西安交通大學
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

自 动 控 制 理 论
Automatic Control Theory

工业自动化系

上节课要点复习

☐ 动态方程的响应

✓ 线性定常系统齐次状态方程的解

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \qquad x(t) = e^{At}x(0)$$

✓ 矩阵指数函数的计算与性质

$$\Phi(t) = e^{At} \qquad e^{At} = L^{-1}[(sI - A)^{-1}]$$

✓ 线性定常系统非齐次状态方程的解

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

$$y(t) = Ce^{A(t-t_0)}x(t_0) + C\int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t)$$

$$x(t) = L^{-1}(sI - A)^{-1}x(0) + L^{-1}[(sI - A)^{-1}BU(s)]$$

$$\begin{aligned} y(t) &= Cx(t) + Du(t) \\ &= CL^{-1}[(sI - A)^{-1}]x(0) + CL^{-1}[(sI - A)^{-1}BU(s)] + Du(t) \end{aligned}$$

8 上节课要点复习

□ 线性系统的能控性定义和判据

✓ 稳定性判据　特征方程 $|sI\text{-}A|=0$ 的所有根位于左半s平面。

1.秩判据：$S_c=[B\quad AB\quad\cdots\quad A^{n-1}B]\quad \mathrm{rank}S_c=\mathrm{rank}[B\quad AB\quad\cdots\quad A^{n-1}B]=n$

2.A矩阵为对角阵时：系统经非奇异变换后的对角线标准型方程为

$$\dot{\bar{x}}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & & 0\\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n\end{bmatrix}\bar{x}+\bar{\mathrm{B}}u$$

其中，$\bar{\mathrm{B}}$ 阵不包含元素全为零的行。

3.A矩阵为约当阵时：系统经非奇异变换后的对角规范方程为

$$\dot{\bar{x}}=\begin{bmatrix}J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_k\end{bmatrix}\bar{x}+\bar{\mathrm{B}}u$$

其中，与每个约当小块 $J_i(i=1, 2, \ldots, k)$ 的最后一行相对应的阵 $\bar{\mathrm{B}}$ 中的所有那些行，其元素不全为零。

线性系统的能观性定义和判据

1.秩判据： $\operatorname{rank}S_o = \operatorname{rank}[C \quad CA \quad \cdots \quad CA^{n-1}]^T = n$

2.A矩阵为对角阵时： 系统经非奇异变换后的对角线标准型方程为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix} \bar{x} \\ y = \overline{c}\bar{x} \end{cases}$$

其中，$\bar{C}$ 阵不包含元素全为零的列。

3.A矩阵为约当阵时： 系统经非奇异变换后的对角规范方程为

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_k \end{bmatrix} \bar{x} + \bar{B}u$$

其中，与每个约当小块J_i(i=1, 2, …, k) 的首行相对应的阵 $\bar{C}$ 中的那些列，其元素不全为零。

□ 能控性、能观测性与传递函数矩阵的关系

结论：对动态方程 $\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$　$y(t)=Cx(t)$

- ✓ 单输入-单输出系统能控、能观测的充要条件是：由动态方程导出的**传递函数不存在零、极点对消**；
- ✓ 系统能控的充要条件是$(sI-A)^{-1}B$不存在零、极点对消；
- ✓ 系统能观的充要条件是$C(sI-A)^{-1}$不存在零、极点对消；
- ✓ 若传递函数有可对消的零、极点，在推导状态方程时不应实施对消，以免掩盖稳定性、能控/观性。
- ✓ 传递函数（低维空间描述）不是完全描述，只有系统能控又能观时，传递函数描述与状态空间描述才是等价的。

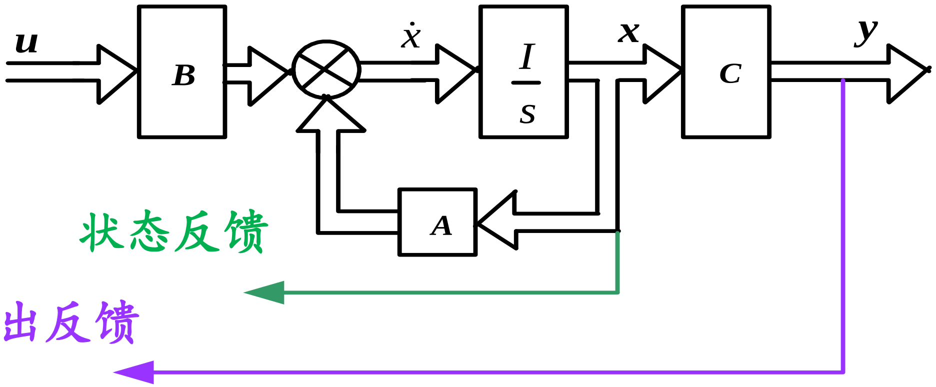
8.4 状态反馈与状态观测器

- 闭环系统性能与闭环极点密切相关，经典控制理论通常用调整开环增益及引入串联和反馈校正装置来配置闭环极点，以改善系统性能；
- 在状态空间的分析综合中，除了利用输出反馈以外，更主要的是利用状态反馈配置极点，它能提供更多的校正信息。
- 通常不是所有的状态变量在物理上都可测量，因此，需要进行状态观测器的设计以重构状态变量。
- 状态反馈和状态观测器的设计便构成了现代控制系统综合设计的主要内容。

线性定常系统常用反馈结构

- 反馈是控制系统设计的主要手段。经典控制理论采用输出作为反馈量，称为输出反馈。
- 在现代控制理论中，除了输出反馈外，广泛采用状态作为反馈量，称为状态反馈。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t)$$



线性定常系统常用反馈结构

1. 状态反馈

设n维线性定常系统：

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$$
$$y(t)=Cx(t)$$

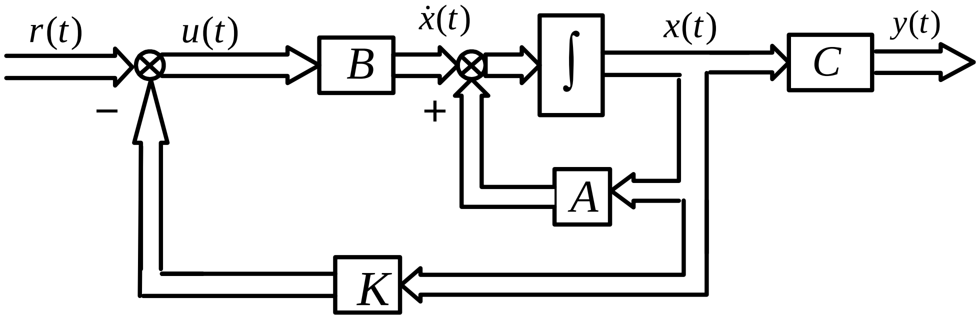
式中：x、u、y分别为n维、p维和q维向量，
A、B、C分别为$n\times n$、$n\times p$、$q\times n$。

若将u取为状态变量的函数$u=r-Kx$时，称之为线性直接状态反馈，简称状态反馈，其中r为与u同维的p维参考输入向量，K为 $p\times n$维的反馈增益矩阵。

线性定常系统常用反馈结构

1. 状态反馈

加入状态反馈后系统结构图为：



将*u*=*r*-*Kx*代入：

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)&=Ax(t)+Bu(t)\\ y(t)&=Cx(t)\end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned}\dot{x}&=Ax+B(r-Kx)\\ y(t)&=Cx(t)\end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned}\dot{x}&=(A-BK)x+Br\\ y(t)&=Cx(t)\end{aligned}$$

