

中国地质大学（武汉）自动化学院 控制理论课程设计报告

课 程： 控制理论课程设计

学 号： 20211001578

班 级： 231216

姓 名： 王愉杰

指导老师： 张传科

2023 年 12 月 19 日

目录

中国地质大学（武汉）自动化学院	1
控制理论课程设计报告	1
一、单级倒立摆系统	1
1 情景假设	1
2 系统模型	1
2.1 建立机理非线性模型	1
2.2 建立简化线性模型	3
3 系统分析	6
3.1 任务阐述	6
3.2 分析系统响应	6
3.3 分析稳定性与性能	8
3.4 分析能控能观性	9
4 系统设计与验证	11
4.1 任务简述	11
4.2 任务一	11
4.3 任务二	18
小结	23
二、蔡氏混沌电路	27
1 问题描述	27
2 系统模型建立	28
2.1 建立机理模型	28
2.2 Simulink 仿真分析	29
3 同步设计与验证	33
3.1 任务说明	33
3.2 同步设计的条件	33
3.3 Simulink 仿真验证	35
3.4 PID 控制与仿真（选做）	38
4 保密通信应用	39
4.1. 问题说明	39
4.2. 问题求解	40
三、心得体会	42

一、单级倒立摆系统

1. 情景假设

单级倒立摆安装在小车上，重心置于最末端，现对小车施加水平作用力，且位移可观测，忽略摆杆的质量、摩擦力、风力等。相关物理量 $M=1\text{kg}$ 、 $m=0.1\text{kg}$ 、 $l=0.5\text{m}$ ，本文重力加速度设为 $g=10\text{N/kg}$ 。

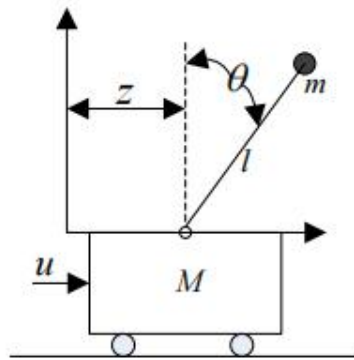


图 1 单级倒立摆图示

控制任务：

- ✓ 摆杆开始保持垂直倒立位置 A，某时刻出现微小角度偏差，控制其复位
- ✓ 摆杆开始保持垂直倒立位置 A，控制其垂直倒立于另一个位置 B

2. 系统模型

2.1 建立机理非线性模型

2.1.1 机理分析

对摆杆进行受力分析，在水平与竖直方向上运用牛顿第二定律得：

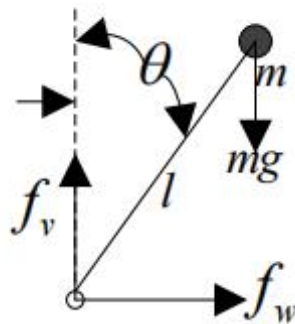


图 2 摆杆受力分析图

$$f_w = m \frac{d^2}{dt^2} (z + l \sin \theta)$$

$$f_v - mg = m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta)$$

$$f_v l \sin \theta - f_w l \cos \theta = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} \approx 0$$

对小车进行受力分析：

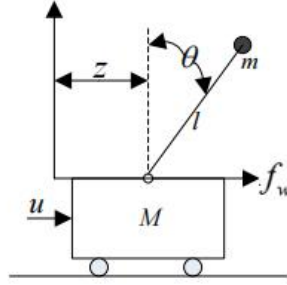


图 3 小车受力分析图

$$u - f_w = M \frac{d^2 z}{dt^2}$$

公式(1)+(2)+(4)可得：

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) + g \right) \sin \theta = \left(\frac{d^2}{dt^2} (z + l \sin \theta) \right) \cos \theta$$

公式(1)+(4)可得：

$$u = m \frac{d^2}{dt^2} (z + l \sin \theta) + M \frac{d^2 z}{dt^2}$$

令 $x_1 = z, x_2 = \dot{z}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}$ ，整理可得：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u + mlx_4^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3}{M + m - m \cos^2 x_3} \\ x_4 \\ \frac{-u \cos x_3 + (M + m)g \sin x_3 - mlx_4^2 \sin x_3 \cos x_3}{(M + m)l - ml \cos^2 x_3} \end{bmatrix}$$

2.1.2 simulink 仿真

本文非线性仿真采用自定义函数的方法搭建，仿真框图如下所示：

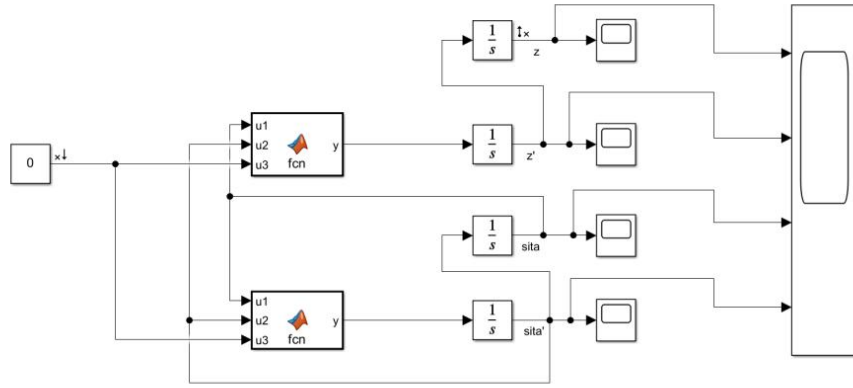


图 4 simulink 非线性仿真

其中的两个自定义函数具体定义分别如下：

```
function y = fcn(u1,u2,u3)

y = (u3+0.1*0.5*(u2^2)*sin(u1)-0.1*10*sin(u1)*cos(u1))/(1+0.1-0.1*cos(u1)*cos(u1));

function y = fcn(u1,u2,u3)

y = (-u3*cos(u1)+(1+0.1)*10*sin(u1)-0.1*0.5*(u2^2)*sin(u1)*cos(u1))/((1+0.1)*0.5-0.1*0.5*(cos(u1)^2));
```

图 5 非线性仿真自定义函数

2.2 建立简化线性模型

2.2.1 方法一：线性化近似

当 θ 非常小时, $x_3 \approx 0, \sin x_3 \approx x, \cos x_3 = 1$, 则原非线性式可转化为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u - mgx_3}{M} \\ x_4 \\ \frac{-u + (M + m)gx_3}{Ml} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M + m)}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} u$$

$$y = x_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]x$$

代入参数的具体数值, 得状态空间表达式为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 22 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

用 simulink 搭建出线性模型，如图所示：

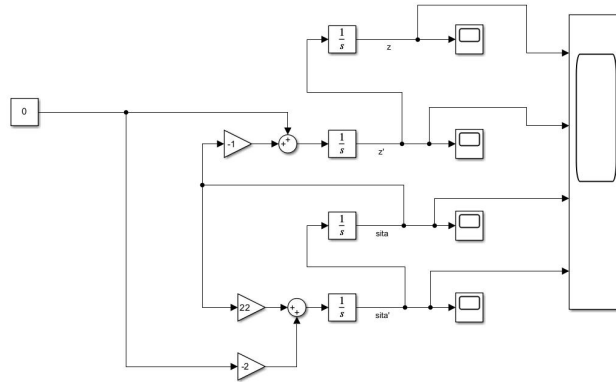


图 6 simulink 线性仿真

接下来求解该线性模型的传递函数，本文采用 `ss2tf` 内置函数，将状态空间表达式转化为传递函数。求解代码如下：

%设置参数值

`m = 0.1;`

`M = 1;`

`l = 0.5;`

`g = 10;`

%简化线性模型后的状态空间表达式

`A = [0 1 0 0; 0 0 (-m*g/M) 0; 0 0 0 1; 0 0 (m+M)*g/(M*l) 0]`

`B = [0; 1/M; 0; -1/(M*l)]`

`C = [1 0 0 0]`

`D = 0`

%状态空间表达式->传递函数

`[num,den] = ss2tf(A,B,C,D)`

`G = tf(num,den)`

求解的传递函数为：

$$G = \frac{s^2 - 20}{s^4 - 22s^2}$$

注：由于重力加速度选取的值不同，可能会出现不同的结果，此处 $g=10\text{N/kg}$ 。

2.2.2 方法二：simulink 线性化工具（选做）

可以发现，simulink 中自带模型线性化器，因此我们基于之前搭建的非线性仿真模型使用该工具箱，点击箭头标注的结果查看器和线性化，等待结果。

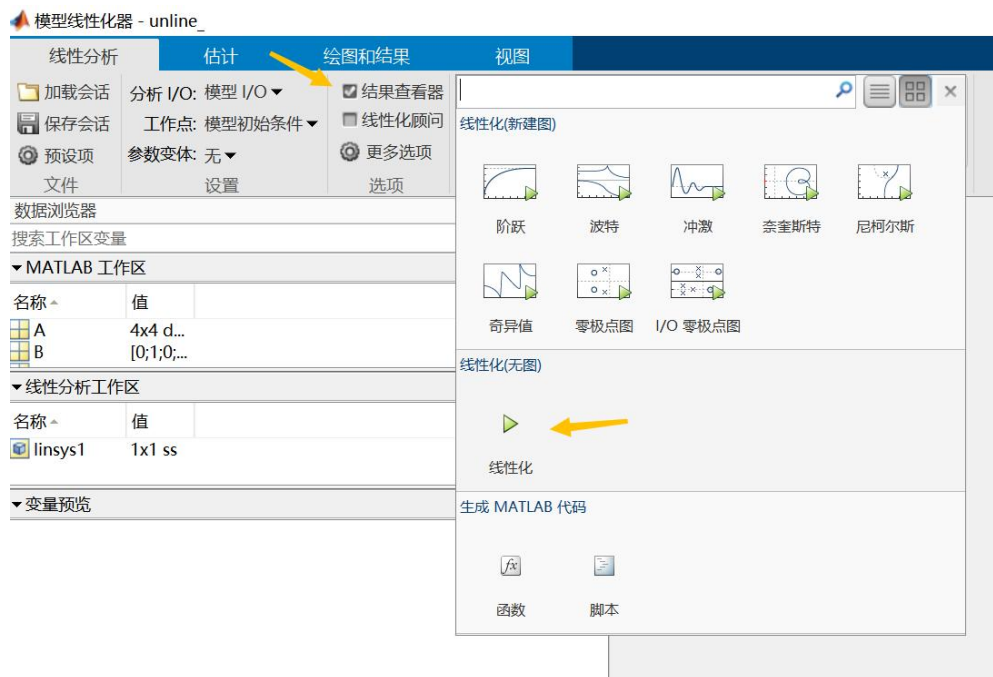


图 7 模型线性化器工作图

线性化结果如下所示：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.9771 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 21.82 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9339 \\ 0 \\ -1.009 \end{bmatrix} u$$

$$y = x_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

传递函数为：

$$G = \frac{0.999s^2 - (8.873e-16)s - 19.86}{s^4 - 21.82s^2}$$

2.2.3 结果对比（选做）

由上文 2.2.1 可知，线性化近似后系统状态空间表达式和传递函数分别为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 22 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]x$$

$$G = \frac{s^2 - 20}{s^4 - 22s^2}$$

通过对比,可以看到线性化近似与 simulink 线性工具箱的处理结果在状态空间表达式和传递函数上都很相近,唯一差别较大的数值是 B 矩阵的第 4 个值,原因是近似约等于处理和 simulink 线性化原理不同。因此,二者皆可有效将非线性模型线性化。

3 系统分析

3.1 任务阐述

1. 分析系统响应

- ✓ 设置微小的角度偏差、无控制输入
- ✓ 绘制基于非线性系统模型的响应曲线,观察并分析各状态的演变过程
- ✓ 绘制基于线性系统模型的响应曲线,观察并分析各状态的演变过程
- ✓ 比较两种模型下响应曲线的异同,并分析原因

2. 分析稳定性与性能

- ✓ 基于传递函数模型分析稳定性:极点分布法、Bode 图法、Nyquist 图法等(选一种)
- ✓ 基于传递函数模型分析性能:幅值裕度、相角裕度、截止频率等
- ✓ 基于状态空间模型分析状态稳定性:李氏间接法、李氏直接法
- ✓ 对比开环系统响应曲线,验证以上稳定性相关结论的正确性

3. 分析能控能观性

- ✓ 分析系统的能控性和能观性:秩判据方法
- ✓ 分析系统的能控性和能观性:约旦标准型判定方法

3.2 分析系统响应

3.2.1 simulink 初值设置

首先,本文先设定初始值 $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0.3, x_4 = 0$, 非线性系统和线性系统的示

