西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

自 动 控 制 理 论
Automatic Control Theory

工业自动化系

开环对数幅频特性渐近曲线的绘制方法

1. 传递函数的型式（时间常数型式）；
2. 算出各环节的转角频率及20log*K*的dB值，并将转折频率从低到高排列；（环节划分）
3. 过 ω=1，*L*=20log*K* 这一点，作斜率为 -20*N* dB/dec的直线（*N*为串联的积分环节数）；
4. 从低频段开始，每经过一个转角频率，按环节性质改变一次渐近线的斜率；
5. 若要画精确曲线，则在各转角频率附近利用误差曲线进行修正。

开环对数相频特性渐近曲线的绘制方法

各环节相频特性叠加，工程上往往用分析法计算各相频特性上几个点，然后连接成线。

系统开环极坐标图的绘制

概略（大致）开环幅相曲线（极坐标图）反映开环频率特性的三个重要因素：

1）开环幅相曲线的起点（$\omega=0_+$）和终点（$\omega=\infty$）。

2）开环幅相曲线与实轴的交点。

设$\omega=\omega_x$时，$G(j\omega_x)H(j\omega_x)$的虚部为：

$$\mathrm{Im}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)]=0$$

或 $\phi(\omega_x)=\angle G(j\omega_x)H(j\omega_x)=k\pi$，$k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

3）开环幅相曲线的变化范围（象限、单调性）。

起点
终点
走向

5.4 用频率法分析系统稳定性

工程设计中对稳定性的判断需求

- 不仅能判断系统的绝对稳定性（即是否稳定），同时能够进一步确定出系统的稳定程度；
- 对于不稳定系统，希望指出如何改进（包括改变系统参数或改变系统结构）从而使其稳定。

奈奎斯特稳定判据（简称奈氏判据）可以根据系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性，能够满足工程设计的需求。

奈奎斯特稳定判据的数学基础是复变函数理论中的幅角定理（或称为映射定理）。

5.4 用频率法分析系统稳定性

映射定理

1. 基本思路

设单值有理复变函数$F(s)$，在s平面上的指定域内，除有限点$s=-p_i$外处处解析：

$$F(s)=\frac{\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}$$

则对于s平面上的指定域内的每一个解析点，在F(s)平面上必有一个点与之对应；复变函数如同特殊的映射镜，将s平面上的$-z_j$、$-p_i$或轨迹$s=\alpha+j\beta$投射到F平面上的点或轨迹。

5.4 用频率法分析系统稳定性

映射定理

① 点： $s=-z_j$，$F(s)=0$， S平面上的○点映射为F平面上的原点；

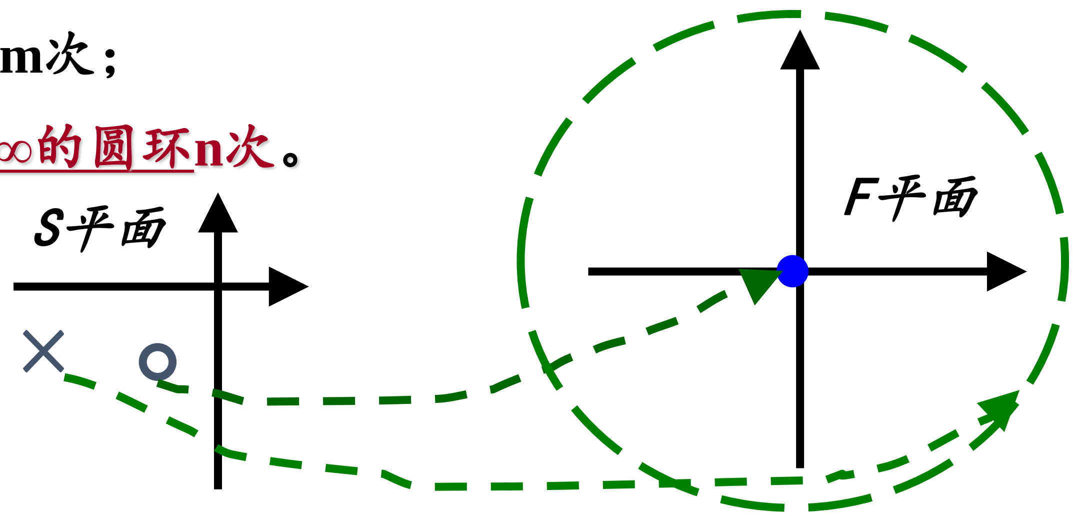
$s=-p_i$，$F(s)=\infty$，S平面上的×点映射为F平面上的∞处，

即半径为∞的圆环，而零点投影成半径无穷小的圆（原）点；

m个○点将映射至原点m次；

n个×点将映射成半径∞的圆环n次。

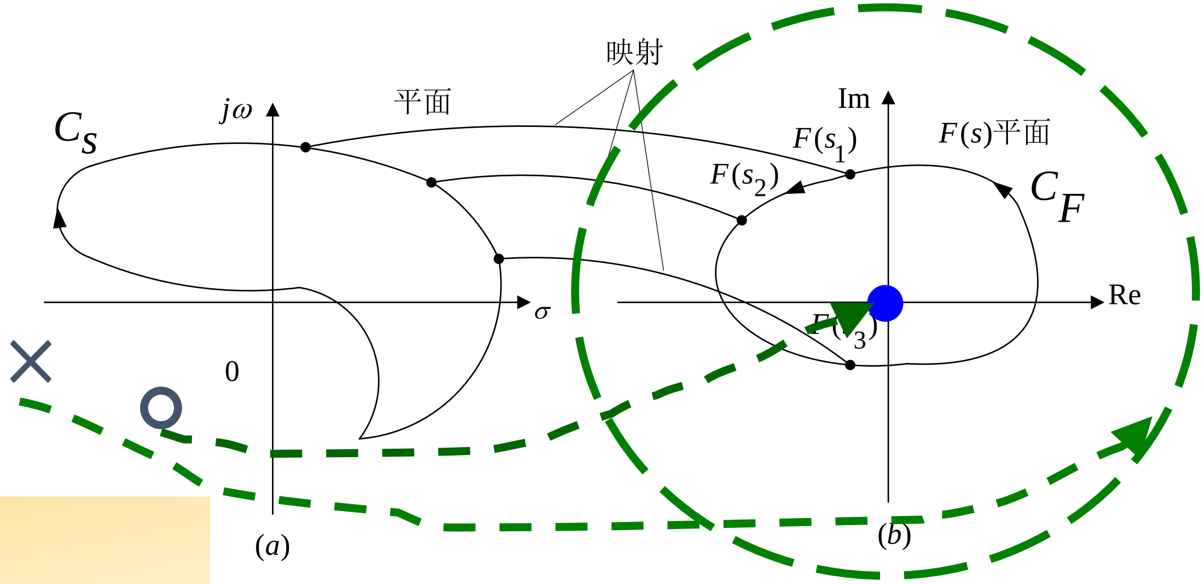
$$F(s)=\frac{\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}$$



映射定理

② 线(轨迹)：设S平面上有封闭曲线C_S， C_S不穿越z_j、p_i（即$s\neq -z_j$、$-p_i$)，则F平面上有映射封闭曲线C_F， C_F不穿越原点且有界。