则传递函数为： $G_K(s)=C(sI-A+BK)^{-1}B$

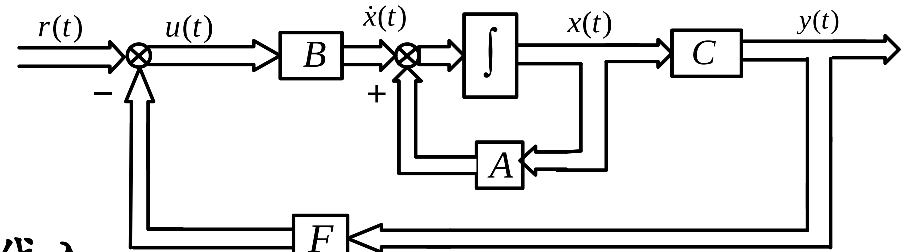
引入状态反馈后系统的输出方程没有变化。

线性定常系统常用反馈结构

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t)$$

2. 输出反馈

若将u取为输出y的函数$u=r-Fy$时，称之为线性非动态输出反馈，简称输出反馈，其中r为p维参考输入向量，F为 $p\times q$维反馈增益矩阵，则加入输出反馈后系统结构图为：



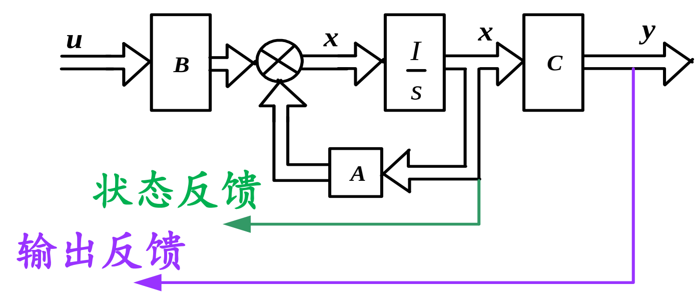
将$u=r-Fy$代入：

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t)\\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B(r - Fy)\\ y &= Cx\end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned}\dot{x} &= (A - BFC)x + Br\\ y &= Cx\end{aligned}$$

则传递函数为：$G_F(s) = C(sI - A + BFC)^{-1}B$

线性定常系统常用反馈结构

- 不管是状态反馈还是输出反馈，都可以改变状态方程的系统矩阵，但这并不表明二者具有等同的功能；



$$G_K(s)=C(sI-A+BK)^{-1}B$$
$$G_F(s)=C(sI-A+BFC)^{-1}B$$

- 由于状态能完整的表征系统的动态行为，因而利用状态反馈时，其**信息量大而完整**，可以在不增加系统维数的情况下，自由地支配响应；
- 输出反馈仅利用状态变量的线性组合进行反馈，其信息量较小，利用引入的补偿装置难以得到任意的所期望的响应特性；
- 对于状态反馈系统中不易测量或不能测量的状态变量，需要利用状态观测器进行重构。

为何状态反馈能够实现闭环极点任意配置？而输出反馈不能？

状态反馈的传递函数 $G_K(s)=C(sI-A+BK)^{-1}B$

其闭环特征多项式为 $\Delta=|\lambda I-(A-bK)|$

简单起见，假设单输入单输出的n阶系统，其具有n个极点，

期望的特征多项式为 $f^*(\lambda)=(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)\cdots(\lambda-\lambda_n)=\lambda^n+\alpha_1\lambda^{n-1}+\cdots+\alpha_n$

引入状态反馈K后的特征多项式为

$$\Delta=f(\lambda)=|\lambda I-(A-BK)|=\lambda^n+\beta_1\lambda^{n-1}+\cdots+\beta_n$$

K矩阵为1*n，显然可以实现任意配置极点；

而输出反馈的传递函数 $G_F(s)=C(sI-A+BFC)^{-1}B$

其闭环特征多项式为 $\Delta=|\lambda I-(A-BFC)|$

引入输出反馈后，其闭环特征多项式中F矩阵为1*1，一个参数显然不能实现n个极点的任意配置。

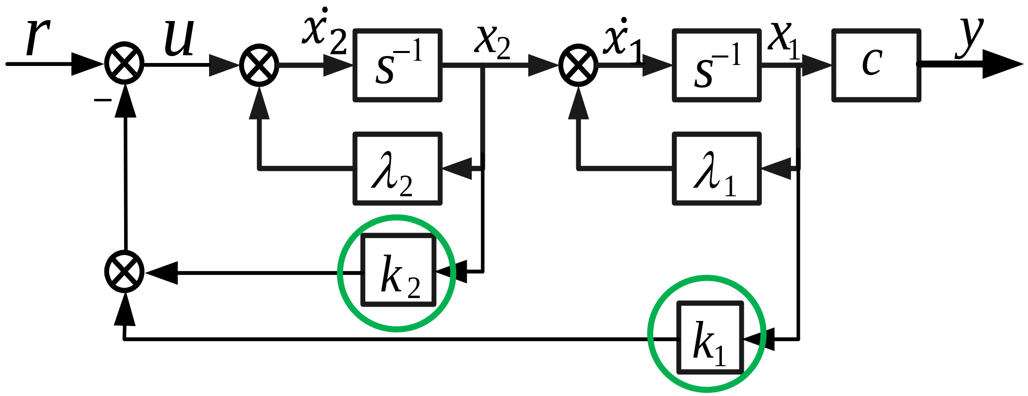
状态反馈与极点配置

单输入单输出系统：

$$\dot{x}(t)=Ax+bu \qquad \xrightarrow{u=r-Kx} \qquad \dot{x}=(A-bK)x+br$$
$$y(t)=Cx \qquad\qquad\qquad\qquad y(t)=Cx$$

式中：**K为1×n反馈矩阵K=[k_1, k_2, …, k_n]，(A-bK)称为闭环状态方程系统矩阵。**

输入r为一维，n=2，对角型系统为例



闭环特征多项式为：$\Delta=|\lambda I-(A-bK)|$

引入状态反馈后，只改变系统矩阵及其特征值。

状态反馈与极点配置

极点配置定理

用状态反馈任意配置系统闭环极点的充要条件是：

$$\dot{x}(t) = Ax + Bu$$
$$y(t) = Cx$$

所表示的系统**(*A*, *B*, *C*)**能控。

实际求解状态反馈矩阵时，只须校验系统是否能控，然后计算特征多项式$|\lambda I-(A-BK)|$（其系数均为$k_1, k_2, \ldots, k_n$的函数）和特征值，并通过与所希望特征值的特征多项式相比较，便可确定K矩阵。

状态反馈与极点配置

状态反馈矩阵设计

已知：A，B；求： K=[$k_1, k_2, \ldots, k_n$]

① 期望的特征值或闭环极点$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$，则其特征多项式为：

$$f^*(\lambda)=(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)\cdots(\lambda-\lambda_n)=\lambda^n+\alpha_1\lambda^{n-1}+\cdots+\alpha_n$$

② 系统引入状态反馈阵K后的特征多项式为：

$$\Delta=f(\lambda)=|\lambda I-(A-BK)|=\lambda^n+\beta_1\lambda^{n-1}+\cdots+\beta_n$$

③ 比较系数 $\begin{cases}\alpha_1=\beta_1\\ \alpha_2=\beta_2\\ \quad\vdots\\ \alpha_n=\beta_n\end{cases}$**，解方程求出$k_1, k_2, \ldots, k_n$。**

状态反馈与极点配置

例8.20： 试用状态反馈使闭环极点配置在：-2，-1±j。

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{10}{s(s+1)(s+2)}=\frac{10}{s^3+3s^2+2s}$$

解： 传递函数无零、极点对消，所以系统能控且能观。

其能控标准型（串联分解）为：

$$\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{\beta_{n-1}s^{n-1}+\cdots+\beta_1 s+\beta_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}\Rightarrow A_c=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&\cdots&1\\-a_0&-a_1&-a_2&\cdots&-a_{n-1}\end{bmatrix}\quad b_c=\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\1\end{bmatrix}\quad c_c=[\beta_o\quad\beta_1\quad\cdots\quad\beta_{n-1}]$$

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&-2&-3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u\qquad y=[10\quad 0\quad 0]x$$

