

# 主題觀念三：基本程式設計(三) - 數字運算

---

by 田弘華 Hung-Hua Tien

## 1. 數字的操作：運算子

數字：分成整數(**integer**)與浮點數(**float**)兩種。

- 整數就是不含小數點的整位數。
- 浮點數類似於小數，但不等同於小數。
  - 電腦是使用二進位，浮點數表達的是小數的近似值，和我們習慣十進位有時不完全相等。
  - 電腦因為記憶體的原因，無法表示無窮位數的小數點，如 `pi` 只是取有限位數的近似值。

```
1 # 數字
2 a = 100
3 b = 100.001
4 print(a)
5 print(b)
```

### 1-1 數字運算子（一）：算術運算子

算術運算子，使用整數與浮點數進行數字運算，常用的數學運算符號有七種：加減乘、次方、回傳餘數與商數。

表 2-7 算術運算子

運算子	說明	舉例	結果
+	加	A=5+2	A=7
-	減	A=5-2	A=3
*	乘	A=5*2	A=10
/	浮點除法	A=5/2	A=2.5
//	整數除法 ( 去除小數點 )	A=5//2	A=2
%	相除後求餘數	A=5%2	A=1
**	次方	A=5**2	A=25

～ (1)Python可以成為強大的計算機。

```

1  # 數字 (一) 算術運算子 - 直接運算
2  print(5 + 2) #加
3  print(5 - 2) #減
4  print(5 * 2) #乘
5  print(5 / 2) #除
6
7  print(5 ** 2) #次方
8  print(5 // 2) #商
9  print(5 % 2)  #餘數

```

～(2) 我們可以用變數來儲存一些數，用它們來算數。

```

1  # 數字 (一) 算術運算子：變數運算
2  a = 11
3  b = 3.8
4  print(a + b)
5  print(a - b)
6  print(b * 2)
7  print(b / 2)
8
9  print(a << 1)
10 print(a >> 1)
11
12 print(a % 3)

```

```
13 print(a // 3)
14 print(a ** 2)
```

～(3) 如果要轉換資料型別，可以用`int()`, `float()`等。

```
1 number = input("Enter a number: ")
2 number + number
3 number
4
5 number = input("Enter a number: ")
6 number = int(number)
7 number + number
```

範例中的變數`number`看起來是整數2，但它其實是文字：字串2。若再輸入`number`可得到'22'，因為文字2+文字2是串連字串得'22'。所以，要做數學計算，要先將文字轉成數字，使用`int()`函式進行轉換之後，才能做數學計算。

## 1-2 數字運算子（二）：算術指定運算子

算術指定運算字，為指定運算子和算術運算子的綜合。

表 2-10 算術運算子範例

運算子	說明	範例	將範例進行縮寫
<code>+=</code>	加	<code>A=A+2</code>	<code>A += 2</code>
<code>-=</code>	減	<code>A=A-2</code>	<code>A -= 2</code>
<code>*=</code>	乘	<code>A=A*2</code>	<code>A *= 2</code>
<code>/=</code>	浮點除法	<code>A=A/2</code>	<code>A /= 2</code>
<code>//=</code>	整數除法（去除小數點）	<code>A=A//2</code>	<code>A //= 2</code>
<code>%=</code>	相除後求餘數	<code>A=A%2</code>	<code>A %= 2</code>
<code>**=</code>	次方	<code>A=A**2</code>	<code>A **= 2</code>

```
1 # 數字（二）算術指定運算字
2 a = 5
3 a = a + 2
```

```
4 print(a)
5
6 a+=2 #a = a + 2
7 print(a)
8
9 a-=2 #a = a - 2
10 print(a)
11
12 a*=2 #a = a * 2
13 print(a)
14
15 a/=2 # a = a / 2
16 print(a)
17
18 a//=2 # a = a // 2
19 print(a)
20
21 a%=2 # a = a % 2
22 print(a)
23
24 a**=2 #a = a**2
25 print(a)
```

### 1-3 數字運算子（三）：運算的優先順序

運算的優先順序，不用背。

數值運算中 **Python** 遵循常見的次方優先、先乘除後加減等慣例，因此如果在算式中希望調整優先順序，可以使用小括號 **()** 包括希望先完成運算的部分。

```

1 # 數字（三）運算的優先順序，不用背。
2 # 例：我們使用 BMI（身體質量指數）計算來瞭解這個慣例，計算的對象是 NBA 史上最偉大的中鋒之一「柴油引擎」俠客歐尼爾（Shaquille O'Neal）巔峰時期的身高為 216 公分、體重為 147 公斤。
3
4 shaq_height = 216
5 shaq_weight = 147
6 shaq_bmi = shaq_weight/(shaq_height/100)**2 # 將身高轉換為以公尺為單位
7 print(shaq_bmi)