$$F(s)=\frac{\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}$$



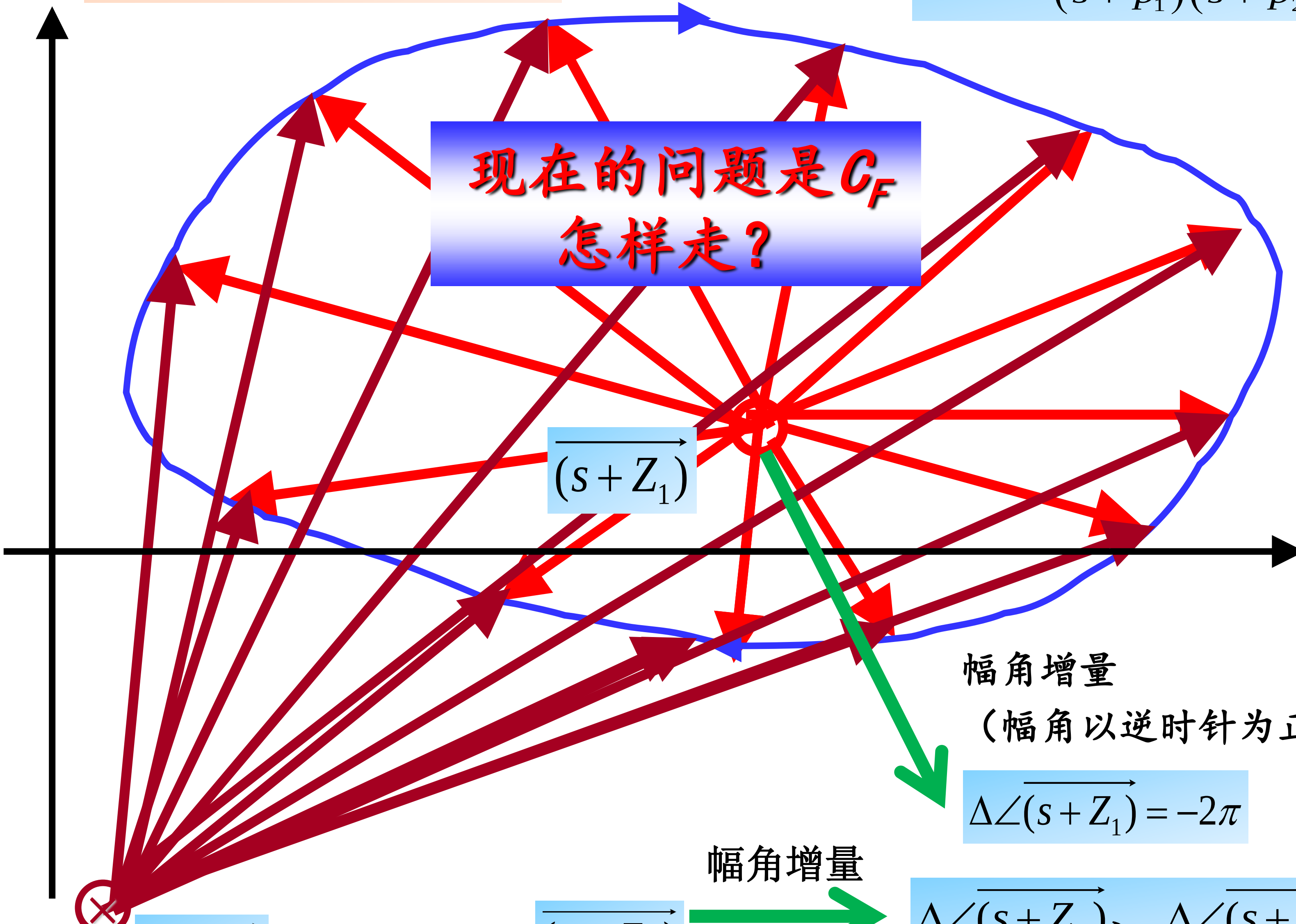
复数$s=\alpha+j\beta$，则复变函数

$$F(s)=|F(s)|\angle F(s)=\mathrm{Re}[F(s)]+j\,\mathrm{Im}[F(s)]$$

5.4 用频率法分析系统稳定性

如果C_S顺时针走一圈：

$$F(s)=\frac{K(s+z_1)(s+z_2)}{(s+p_1)(s+p_2)(s+p_3)}$$



幅角增量

（幅角以逆时针为正方向）

$\Delta\angle\overrightarrow{(s+Z_1)}=-2\pi$

外部极点$\overrightarrow{(s+P_i)}$以及其它零点$\overrightarrow{(s+Z_2)}$ 幅角增量 $\Delta\angle\overrightarrow{(s+Z_2)}$、$\Delta\angle\overrightarrow{(s+P_i)}=0$

5.4 用频率法分析系统稳定性

$$F(s)=\frac{\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}$$

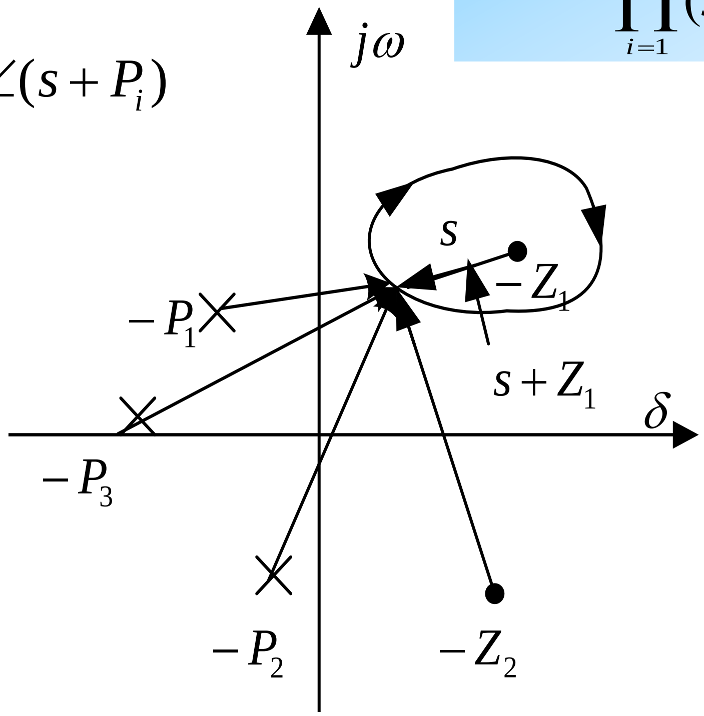
❖ 若C_S**顺时针**包围一个○点$s=-z_1$

F(s)幅角计算公式 $$\angle F(s)=\sum_{j=1}^{m}\angle(s+Z_j)-\sum_{i=1}^{n}\angle(s+P_i)$$

幅角增量：

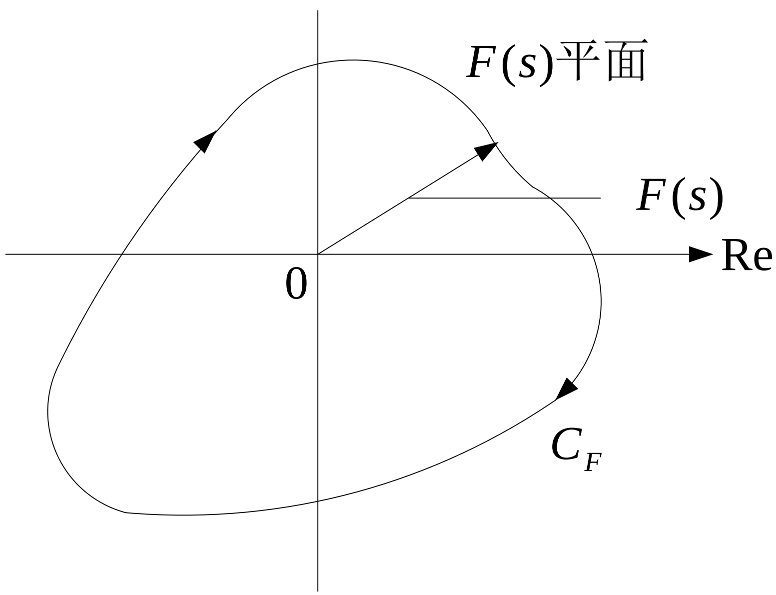
改正课本P170

$$\Delta\angle F(s)=\sum_{j=1}^{m}\Delta\angle(s+Z_j)-\sum_{i=1}^{n}\Delta\angle(s+P_i)$$
$$=-2\pi-0=-2\pi$$



其中 $\Delta\angle\overrightarrow{(s+Z_1)}=-2\pi$

其余○、×点转过的矢量角皆为零。



❖ 则C_F将**顺时针**包围原点一圈。

5.4 用频率法分析系统稳定性

$$F(s)=\frac{\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}$$

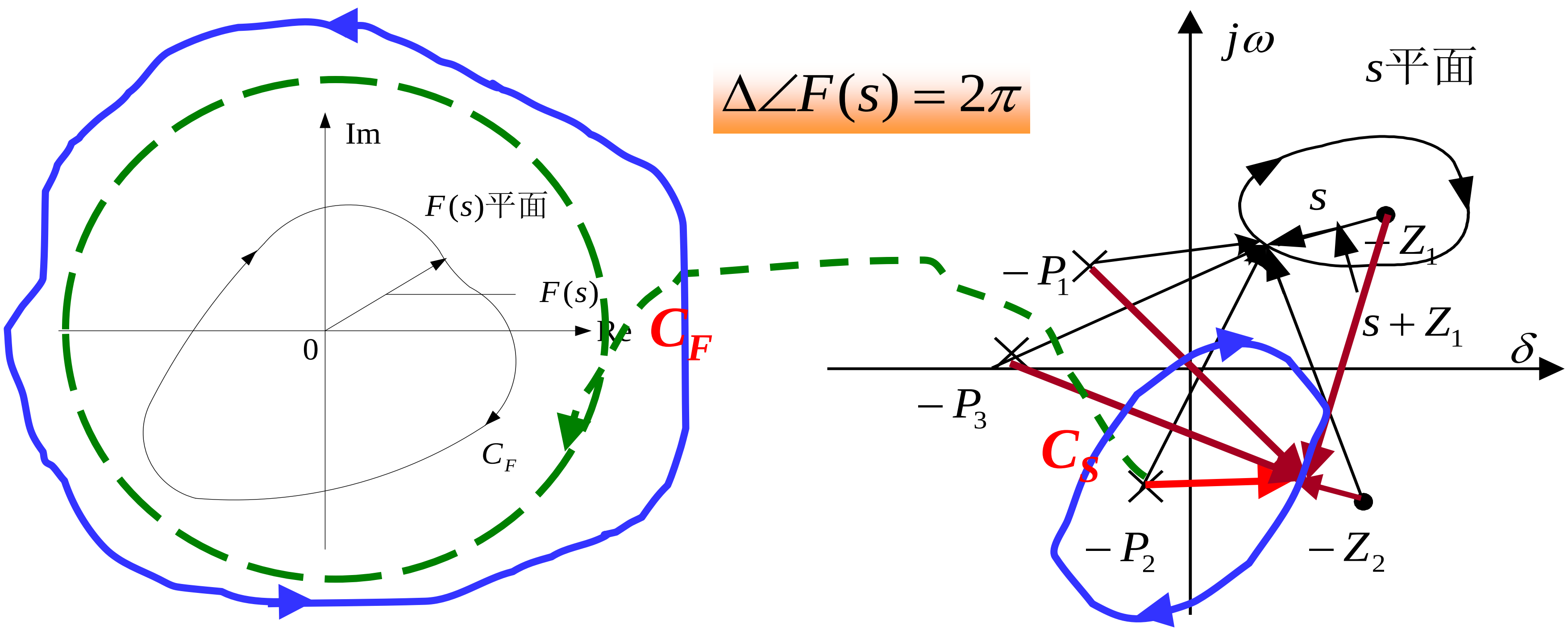
❖ 同理若C_S顺时针包围一个×点$s=-P_2$，则

$$\Delta\angle F(s)=\sum_{j=1}^{m}\Delta\angle(s+Z_j)-\sum_{i=1}^{n}\Delta\angle(s+P_j)$$