状态反馈与极点配置

例8.20： 试用状态反馈使闭环极点配置在：-2，-1±j。

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{10}{s(s+1)(s+2)}=\frac{10}{s^3+3s^2+2s}$$

解：

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -2 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}u \qquad y=[10 \quad 0 \quad 0]x$$

系统特征方程为：

$$|\lambda I-(A-bk)|=\lambda^3+(3+k_3)\lambda^2+(2+k_2)\lambda+k_1=0$$

希望的特征方程为：

$$(\lambda+2)(\lambda+1-j)(\lambda+1+j)=\lambda^3+4\lambda^2+6\lambda+4=0$$

比较系数，求K为： $k_1=4 \quad k_2=4 \quad k_3=1$

状态重构与状态观测器设计

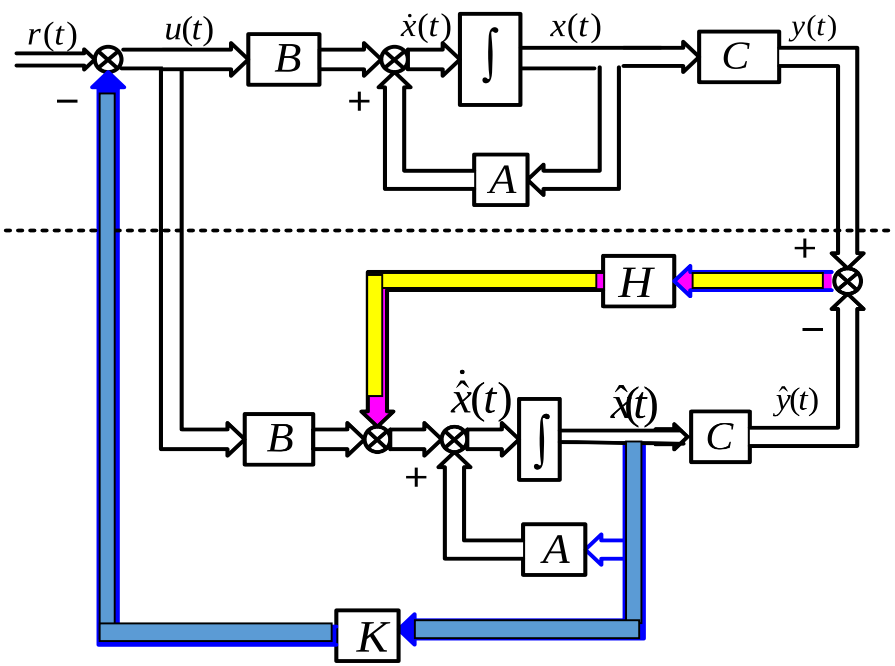
- 极点配置时，状态反馈明显优于输出反馈，但需用传感器对所有的状态变量进行测量；
- 输出量一般是可测量的，然而输出反馈往往又不能任意配置系统的闭环极点。
- 利用系统的输出，通过状态观测器重构系统的状态，然后将状态估计值（计算机内存变量）反馈至控制输入处来配置系统极点。
- 当重构状态向量的维数与系统状态的维数相同时，观测器称为全维状态观测器，否则称为降维观测器。
- 状态观测器可以使状态反馈真正得以实现。

状态重构与状态观测器设计

系统状态方程为： $\dot{x}(t)=Ax+bu$ ， $y(t)=Cx$

构造类似的计算机模拟系统： $\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu$ ， $\hat{y}=C\hat{x}$

- 模拟系统与受控对象初始状态相同时，有 $\hat{x}=x$ ，可用 $\hat{x}$ 作为状态反馈信息。
- 受控对象的初始值一般不知道，且模拟系统的状态初值也是估算值，即两个系统初始状态总有差异（即使**A**、**B**、**C** 矩阵相同），所以估计状态与实际状态必存在误差，用 $\hat{x}$ 代替**x**难以实现真正的状态反馈。
- 将 $\hat{x}-x$ 负反馈至 $\dot{\hat{x}}$ 处，通过控制 $\hat{y}-y$ 尽快衰减到零，从而使 $\hat{x}-x$ 也尽快衰减到零，便可用 $\hat{x}$ 来形成状态反馈。



状态重构与状态观测器设计

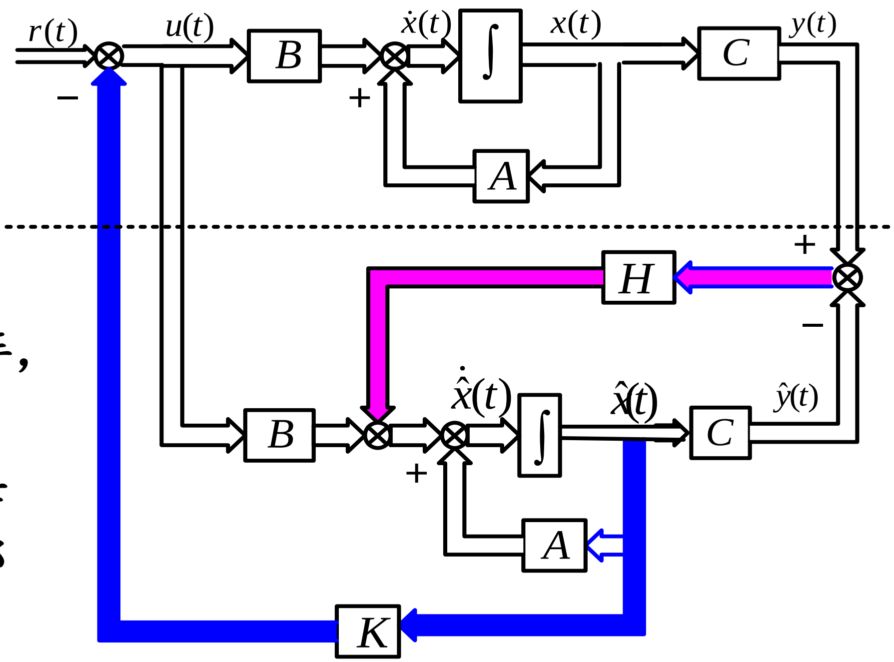
全维状态观测器动态方程为：

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - H(\hat{y} - y) \qquad \hat{y} = C\hat{x}$$

则：

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - HC(\hat{x} - x)$$
$$= (A - HC)\hat{x} + Bu + Hy$$

式中：**(*A-HC*)**称为观测器系统矩阵，***H***为***n***×***q***维矩阵。为了保证状态反馈系统正常工作，重构的状态在任何 $\hat{x}(t_0)$ 与 $x(t_0)$ 的初始条件下，都必须满足：$\lim\limits_{t\to\infty}(\hat{x} - x) = 0$



状态误差 $\hat{x} - x$ 的状态方程为：

$$\dot{x} - \dot{\hat{x}} = \left(Ax + \cancel{Bu}\right) - \left[A\hat{x} + \cancel{Bu} - HC\left(\hat{x} - x\right)\right] = (A - HC)(x - \hat{x})$$

状态重构与状态观测器设计

$$\dot{x}-\dot{\hat{x}}=(A-HC)(x-\hat{x})$$

解为： $$x-\hat{x}=e^{(A-HC)(t-t_0)}[x(t_0)-\hat{x}(t_0)]$$

只要观测器的极点具有负实部，状态误差向量总会按指数规律衰减，衰减速率取决于观测器的极点配置。

|*sI*-(*A*-*HC*)|=0的特征根具有负实部，等价于 $\lim\limits_{t\to\infty}(\hat{x}-x)=0$ （则观测器完全等同于原系统），显然，特征根距离虚轴越远，收敛越快。

定理 若系统能观测，则可用动态方程 $\dot{\hat{x}}=(A-HC)\hat{x}+Bu+Hy$ 的全维观测器给出状态估计值，矩阵 H 可按极点配置的需要来设计，以决定状态误差衰减的速率。

