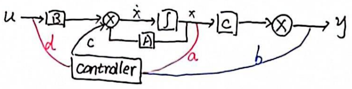
线性定常系统的综合

为什么

- 实现对系统性能的提升
- 原性能不符合要求 $\xrightarrow{+\text{controller}}$ 满足要求
  - 稳：渐近稳定 → 镇定问题
  - 准：信号跟踪 → 输出跟踪参考输入
  - 快：动态性能 → 极点配置问题
- 一般流程：确定设计目标 → 选择控制结构 → 选择控制器形式 → 计算控制器参数 → 验证控制效果

反馈控制结构：



a+d：状态反馈 SF

b+d：输出反馈 OF

b+c：输出到状态反馈

是什么

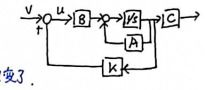
控制器形式

状态反馈

不改变能控性，能观性不确定

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \\ u = Kx + v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = Ax + BKx + Bv = (A+BK)x + Bv \\ y = Cx + D(Kx+v) = (C+DK)x + Dv \end{cases}$$

由于 A 变了，∴ 特征值和极点均变了，传函也变了。



输出反馈

不改变能控能观性。

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \\ u = Hy + v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = Ax + BHy + Bv = (A+BHC)x + Bv \\ y = Cx \end{cases}$$

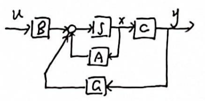
A 变了，∴ 特征值、极点、传函均变了

输出到状态反馈

不改变能观性

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Gy = (A+GC)x + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

A 变了 → 特征值和极点也变了



怎么做

镇定问题

目标：使系统渐近稳定。

依据：李一/李二

可镇定条件：
- 状态反馈 + 系统完全能控 → 可镇定
- 状态反馈 + 不完全能控但子系统渐近稳定 → 可镇定
- 输出反馈 → 不能保证镇定

设计：

真实系统多项式 $f(\lambda) = |\lambda I - (\bar{A} + \bar{b}\bar{k})|$

期望系统多项式 $f^*(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} (\lambda - \lambda_i^*)$

令 $\left.\begin{matrix} f(\lambda) = f^*(\lambda) \\ Re(\lambda_i^*) < 0 \end{matrix}\right\} \bar{K}$

状态反馈：

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bu \\ y = cx \end{cases} \xrightarrow{x = T_{c1}\bar{x}} \begin{cases} \dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{b}u \\ y = \bar{c}\bar{x} \\ u = \bar{k}\bar{x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{\bar{x}} = (\bar{A} + \bar{b}\bar{k})\bar{x} \\ y = \bar{c}\bar{x} \end{cases} \xrightarrow[f^*(\lambda)]{f(\lambda)} \bar{K} \rightarrow K = \bar{K} T_c$$

系统不完全能控时：
1. ① 按能控性分解
2. ② 判断不能控子系统的稳定性，若渐近稳定，可任取 K
3. ③ 设计能控子系统的控制器
4. ④ 给出结构分解后系统的控制器增益
5. ⑤ 换算原系统的控制器增益

镇定设计：输出反馈

条件：能控且能观子系统可镇定；其它子系统渐近稳定。

极点配置问题

目标：使闭环系统极点位于预设位置。

条件：
- 状态反馈 + 完全能控 → 可任意配置极点
- 状态反馈 + 不完全能控 → 仅能配置能控子系统极点
- 输出反馈 → 不能任意配置极点

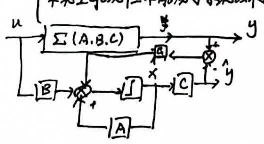
- 计算希望特征多项式
- 计算实际特征多项式

→ 对比 ⇒ K

状态观测器

目标：实现系统状态的观测/估计

条件：
- 完全能观 → 可设计观测器
- 不完全能观但不能观子系统渐近稳定 → 可设计观测器



$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + G(y - \hat{y})$$

求解 $\begin{cases} f(\lambda) = \det[\lambda I - (A+GC)] \\ f^*(\lambda) \end{cases}$ ⇒ G

利用状态观测器实现状态反馈：判断能控能观性 → 设计观测器 → 设计状态反馈 → 框图。