其中$\Delta\angle(s+P_2)=-2\pi$

其余○、×点转过的矢量角皆为零，即

$$\Delta\angle F(s)=2\pi$$



❖ C_F<u>逆时针包围原点一次</u>。

5.4 用频率法分析系统稳定性

$$F(s)=\frac{\prod_{j=1}^{m}(s+z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+p_i)}$$

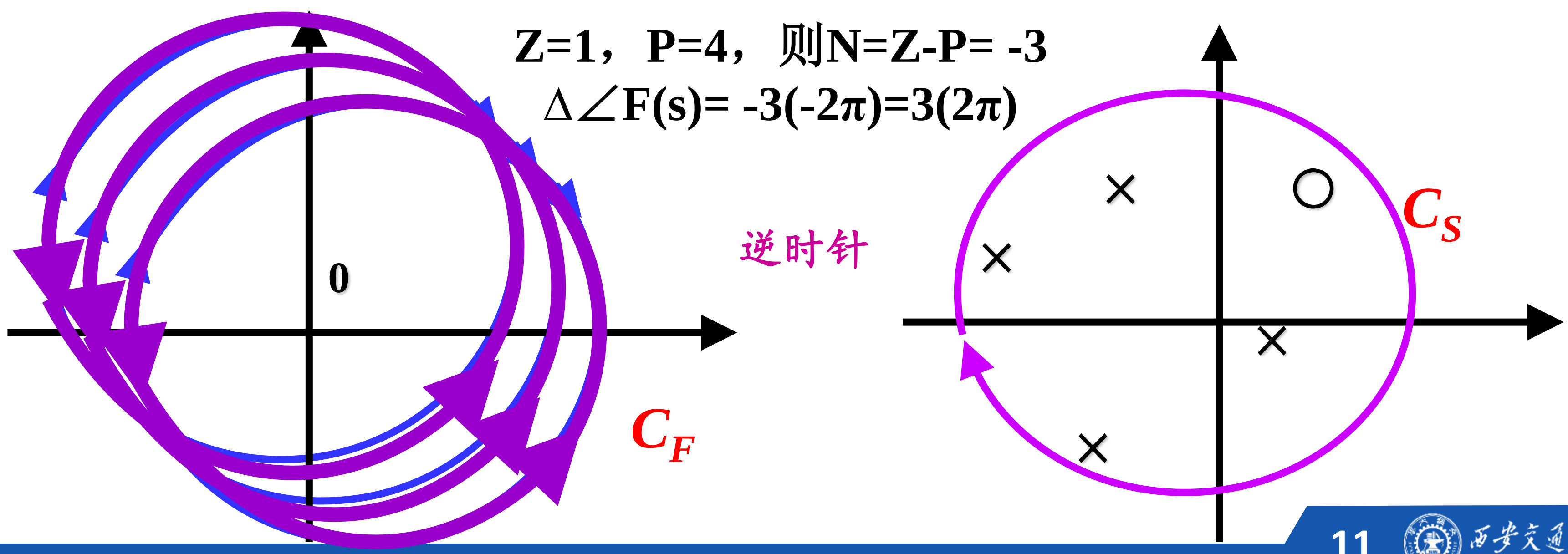
❖ 若C_S顺时针包围了$F(s)$的 Z个零点和P个极点，则C_F转过的矢量角增量为：

$$\sum_{j=1}^{m}\Delta\angle(s+Z_j)=Z(-2\pi) \qquad \sum_{i=1}^{n}\Delta\angle(s+P_i)=P(-2\pi)$$

幅角增量：

$$\Delta\angle F(s)=Z(-2\pi)-P(-2\pi)=(Z-P)(-2\pi)=N(-2\pi)$$

➢ 结论：当s沿C_S顺时针方向运动一周时，s点映射到F平面上相应点的轨迹C_F顺时针方向包围原点$N=Z-P$ 次。



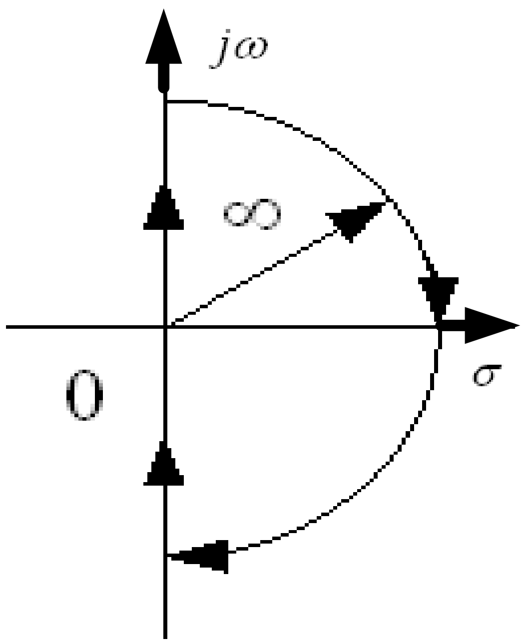
奈氏判据

为了利用映射定理判断闭环系统稳定性，就必须把映射定理中的F(S)、N、Z、P等与判断系统稳定性的因素联系起来。

- 设系统的开环传递函数为 $G_0(s)=G(s)H(s)$
- 闭环特征方程为 $F(s)=1+G(s)H(s)=0$
- $F(s)$的零点就是闭环系统的特征根，也就是闭环极点。
- 为了判断闭环系统稳定性(有无闭环右极点)，就是判断$F(s)$有无s平面上的右零点，

奈氏轨迹

为了判断稳定性(有无闭环右极点)，需要判断$F(s)$有无s平面上的右零点，特作封闭曲线C_S顺时针包围整个右半s平面。



- Cs：由Cs1和Cs2组成，方向取顺时针方向；
- Cs1：$\omega = -\infty \sim +\infty$整条虚轴
- Cs2 ：以原点为中心，半径R=∞的右半圆

Cs称为奈奎斯特轨迹，简称奈氏轨迹。

切记奈氏轨迹≠ 奈奎斯特图

闭环系统稳定的条件变为：Cs应不包围闭环特征根，即不包围F（s）的零点

5.4 用频率法分析系统稳定性

奈氏判据

$$G(s)H(s)=\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+Z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+P_i)}$$

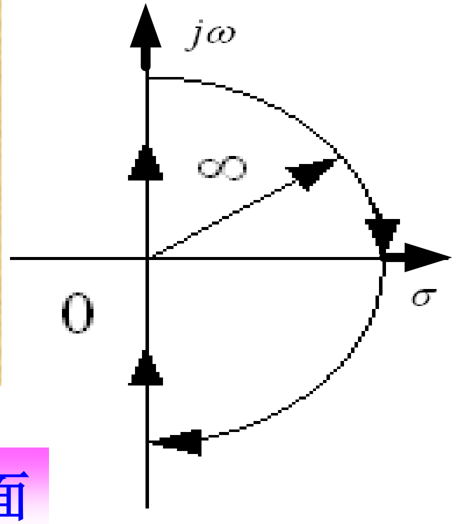
$$\Rightarrow F(s)=1+G(s)H(s)=\frac{\prod_{i=1}^{n}(s+P_i)+K\prod_{j=1}^{m}(s+Z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+P_i)}$$

***F(s)*的零点＝闭环特征方程的根或闭环极点**

***F(s)*的极点＝系统的开环极点**

若Z= *F(s)*的右零点数(闭环系统的右极点数)

P= *F(s)*的右极点数(开环系统的右极点数)



当s沿Cs奈氏轨迹顺时针运动一圈，则C_F在*F*平面上顺时针包围原点的次数为***N=Z - P*。**

奈氏判据

$$F(s)=1+G(s)H(s)=\frac{\prod_{i=1}^{n}(s+P_i)+K\prod_{j=1}^{m}(s+Z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+P_i)}$$

则C_F在F平面上顺时针包围原点的次数$N=Z-P$。

"-"表示与C_S顺时针方向相反。

如果闭环系统稳定，则$Z=0$，$N=-P$，即*闭环系统稳定的条件是*：C_F逆时针方向包围原点的次数等于系统的开环右极点数。

由于C_F: $F(s)=1+G(s)H(s)\rightarrow F(j\omega)=1+G(j\omega)H(j\omega)$，所以$C_F$是系统开环极坐标图（Nquist图）向右平移一个单位后得到的。