这种方法实际又叫“软测量”，例如无速度传感器电机调速系统，完全由软件实现速度观测。

状态重构与状态观测器设计

例8.21： 设计全维状态观测器，极点配置在：-10，-10 。 $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}$ $b=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$ $c=[2 \quad 0]$

解：

$$S_o=\begin{bmatrix}C\\ CA\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix} \qquad \mathrm{rank}S_o=2=n$$

系统状态完全能观

由于n=2，q=1，则反馈矩阵H为2×1维，则全维状态观测器矩阵为：

$$A-HC=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}h_1\\ h_2\end{bmatrix}[2 \quad 0]=\begin{bmatrix}-2h_1 & 1\\ -2-2h_2 & -3\end{bmatrix}$$

观测器特征方程为： $|\lambda I-(A-HC)|=\lambda^2+(2h_1+3)\lambda+(6h_1+2h_2+2)=0$

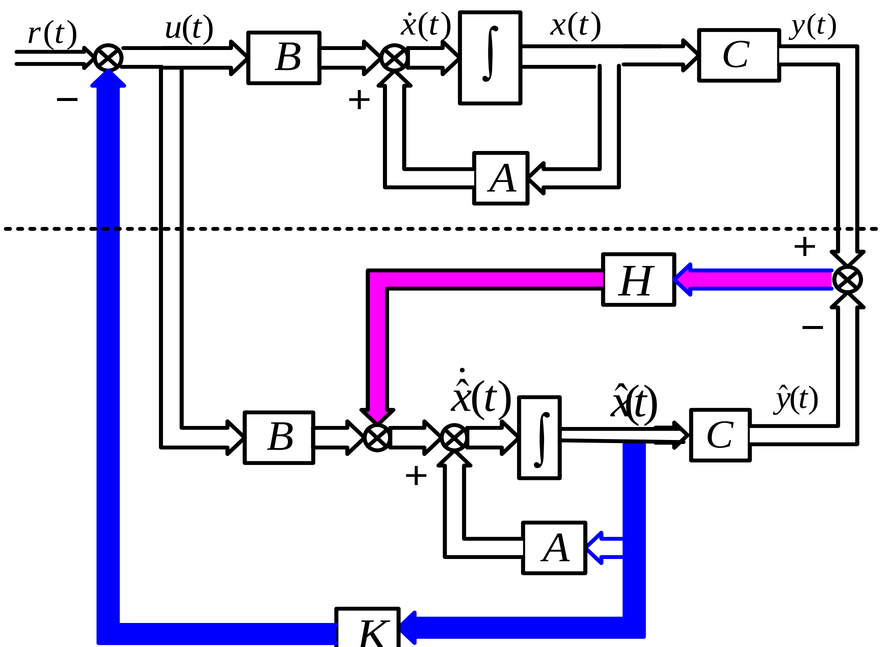
要求为： $(\lambda+10)^2=\lambda^2+20\lambda+100=0 \Rightarrow h_1=8.5 \quad h_2=23.5$ 分别为由 $(\hat{y}-y)$引至 $\hat{x}_1$和 $\hat{x}_2$的反馈系数。

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu-HC(\hat{x}-x)=\begin{bmatrix}-17 & 1\\ -49 & -3\end{bmatrix}\hat{x}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u+\begin{bmatrix}8.5\\ 23.5\end{bmatrix}y$$

带有状态观测器的状态反馈设计

用全维状态观测器提供的估计值 $\hat{x}$ 代替系统真实状态x来实现状态反馈，需考虑：

- 状态反馈矩阵是否需要重新设计，以保持系统的期望特征值；
- 观测器被引入系统以后，状态反馈系统部分是否会改变已经设计好的观测器极点配置；
- 观测器输入反馈矩阵*H*是否需要重新设计。



系统动态方程为：

$$\dot{x}(t) = Ax + Bu$$
$$y(t) = Cx$$

带有状态观测器的状态反馈设计

全维状态观测器动态方程为：

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - H(y - \hat{y}) = (A - HC)\hat{x} + Bu + Hy \qquad y(t) = Cx$$

系统的控制量为 $u = r - K\hat{x}$ ，故复合系统的动态方程为：

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Br - BK\hat{x} \\ \dot{\hat{x}} = (A - HC)\hat{x} + Br - BK\hat{x} + HCx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = Ax - BK\hat{x} + Br \\ \dot{\hat{x}} = HCx + \left(A - BK - HC\right)\hat{x} + Br \\ y = Cx \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ HC & \underline{A - BK - HC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} r \qquad y = [C \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

从该状态方程看，状态反馈与观测器极点配置不能各自独立进行，相互耦合，尝试作线性变换，换成其他形式的状态方程，看能否解耦。

带有状态观测器的状态反馈设计

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{\hat{x}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & -BK\\ HC & A-BK-HC\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \hat{x}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B\\ B\end{bmatrix}r \qquad y=\begin{bmatrix}C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \hat{x}\end{bmatrix}$$

令 $\bar{X}=x-\hat{x}$，则：$\dot{\bar{X}}=\dot{x}-\dot{\hat{x}}$

$$\dot{x}-\dot{\hat{x}}=(A-HC)(x-\hat{x})$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{\bar{X}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A-BK & BK\\ 0 & A-HC\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \bar{X}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B\\ 0\end{bmatrix}r \qquad y=\begin{bmatrix}C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \bar{X}\end{bmatrix}$$

通过线性变换实现了解耦。

同一个系统的两组动态方程，互为线性变换矩阵，其传递函数相同，所以由传递函数不变性可得特征方程(根)不变性，因此

带有状态观测器的状态反馈设计

特征方程为：

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{\bar{X}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A-BK & BK\\ 0 & A-HC\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \bar{X}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B\\ 0\end{bmatrix}r \qquad y=[C \quad 0]\begin{bmatrix}x\\ \bar{X}\end{bmatrix}$$

$$\left|sI-\begin{bmatrix}A-BK & BK\\ 0 & A-HC\end{bmatrix}\right|=\begin{vmatrix}sI-(A-BK) & -BK\\ 0 & sI-(A-HC)\end{vmatrix} \Rightarrow |sI-(A-BK)||sI-(A-HC)|=0$$

闭环系统的特征根由两部分组成，一部分与（A-BK）有关，决定了系统状态x的性能，另一部分与（A-HC）有关，他们决定了观测器的状态估计性能，这两部分可以分别通过对矩阵K和H的选择来任意确定，相互之间没有联系，即状态反馈设计和状态观测器的设计可以独立进行。。

分离定律： 只要给定的系统能控且能观，状态反馈设计和状态观测器（重构）设计可各自独立进行。

通过状态反馈可以改变系统稳定性和性能指标；通过观测器极点配置可以改变重构系统的响应速度。

带有状态观测器的状态反馈设计

例8.22： 系统综合指标为：①超调量 $\sigma \le 5\%$；②峰值时间 $t_p < 0.5$ sec.；③系统带宽ω_c=10。试设计带观测器的状态反馈系统，观测器的极点配置在：-35，-35，-120 。

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s+6)(s+12)} = \frac{1}{s^3+18s^2+72s}$$

解：

1）根据传递函数写动态方程，并判断能控能观性：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -72 & -18 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \qquad y = [1 \quad 0 \quad 0] x$$

能控标准型，所以状态能控

$$rank \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = 3 = n$$

系统既能控且能观

带有状态观测器的状态反馈设计

例8.22： 系统综合指标为：①超调量 $\sigma \le 5\%$；②峰值时间 $t_p < 0.5$ sec.；③系统带宽ω_c=10。试设计带观测器的状态反馈系统，观测器的极点配置在：-35，-35，-120 。