波器图像分别如图 8 和图 9 所示。

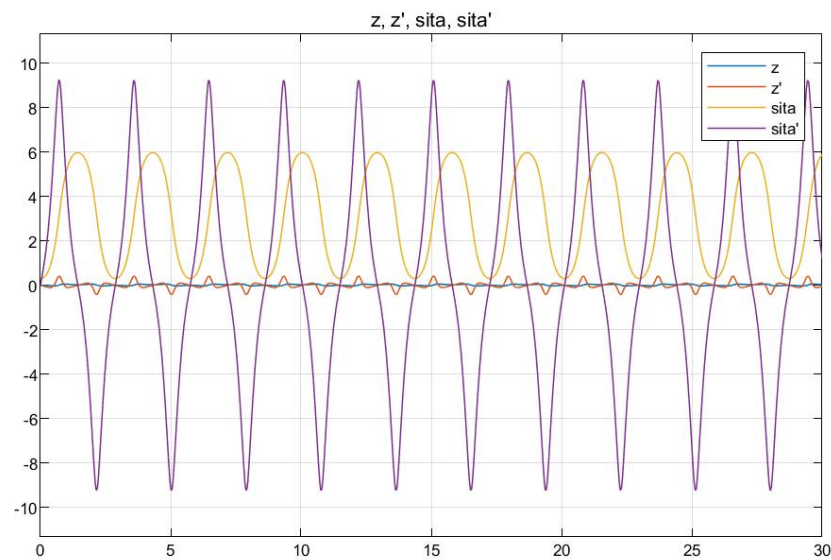


图 8 非线性系统示波器图像

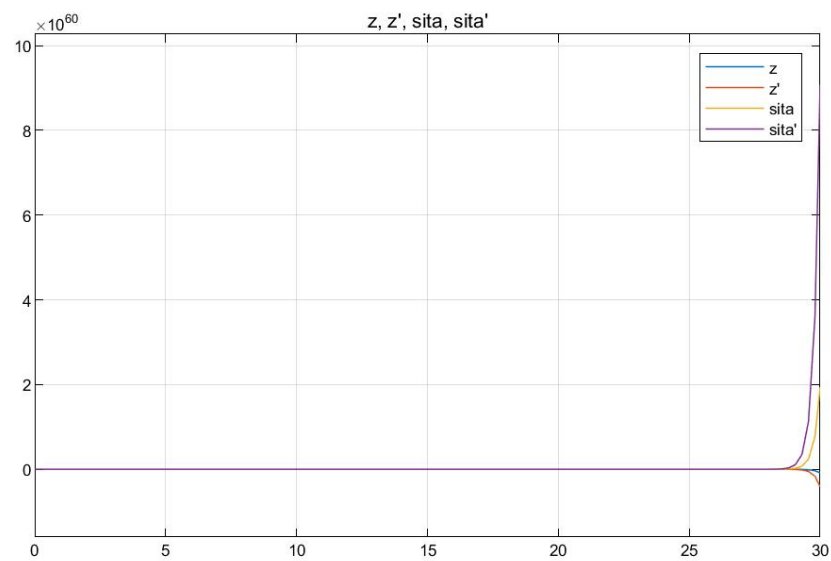


图 9 线性系统示波器图像

3.2.2 演变现象

1. 非线性系统：当有角度偏差时，非线性系统的四个状态量均呈现振荡运动，其中由于设置的角度偏差值较小，故位移及其导数变化幅度较小，角度及其导数变化幅度较大符合动力学规律。
2. 线性系统：当有角度偏差时，线性系统的响应曲线却很奇怪，刚开始四个状态量保持稳定，趋于 0，但在后期发生突变，出现指数式增长。

3.2.3 原因分析

当角度出现偏差时，上文 $\theta \approx 0$ 的近似条件已无法满足，因此整个近似的线性系统并不能按照动力学原理运行，导致出现图 9 的反常响应。因此搭建的系统在测试和应用时，必须满足当时假设的条件。

3.3 分析稳定性与性能

3.3.1 基于传递函数模型的极点分析法分析稳定性

已知线性系统模型的传递函数为：

$$G = \frac{s^2 - 20}{s^4 - 22s^2}$$

通过代码 `[z,p,k]=tf2zp(num,den)` 求解得极点为：4.6904，-4.6904。可见具有正实部极点，系统不稳定。

3.3.2 基于传递函数模型分析性能

此处通过 Matlab 代码分别求解传递函数模型的截止频率 wcp、幅值裕度 magdb、相角裕度 Pm,关键代码如下：

```
[Gm,Pm,Wcq,wcp]=margin(sys),
```

```
magdb=20*log10(Gm)
```

求解结果为：wcp=0.9554、magdb=-Inf、Pm=0

由于 magdb=-Inf，表示系统在某个频率附近有零点，可能存在某个频率导致系统增益趋近于无穷大，这可能是系统不稳定的迹象；Pm=0 表示系统的相角裕度最小，可能导致系统不稳定。

3.3.3 基于状态空间模型分析状态稳定性

1. 李氏间接法

本文通过代码 `Lambda = eig(A)` 求得矩阵 A 的特征值，结果如下：

```
>> Lambda = eig(A)

Lambda =

    0
    0
  4.6904
 -4.6904
```

可见，有特征值 4.6904 大于 0，因此系统不稳定。

2. 李氏直接法

%李氏直接法判断稳定性

```
P = eye(size(A,1));  
Q = -P*A-A'*P;  
det1 = det(Q(1,1));  
det2 = det(Q(1:2,1:2));  
det3 = det(Q);  
Det = [det1;det2;det3];  
  
if min(Det) > 0  
    disp('系统稳定')  
else  
    disp('系统不稳定')  
end
```

Matlab 求解结果显示系统不稳定

3.3.4 对比开环系统响应曲线

回顾图 8 的响应曲线，在给定角度偏差后，四个状态量均一直保持振荡状态，可见系统遇到扰动后状态量无法稳定下来，因此系统不稳定。与上述稳定性分析结果相符。

3.4 分析能控能观性

1. 秩判据方法

利用秩判据判断能控性和能观性时，首先构造能控性判别矩阵和能观性判别矩阵，再分别求两者的秩，若满秩，则能控/能观，否则不能控/不能观，需要进行结构分解。

关键代码如下：

%分析能控性（秩判据）

```
n = size(A,1);  
Qc = ctrb(A,B);  
  
if rank(Qc)==n  
    str = '系统能控'  
else  
    str = '系统不完全能控'
```

```

[A1,B1,C1,T,k] = ctrbf(A,B,C)

end

%分析能观性（秩判据判定方法）

Qo = obsv(A,C);

ro = rank(Qo)

if ro==4

    str = '系统能观'

else

    str = '系统不完全能观'

    [A3,B3,C3,T2,k2] = obsvf(A2,B2,C2)

end

```

求解结果如下所示：

```

str =

    '系统能控'

str =

    '系统能观'

```

因此，该系统能控能观。

2. 约旦标准型判定方法

约旦标准型判定方法有两种情况。当 A 矩阵为对角线矩阵时，如果 B 矩阵的每一行都不全为 0，则系统完全能控，如果 C 的每一列都不全为 0，则系统完全能观。当 A 矩阵为约旦块矩阵时，如果约旦块对应的 B 矩阵的最后一行不全为 0，则系统能控，如果约旦块对应的 C 矩阵的首列不全为 0，则系统能观。

求解结果如下所示：

```

An =

    0    1.0000    0    0
    0     0    0    0
    0     0  4.6904    0
    0     0    0 -4.6904

Bn =

    0
   20
   -2
   -2

Cn =

    0.0455    0 -0.0048    0.0048

Dn =

    0

```

由图可见， A_n 矩阵中可划分为线性部分和约旦块部分。约旦块部分对应的 B_n 矩阵的最后一行不为 0，对应的 C_n 矩阵的首列不为 0，故约旦块部分能控能观；线性部分对应的 B_n 矩阵的每一行都不为 0，对应的 C_n 矩阵的每一列都不为 0，故线性部分能控能观。综上，系统能控且能观。

4 系统设计与验证

4.1 任务简述

- (1) 设计控制策略，实现摆杆出现小偏差复位。具体任务为：设计状态反馈控制器(SF)，设计基于状态观测器的状态反馈(OSF)。
- (2) 设计控制策略，实现摆杆从 A 点到 B 点的平衡。具体任务为：设计 SF 或 OSF+输出反馈的控制系统；设计 SF 或 OSF+带积分校正输出反馈的控制系统；分析闭环系统稳定性与动态性能。
- (3) 验证并比较控制策略在简化线性系统和原始非线性系统的控制效果。

4.2 任务一

设计控制策略，实现摆杆出现小偏差复位。具体任务为：

- (1) 设计状态反馈控制器(SF)，实现摆杆出现小偏差后复位，即设计镇定控制器。并在简化线性系统和原始非线性系统上检验控制策略，比较并分析异同。
- (2) 设计基于状态观测器的状态反馈(OSF)实现摆杆出现小偏差后复位。并在简化线性系统和原始非线性系统上检验控制策略，比较并分析异同。

对于任务一，设角度偏差为 0.1，初始位置 $x_0 = 2$ 。

4.2.1 状态反馈控制器（SF）的设计与验证

状态反馈控制器 K 值的求解代码如下：

%设计部分

```
A = [0 1 0 0;
      0 0 (-m*g/M) 0;
      0 0 0 1;
      0 0 (m+M)*g/(M*1) 0]
B = [0;1/M;0;-1/(M*1)]
C = [1 0 0 0]
```

```

D = 0;

Qc = ctrb(A,B);

rc = rank(Qc);

if rc==size(A,1)

    '系统可控'

    P = [-1 -2 -3 -4];

    K = acker(A,B,P);

else

    '系统不能任意配置极点'

end

```

求解的 K 值为：

```

K =

    -1.2000    -2.5000   -29.1000    -6.2500

```

加入状态反馈控制器后，线性系统 Simulink 结构图如图 10 所示。

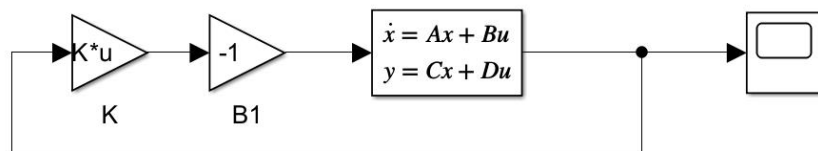


图 10 加入 SF 的线性系统 Simulink 结构图

加入状态反馈控制器后，线性系统响应曲线如图 11 所示。

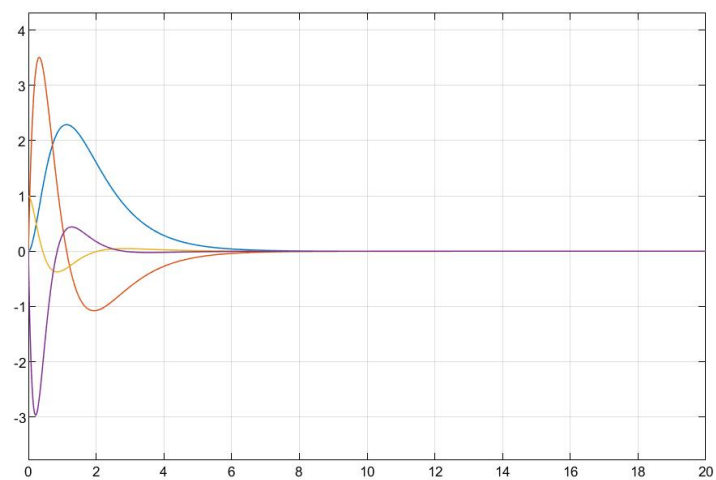


图 11 加入 SF 的线性系统响应曲线

与图 9 进行对比后发现，原线性系统在有偏差产生时，系统的响应会有大幅度变化，加入状态反馈控制器后，系统可实现稳定。

加入状态反馈控制器后，非线性系统 Simulink 结构图如图 12 所示：

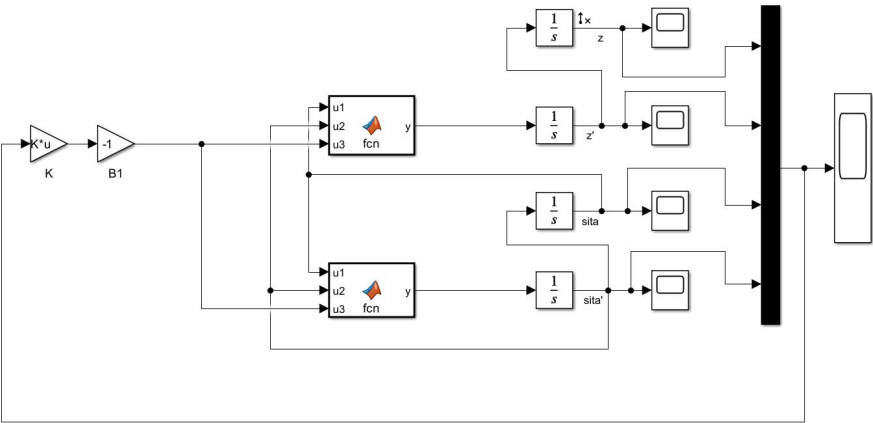


图 12 加入 SF 的非线性系统 Simulink 结构图

加入状态反馈控制器后，非线性系统响应曲线如图 13 所示：

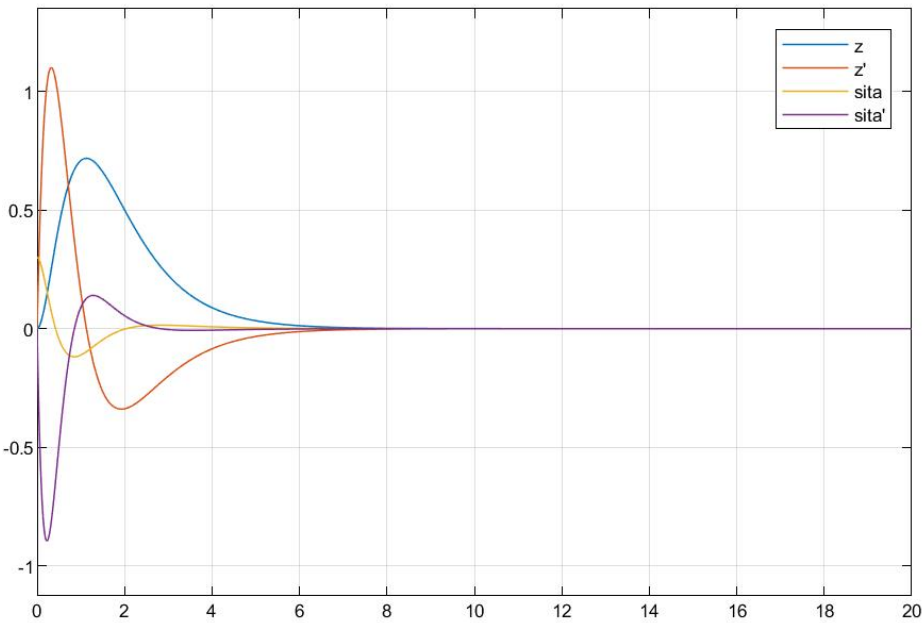


图 13 加入 SF 的非线性系统响应曲线

与图 8 对比后发现，原非线性系统在有偏差产生时，系统为连续起伏状态，加入状态反馈控制器后，系统实现稳定。

可见，状态反馈控制器对非线性系统的控制效果也较为良好。还可以发现，非线性系统加入状态反馈控制器后的振荡幅度小于线性系统，因为无反馈校正时，线性系统的偏离幅度比非线性的要大很多，甚至是指数级的。