证明过程见课本P172页，略。

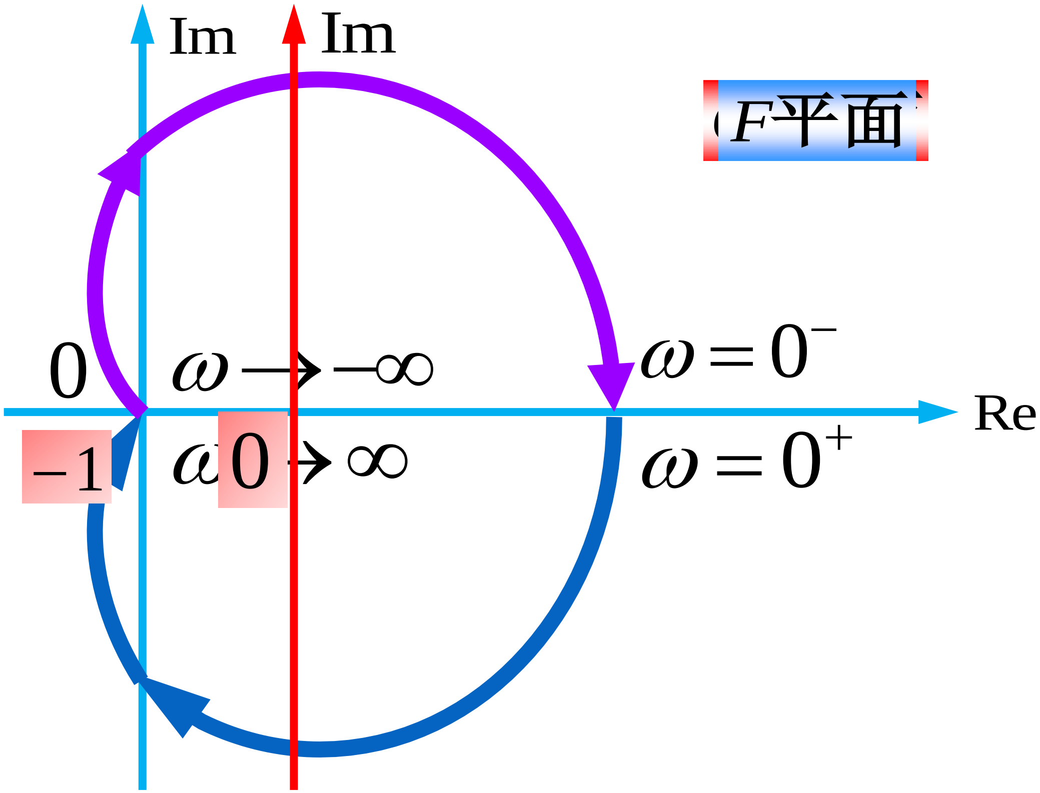
奈氏判据

$$G(s)=\frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$$

$C_{GH}:G(j\omega)H(j\omega)$

$C_F:F(j\omega)=1+G(j\omega)H(j\omega)$

- 因此C_F逆时针方向包围原点的次数转变为$GH(j\omega)$轨迹包围(-1, j0)点的问题。
- 映射关系也转变为C_S与C_{GH}之间的映射。



F平面的原点=Nquist平面的(-1, j0)点。

奈氏判据

$C_{GH}: G(j\omega)H(j\omega)$

*F*平面的原点=*Nquist*平面的(-1, *j*0)点。

$C_F: F(j\omega) = 1 + G(j\omega)H(j\omega)$

- 如果闭环系统稳定，则*Z*=0，*N* = -*P*，
- C_F逆时针方向包围原点的次数等于系统的开环右极点数。

因此*闭环系统稳定的条件*可重新描述为

当s顺时针方向通过奈氏轨迹时，*G* (*j*ω)*H*(*j*ω)轨迹逆时针方向包围(-1, *j*0)点的次数等于系统的开环右极点数。（*Z*=0，*N*= -*P*）

奈氏判据

$Z=0$，$N=Z-P$， $N=-P$
$Z=N+P$, $0=N+P$

闭环系统稳定条件是：当s顺时针通过奈氏轨迹时，$G(j\omega)H(j\omega)$轨迹逆时针 *(N为负)* 包围(-1, j0)点的次数等于系统的开环右极点数（$N=-P$）。

奈氏判据的推论或解释：

①若开环系统稳定(P=0)，则闭环系统稳定的条件是$G(j\omega)H(j\omega)$轨迹不包围(-1, j0)点（$N=0$）；

②若开环系统不稳定(P≠0)，则闭环系统稳定的条件是$G(j\omega)H(j\omega)$轨迹逆时针方向包围(-1, j0)点的次数等于系统的开环右极点数（$N=-P$）；

③若$G(j\omega)H(j\omega)$轨迹顺时针方向包围(-1, j0)点，则闭环系统恒不稳定（*N=Z-P为正，F(s)出现右零点，系统出现右极点*）。

理解奈氏判据的几个问题：

1. 开环与闭环的关系；
2. s平面、*F*平面、*GH*平面的关系；
3. GH轨迹（ω= -∞ ~ +∞）与极坐标图的关系；
4. 特征点(-1, *j*0)与*GH*轨迹的关系；
5. 开环右极点数与*GH*平面曲线$G(j\omega)H(j\omega)$包围点(-1, *j*0)的次数的关系。

Nyquist稳定判据应用举例

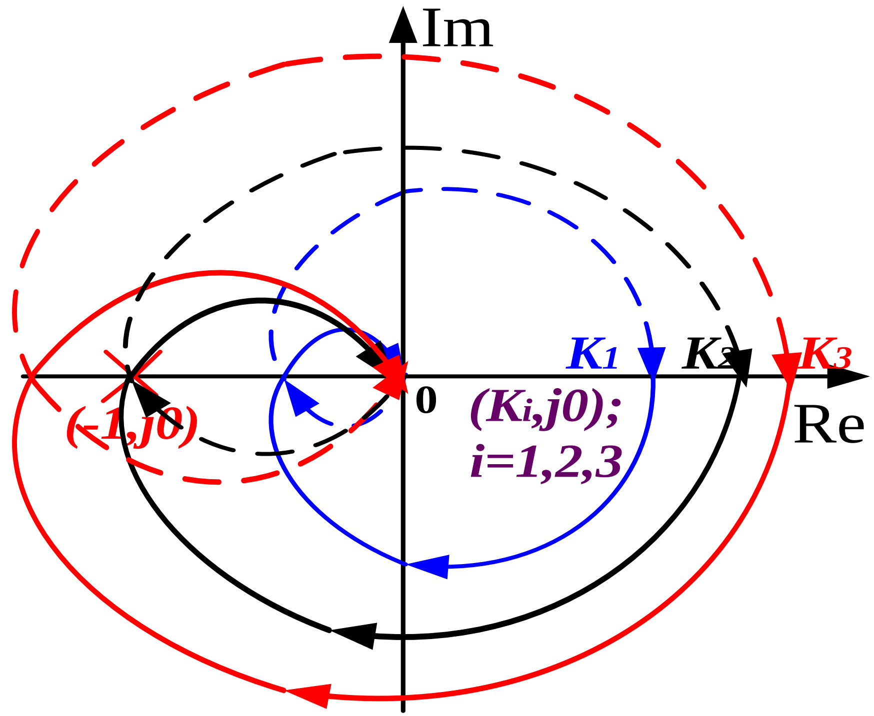
例：

$$G(s)H(s)=\frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}\quad (T_1>T_2>T_3>0)$$

$$G(j0^+)H(j0^+)=K\angle 0^\circ$$
$$G(j+\infty)H(j+\infty)=0\angle -270^\circ$$

开环稳定$P=0$，按关于实轴对称原则补$\omega\in(-\infty,+\infty)$全图，假设曲线与实轴交点为（−1, j0）时，K=K2，则有以下三种情况（$K_1<K_2<K_3$）；

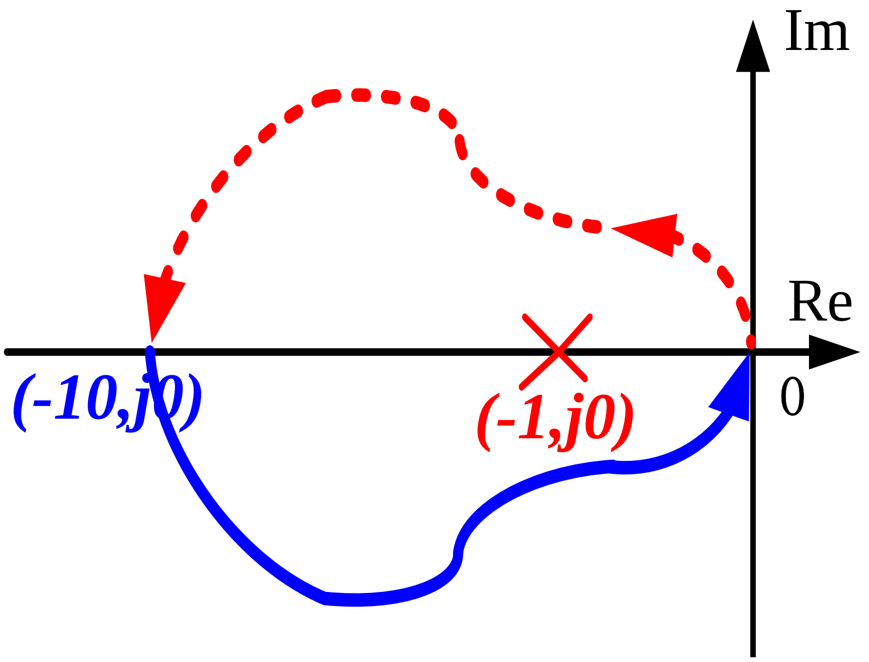
- $K=K_1$：不包围(-1, j0)点，$N=0=P$闭环系统稳定；
- $K=K_2$：穿越(-1, j0)点，闭环系统临界稳定；
- $K=K_3$：顺时针包围(-1, j0)点两周，$N=2\neq P$，闭环系统不稳定。



Nyquist稳定判据应用举例

例：
$$G(s)H(s) = -\frac{10(0.1s+1)}{(-10s+1)(s+1)}$$

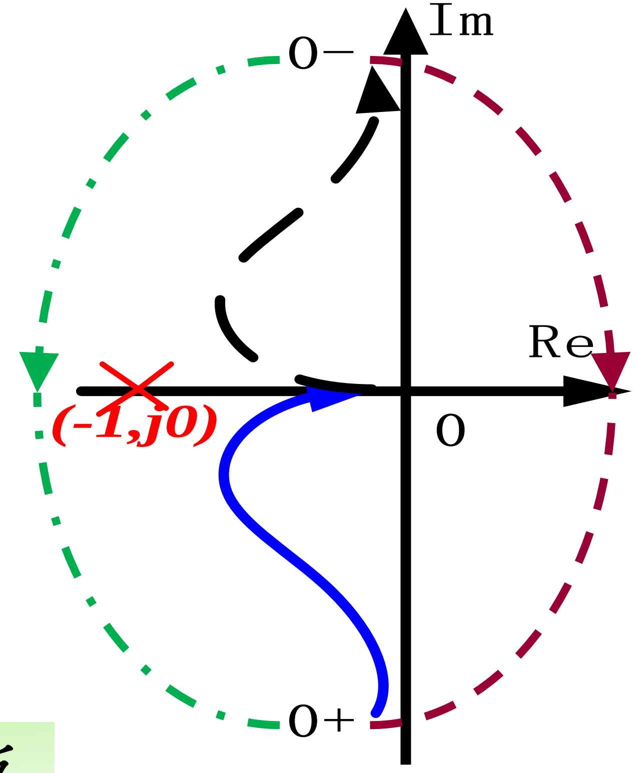
- 上节课例题求得其0+~+∞的开环极坐标图，根据实轴对称性补全其奈奎斯特图，发现其逆时针包围(-1, j0)点一次；
- 由开环传函可知，存在1个开环右极点s=0.1，因此*P*=1，逆时针包围（ *N* =−1=−*P* ），因此闭环系统稳定。