解：

2）根据技术指标确定希望极点：

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s+6)(s+12)} = \frac{1}{s^3+18s^2+72s}$$

$$\sigma = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\% = 5\% \Rightarrow \zeta \approx 0.707 \qquad t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.5 \Rightarrow \omega_n = 9.0$$

$$\omega_c = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2+\sqrt{2-4\zeta^2+4\zeta^4}} \approx 9.0$$

综合考虑考虑响应速度和带宽要求，取ω_n=10。

则闭环主导极点为：$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -7.07 \pm j7.07$

取闭环非主导极点为：$p_3 = -100$，与虚轴距离比主导极点距离大5倍以上

带有状态观测器的状态反馈设计

例8.22： 系统综合指标为：①超调量 $\sigma \le 5\%$；②峰值时间 $t_p < 0.5$ sec.；③系统带宽ω_c=10。试设计带观测器的状态反馈系统，观测器的极点配置在：-35，-35，-120 。

解：

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s+6)(s+12)} = \frac{1}{s^3+18s^2+72s}$$

3）设计状态反馈矩阵：

状态反馈系统的特征方程为：

$$|\lambda I-(A-bk)| = \lambda^3+(18+k_3)\lambda^2+(72+k_2)\lambda+k_1 = 0$$

希望的特征方程为： $p_{1,2} = -7.07 \pm j7.07 \quad p_3 = -100$

$$(\lambda+100)(\lambda^2+14.1\lambda+100) = \lambda^3+114.1\lambda^2+1510\lambda+10000 = 0$$

比较系数，求*K*为：

$$k_1 = 10000 \quad k_2 = 1438 \quad k_3 = 96.1$$

带有状态观测器的状态反馈设计

例8.22： 系统综合指标为：①超调量 $\sigma \le 5\%$；②峰值时间 $t_p < 0.5$ sec.；③系统带宽ω_c=10。试设计带观测器的状态反馈系统，观测器的极点配置在：-35，-35，-120 。

解：

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s+6)(s+12)} = \frac{1}{s^3+18s^2+72s}$$

4）设计状态观测器反馈矩阵*H*：

状态观测器子系统的特征方程为：

$$|sI-(A-HC)| = s^3+(h_1+18)s^2+(h_2+72)s+90h_1+18h_2+h_3=0$$

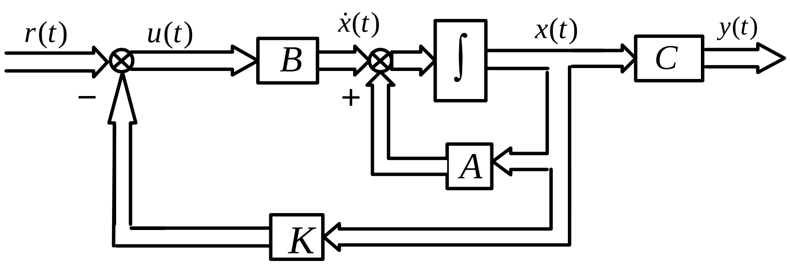
期望的状态观测器的特征方程为：

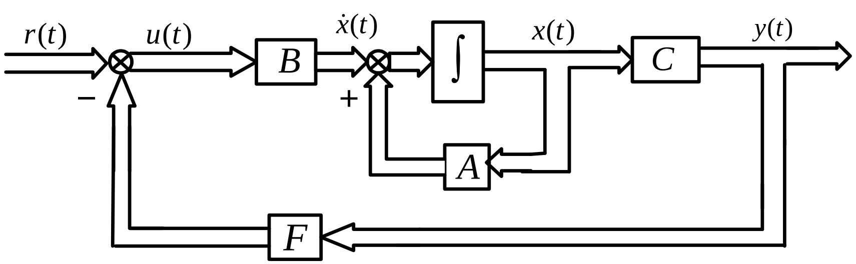
$$(s+35)^2(s+120) = s^3+190s^2+9625s+147000=0$$

比较系数，求*H*为：$h_1=172 \quad h_2=9553 \quad h_3=-40434$

8 本节课小结

状态反馈与输出反馈的定义





u=r-Kx

u=r-Fy

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$$
$$y(t)=Cx(t)$$

$$\dot{x}=(A-BK)x+Br$$
$$y(t)=Cx(t)$$

$$\dot{x}=(A-BFC)x+Br$$
$$y(t)=Cx(t)$$

则传递函数为：

$$G_K(s)=C(sI-A+BK)^{-1}B$$

状态反馈

则传递函数为：

$$G_F(s)=C(sI-A+BFC)^{-1}B$$

输出反馈

□ 状态反馈与极点配置（定理）

✓ 任意配置系统闭环极点的充要条件：

$$\dot{x}(t) = Ax + Bu$$
$$y(t) = Cx$$

所表示的系统(*A*, *B*, *C*)能控。

✓ 状态反馈阵*K*的设计

实际求解状态反馈矩阵时，只须校验系统是否能控，然后计算特征多项式| λI-(A-BK)|（其系数均为k_1, k_2, …, k_n的函数）和特征值，并通过与所希望特征值的特征多项式相比较，便可确定*K*矩阵。

$$\Delta = \left|\lambda I - (A - bK)\right|$$
$$K = \left[k_1, k_2, \cdots, k_n\right]$$

本节课小结

□ 状态重构与状态观测器设计

✓ 全维状态观测器动态方程：

$$\dot{\hat{x}} = (A - HC)\hat{x} + Bu + Hy$$
$$\hat{y} = C\hat{x}$$

✓ 状态观测矩阵H的设计

系统能观测，可设计全维状态观测器估计状态值，观测矩阵H设计首先特征多项式|λI-(A-HC)|（其系数均为h_1, h_2, …, h_n的函数）和特征值，并通过与所希望特征值的特征多项式相比较，便可确定H矩阵。

$$\Delta = \left|\lambda I - (A - HC)\right|$$
$$H_{n\times 1} = [h_1, h_2, \cdots, h_n]^T$$