4.2.2 状态观测器（OSF）的设计与验证

要设计 OSF，必须先设计观测器。目标系统有两大功能：抗扰动，跟随。状态反馈的目的是抗扰动，状态观测器的目的则是跟随：

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + G(y - \hat{y}) \\ u &= k\hat{x}\end{aligned}$$

状态观测器 G 值的求解代码如下：

%设计基于状态观测器的状态反馈控制策略，实现原正常倒立摆杆出现微小角度偏离后复位

```
Qo = obsv(A,C);  
ro = rank(Qo)  
  
if ro==4  
  
str = '系统能观'  
  
P = [-1,-2,-3,-4];  
  
A1 = A';  
B1 = C';  
  
K = acker(A1,B1,P);  
  
G = K';  
  
AGC = A-G*C  
  
eig(AGC)  
  
else  
  
str = '系统不完全能观'  
  
end
```

加入 OSF 后，线性系统 Simulink 结构图如图 14 所示：

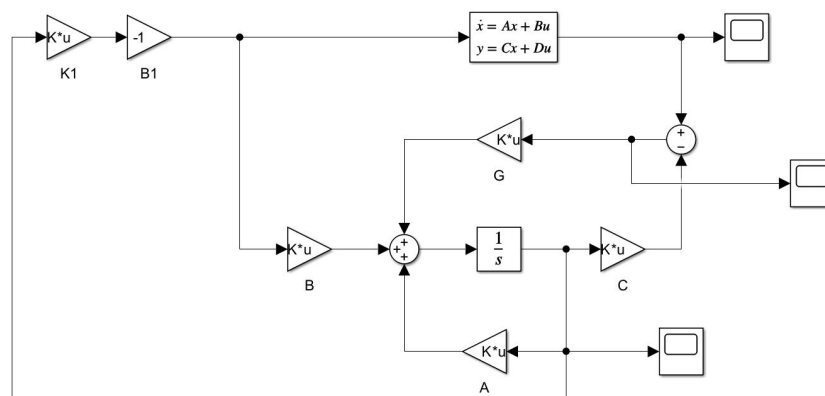


图 14 加入 OSF 的线性系统 Simulink 结构图

设置真实系统的初值为 $[0.2; 0; 0.1; 0]$ ，状态观测器的初值为 $[0.1; 0; 0.2; 0]$ ，两者偏差曲线如图 15 所示：

图 15 所示：

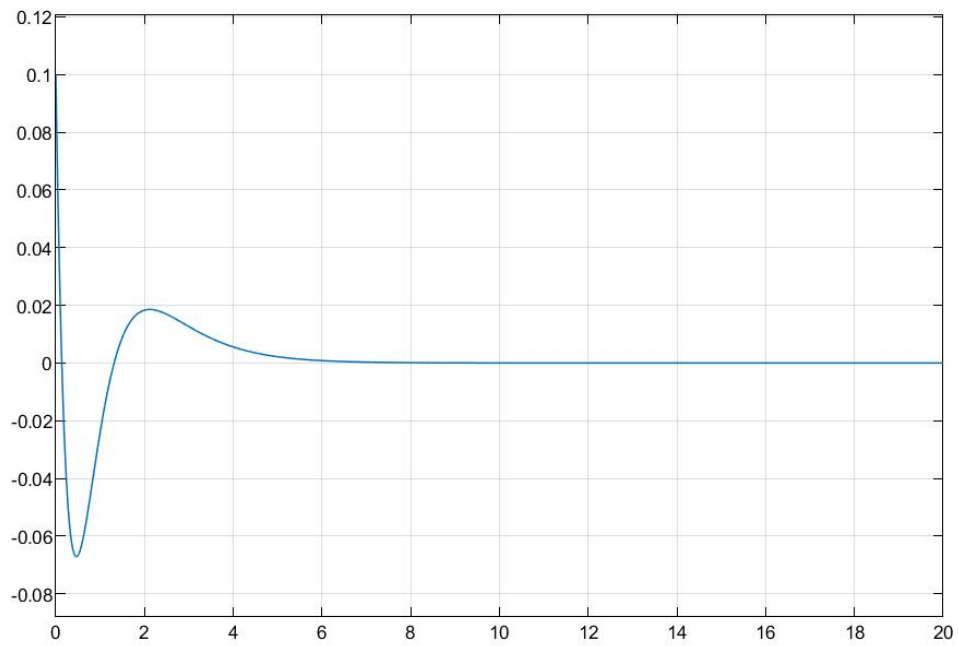


图 15 真实系统与观测器的偏差曲线

加入 OSF 后，线性系统状态观测器响应曲线如图 16 所示：

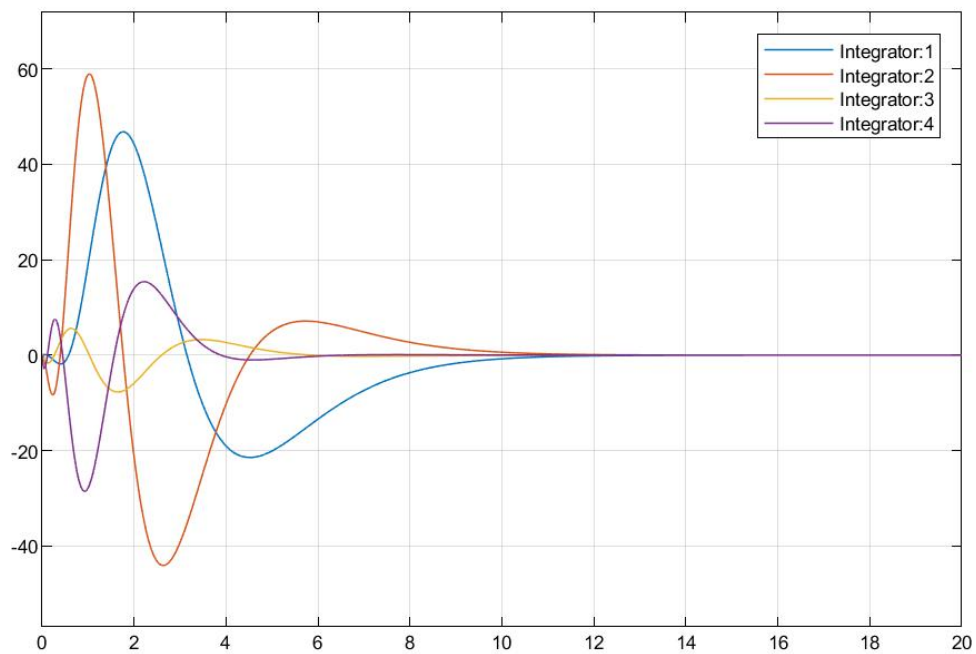


图 16 线性系统状态观测器响应曲线

加入 OSF 后，非线性系统 Simulink 结构图如图 17 所示：

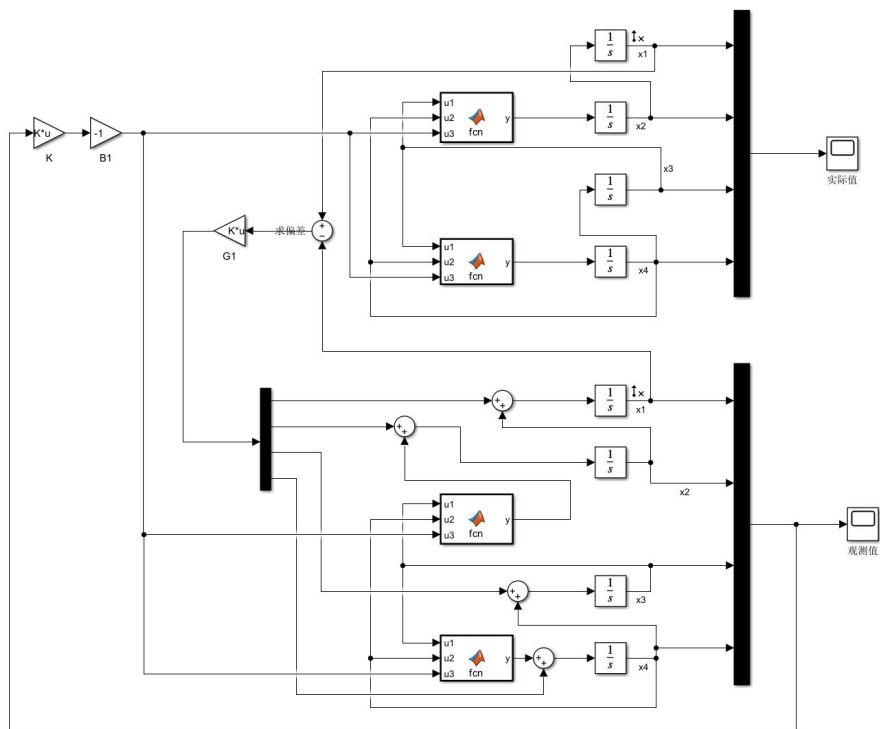


图 17 加入 OSF 的非线性系统 Simulink 结构图

设置真实系统的初值为 $[0.2; 0; 0.2; 0]$ ，状态观测器的初值为 $[0.1; 0; 0.1; 0]$ ，两者偏差曲线如图 18 所示：

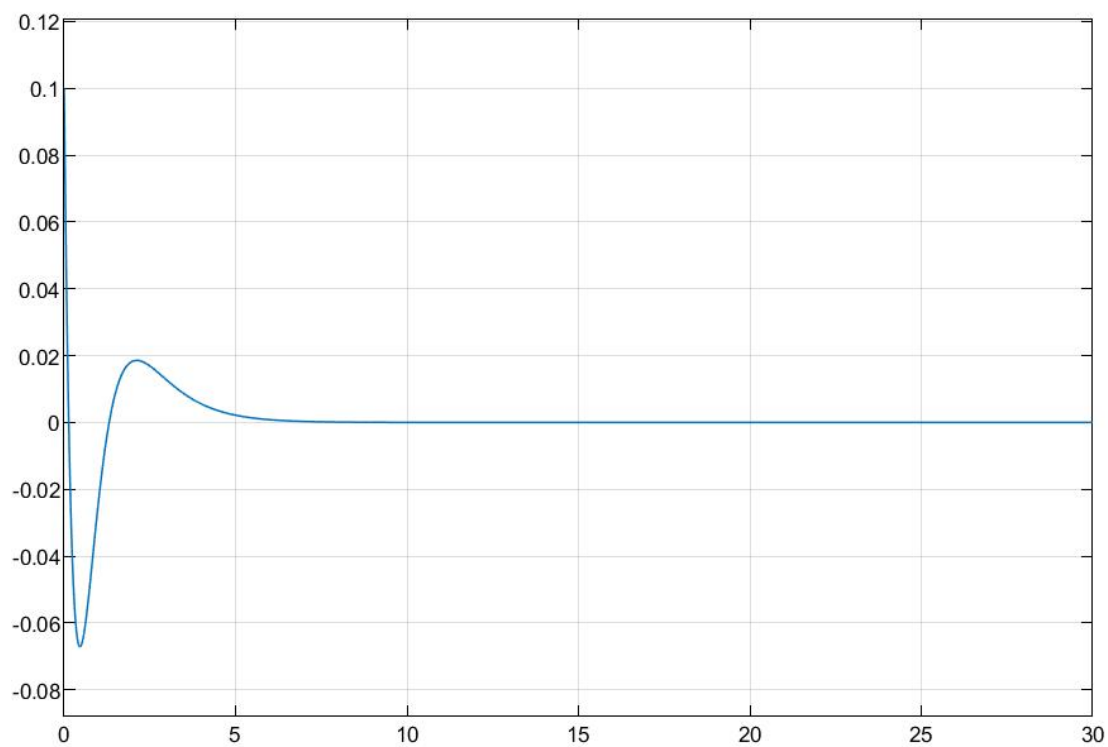


图 18 真实系统与状态观测器的偏差曲线

加入 OSF 后，非线性系统状态观测器响应曲线如图 16 所示：

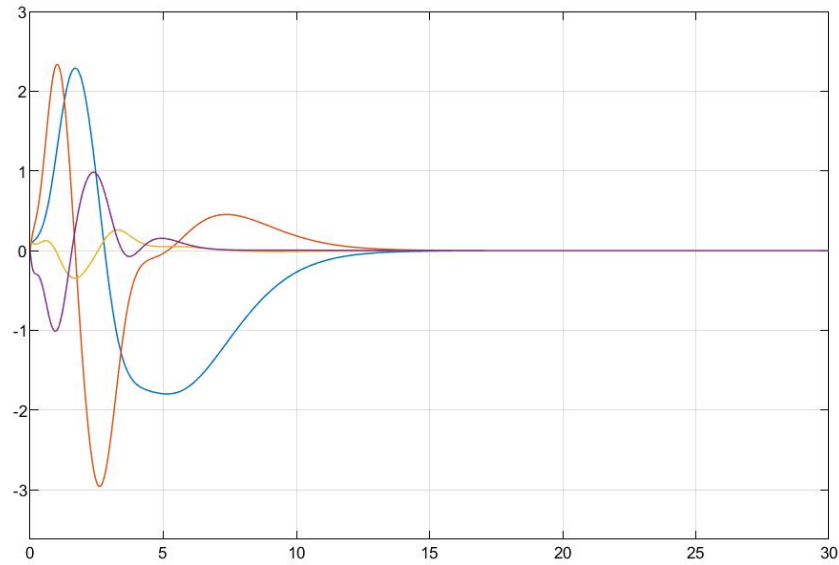


图 19 非线性系统状态观测器响应曲线

4.2.3. SF 与 OSF 的对比分析

不论是 SF 还是 OSF，都可以起到系统的镇定效果。但通过观察上述四种情况，会发现 SF 使系统达到镇定所需的时间要小于 OSF 使系统达到镇定所需的时间。

OSF 相对于 SF 可能导致系统达到稳定状态所需的时间更长的原因主要有几个：

- (1) 观测器设计引入了额外的动态： OSF 通常需要设计一个状态观测器，用于估计系统状态。这个观测器引入了额外的动态，其响应速度和性能会影响到整个系统的性能。观测器的设计可能需要更多的时间来达到期望的性能水平，从而延长系统的稳定时间。
- (2) 观测误差的影响： 状态观测器的设计中存在观测误差，即观测器估计的状态与实际状态之间存在差异。这个误差可能导致反馈控制器对系统状态的估计不准确，从而影响控制性能。观测误差的存在可能需要更长的时间来使系统进入稳定状态。
- (3) 调节参数的复杂性： OSF 通常涉及到更多的调节参数，包括观测器的增益和状态反馈的增益。调节这些参数需要更多的实验和分析，以确保系统的稳定性和性能，这可能导致系统镇定时间的增加。

对比非线性系统与线性系统的镇定状况，不难发现非线性系统的震荡时间，即条件时间更长，超调量更长。由于非线性系统是实际建模，非理想化、简化的结果，说明理想化的情形与实际情况存在一定的差距，再工程上，我们需要谨慎选择系统环节，进行系统简化。

虽然 OSF 可能导致系统达到稳定状态所需的时间更长，但它的优势在于能够处理不完