Nyquist稳定判据应用举例

例：$G(s)H(s)=\dfrac{K}{s(Ts+1)}$

$$\left.\begin{aligned}&G(j0^+)H(j0^+)=\infty\angle-90^\circ\\&G(j+\infty)H(j+\infty)=0\angle-180^\circ\end{aligned}\right\}\text{(0}^-\text{,-}\infty\text{)关于实轴对称}$$



S=0对应$G(s)H(s)=\infty$，所以图形在ω=0处无界，需要补全ω从$0^-\rightarrow0^+$处幅值为∞的图形。

问题：补图方向？ 方向不同稳定性结论相反

原因：映射定理仅适用于封闭曲线Cs不通过F（s）零极点的情况，所以奈氏轨迹不应通过F(s)的零点或者极点。但该系统有位于虚轴上的开环极点，也即奈氏轨迹Cs通过了F(s)的极点

必须从$0^-\rightarrow0^+$顺时针方向进行补图！！！

5.4 用频率法分析系统稳定性

奈氏判据

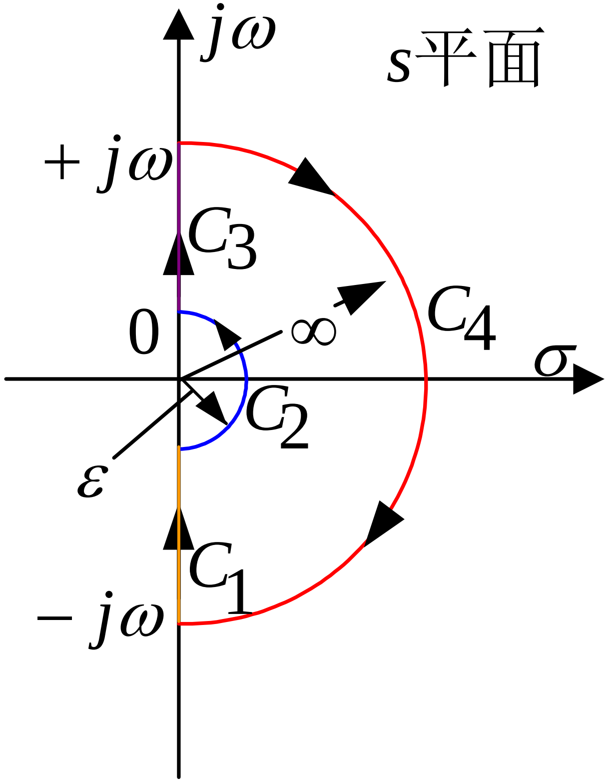
- 必须指出，映射定理只适用于封闭曲线不通过零、极点的情况，所以奈魁斯特轨迹(奈氏轨迹)应不通过零点或极点。

- 如果系统在虚轴上（例如在原点处）有开环极点（为 I型以上系统）时，则$F(s)$在虚轴上也就有极点，由于奈魁斯特轨迹不能通过$F(s)$的极点，因此须将它的形状略加修改，使奈魁斯特轨迹绕过虚轴上的开环极点。

- 修改后的奈氏轨迹 。

修改后的奈氏轨迹

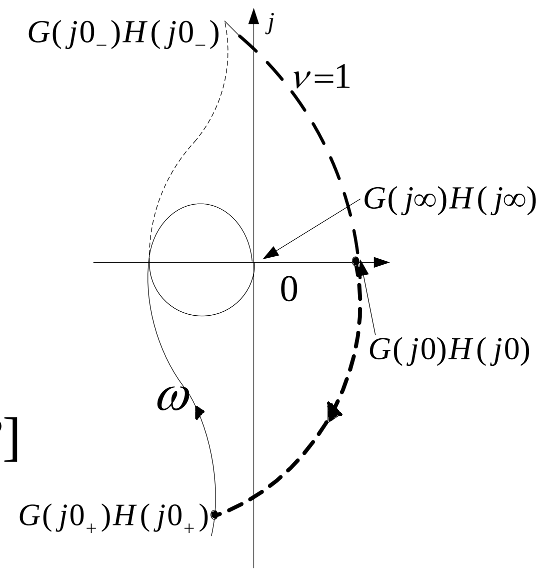
- C_1：s由 $-j\infty$ 沿负虚轴运动到 $j0^-$；
- C_2：s沿着以原点为圆心，半径为ε的半圆（$\varepsilon\to0$）从$j0^-$逆时针运动到$j0^+$，即$s=\varepsilon e^{j\theta}$，$\theta$从$-\pi/2$到$+\pi/2$；
- C_3：s沿着正虚轴由 $j0^+$运动到$+j\infty$；
- C_4：s沿着以原点为圆心，以R为半径的无穷大半圆（$R\to\infty$），从$+j\infty$顺时针运动到$-j\infty$，即$s=\infty e^{j\theta}$，θ从$+\pi/2$到$-\pi/2$。



修改后的奈魁斯特轨迹包围了除原点以外的整个右半s平面。

修改后的奈氏轨迹

若$G(s)H(s)$有虚轴极点（原点），即当开环系统含有积分环节时，设：$G(s)H(s)=\frac{1}{s^v}G_1(s) \quad (v>0,\ |G_1(j\omega)|\neq\infty)$



则： $A(0_+)=\infty$

$$\phi(0_+)=\angle G(j0_+)H(j0_+)=v\times(-90°)+\angle G_1(j0_+),$$

在原点附近，闭合曲线C_2为 $s=\varepsilon e^{j\theta} \quad \theta\in[-90°,+90°]$

且有 $G_1(\varepsilon e^{j\theta})=G_1(j0)$

故

$$G(s)H(s)\big|_{s=\varepsilon e^{j\theta}}=\infty e^{j[v\times(-\theta)+\angle G_1(j0)]}$$

对应的曲线为$G(j0-)H(j0-)$点起，半径为∞、圆心角为v×($-\theta$)的圆弧，即可从$G(j0-)H(j0-)$点起顺时针作半径无穷大、圆心角为v×180°的圆弧，如图中虚线所示。

修改后的奈氏轨迹

$G(s)H(s)$轨迹由补全后的开环极坐标图和辅助圆构成。

- 对开环传递函数$G(s)H(s)$的N型系统($N\geq1$)奈氏稳定判据可叙述为：

✓ 如果$G(s)H(s)$在右半s平面上有P个极点，则闭环系统稳定的充要条件为，s顺时针方向通过修改后的奈氏轨迹时，$G(s)H(s)$轨迹逆时针方向包围(-1, j0)点P次。

✓ 对于N型最小相位系统，闭环系统稳定的充要条件为，当s顺时针方向通过修改后的奈氏轨迹时，$G(s)H(s)$轨迹不包围(-1, j0)点。

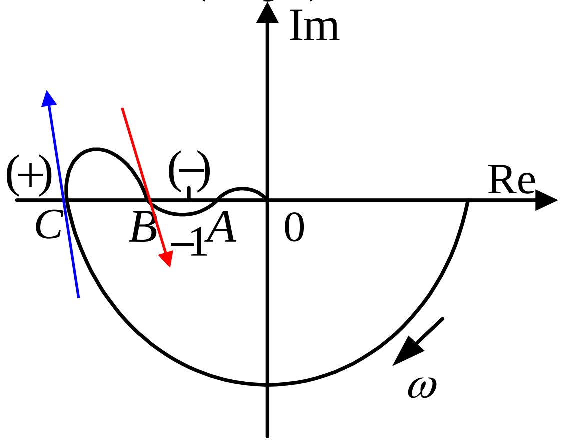
奈氏判据

闭合曲线包围特征点圈数（次数）N的计算

设N为闭合曲线穿越 (-1，j0)点左侧负实轴的次数，N_+表示闭合曲线从下向上穿越（正穿越，意味着闭合曲线的顺时针包围）的次数和，$N_$表示闭合曲线从上向下穿越（负穿越，意味着闭合曲线的逆时针包围）的次数和，则闭合曲线顺时针包围(-1,j0)特征点圈数为：

