathscr{F}\left[f(t)\right]=F(\omega)$，则$\mathscr{F}\left[f(1-2t)\right]=$【　　】.

(A) $\frac{1}{2}F\left(\frac{\omega}{2}\right)e^{-\frac{i}{2}\omega}$;　　　(B) $2F\left(-\frac{\omega}{2}\right)e^{-\frac{i}{2}\omega}$;

(C) $\frac{1}{2}F\left(-\frac{\omega}{2}\right)e^{-\frac{i}{2}\omega}$;　　　(D) $2F\left(\frac{\omega}{2}\right)e^{-\frac{i}{2}\omega}$.

5.设 $f(t)=e^{-2t}\sin 3t$，则$\mathscr{L}[f(t)]=$【　　】

(A) $\frac{3(s+2)}{(s+2)^2+9}$;　(B) $\frac{3}{(s+2)^2+9}$;　(C) $\frac{2(s+3)}{(s+3)^2+4}$;　(D) $\frac{2}{(s+3)^2+4}$.

三、解答下列各题（每小题 8 分，共 56 分）

1. 验证 $v(x,y)=\frac{x}{x^2+y^2}$ 在 $\mathbb{C}\setminus\{0\}$ 是一调和函数，并构造解析函数 $f(z)=u+iv$ 满足条件 $f(1)=-2+i$.

2.设 C 为正向圆周，计算 $\oint_C \frac{z^2+(\overline{z})^3}{z}dz$.

3.将函数 $f(z)=\dfrac{z^2+3z}{(z-1)(z^2+3)}$ 在下列指定圆环域内展开为 Laurent 级数.

（1） $0<|z|<1$；　　（2） $1<|z|<\sqrt{3}$.

4. 计算 $I=\oint\limits_C \dfrac{z}{(\sin z)^3}dz$，其中 C 为 $|z|=2$ 的正向.

5. 利用留数计算 $I=\int_0^{+\infty}\dfrac{x\sin(2x)}{x^2+9}dx$.

6. 用拉氏变换求方程的解

$$f'(t)+2f(t)+2\int_0^t f(\tau)d\tau = u(t)\text{，}\quad f(0)=-2.$$

7. 用拉氏变换计算积分 $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{e^{-t}\sin^2 t}{t}dt$

四、证明题（本题 4 分）设在区域 $D=\{z\,\big|\,|\arg z|<\dfrac{\pi}{2}\}$ 内的单位圆 $|z|=1$ 上任取一点 z，用 D 内曲线 C 链接 0 与 z．证明：$\mathrm{Re}\displaystyle\int_C\frac{dz}{1+z^2}=\frac{\pi}{4}$.