全可测系统和增强系统对扰动的鲁棒性。选择使用 OSF 还是 SF 应该基于具体的系统要求和性能指标，并进行综合考虑。

4.3 任务二

设计控制策略，实现摆杆从 A 点到 B 点的平衡。具体任务为：

- (1) 在原状态反馈结构基础上，引入输出反馈控制，尝试实现跟踪位移信号，并在简化线性系统和原始非线性系统上检验控制策略，比较并分析异同。
- (2) 在原状态反馈结构基础上，引入带积分校正的输出反馈控制，尝试实现跟踪位移信号，并在简化线性系统和原始非线性系统上检验控制策略，比较并分析异同。
- (3) 基于线性模型，给定超调量和过渡时间要求，设计状态反馈控制器增益 K_1 、积分增益 K_2 。
- (4) 在基于状态观测器的状态反馈基础上，引入带积分校正的输出反馈控制，实现跟踪位移信号。
- (5) 基于线性模型，给定超调量和过渡时间，设计状态反馈增益 K_1 、积分增益 K_2 、观测器增益 G 。

4.3.1 SF+输出反馈的设计

在原状态反馈结构基础上，引入输出反馈控制，尝试实现跟踪位移信号。控制策略示意图如下所示。

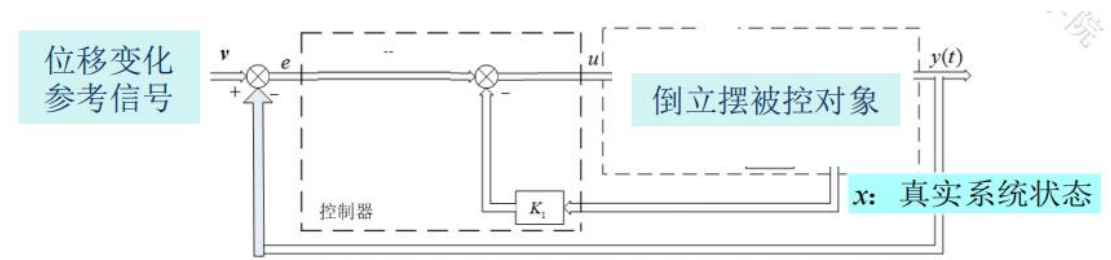


图 20 状态反馈+输出反馈示意图

状态反馈控制器的增益仍沿用之前求得的 K 值。

$$K = \begin{bmatrix} -1.2000 & -2.5000 & -29.1000 & -6.2500 \end{bmatrix}$$

这里将需要“改变”的状态的最终状态值作为参考量，即将位移的输出值进行误差比对。本实验中，目标是跟踪单位阶跃形式的位移信号，设置倒立摆初始位置为 $x_0 = 0$ ，目标位置

为 $x = 1$ ，在 Simulink 中进行仿真。

线性系统的设计

线性系统状态+输出反馈的 Simulink 仿真图和运行结果分别如图 21 和 22 所示，其中第一个变量代表位移，第三个变量表示角度。

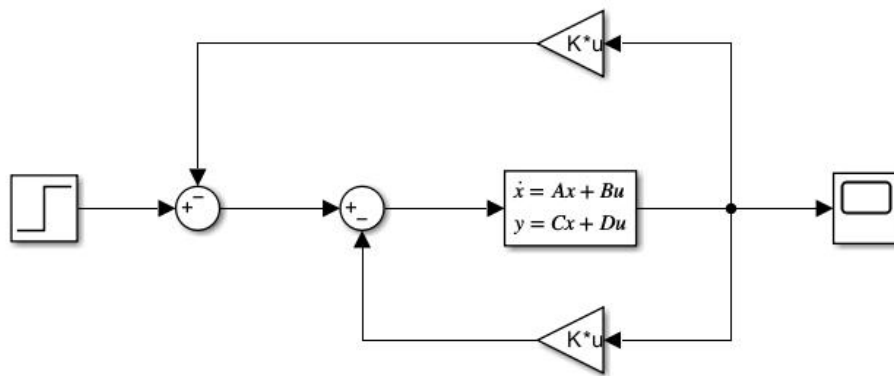


图 21 线性系统状态+输出反馈的 Simulink 仿真图

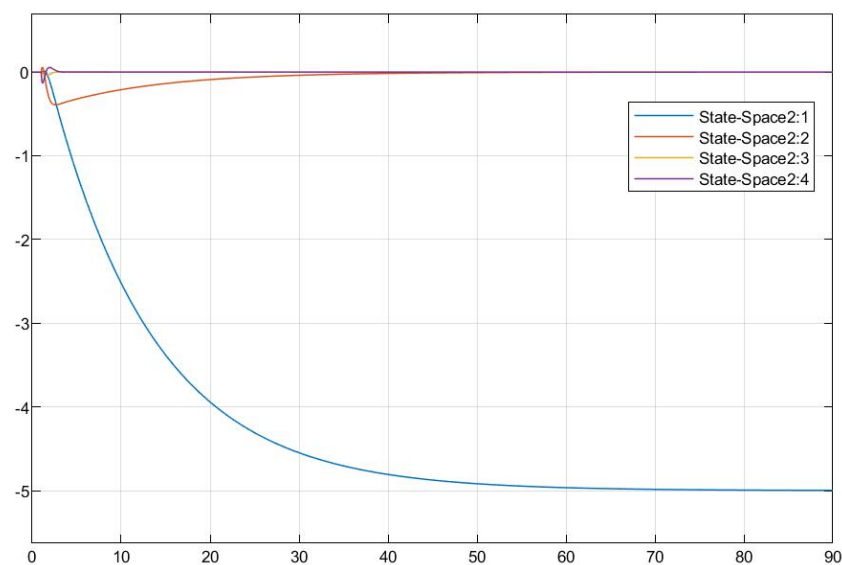


图 22 线性系统状态+输出反馈的 Simulink 运行结果

由图 21 可知，位移从原始位置 $x_0 = 0$ 变为 $x = -5$ 而不是 $x = 1$ ，偏移角度最终稳定在 0，保持稳定。可见在原状态反馈结构基础上，引入输出反馈控制的控制策略施加在简化的线性系统上后，无法精准跟踪单位阶跃形式的位移信号。

非线性系统的设计

非线性系统状态+输出反馈的 Simulink 仿真图和运行结果分别如图 23 和 24 所示。

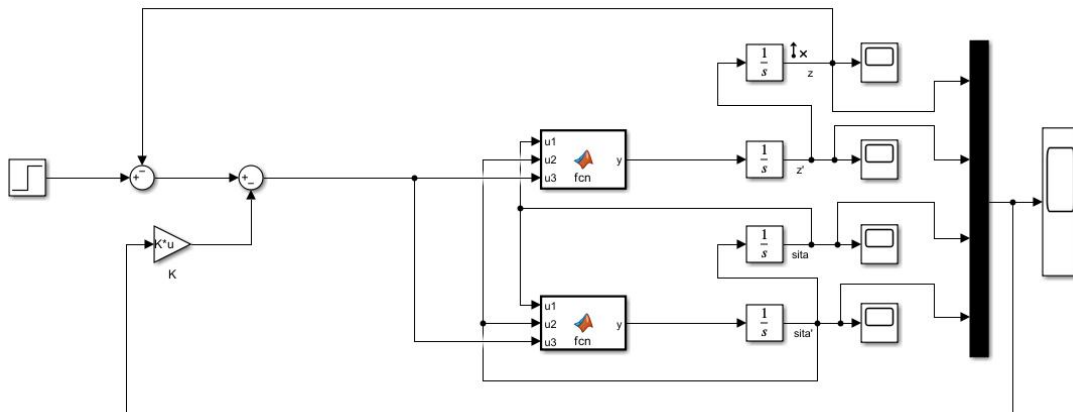


图 23 非线性系统状态+输出反馈的 Simulink 仿真图

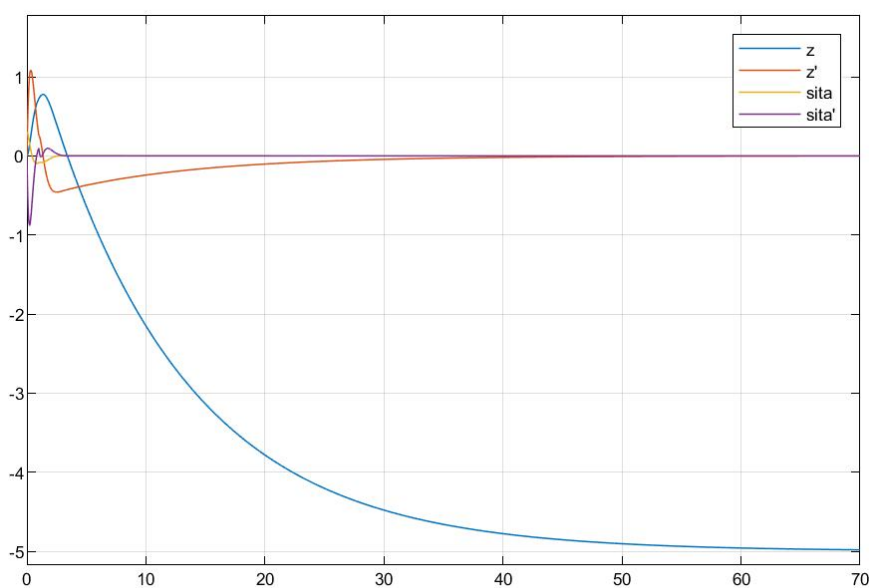


图 24 非线性系统状态+输出反馈的 Simulink 运行结果

由图 24 可知,位移从原始位置 $x_0 = 0$ 变为 $x = -5$ 而不是 $x = 1$, 偏移角度最终稳定在 0, 保持稳定。可见在原状态反馈结构基础上, 引入输出反馈控制的控制策略施加在原非线性系统上后, 无法精准跟踪单位阶跃形式的位移信号。

从仿真结果可以看出, 在原状态反馈结构基础上, 引入输出反馈控制的控制策略在线性系统和非线性系统都无法精准实现 A 点运动至 B 点。因此该控制策略需要进行改进。

4.3.2 SF+带积分校正的输出反馈

由于普通的输出反馈无法精准跟踪位移信号, 因此引入带积分校正的输出反馈控制, 尝试实现跟踪位移信号。状态反馈控制器的增益仍沿用之前求得的 K 值。控制策略示意图如图 25 所示。

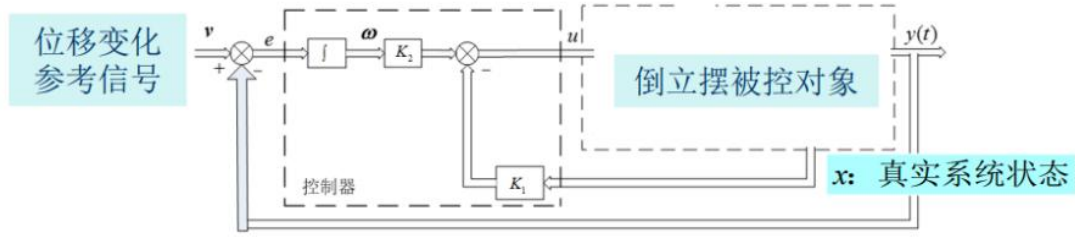


图 25 状态反馈+带积分校正的输出反馈示意图

系统性能指标设计

对于该倒立摆，此处选定响应曲线的超调量 7%, 调节时间 15s 进行设计。根据经典控制理论可知超调量为：

$$\sigma = e^{\frac{-n\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100\%$$