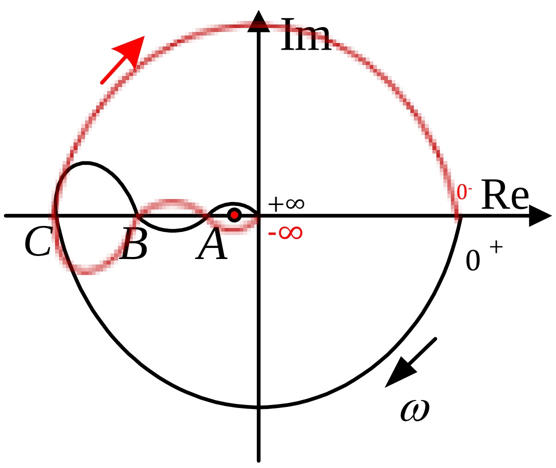
$$N = N_+ - N_-$$

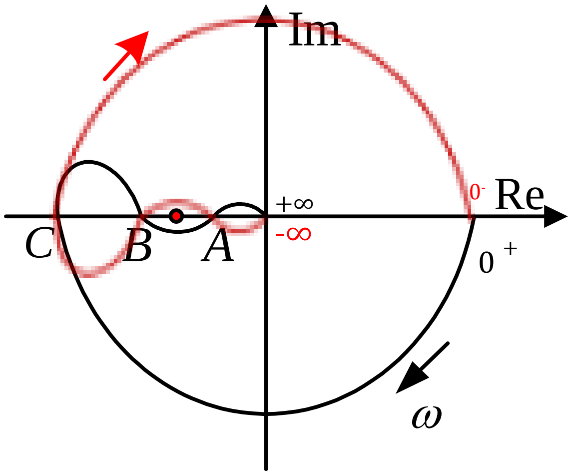
另一种判断稳定的方式。

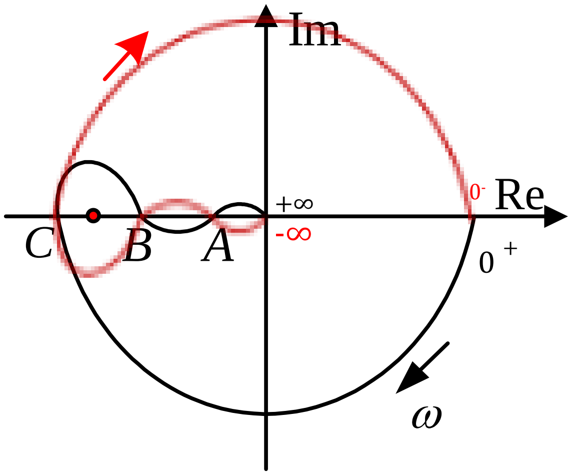


半闭合曲线示意穿越方向。

5.4 用频率法分析系统稳定性







N_+=4
N_- =2
N=4−2=2
顺时针包围2圈

N_+=2
N_- =2
N=2−2=0
顺时针包围0圈

N_+=2
N_- =0
N=2−0=2
顺时针包围2圈

例： $G(s)H(s)=\dfrac{K(\tau s+1)}{s^2(Ts+1)} \quad \tau,T>0$

$G(j\omega)H(j\omega)=-\dfrac{K(\tau j\omega+1)}{\omega^2(Tj\omega+1)}$ $\varphi(\omega)=-180°+tg^{-1}(\omega\tau)-tg^{-1}(\omega T)$

$G(j0^+)H(j0^+)=\infty\angle-\pi$

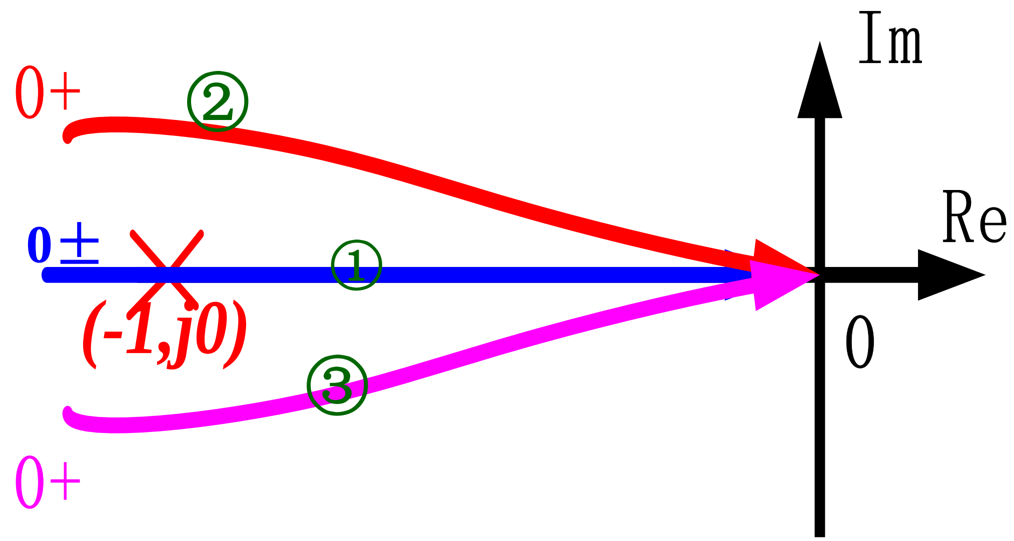
$G(j+\infty)H(j+\infty)=0\angle-\pi$

$\omega\in[0^+,+\infty)$ 之间走向取决于**τ**与***T***的大小。

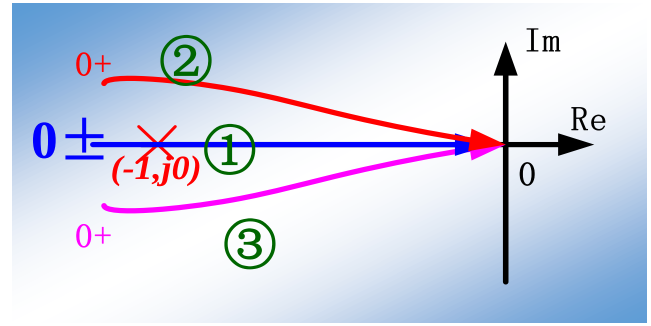
① $\boldsymbol{\tau=T}$，**沿负实轴→原点。**

② $\boldsymbol{\tau<T}$，$\mathbf{tg^{-1}\omega\tau<tg^{-1}\omega T}$，**相角**$<-180°$；

③ $\boldsymbol{\tau>T}$，$\mathbf{tg^{-1}\omega\tau>tg^{-1}\omega T}$，**相角**$>-180°$；



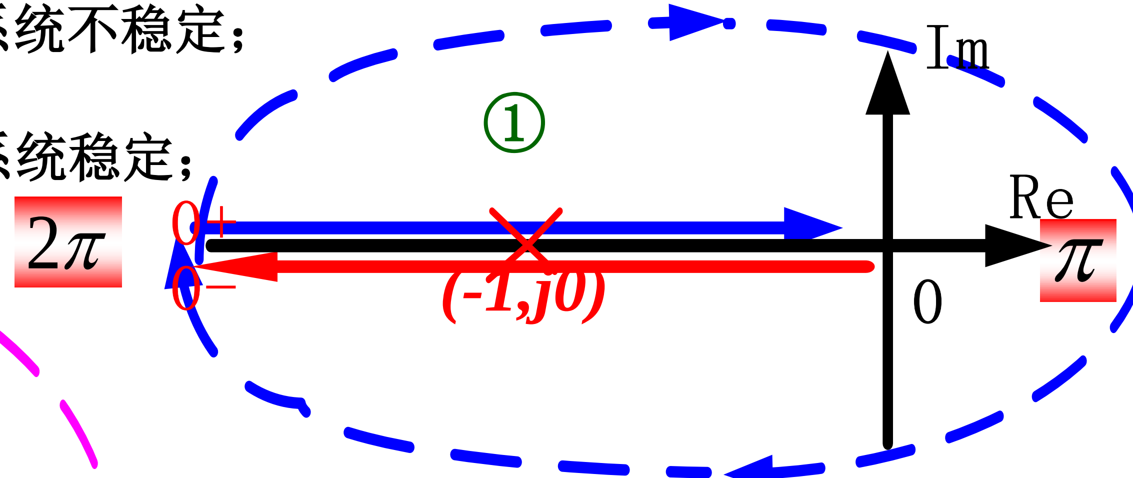
补图： $\upsilon=2$，$0^-\to0^+$**顺时针、转过**2π**角度、**$R\to\infty$。