□带有状态观测器的状态反馈设计

分离定律：只要给定的系统能控且能观，状态反馈设计和状态观测器（重构）设计可各自独立进行。

任务：

为硬盘读写系统设计合适的状态反馈控制器，使该系统具有预期的响应特性。

给定的设计要求和性能指标为： 超调量σ<5%，调节时间 t_s<50 ms，单位阶跃响应的峰值<5.2×10^{-3}。

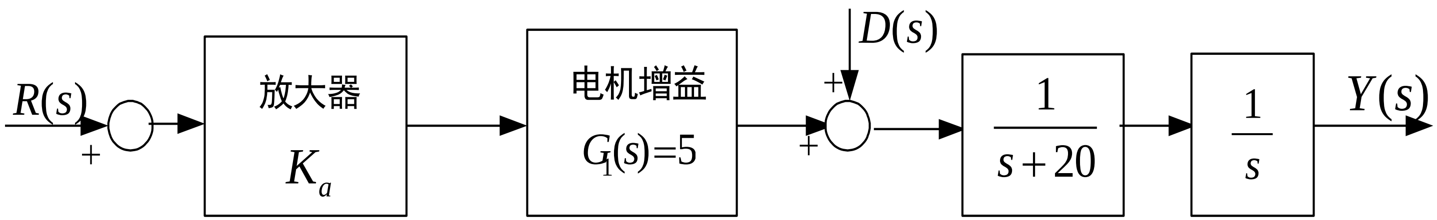


图8.19 硬盘读写系统的开环模型

8.6连续设计示例：硬盘读写系统状态空间分析和设计

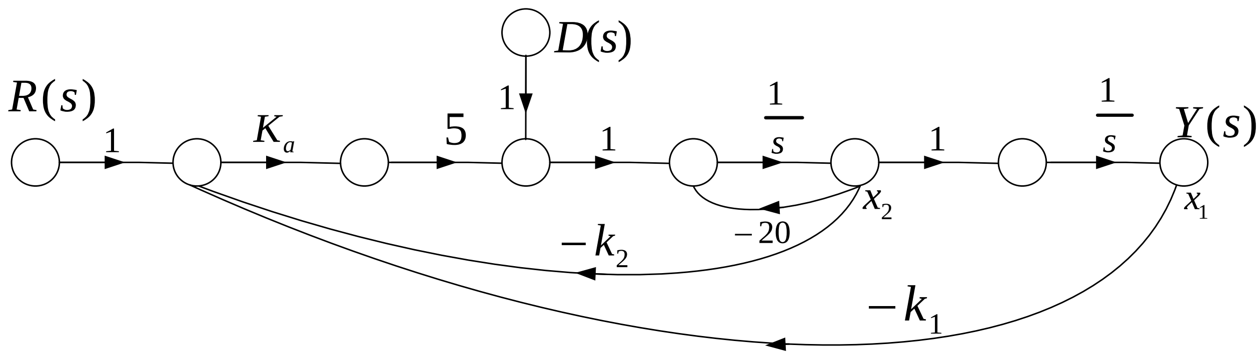


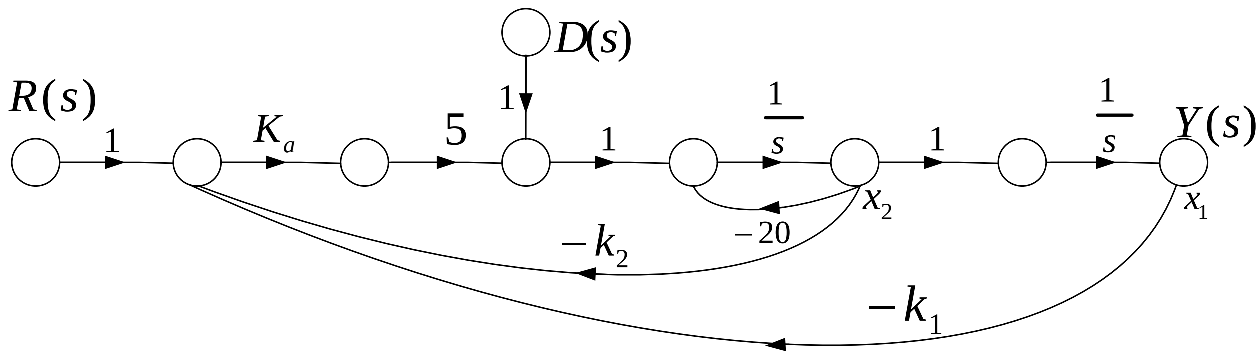
图8.20 具有两条状态变量反馈回路的闭环系统

取状态变量为：

$$x_1(t)=y(t) \qquad x_2(t)=\frac{dy(t)}{dt}=\frac{dx_1(t)}{dt}$$

以$x_1(t)$和$x_2(t)$为状态变量引入状态变量反馈信号，取k_1=1。

8.6连续设计示例：硬盘读写系统状态空间分析和设计



由图可知，开环系统的状态方程为：

$$\dot{X}=\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -20\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 5K_a\end{bmatrix}r(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -20\end{bmatrix}X+\begin{bmatrix}0\\ 5K_a\end{bmatrix}r(t)$$

闭环系统的状态方程为：

$$\dot{X}=\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 5K_1K_a & -(20+5K_2K_a)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 5K_a\end{bmatrix}r(t)$$

$$=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 5K_1K_a & -(20+5K_2K_a)\end{bmatrix}X+\begin{bmatrix}0\\ 5K_a\end{bmatrix}r(t)$$

将k_1=1代入后，可得闭环系统特征方程为：

$$s^2+(20+5k_2k_a)s+5k_a=0$$

为了满足设计要求，应该取ζ=0.90，$\zeta\omega_n$=125

预期的闭环特征方程式为：

$$s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2=s^2+250s+19290=0$$

则：
$$\begin{cases}5k_a=19290\\20+5k_2k_a=250\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k_a=3858\\k_2=0.012\end{cases}$$

利用MATLAB仿真计算闭环系统的实际响应，可得超调量σ<1%，调节时间 t_s=34.3 ms，单位阶跃干扰的响应峰值= 5.2×10^{-5}，表明闭环系统满足了所有的设计要求。

□基本概念

状态、状态变量、状态方程、动态方程

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t)+Bu(t)\\ y(t) &= Cx(t)+Du(t)\end{aligned}\right\}$$

□动态方程与传递函数的关系

$$G(s)=C(sI-A)^{-1}B+D$$

□线性定常系统动态方程的建立(建模)

根据系统物理机理建立动态方程(机理法)

状态变量的选取（尽量选取独立储能元件输出的物理量）

动态方程的构成(型式：状态方程+输出方程)

状态变量选取的不唯一性（但传递函数矩阵是唯一的，不变）。

□由高阶微分方程建立动态方程-微分方程不含输入量的导数项

$$y^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+a_{n-2}y^{(n-2)}+\cdots+a_1\dot{y}+a_0y=b_0u$$

$$x_1=y,\quad x_2=\dot{y},\quad \cdots,\quad x_n=y^{(n-1)}$$

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=x_3\\ \quad\vdots\\ \dot{x}_{n-1}=x_n\\ \dot{x}_n=-a_0x_1-a_1x_2-\cdots-a_{n-1}x_n+b_0u\\ y=x_1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dot{x}=Ax+bu\\ y=cx\end{cases}$$

$$x=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_{n-1}\\x_n\end{bmatrix}\quad A=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&\cdots&1\\-a_0&-a_1&-a_2&\cdots&-a_{n-1}\end{bmatrix}\quad b=\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\b_0\end{bmatrix}\quad c=[1\quad 0\quad\cdots\quad 0]$$

8 本章小结

由高阶微分方程建立动态方程-微分方程含输入量的导数项

$$y^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+\cdots+a_1\dot{y}+a_0y=b_nu^{(n)}+b_{n-1}u^{(n-1)}+\cdots+b_1\dot{u}+b_0u$$

$$\begin{cases}x_1=y-h_0u\\ x_i=\dot{x}_{i-1}-h_{i-1}u\end{cases}\qquad (i=1,2,\cdots n)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x_1=y-h_0u\\ x_2=\dot{x}_1-h_1u=\dot{y}-h_0\dot{u}-h_1u\\ x_3=\dot{x}_2-h_2u=\ddot{y}-h_0\ddot{u}-h_1\dot{u}-h_2u\\ \quad\vdots\\ x_n=\dot{x}_{n-1}-h_{n-1}u=y^{(n-1)}-h_0u^{(n-1)}-h_1u^{(n-2)}-\cdots-h_{n-1}u\end{cases}$$

h_i是待定常数

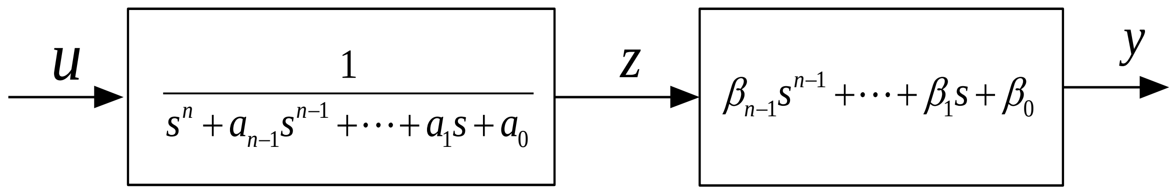
$$\begin{cases}h_0=b_n\\ h_1=b_{n-1}-a_{n-1}h_0\\ \quad\vdots\\ h_{n-1}=b_1-a_{n-1}h_{n-2}-\cdots-+x_n+h_{n-1}u\\ h_n=b_0-a_{n-1}h_{n-1}-\cdots-a_1h_1-a_0h_0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dot{x}=Ax+bu\\ y=cx+du\end{cases}$$