```

範例一	乘除先運算	接著加減運算
$F=2+3*5-14/7$	$F=2+15-2$	$F=15$

範例二	括號先運算	接著求餘數運算
$F=(2+3)\%4$	$F=5\%4$	$F=1$

## 動動腦

請利用Python計算 $(23+32)\times 4 = ?$

～在數學運算中，括號優先權最高，其次是指數  $\rightarrow$  %餘數  $\rightarrow$  //商  $\rightarrow$  /除法  $\rightarrow$  \*乘法  $\rightarrow$  + 加法  $\rightarrow$  -減法。

## 2. 數字的操作（二）：函式

瞭解數字操作的函式，包括常用的內建函數與數學模組。

### 2-1. 常用的內建函數

- `abs()`, `max()`, `min()`, `pow(a,b)`, `round(x)`, `round(x, n)`

表4-1 一些常用的內建函式

函式	功能說明	範例
abs(x)	回傳x的絕對值	abs(-10) 是10
max(x1, x2, ...)	回傳x1, x2, ...的最大值	max(1, 8, 6) 是8
min(x1, x2, ...)	回傳x1, x2, ...的最小值	min(1, 8, 6) 是1
pow(a, b)	回傳 $a^b$	pow(2, 4) 是16
round(x)	回傳最接近x的整數。若與兩整數接近，則回傳偶數的整數	round(5.4) 是5 round(5.5) 是6 round(4.5) 是4
round(x, n)	回傳捨位到小數點後n位的浮點數	round(6.667, 2) 是6.67 round(6.663, 2) 是6.66
int(x)	取x的整數值	int(12.34) 是12

```

1  # 數字：內建函數
2  a = -2
3  print(abs(a)) #絕對值
4  print(abs(-10))
5
6  print(max(1,2,3,4,5)) #極大值
7  print(min(1,2,3,4,5)) #極小值
8
9  print(pow(2,3)) ##次方 pow(a,b)為a的b次方
10
11 print(round(5.8)) #四捨五入
12 print(round(3.14159,2)) #取小數點兩位死捨五入

```

## 2-2. math 數學模組

～import math，將數學math模組載入

- 圓周率 $\pi$ 、指數 $e$
- 指數函數exp(x)、對數函數log(x)、開根號sqrt(x)
- 三角函數 sin(x)、cos(x)、tan(x)、cot(x))

 表4-2 一些常用的數學函式

函式	功能說明	範例
<code>fabs(x)</code>	以浮點數回傳x的絕對值	<code>fabs(-2.3)</code> 是2.3
<code>ceil(x)</code>	回傳大於x的最小整數	<code>ceil(2.6)</code> 是3 <code>ceil(-2.6)</code> 是 -2
<code>floor(x)</code>	回傳小於x的最大整數	<code>floor(2.6)</code> 是2 <code>floor(-2.6)</code> 是 -3
<code>exp(x)</code>	回傳 $e^x$	<code>exp(1)</code> 是2.71828
<code>log(x)</code>	回傳 $\log_e(x)$	<code>log(2.71828)</code> 是1.0
<code>log(x, base)</code>	回傳以指定基底的對數	<code>log(100, 10)</code> 是2.0

函式	功能說明	範例
<code>sqrt(x)</code>	回傳 $\sqrt{x}$	<code>sqrt(100)</code> 是10.0
<code>sin(x)</code>	回傳以弧度為單位的sine三角函式	<code>sin(<math>\pi</math> / 2)</code> 是1 <code>sin(<math>\pi</math>)</code> 是0
<code>cos(x)</code>	回傳以弧度為單位的cosine三角函式	<code>cos(<math>\pi</math> / 2)</code> 是0 <code>cos(<math>\pi</math>)</code> 是 -1
<code>tan(x)</code>	回傳以弧度為單位的tangent三角函式	<code>tan(<math>\pi</math> / 4)</code> 是1 <code>tan(0.0)</code> 是0
<code>degrees(x)</code>	將x角度從弧度(radian)轉換為度數(degree)	<code>degrees(1/2 * <math>\pi</math>)</code> 是90
<code>radians(x)</code>	將x角度從度數轉換為弧度	<code>radians(180)</code> 是3.14159

```

1 import math
2 math.pi
3 math.e
4
5 r = eval(input("輸入圓的半徑："))
6 area1 = 3.14159 * (r**2)
7 area2 = math.pi * (r**2)
8 print('圓面積1:', area1)
9 print('圓面積2:', area2)