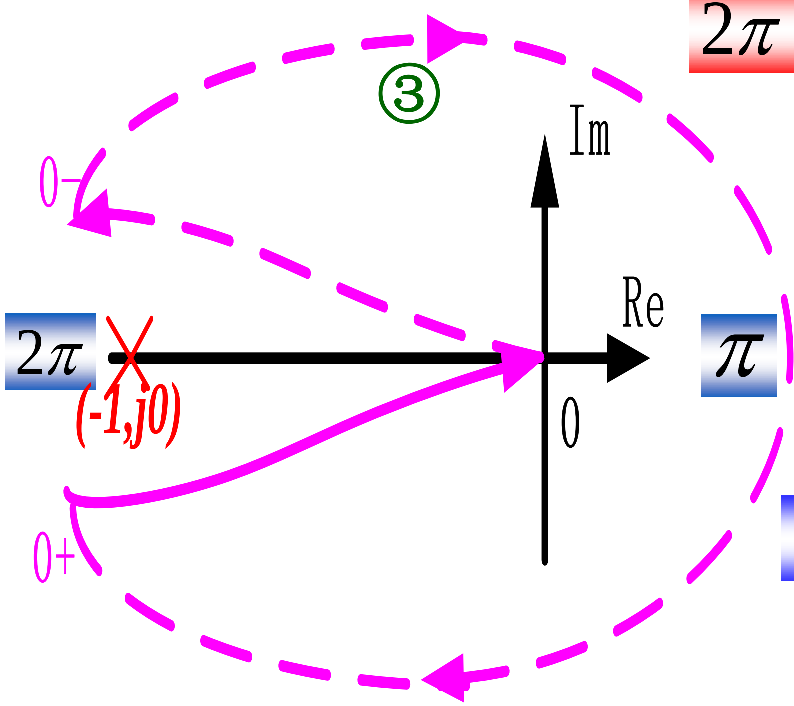


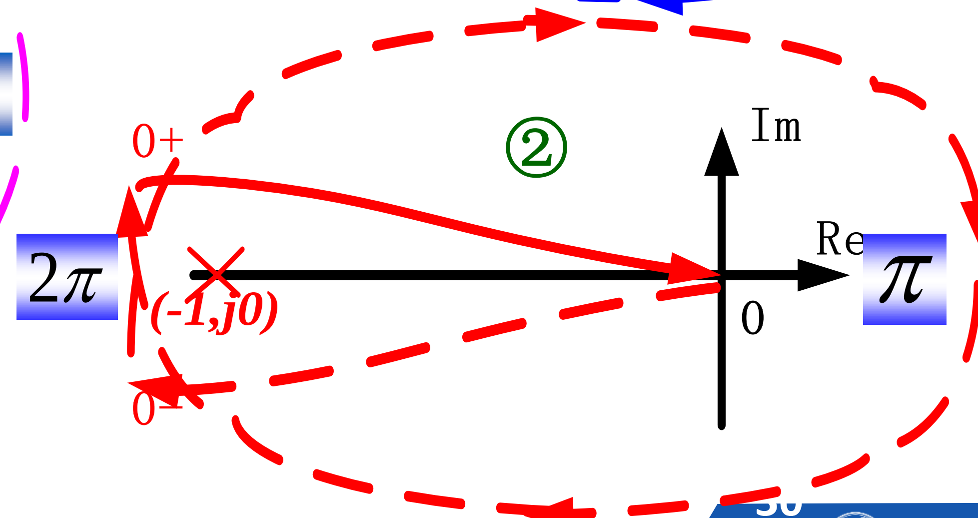
① $\tau = T$，穿越(-1, j0)点，闭环系统临界稳定；

② $\tau < T$，P=0≠N=2，闭环系统不稳定；

③ $\tau > T$，P=0=N=0，闭环系统稳定；







5.4 用频率法分析系统稳定性

例： 非最小相位系统 $G(s)H(s)=\dfrac{K(s+3)}{s(s-1)}$

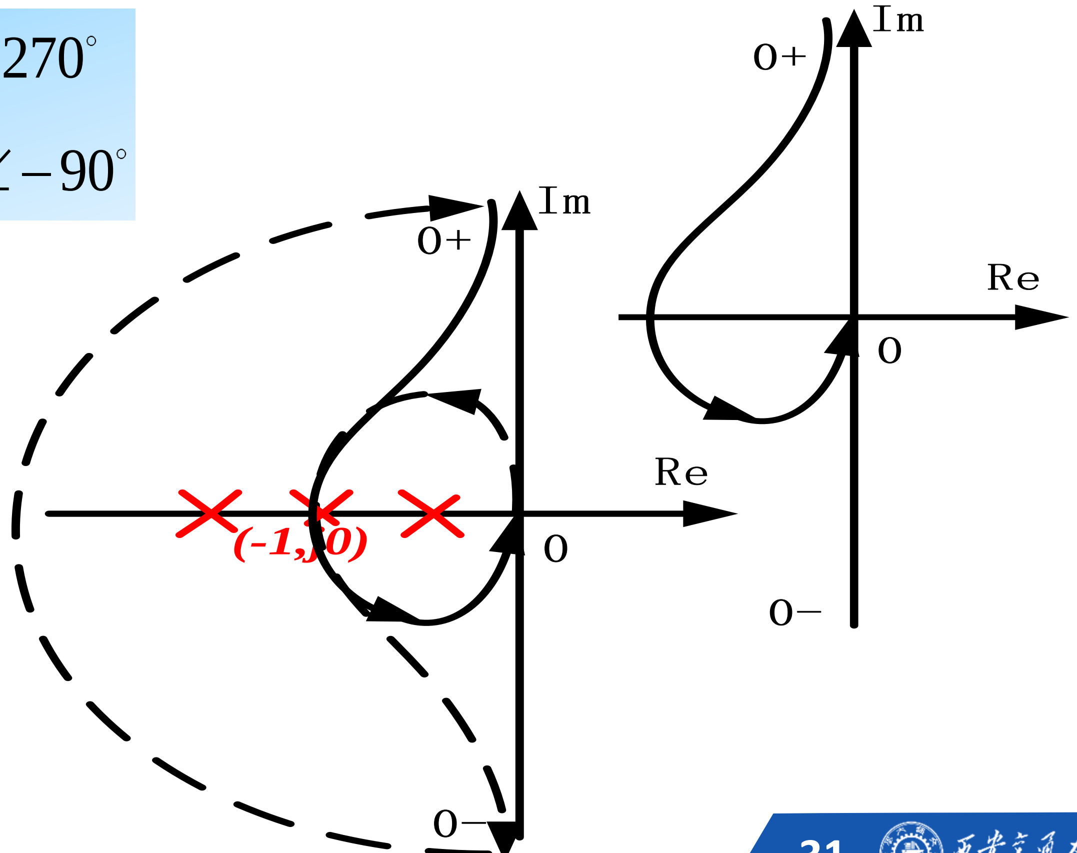
解：

$$\phi(\omega)=-90^\circ+tg^{-1}\frac{\omega}{3}-180^\circ+tg^{-1}\omega=-270^\circ+tg^{-1}\frac{\omega}{3}+tg^{-1}\omega$$

$$G(j0^+)H(j0^+)=\infty\angle-270^\circ$$

$$G(j+\infty)H(j+\infty)=0\angle-90^\circ$$

补图：$\upsilon=1$，$0^-\to0^+$顺时针转π。需要确定与负实轴的交点后再作稳定性判断。



5.4 用频率法分析系统稳定性

求与负实轴的交点：

$$G(s)H(s)=\frac{K(s+3)}{s(s-1)}$$

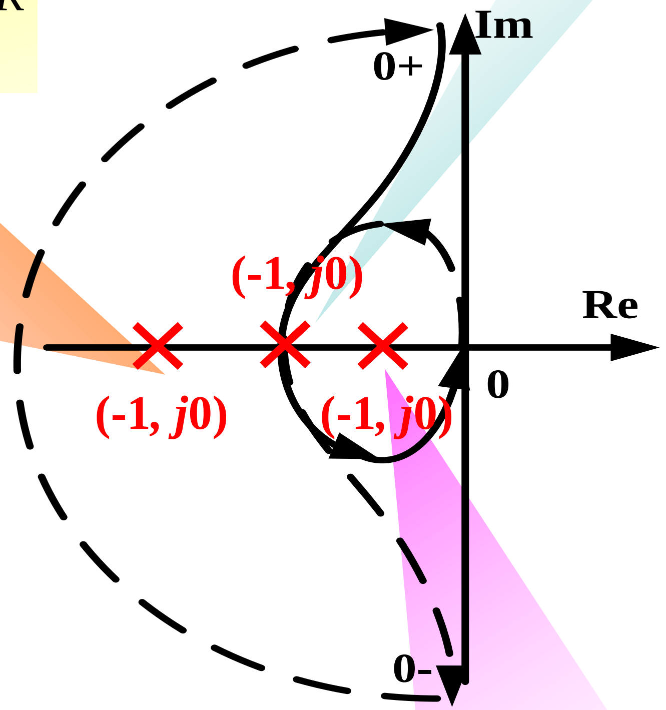
$$\varphi(\omega)=-270^\circ+tg^{-1}\frac{\omega}{3}+tg^{-1}\omega$$

$$\phi(\omega)=-180^\circ\rightarrow\omega=\sqrt{3}$$

代入：

$$|G(j\omega)H(j\omega)|=\left|\frac{K\left(3+j\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}\left(j\sqrt{3}-1\right)}\right|=K$$

交点：(-*K*, *j*0)



K<1，P=1，N=1，顺时针包围一圈，Z=N+P=2，会出现两个闭环右极点闭环不稳定。

K>1，*P*=1，(*N*= -1= -*P*)，逆时针包围一圈，Z=N+P=-1+1=0闭环稳定。

◆ 本例系统稳定的增益范围为*K*>1。

5.4 用频率法分析系统稳定性

例： 非最小相位系统 $G(s)H(s)=\dfrac{K}{Ts+1}e^{-\tau s}\quad (K>T>0)$

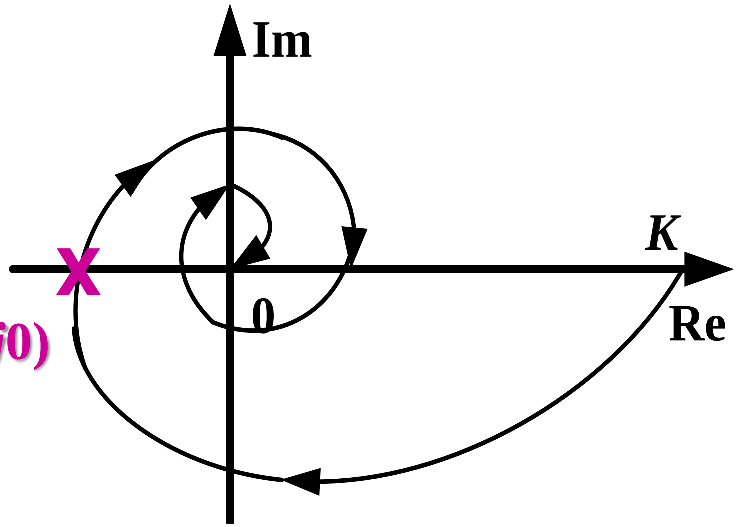
求临界稳定时的 $\tau = f(K)$。

解：

$$\phi(\omega) = -tg^{-1}(\omega T) - \omega\tau$$

$$G(j0^{+})H(j0^{+})=K\angle 0^{\circ}$$
$$G(j+\infty)H(j+\infty)=0\angle-\infty$$