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&\cdots&1\\-a_0&-a_1&-a_2&\cdots&-a_{n-1}\end{bmatrix}\quad b=\begin{bmatrix}h_1\\h_2\\ \vdots\\h_{n-1}\\h_n\end{bmatrix}\quad c=[1\quad 0\quad\cdots\quad 0]\quad d=[h_0]$$

由系统传递函数建立动态方程 ① $\frac{N(s)}{D(s)}$ 串联分解

$$\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{\beta_{n-1}s^{n-1}+\cdots+\beta_1 s+\beta_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$



$$\left.\begin{aligned}\dot{x}&=A_c x+b_c u\\ y&=c_c x\end{aligned}\right\}$$

$$A_c=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\0&0&0&\cdots&1\\-a_0&-a_1&-a_2&\cdots&-a_{n-1}\end{bmatrix}\quad b_c=\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\1\end{bmatrix}\quad c_c=[\beta_o\quad\beta_1\quad\cdots\quad\beta_{n-1}]$$

能控标准型

能观标准型

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}&=A_o x+b_0 u\\ y&=c_o x\end{aligned}\right\}$$

$$A_o=\begin{bmatrix}0&0&\cdots&0&-a_0\\1&0&\cdots&0&-a_1\\0&1&\cdots&0&-a_2\\\vdots&\vdots&&\vdots&\vdots\\0&0&\cdots&1&-a_{n-1}\end{bmatrix}\quad b_o=\begin{bmatrix}\beta_o\\\beta_1\\\vdots\\\beta_{n-1}\end{bmatrix}\quad c_o=[0\quad\cdots\quad0\quad1]$$

$$A_c=A_o^T\quad b_c=c_o^T\quad c_c=b_o^T$$

对偶关系

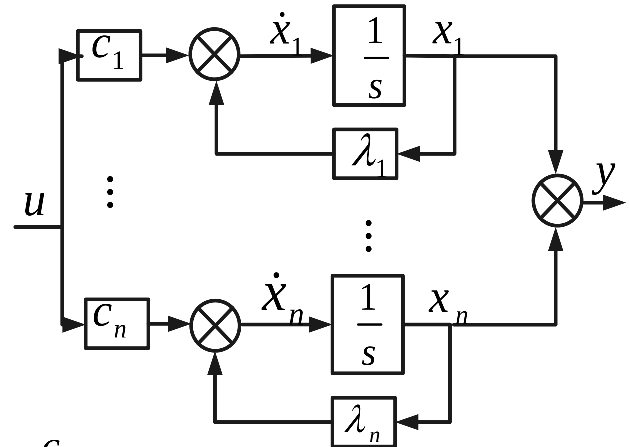
$$\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{\beta_{n-1}s^{n-1}+\cdots+\beta_1 s+\beta_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$

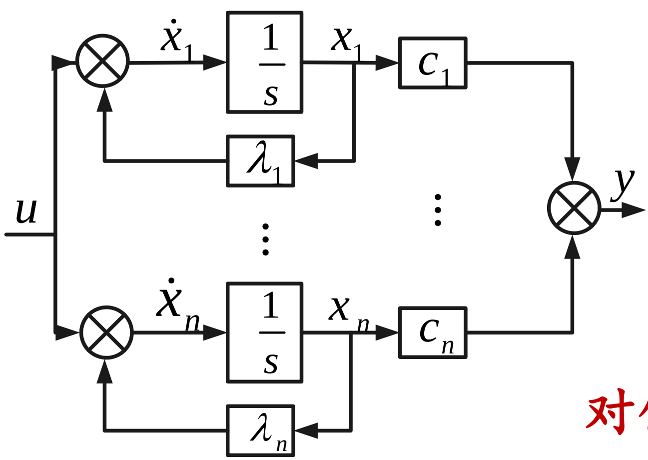
□由系统传递函数建立动态方程② $\frac{N(s)}{D(s)}$ 只含单实极点时的情况（并联分解）

$$Y(s)=\sum_{i=1}^{n}\frac{c_i}{s-\lambda_i}U(s)$$

状态变量：$X_i(s)=\dfrac{1}{s-\lambda_i}U(s)$, $\quad i=1,2,\cdots,n$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \vdots\\ \dot{x}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & & 0\\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\\ \vdots\\ 1\end{bmatrix}u \qquad y=[c_1\quad c_2\quad \cdots\quad c_n]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}$$





对偶关系

状态变量：$X_i(s)=\dfrac{c_i}{s-\lambda_i}U(s)$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \vdots\\ \dot{x}_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & & 0\\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}c_1\\ c_2\\ \vdots\\ c_n\end{bmatrix}u \qquad y=[1\quad 1\quad \cdots\quad 1]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}$$

$$\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{\beta_{n-1}s^{n-1}+\cdots+\beta_1 s+\beta_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$

□由系统传递函数建立动态方程 ③ $\frac{N(s)}{D(s)}$ 含重实极点时的情况（并联分解）

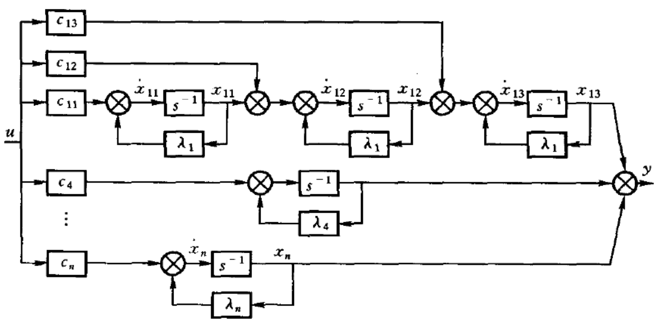
$$Y(s)=\left[\sum_{i=1}^{r}\frac{c_{1i}}{(s-\lambda_1)^i}+\sum_{j=r+1}^{n}\frac{c_j}{s-\lambda_j}\right]U(s)$$

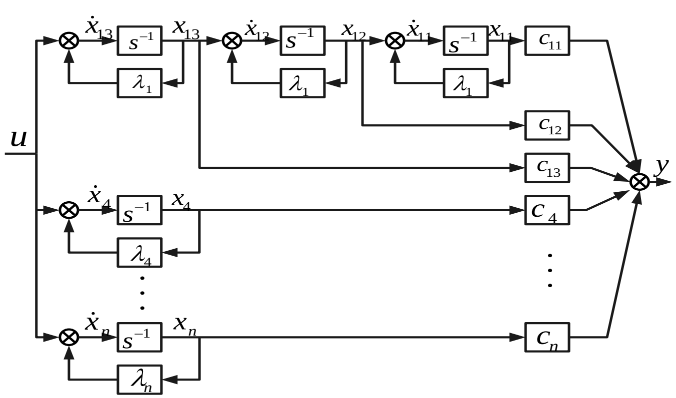
状态变量： $X_i(s)=\frac{1}{s-\lambda_i}U(s)$

约当块

$$\dot{x}=\left[\begin{array}{ccc|ccc}\lambda_1 & 1 & 0 & & & \\ 0 & \ddots & 1 & & 0 & \\ 0 & 0 & \lambda_1 & & & \\ \hline & & & \lambda_{r+1} & 0 & 0 \\ & 0 & & 0 & \ddots & 0 \\ & & & 0 & 0 & \lambda_n\end{array}\right]x+\left[\begin{array}{c}0\\ \vdots\\ 1\\ \hline 1\\ \vdots\\ 1\end{array}\right]u$$

$$y=\left[\begin{array}{c|c}\underline{c_{11}\ \cdots c_{1r}} & c_{r+1}\cdots\ c_n\end{array}\right]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}$$