```

### 3. Capstone專案

#### 3-1 題目：將123分鐘數轉換為幾小時幾分鐘

## Step 1: 思考並釐清問題的細節

- 清楚要處理的問題是什麼！
  - 列出程式的必要輸入資料與輸出資訊為何。
  - 程式先取得輸入分鐘數，經過計算後，輸出為幾個小時幾分鐘。

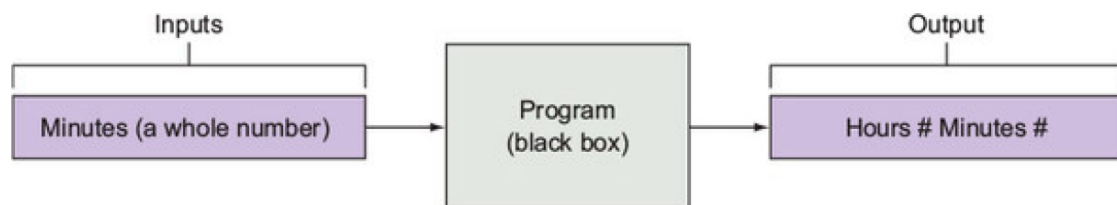
## Step 2: 將問題切分成小塊

- 此問題有兩項小任務：記錄輸入值與顯示輸出值
  - 初始化一個變數，使用有意義的變數名稱做紀錄。
  - 列出計算結果顯示格式。
  - Input-Process-Output模式

## Step 3: 實作轉換公式

- 此部分有兩項小任務：如何找出小時數與如何找出分鐘數
  - 如何找出小時數：運算後的整數，注意物件型別的轉換。
  - 如何找出分鐘數：浮點數運算與餘數運算。

**Figure 6.1. The input to the program is any whole number representing minutes. The program does some calculations and prints out how many hours that is and any leftover minutes.**



## 3-2 實際解題步驟

- Step 1: 建立並初始化變數
- Step 2: 對變數進行運算
- Step 3: 轉換變數的型別



- Step 4: 顯示結果

## Solution 1:

使用浮點數運算方式，轉換為對應的小時數和分鐘數。

說明：Python無法無限精確地儲存浮點數，只能以近似值的方式儲存該數值。所以當你使用浮點數進行算數運算時，在小數點後面的數值會有些微的差異，要加上round四捨五入到整數位。

- `minutes_part = minutes_decimal * 60`
- `minutes_part = round(minutes_decimal * 60)`

---

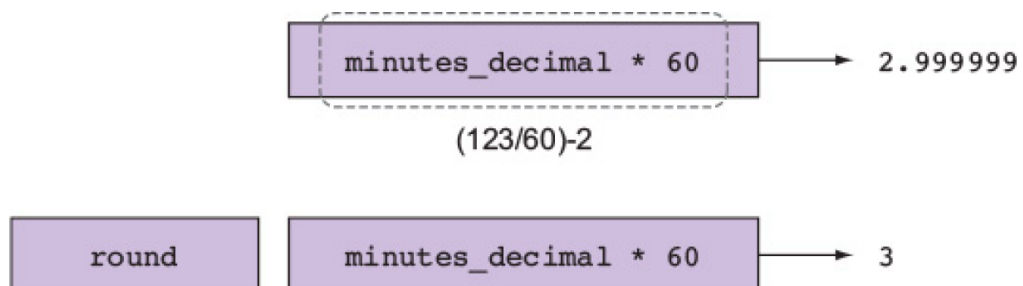
```
minutes_part = round(minutes_decimal * 60)
```

---

First it multiplies `minutes_decimal * 60`:

Then it rounds that result with `round(minutes_decimal * 60)`.

**Figure 6.2. The two calculations and their evaluations, in order, on the variable `minutes_decimal`**



Why do you need to do all these operations? If you run the program with the line

```
1 # 1. 變數初始化為分鐘數
2 minutes_to_convert = 123
3
4 # 2. 變數轉換為小時數
5 hours_decimal = minutes_to_convert/60 #數學運算除以60
6 hours_part = int(hours_decimal) #將浮點數結果轉換變數型別為整數
```

```

7
8 # 3. 取得轉換後的分鐘數
9 minutes_decimal = hours_decimal - hours_part #浮點數減
    整數取得小數
10 minutes_part = round(minutes_decimal*60) #數學運算乘
    60得分鐘數，在此要四捨五入才行
11
12 # 4. 顯示結果
13 print("Hours")
14 print(hours_part)
15 print("Minutes")
16 print(minutes_part)

```

## Solution 2:

使用餘數運算，轉換成對應的小時數和分鐘數。

```

1 # initializing
2 minutes_to_convert = 123
3
4 # getting the whole number of hours
5 hours_decimal = minutes_to_convert/60
6 hours_part = int(hours_decimal)
7
8 #getting the whole number of minutes
9 #下列餘數運算可以取得轉換後的分鐘數
10 minutes_part = minutes_to_convert%60
11
12 # printing the result
13 print("Hours")
14 print(hours_part)
15 print("Minutes")
16 print(minutes_part)