调节时间为：

$$ts = \frac{3.5}{\zeta \omega_n}$$

闭环极点：

$$s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

根据上述公式可以求得两个闭环主导极点：

$$s_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}j$$

主导极点的位置与系统的动态响应相关性比较大，而非主导极点对系统动态响应的影响较小，所以系统选择三个期望闭环非主导极点应大于主导极点的 5 倍，并非原理虚轴，即：

$$\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = -6$$

于是我们可以得到期望的闭环多项式：

$$f_0(s) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3)(s - \lambda_4)(s - \lambda_5) = s^5 + 20s^4 + 148s^3 + 504s^2 + 804s + 864$$

在引入积分环节后，闭环系统的实际特征多项式为：

$$f_0(s) = \det \left[sI - \begin{bmatrix} A - BF & BK \\ -C & 0 \end{bmatrix} \right]$$

集体的特征多项式可以利用 MATLAB 进行计算。

根据上述公式，在超调量 $\sigma = 7\%$, 调节时间 $t_s = 15s$ 的目标下，求得的积分增益 $K_2 = -0.3$

线性系统的设计

线性系统状态反馈+带积分校正的输出反馈的 Simulink 仿真图和运行结果分别如图 26 和 27 所示，其中第一个变量代表位移，第三个变量表示角度。

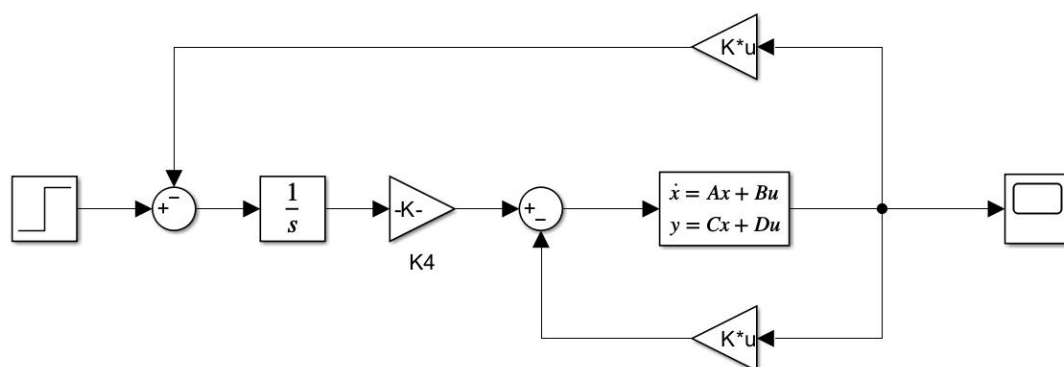


图 26 线性系统状态反馈+带积分校正的输出反馈的 Simulink 仿真图

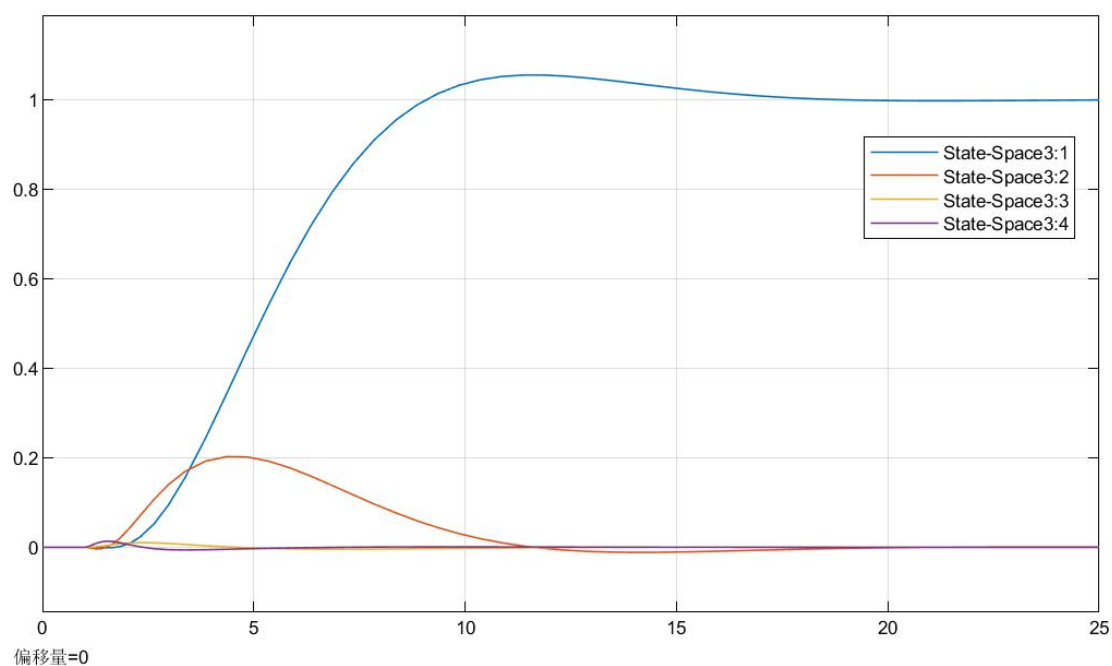


图 27 线性系统状态反馈+带积分校正的输出反馈的 Simulink 运行结果

由图 27 计算得，超调量 $\sigma = 5.5\% < 7\%$ ，调节时间 $t_s < 15s$ ，达到了性能指标的要求。此外，位移量实现了原始位置 $x_0 = 0$ 到目标位置 $x = 1$ 的变化，并且偏移角度最终也稳定在 0，保持稳定。故该控制策略施加在简化的线性系统上后，成功跟踪了单位阶跃形式的位移信号。

非线性系统的设计

非线性系统状态反馈+带积分校正的输出反馈的 Simulink 仿真图和运行结果分别如图 28 和 29 所示。

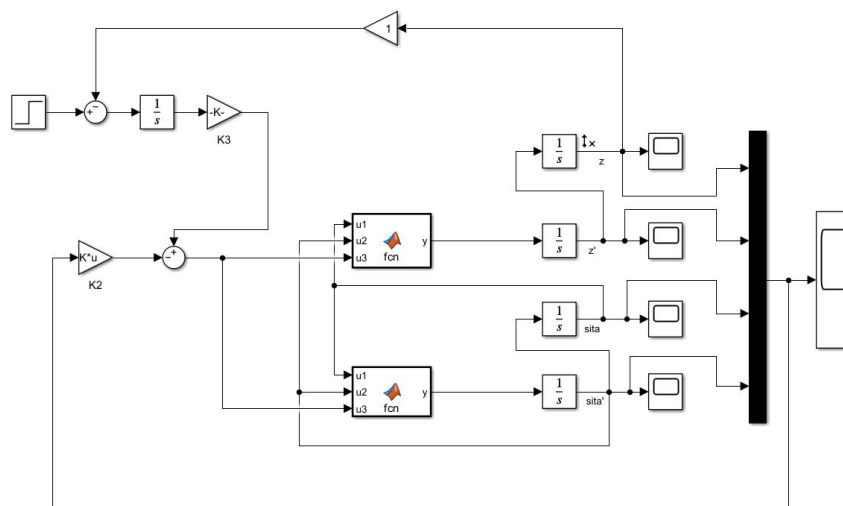


图 28 非线性系统状态反馈+带积分校正的输出反馈的 Simulink 仿真图

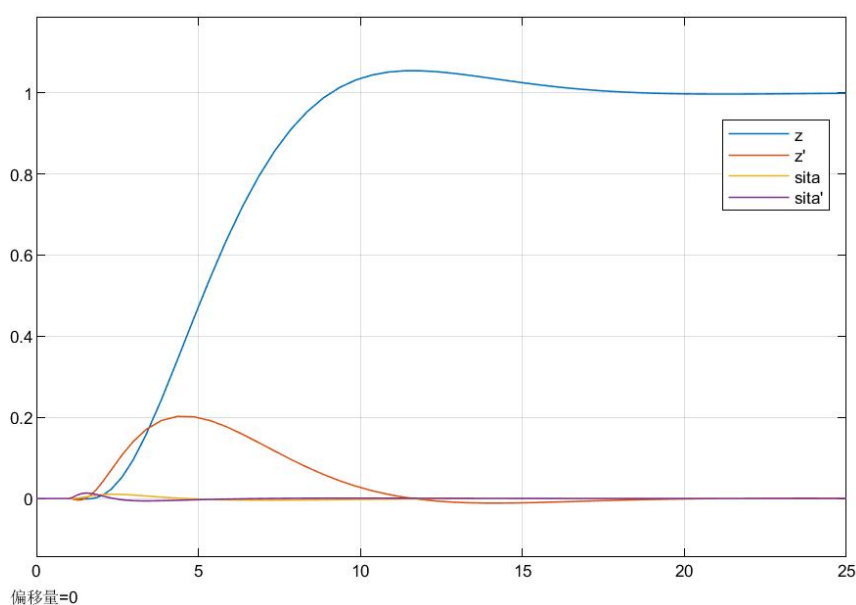


图 29 非线性系统状态反馈+带积分校正的输出反馈的 Simulink 运行结果

由图 29 计算得，超调量 $\sigma = 5.4\% < 7\%$ ，调节时间 $t_s < 15s$ ，也达到了性能指标的要求。

此外，位移量实现了原始位置 $x_0 = 0$ 到目标位置 $x = 1$ 的变化，并且偏移角度最终也稳定在 0，保持稳定。故该控制策略施加在简化的线性系统上后，成功跟踪了单位阶跃形式的位移信号。

小结

从仿真结果可以看出，在原状态反馈结构基础上，引入带积分校正的输出反馈控制的控制策略在线性系统和非线性系统都可以精准实现 A 点运动至 B 点，并且控制过程中参数变