对偶关系

状态变量： $X_i(s)=\frac{c_i}{s-\lambda_i}U(s)$

约当块

$$\dot{x}=\left[\begin{array}{ccc|ccc}\lambda_1 & 0 & 0 & & & \\ 1 & \ddots & 0 & & 0 & \\ 0 & 1 & \lambda_1 & & & \\ \hline & & & \lambda_{r+1} & 0 & 0 \\ & 0 & & 0 & \ddots & 0 \\ & & & 0 & 0 & \lambda_n\end{array}\right]x+\left[\begin{array}{c}c_{11}\\ \vdots\\ \underline{c_{1r}}\\ c_{r+1}\\ \vdots\\ c_n\end{array}\right]u$$

$$y=\left[\begin{array}{c|c}\underline{0\ \cdots 1} & 1\cdots\ 0\end{array}\right]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{bmatrix}$$

动态方程的响应

✓ 线性定常系统齐次状态方程的解

$$\dot{x}(t)=Ax(t)\qquad x(t)=e^{At}x(0)$$

✓ 矩阵指数函数的计算与性质

$$\Phi(t)=e^{At}\qquad e^{At}=L^{-1}[(sI-A)^{-1}]$$

✓ 线性定常系统非齐次状态方程的解

$$x(t)=e^{A(t-t_0)}x(t_0)+\int_{t_0}^{t}e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

$$y(t)=Ce^{A(t-t_0)}x(t_0)+C\int_{t_0}^{t}e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau+Du(t)$$

$$x(t)=L^{-1}(sI-A)^{-1}x(0)+L^{-1}[(sI-A)^{-1}BU(s)]$$

$$\begin{aligned}y(t)&=Cx(t)+Du(t)\\&=CL^{-1}[(sI-A)^{-1}]x(0)+CL^{-1}[(sI-A)^{-1}BU(s)]+Du(t)\end{aligned}$$

线性系统的能控性定义和判据

✓ 稳定性判据　特征方程 $|sI\text{-}A|=0$ 的所有根位于左半s平面。

1.秩判据：$S_c=[B \quad AB \quad \cdots \quad A^{n-1}B]$　$\mathrm{rank}S_c=\mathrm{rank}[B \quad AB \quad \cdots \quad A^{n-1}B]=n$

2.A矩阵为对角阵时：系统经非奇异变换后的对角线标准型方程为

$$\dot{\bar{x}}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & & 0\\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n\end{bmatrix}\bar{x}+\bar{\mathrm{B}}u$$

其中，$\bar{\mathrm{B}}$ 阵不包含元素全为零的行。

3.A矩阵为约当阵时：系统经非奇异变换后的对角规范方程为

$$\dot{\bar{x}}=\begin{bmatrix}J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_k\end{bmatrix}\bar{x}+\bar{\mathrm{B}}u$$

其中，与每个约当小块 $J_i(i=1, 2, \ldots, k)$ 的最后一行相对应的阵 $\bar{\mathrm{B}}$ 中的所有那些行，其元素不全为零。（若两个约当块有相同特征值，此结论不成立。）

□ 线性系统的能观性定义和判据

1.秩判据： $\text{rank}S_o = \text{rank}[C \quad CA \quad \cdots \quad CA^{n-1}]^T = n$

2.A矩阵为对角阵时： 系统经非奇异变换后的对角线标准型方程为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix} \bar{x} \\ y = \overline{cx} \end{cases}$$

其中，$\bar{C}$ 阵不包含元素全为零的列。

3.A矩阵为约当阵时： 系统经非奇异变换后的对角规范方程为

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_k \end{bmatrix} \bar{x} + \bar{B}u$$

其中，与每个约当小块J_i(i=1, 2, …, k) 的首行相对应的阵 $\bar{C}$ 中的那些列，其元素不全为零。（若两个约当块有相同特征值，此结论不成立。）

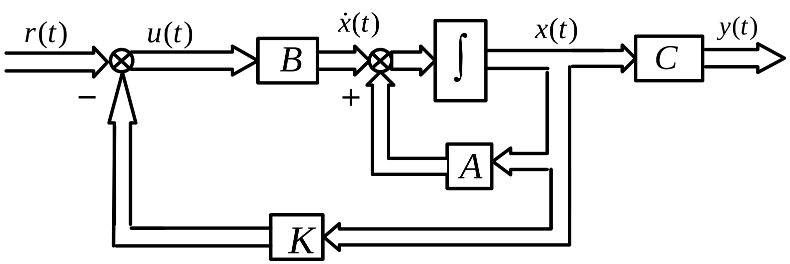
□ 能控性、能观测性与传递函数矩阵的关系

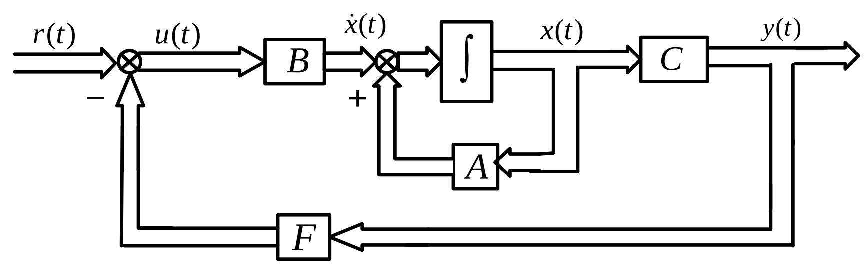
结论：对动态方程 $\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t) \quad y(t)=Cx(t)$

- ✓ 单输入-单输出系统能控、能观测的充要条件是：由动态方程导出的**传递函数不存在零、极点对消**；
- ✓ 系统能控的充要条件是$(sI-A)^{-1}B$不存在零、极点对消；
- ✓ 系统能观的充要条件是$C(sI-A)^{-1}$不存在零、极点对消；
- ✓ 若传递函数有可对消的零、极点，在推导状态方程时不应实施对消，以免掩盖稳定性、能控/观性。
- ✓ 传递函数（低维空间描述）不是完全描述，只有系统能控又能观时，传递函数描述与状态空间描述才是等价的。

8 本章小结

□ 状态反馈与输出反馈的定义





u=r-Kx

u=r-Fy

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t)$$

$$\dot{x} = (A - BK)x + Br$$
$$y(t) = Cx(t)$$

$$\dot{x} = (A - BFC)x + Br$$
$$y(t) = Cx(t)$$

则传递函数为：

$$G_K(s) = C(sI - A + BK)^{-1}B$$

状态反馈

则传递函数为：

$$G_F(s) = C(sI - A + BFC)^{-1}B$$

输出反馈

□ 状态反馈与极点配置（定理）

✓ 任意配置系统闭环极点的充要条件：

$$\dot{x}(t) = Ax + Bu$$
$$y(t) = Cx$$

所表示的系统(*A*, *B*, *C*)能控。

✓ 状态反馈阵*K*的设计

实际求解状态反馈矩阵时，只须校验系统是否能控，然后计算特征多项式|$\lambda I-(A-BK)$|（其系数均为$k_1, k_2, \ldots, k_n$的函数）和特征值，并通过与所希望特征值的特征多项式相比较，便可确定*K*矩阵。

$$\Delta = \left|\lambda I - (A - bK)\right|$$
$$K = \left[k_1, k_2, \cdots, k_n\right]$$

状态重构与状态观测器设计

- ✓ 全维状态观测器动态方程：

$$\dot{\hat{x}} = (A-HC)\hat{x} + Bu + Hy$$
$$\hat{y} = C\hat{x}$$

- ✓ 状态观测矩阵H的设计

系统能观测，可设计全维状态观测器估计状态值，观测矩阵H设计首先特征多项式|$\lambda I-(A-HC)$|（其系数均为$h_1, h_2, \ldots, h_n$的函数）和特征值，并通过与所希望特征值的特征多项式相比较，便可确定H矩阵。

$$\Delta = \left|\lambda I-(A-HC)\right|$$
$$H_{n\times 1} = [h_1, h_2, \cdots, h_n]^T$$

带有状态观测器的状态反馈设计

分离定律：只要给定的系统能控且能观，状态反馈设计和状态观测器（重构）设计可各自独立进行。

8.17

8.18

写清题号，不用抄题；