```

## 4. 熟能生巧

## 範例4-1 計算圓面積與圓周長

請設計一個程式計算圓面積與圓周長，依輸入的半徑計算圓面積與圓周長。

～解題想法

將圓的半徑儲存到變數，再依照圓面積與圓周長公式進行運算，計算結果儲存到變數「圓周長」與「圓面積」。本題使用運算子乘法(\*) 與指定運算子(=)。

```
1 半徑 = float(input('請輸入半徑？'))
2  PI = 3.14159
3
4 圓周長 = 2 * PI * 半徑
5 圓面積 = 半徑 * 半徑 * PI
6
7 print('圓周長為', 圓周長, '圓面積為', 圓面積)
```

## 隨堂練習4-2 攝氏轉華氏

請設計一個程式將輸入的攝氏溫度轉成華氏溫度，轉換公式如下:華氏溫度= 攝氏溫度\*9/5+32

～解題想法

將攝氏溫度儲存到浮點數變數，再依照攝氏溫度轉華氏溫度公式進行運算，將計算結果儲存到另一個浮點數變數。本題會使用到運算子的加法(+)、乘法(\*)、除法(/) 與指定運算子(=)。

```
1  c = float(input('請輸入攝氏溫度？'))
2
3  f = c * 9 / 5 + 32
4
5  print('華氏溫度為', f)
```

## 範例4-3 服裝訂購系統

假設上衣**300**元、褲子**350**元與背心**400**元，使用者可以自行輸入三種服裝的數量，請設計一個程式計算訂購服裝的總金額。

～解題想法

將上衣、褲子與背心訂購數量依序指定到三個整數變數中，乘以對應的價格，再加總起來。本題會使用到運算子的乘法(**\***)、加法(**+**) 與指定運算子(**=**)。

```
1 上衣 = int(input('請輸入上衣數量？'))
2 褲子 = int(input('請輸入褲子數量？'))
3 背心 = int(input('請輸入背心數量？'))
4
5 總金額 = 上衣*300 + 褲子*350 + 背心*400
6 print('訂購服裝的總金額為', 總金額)
```

## 隨堂練習4-4 賣場買飲料

為了刺激銷售量，賣場通常買一打會比買一罐便宜，假設一罐賣**20**元，一打賣**200**元，請設計一個程式計算買幾罐需花多少錢，若不足一打就個別買。

～預覽結果

輸入購買飲料的罐數，如「**30**」，計算結果顯示在螢幕如下。

請輸入購買飲料的罐數？**30**

需花費 **520**

```
1 罐數 = int(input('請輸入購買飲料的罐數？'))
2
3 金額 = (罐數//12)*200 + (罐數%12)*20
4
5 print('需花費', 金額)
```

## 加分練習4-5 求三數總和與平均

求第一次期中考、第二次期中考與期末考成績，成績皆為整數，請計算分數的加總與平均。

～預覽結果

第一次期中考輸入「75」，第二次期中考輸入「80」，期末考輸入「65」，計算結果顯示在螢幕如下。

請輸入第一次期中考成績？75

請輸入第二次期中考成績？80

請輸入期末考成績？65

總分為 220 平均為 73.33333333333333

```
1 fir = int(input('請輸入第一次期中考成績？'))
2 sec = int(input('請輸入第二次期中考成績？'))
3 final = int(input('請輸入期末考成績？'))
4
5 sum = fir + sec + final
6 avg = sum/3
7 print('總分為', sum, '平均為', avg)
```

## 加分練習4-6 分組報告

因為教學需求，全班40位同學要進行分組報告，每五位同學一組，老師規定依座號順序分組，也就是1號到5號一組，6號到10號一組，請寫一個程式允許使用者輸入座號，輸出分組的組別。

～預覽結果

輸入座號，例如「19」，計算結果顯示在螢幕如下。

請輸入座號？19

組別為 4

```
1 # 方法（一）：餘數位置從0開始（運算子）
2 座號 = int(input('請輸入座號？'))
3 組別 = (座號-1)//5 + 1
4 print('組別為', 組別)
```

```
1 # 方法（二）：看餘數，用條件句
2 number = int(input("Enter a number? "))
3 if number%5 == 0:
4     print("Group is ", number//5)
5 else:
6     print("Group is ", number//5 +1)
```

```
1 # 方法（三）：函式（上限）
2 import math
3 number=int(input("請輸入座號？"))
4 group=math.ceil(number/5)
5 print("組別為",group)
```