化相近。说明在输出反馈+带积分校正的输出反馈控制的条件下，简化后的线性系统在垂直状态下可以近似替代非线性系统，简化系统的适用性强。

4.3.3 OSF+带积分校正的输出反馈（选做）

控制策略示意图如下所示。

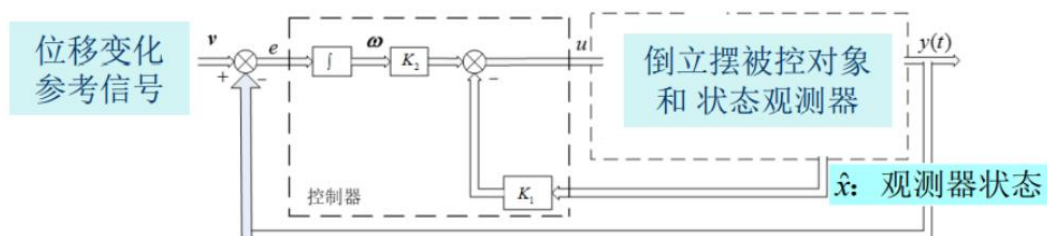


图 30 OSF+带积分校正的输出反馈示意图

系统性能指标设计

超调量 $\sigma < 7\%$, $t_s < 15s$

参数设计

反馈增益 $K_1 = [-1.2, -2.5, -29.1, -6.25]$

观测器 $G = [10; 57; -270; -1278]$

积分增益计算得 $K_2 = -0.3$

线性系统的设计

线性系统 OSF+带积分校正的输出反馈的 Simulink 仿真图和运行结果分别如图 31 和 32 所示。

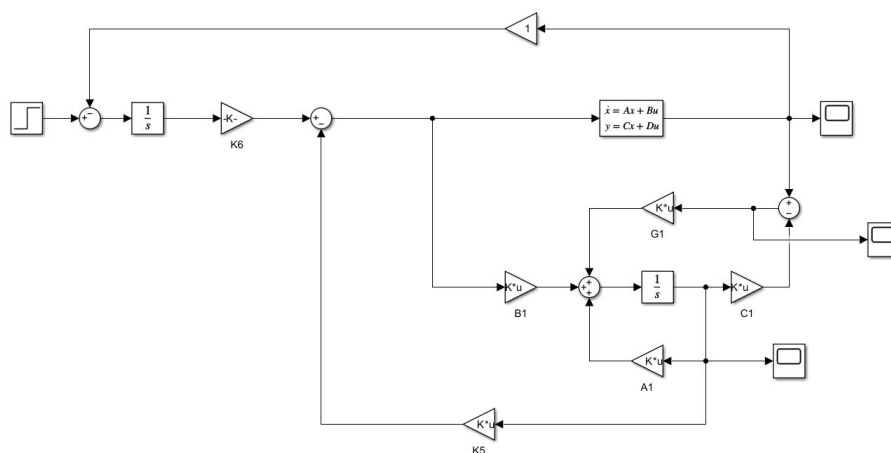


图 31 线性系统 OSF+带积分校正的输出反馈的 Simulink 仿真图

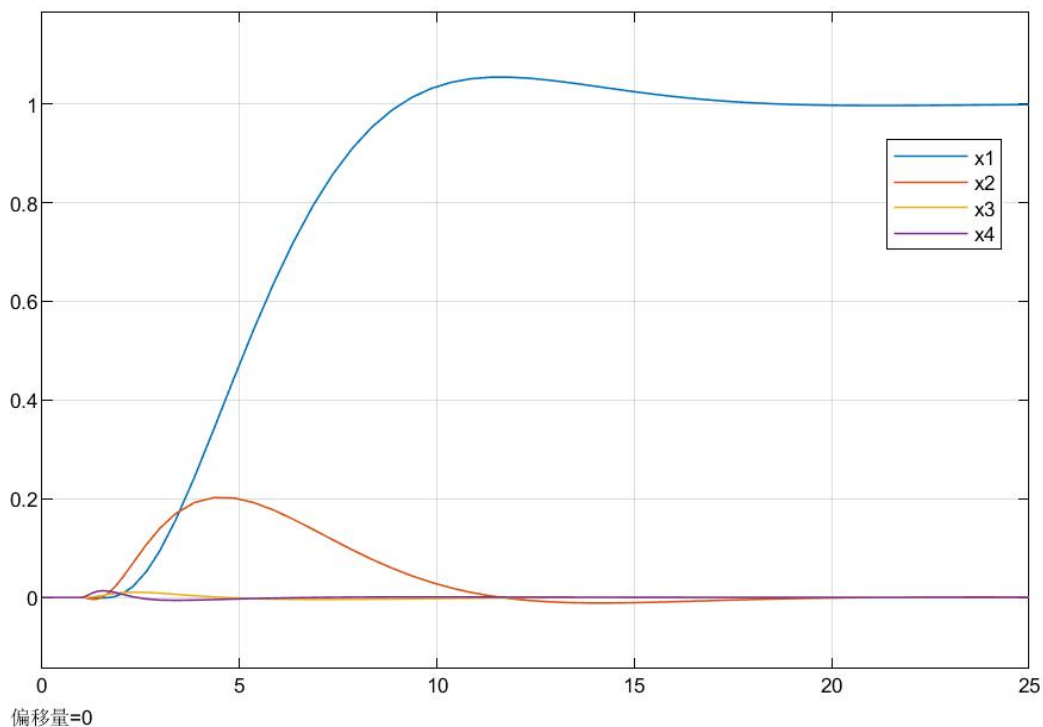


图 34 非线性系统 OSF+带积分校正的输出反馈的 Simulink 运行结果

由图 34 得，超调量 $\sigma = 5.4\% < 7\%$ ，调节时间 $t_s < 15s$ ，达到了性能指标的要求。此外，位移量实现了原始位置 $x_0 = 0$ 到目标位置 $x = 1$ 的变化，并且偏移角度最终也稳定在 0，保持垂直。

小结

从上述仿真结果可以看出，在 OSF 的基础上，引入带积分校正的输出反馈控制的控制策略在线性系统和非线性系统都可以精准实现 A 点运动至 B 点，并且满足超调量和调节时间的要求。

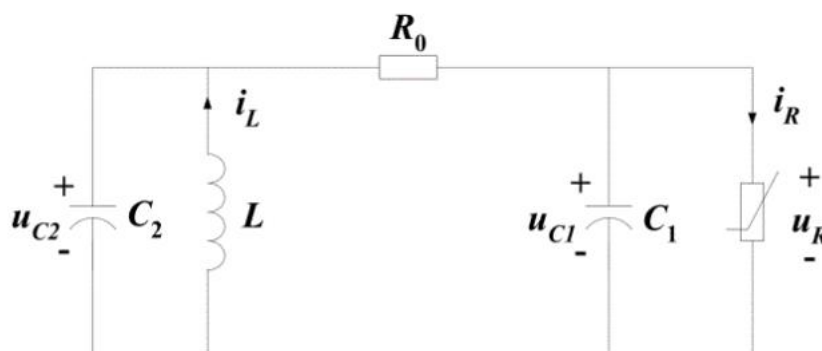
该控制策略在线性系统和原始非线性系统的仿真结果一致，二者几乎可以等效。说明在 OSF 的条件下，简化后的线性系统在垂直状态下可以近似替代非线性系统，简化系统的适用性强。

二、蔡氏混沌电路

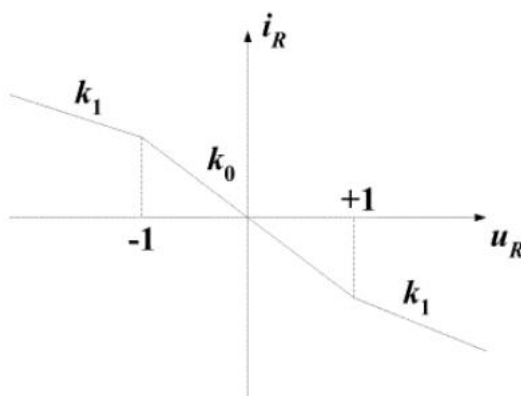
1 问题描述

蔡氏电路（英语：Chua's circuit），一种简单的非线性电子电路设计，它可以表现出标准的混沌理论行为。在 1983 年，由蔡少棠教授发表，当时他正在日本早稻田大学担任访问学者。这个电路的制作容易程度使它成为了一个无处不在的现实世界的混沌系统的例子，导致一些人声明它是一个“混沌系统的典范”。

它的电路结构如下所示：



非线性电阻的伏安特性如下所示：



现有如下要求：

1. 系统建模
2. 基于电学知识建立机理模型
3. 基于 simulink 搭建结构模型
4. 混沌现象分析
5. 绘制并比较响应曲线和状态轨迹
6. 分析并获取混沌信号

2 系统模型建立

2.1 建立机理模型

对蔡氏电路中的三条回路分别做 KCL 和 KVL，得如下方程组：

$$\begin{cases} C_1 \frac{dU_1}{dt} = \frac{U_2 - U_1}{R} - h(U_1) \\ C_2 \frac{dU_2}{dt} = \frac{U_1 - U_2}{R} + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} = -U_2 \end{cases}$$

根据非线性元件的伏安特性知：

$$g(U_1) = \begin{cases} \overline{m_1}U_1 + \overline{m_0} - \overline{m_1}, U_1 > 1 \\ \overline{m_0}U_1, |U_1| \leq 1 \\ L \frac{di_L}{dt} = -U_2 \end{cases}$$

$$g(U_1) = \overline{m_1}U_1 + \frac{\overline{m_0} - \overline{m_1}}{2}(|U_1 + 1| - |U_1 - 1|)$$

本文通过以下一系列的符号来表示各个物理量：

$$\begin{cases} x_1 = U_1 \\ x_2 = U_2 \\ x_3 = Ri_L \\ t = RC_2\tau \\ a = \frac{C_2}{C_1} \\ b = \frac{R^2c_2}{L} \\ m_0 = R\overline{m_0} + 1 \\ m_1 = R\overline{m_1} + 1 \\ h(x_1) = Rg(x_1) + x_1 \end{cases}$$

用上述符号表示得：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a[\dot{x}_2 - h(x_1)] \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -bx_2 \\ y = x_1 \end{cases}$$

$$h(x_1) = m_1x_1 + \frac{m_0 - m_1}{2}(|x_1 + 1| - |x_1 - 1|)$$

考虑让系统直接馈通，整理上述式子，得：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -am_1 & a & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a(m_0 - m_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{|x_1 + 1| - |x_1 - 1|}{2}$$

然而这个式子比较复杂，考虑下列表达的等式：

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \sigma(Dx) = \frac{|x_1 + 1| - |x_1 - 1|}{2}, A = \begin{bmatrix} -am_1 & a & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -b & 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} -a(m_0 - m_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = D = [1 \quad 0 \quad 0]$$

得到了蔡氏混沌电路系统的最终表达式：

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + H\sigma(Dx) \\ y = Cx \end{cases}$$

2.2 Simulink 仿真分析

2.2.1 机理模型的搭建

Simulink 搭建出的机理模型如下图所示：

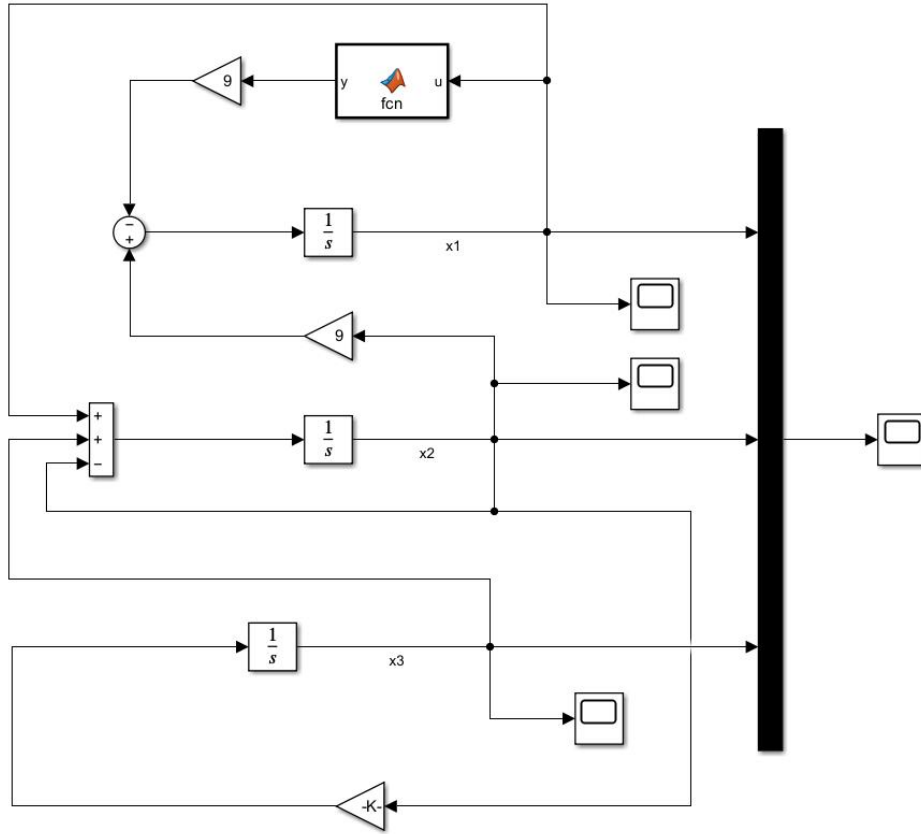


图 35 蔡氏混沌电路机理模型

自定义函数 fcn 代码如下：

```
function y = fcn(u)
y = (2/7) * u + 0.5 * (-(1/7)-2/7)*(abs(u+1)-abs(u-1));
```

2.2.2 状态响应与状态轨迹

绘制状态响应曲线和状态轨迹的 MATLAB 代码如下：

%绘制状态轨迹图

```
figure(1)
set(gca,'FontSize',12,'FontName','Times New Roman')
x1=out.x1.signals.values
x2=out.x2.signals.values
x3=out.x3.signals.values

plot(out.x1.time,x1,'b-', ...
out.x2.time,x2,'r-', ...
out.x3.time,x3,'g-')

xlabel('Time')
ylabel('Output')
title('初始值[-0.1;0.1;0.2]')

axis([0 10 -30 30])
grid on
legend('x1','x2','x3')
hold on

figure(2)
plot3(x1,x2,x3)
title('初始值[1,2,3]三维图')
```