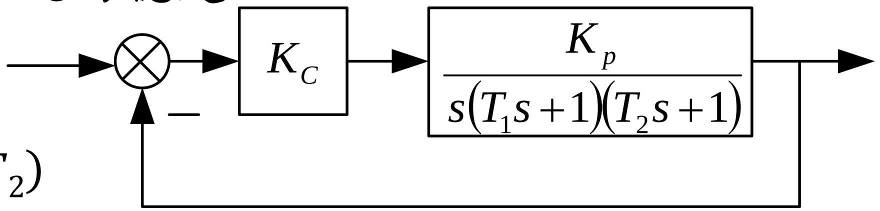
若临界稳定，则G(jω)H(jω)最外圈穿越(-1, j0)点。



$$\begin{cases} \left|G(j\omega)H(j\omega)\right| = \dfrac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^{2}}} = 1 \\ \phi(\omega) = -tg^{-1}\omega T - \omega\tau = -(2k+1)180^{\circ} \end{cases} \Rightarrow \tau = \frac{T\left(\pi - tg^{-1}\sqrt{K^{2}-1}\right)}{\sqrt{K^{2}-1}}$$

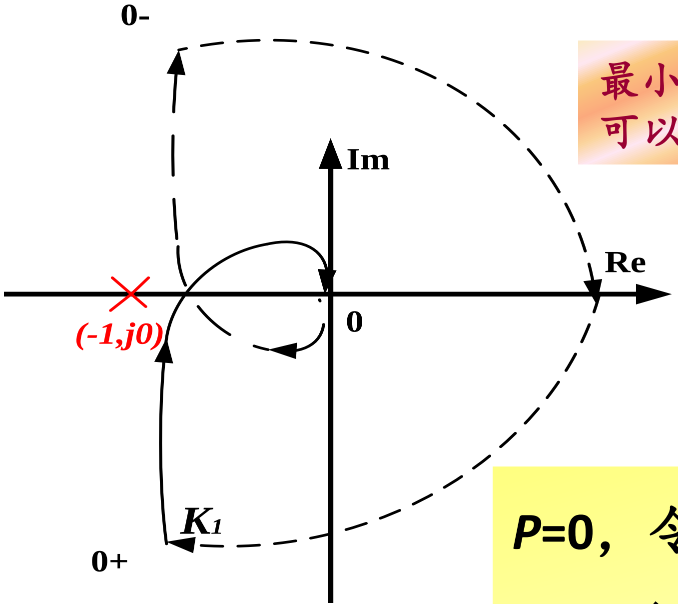
（k=0时第一次穿越）

例： 试用奈氏判据分析图示最小相位系统的稳定性与系统开环总增益的关系。

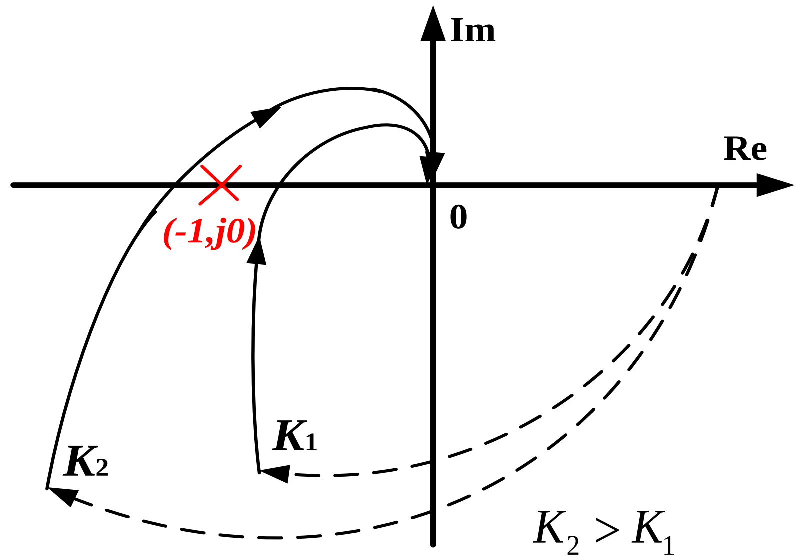


解： $\phi(\omega) = -90° - tg^{-1}(\omega T_1) - tg^{-1}(\omega T_2)$

$$G(j0^+)H(j0^+) = \infty\angle -90^\circ$$
$$G(j+\infty)H(j+\infty) = 0\angle -270^\circ$$



最小相位系统
可以用半张图

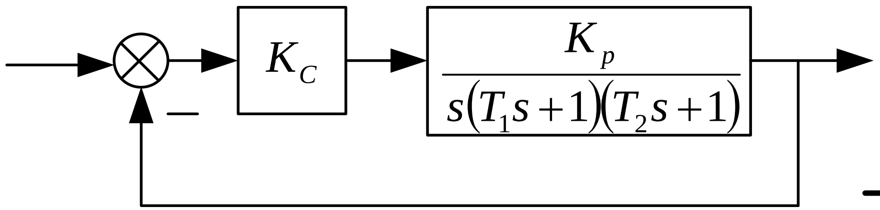


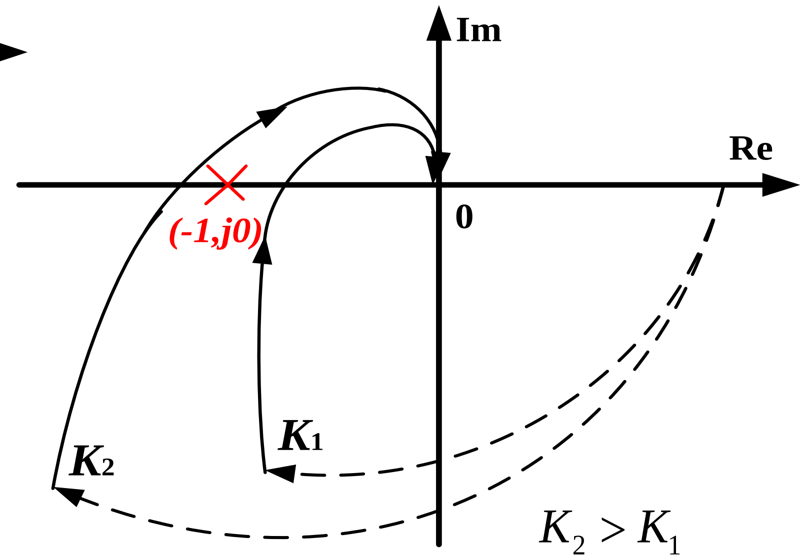
***P*=0，令*K*=K_CK_P 则：**

1）$K=K_2$时，顺时针包围两圈，不稳定；

2）$K=K_1$时，不包围，稳定。

5.4 用频率法分析系统稳定性





确定穿越时*K*的临界值：

$$\begin{cases} \left|G(j\omega)H(j\omega)\right| = 1 \\ \phi(\omega) = -180^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{K}{\omega\sqrt{1+(\omega T_1)^2}\sqrt{1+(\omega T_2)^2}} = 1 \\ -\left(tg^{-1}\omega T_1 + tg^{-1}\omega T_2 + 90^\circ\right) = -180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \sqrt{\dfrac{1}{T_1 T_2}} \\ K = \dfrac{1}{T_1} + \dfrac{1}{T_2} \end{cases}$$

闭环系统稳定的*K*值范围是： $0 < K < \dfrac{1}{T_1} + \dfrac{1}{T_2}$。

5 本节课小结

□ 映射定理

✓ F(s)为单值有理复变函数，Cs为s平面上的封闭曲线，设P及Z分别表示F(s)在Cs内的极点数和零点数。当s沿顺时针方向通过Cs运动一周时，s点映射到F平面上的轨迹C_F顺时针方向包围原点的次数为N=Z-P，若N为负，则表示C_F逆时针方向

□ 奈氏判据

$$G(s)H(s)=\frac{K\prod_{j=1}^{m}(s+Z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+P_i)}$$

$$\Rightarrow F(s)=1+G(s)H(s)=\frac{\prod_{i=1}^{n}(s+P_i)+K\prod_{j=1}^{m}(s+Z_j)}{\prod_{i=1}^{n}(s+P_i)}$$

*F(s)*的零点＝闭环特征方程的根或闭环极点

*F(s)*的极点＝系统的开环极点

若Z= *F(s)*的右零点数(闭环系统的右极点数)

P= *F(s)*的右极点数(开环系统的右极点数)

如果闭环系统稳定，则*Z=0*，*N= -P*，即闭环系统稳定的条件是：C_F逆时针方向包围原点的次数等于系统的开环右极点数。

奈氏判据

$C_{GH}:G(j\omega)H(j\omega)$

F平面的原点=Nquist平面的(-1, j0)点。

$C_F:F(j\omega)=1+G(j\omega)H(j\omega)$

因此*闭环系统稳定的条件*可重新描述为

当s顺时针方向通过奈氏轨迹时，$G(j\omega)H(j\omega)$轨迹逆时针方向包围(-1, j0)点的次数等于系统的开环右极点数。（$Z=0$，$N=-P$）

闭合曲线包围特征点圈数（次数）N的计算

设N为闭合曲线穿越 (-1, j0)点左侧负实轴的次数，N_+表示闭合曲线从下向上穿越的次数和，N_-表示闭合曲线从上向下穿越的次数和，则：

$$N=N_+-N_-$$

修改后的奈氏轨迹

G(s) *H*(s) 轨迹由开环极坐标图和辅助圆构成。

- 对开环传递函数*G*(s)*H*(s)的*N*型系统(*N*≥1)奈氏稳定判据可叙述为：

✓ 如果*G*(s)*H*(s)在右半s平面上有*P*个极点，则闭环系统稳定的充要条件为，s顺时针方向通过修改后的奈氏轨迹时，*G*(s)*H*(s)轨迹逆时针方向包围(-1, *j*0)点P次。

✓ 对于*N*型最小相位系统，闭环系统稳定的充要条件为，当s顺时针方向通过修改后的奈氏轨迹时，*G*(s)*H*(s)轨迹不包围(-1, *j*0)点。