若取初值 $x_0 = [0.5, -0.1, 0.5]^T$ 系统的状态响应和状态轨迹分别如图 36 和 37 所示。

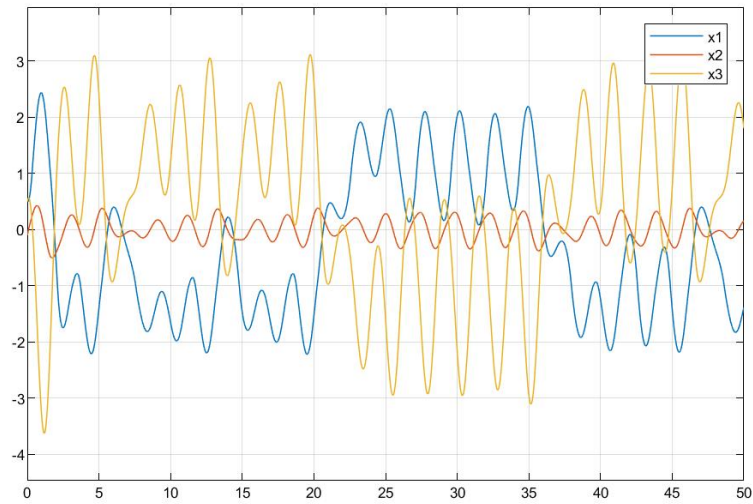


图 36 第一组初值下的状态响应

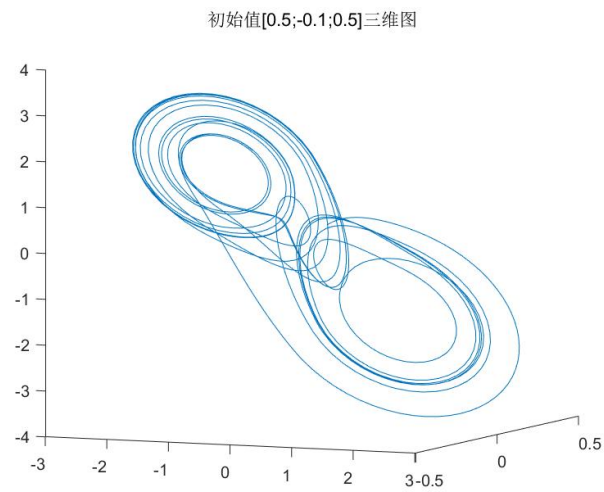


图 37 第一组初值下的状态轨迹

若取初值 $x_0 = [1, 2, 3]^T$ 系统的响应曲线和状态轨迹分别如图 38 和 39 所示。

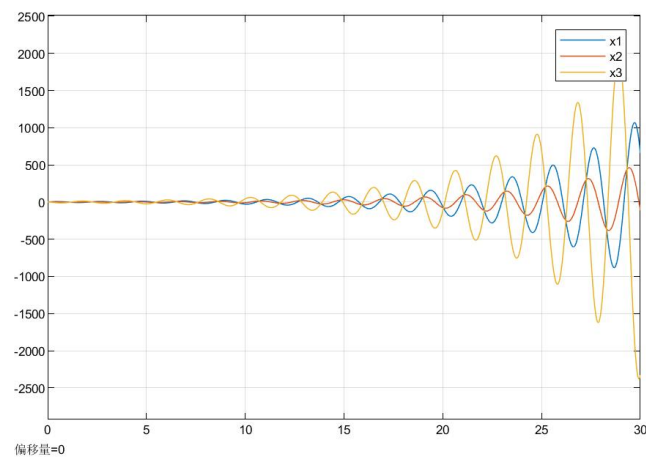


图 38 第二组初值下的状态响应

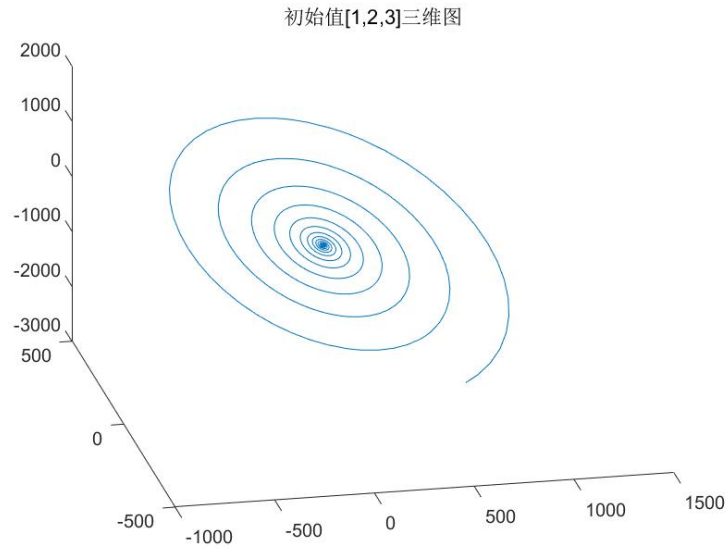


图 39 第二组初值下的状态轨迹

可以发现， $x_0 = [1, 2, 3]^T$ 的响应曲线无周期性，不停地振荡且幅度逐渐放大，状态轨迹是向外扩散的环状， $x_0 = [0.5, -0.1, 0.5]^T$ 的响应曲线有周期性，但状态曲线有些杂乱，有种周而复始的混沌感。

2.2.3 混沌系统的比较

第一个观测对象选取初值 $x_0 = [0.025, -0.022, 0.7]^T$ ，状态响应和状态轨迹分别如图 40 和 41 所示：

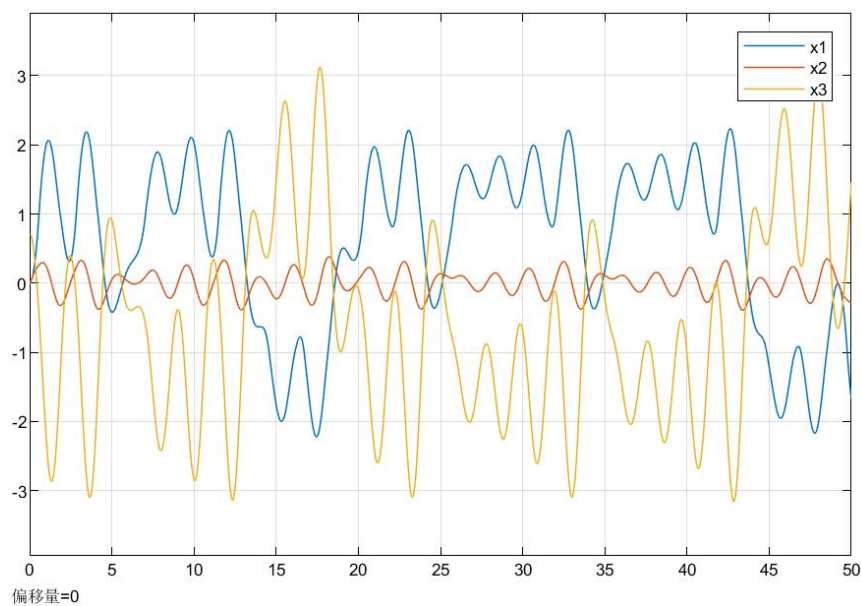


图 40 第一个观测对象的状态响应

初始值[0.025,0.022,0.7]三维图

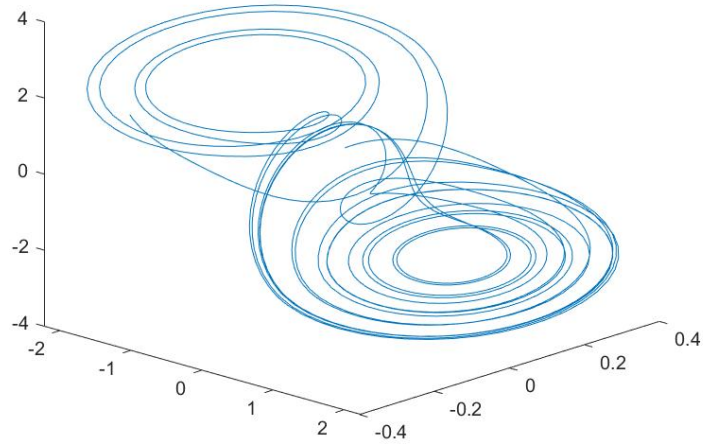


图 41 第一个观测对象的状态轨迹

第二个观测对象即 $x_0 = [0.5, -0.1, 0.5]^T$ ，在上文已有展示。以上两种系统所代表的非线性动力学系统的确是混沌系统。该系统具有丰富的混沌动力学行为。仿真结果验证了蔡氏电路在振荡过程中出现双涡卷混沌吸引子。可以看出其双涡卷混沌吸引子的相邻轨线之间呈现出彼此排斥的趋势。

但是混沌吸引子彼此之间的位置分布因初值的选取的不同而产生了差异， $x_0 = [0.5, -0.1, 0.5]^T$ 更加集中， $x_0 = [0.025, -0.022, 0.7]^T$ 更加分散。可见彼此排斥的势能有所不同。

3 同步设计与验证

3.1 任务说明

- 1、利用李雅普诺夫稳定性理论，建立控制器增益 K 应该满足的条件。
- 2、利用 LMI 工具箱，求出控制器增益
- 3、利用 simulink，验证同步控制效果
- 4、尝试使用 PID 控制器，实现同步控制

3.2 同步设计的条件

我们将主系统用 M 表示，从系统用 S 表示，控制器用 C 表示，设控制器增益为 K ，那么有如下表达式：

$$\begin{aligned}
M: & \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + H\sigma(Dx(t)) \\ p(t) = Cx(t) \end{cases} \\
S: & \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + H\sigma(Dz(t)) + u(t) \\ q(t) = Cz(t) \end{cases} \\
C: & u(t) = K(p(t) - q(t)) \\
S: & \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + H\sigma(Dz(t)) + u(t) \\ q(t) = Cz(t) \end{cases}
\end{aligned}$$

设主从系统的状态误差为 $e(t)$ ，输出误差为 $y(De)$ ，定义式为：

$$\begin{aligned}
e(t) &= x(t) - z(t) \\
y(De) &= \sigma(Dx) - \sigma(Dz)
\end{aligned}$$

整理上述公式，同步误差系统的状态表达式为：

$$\dot{e} = (A - KC)e + Hy(De)$$

同步误差系统的约束：

事实上，根据非线性函数特性与同步误差系统的表达式，我们可以构造出一个约束条件。由非线性函数特性：

$$\sigma(Dx) = \frac{|x_1 + 1| - |x_1 - 1|}{2}, 0 < \frac{\sigma(s_1) - \sigma(s_2)}{s_1 - s_2} \leq 1$$

根据之前的公式，有：

$$\frac{y(De)}{De} = \frac{\sigma(Dx) - \sigma(Dz)}{Dx - Dz} \in [0, 1]$$

接下来的构造有点难度，存在对称矩阵 T ，且满足 $T = T^T > 0$ ，得到：

$$\frac{y^T(De)}{De} T \left[1 - \frac{y(Dz)}{De} \right] + \left[1 - \frac{y(Dz)}{De} \right] T \frac{y(Dz)}{De} > 0$$

两边乘以 De 的平方，再化为二次型，如下式所示：

$$y^T(Dz) T [De - y(Dz)] + [De - y(Dz)]^T T y(Dz) > 0$$

$$\begin{bmatrix} e \\ y(Dz) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & D^T T \\ TD & -2T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ y(Dz) \end{bmatrix} > 0$$

李雅普诺夫判据

下面我们采用李雅普诺夫判据第二法，即采用能量泛函，判定系统的稳定条件，设能量

泛函 $V(e) = e^T(t)Pe(t)$, $P = P^T > 0$ ，可得：

$$\begin{aligned}\dot{V}(e(t)) &= 2e^T(t)P[(A-KC)e(t)+Hy(Dz(t))]\nonumber\\ &= \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P(A-KC)+(A-KC)^T P^r & PH \\ H^T P^r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

考虑放缩构造出新的不等式约束，即：

$$\dot{V}(e(t)) \leq \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} PA - PKC + A^T P - C^T K^T P & PH + D^T W^T T \\ T^T W D + H^T P^T & -2T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}$$

我们的目标是要让上式中的矩阵负定，我们令 $W = I$ ，假设 $K = P^{-1}V$ ，那么我们就

$$P > 0, T > 0, \begin{bmatrix} PA - VC + A^T P^T - C^T V^T & PH + D^T T \\ T^T D + H^T P^T & -2T \end{bmatrix} < 0$$

利用 LMI 工具包进行计算，代码如下：

```
P = sdpvar(3,3,'symmetric');
T = sdpvar(1,1,'symmetric');
V = sdpvar(3,1,'full');
Liyap = [P*A-V*C+A'*P'-C'*V' P*H+D'*T;
T'*D+H'*P' -2*T];
Fcond = [P>0,T>0,Liyap<0];
ops = sdpsettings('verbose',0,'solver','sedumi');
diagnostics=solvesdp(Fcond,[],ops);
% [m,P] = checkset(Fcond);
P = double(P);
V = double(V)
K = inv(P)*V
求解结果如下：
K =
1.1456
1.7083
-0.0130
```

3.3 Simulink 仿真验证

主系统、从系统、控制器的结构图分别如 42、43 和 44 所示。

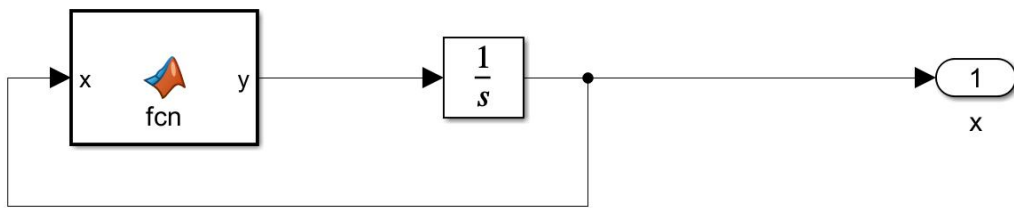


图 42 主系统结构图

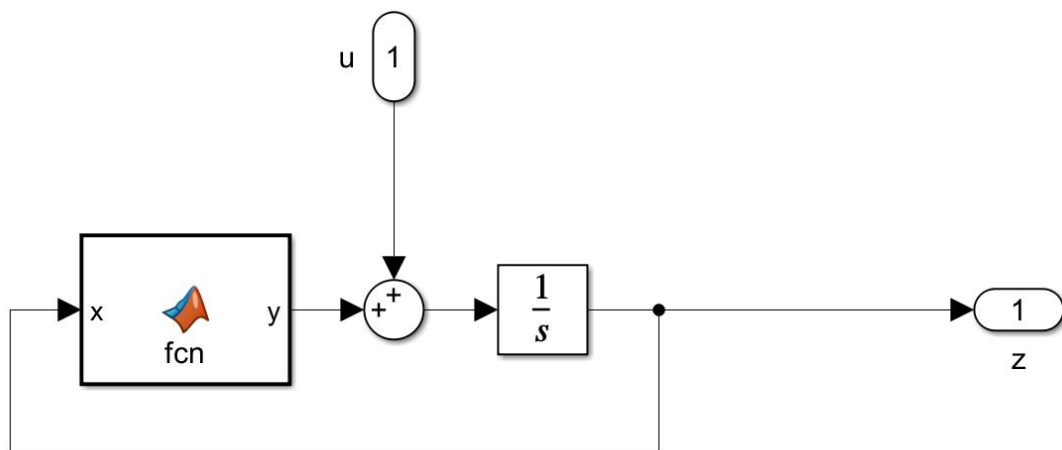


图 43 从系统结构图

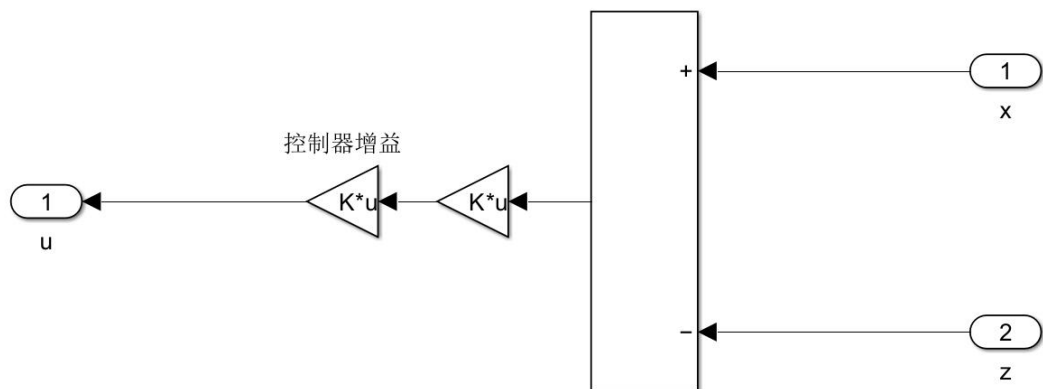


图 44 控制器结构图

其中，控制器的增益 $K=[1.1456, 1.7083, -0.2783]$ ，fcn 函数为：

```
function y = fcn(x)
```

```
a=9;
```

```
b=14.28;
```

```

m0=(-1/7);
m1=2/7;
A=[-a*m1 a 0;1 -1 1;0 -b 0];
B=[-a*(m0-m1);0;0];
y = A*x+B*(abs(x(1)+1)-abs(x(1)-1))/2;

```

将主系统 M、从系统 S、控制器 C 封装成一体后，系统 Simulink 结构图如下：

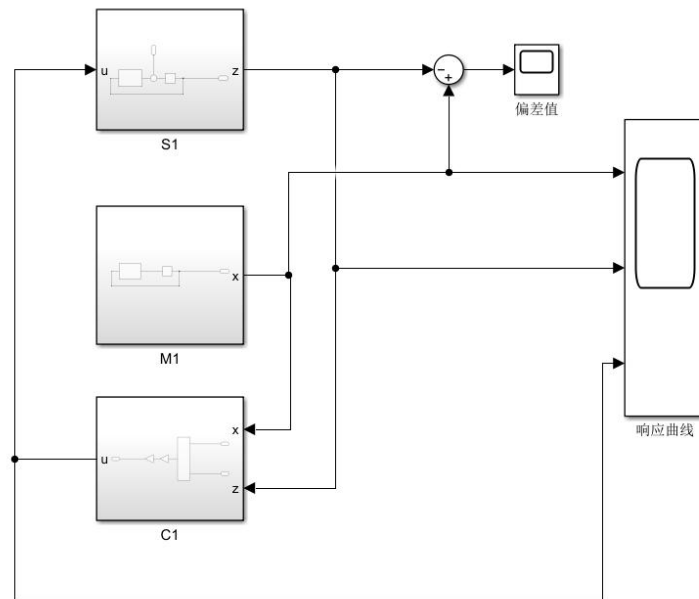


图 45 同构主从系统完整结构图

主系统 M 的初值设置为[0.025;-0.022;0.8]，同步系统的扰动方式为改变初值，初值设为[0;0;0]。整个系统的响应曲线如下：

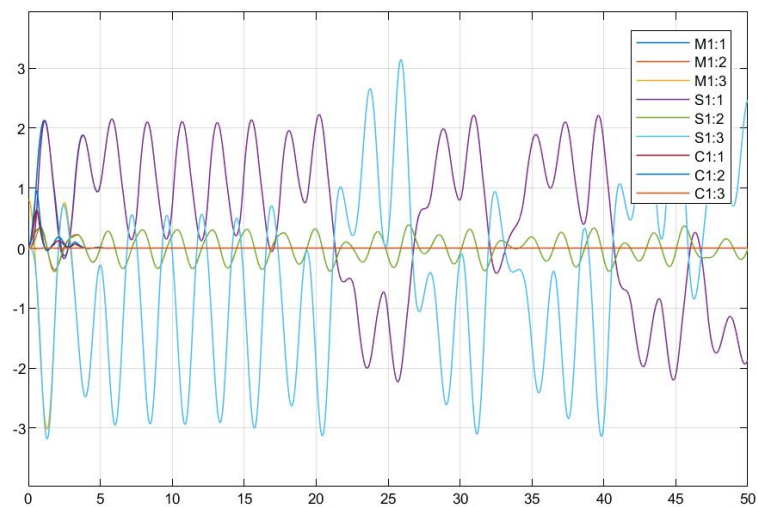


图 46 同构主从系统响应曲线

从响应曲线看，主系统与从系统的响应曲线几乎重合。此处我们再加入一个加法器，对主系统与从系统作差，偏差曲线如图 47 所示。

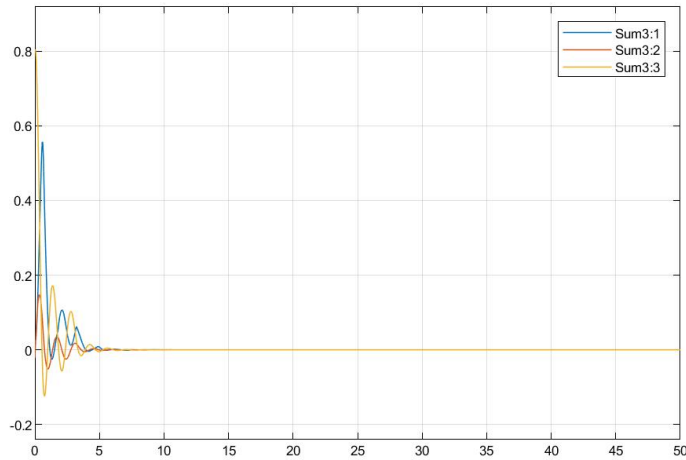


图 47 主系统与从系统偏差曲线

可见，两者偏差值刚开始较大，随着时间推移逐渐减小，大约在 10s 处稳定在 0，完美实现同步。

3.4 PID 控制与仿真（选做）

自动化最普遍的控制方法就是 PID 了，PID 控制是一种经典的反馈控制方法，用于调节和维持系统的输出值到期望值。PID 代表比例（Proportional）、积分（Integral）、微分（Derivative），分别对应控制器的三个主要部分。

对于偏差值，同时做积分，微分，比例放大。比例环节根据当前的偏差量乘以比例系数从而输出控制量，可使系统的响应更快；积分环节考虑过去累计的误差输出控制量，可以消除稳态误差；微分环节预测系统未来误差趋势，用于抑制系统的振荡和过冲。

PID 控制器内部结构如下图所示，由于实验中加入微分项后，误差最终在 0 附近波动，但无法收敛到 0，因此最终选用 PI 控制。

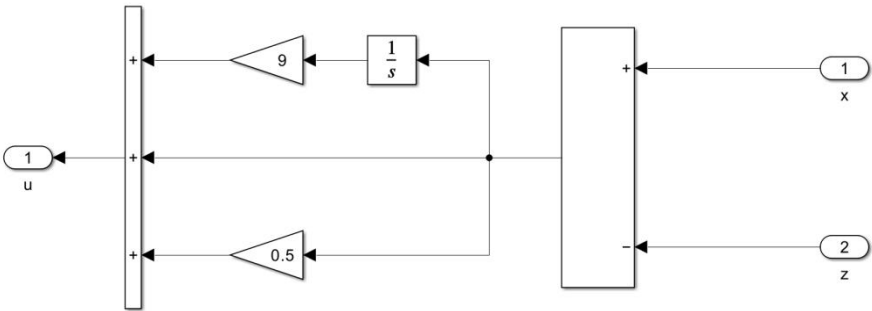


图 48 PI 控制器结构图

与之前初值设置一样，主系统 M 的初值设置为 $[0.025; -0.022; 0.8]$ ，同步系统的扰动方式为改变初值，初值设为 $[0; 0; 0]$ 。PI 控制的主从系统的响应曲线和偏差曲线如下：

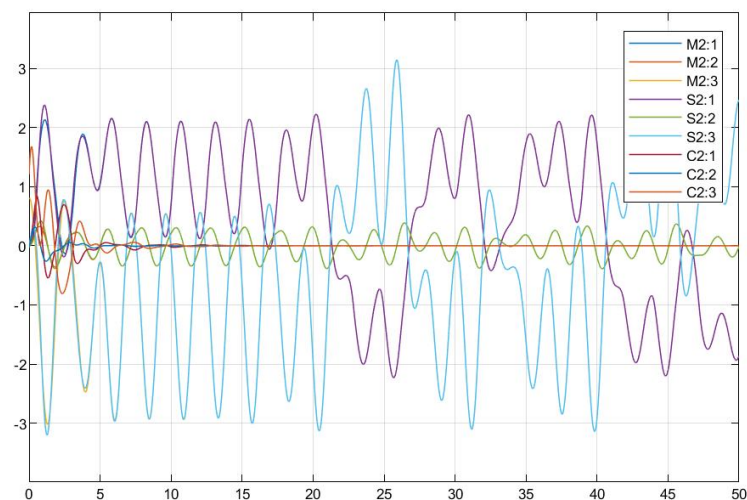


图 49 PI 控制的主从同步系统的响应曲线

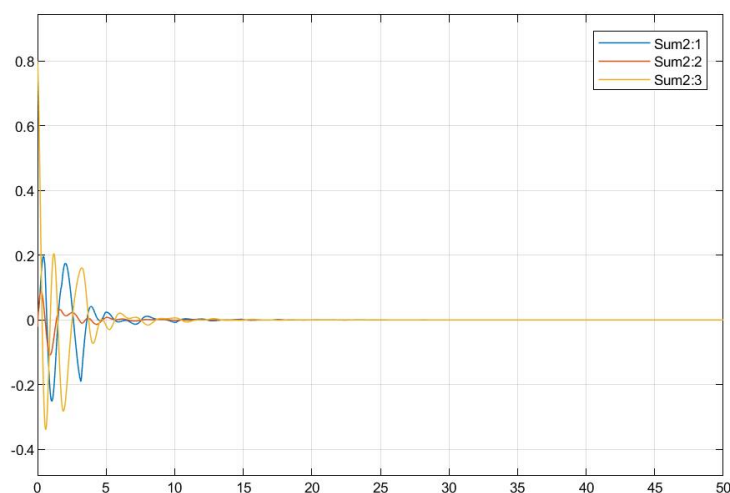


图 50 PI 控制的主从同步系统偏差曲线

由上图可见，两者偏差值刚开始较大，随着时间推移逐渐减小，大约在 20s 处稳定在 0，完美实现同步。

可以发现，本实验所用的两种控制器都可以实现同构主从系统的同步。不过相较于上文的控制策略，PI 控制的调节时间更长。积分控制虽然可以降低稳态误差但会延长调节时间。

4 保密通信应用

4.1. 问题说明

要求建立一个保密通信系统，在发射端，将混沌信号（主系统产生）加入待发信号

中，加密。在网络端，传输混合信号。在接收端，把收到的混合信号去掉混沌信号（从系统中产生），解密。系统信号要与主系统产生的信号同步。

4.2. 问题求解

该问题有两部分，一是设计一个同步系统，这个我们在第 3 节中已经完美地实现，二是设计一个加密解密系统，这是本小节的关键，我通过编程的方式实现。

本文选择以“密钥”和“异或”的方式进行加密解密。

密钥为混沌序列，混沌序列是一种表现混沌动力学行为的序列，通常由非线性动力学系统生成。Logistic Map 是一种经典的混沌系统，用于生成混沌序列。这是一个离散动力学系统，通过迭代的方式生成非常复杂、看似随机的序列。在加密领域，混沌序列通常用于生成密钥或对数据进行加密。由于混沌序列的不可预测性和高度敏感性，它被广泛应用于保障信息的安全性。

异或功能通过 Matlab 十进制异或函数 BITXOR 实现。语法为 BITXOR(num1,num2),它可将 num1 和 num2 分别转化为二进制，按位“异或”求和，最后返回一个十进制数。

4.2.1 预处理

- (1) 对图片进行读取，获取到图像的像素值，维度为 304*304*3。
- (2) 生成混沌序列（Logistic Map）作为加密解密系统的密钥。

4.2.2 加密与解密算法

记图片的像素值为 $p_{i,j,k}$ ，对应的混沌序列密钥值为 $s_{i,j,k}$

加密：将每一个像素值和对应的密钥值进行异或，得到加密后的像素值 $e_{i,j,k}$

$$e_{i,j,k} = \text{BITXOR}(p_{i,j,k}, s_{i,j,k})$$

解密：将每一个加密后的像素值和对应的密钥值进行异或，得到解密后的像素值 $p_{i,j,k}$

$$p_{i,j,k} = \text{BITXOR}(e_{i,j,k}, s_{i,j,k})$$

完整代码如下：

```
clc
clear
% 图像加密解密过程
% 1. 读取图像
image = imread("D:\桌面\现控课程设计\photo.png"); % 替换为你的图像文件
```

% 2. 生成混沌序列（使用 Logistic Map）

```
N = numel(image);  
[a,b,c]=size(image)  
r = 3.9; % Logistic Map 参数  
x = zeros(a,b,3);  
x(1) = 0.1; % 初始值  
for i = 2:N  
    x(i) = r * x(i-1) * (1 - x(i-1));  
end  
for i = 2:N  
    x(i) = x(i)*225;  
end  
x=uint8(x);
```

% 3. 图像置乱（加密）

```
encrypted_image = bitxor(image, uint8(x));
```

% 4. 图像解密

```
decrypted_image = bitxor(encrypted_image, uint8(x));
```

% 5. 显示原始图像、加密后图像和解密后图像

```
figure;  
subplot(1, 3, 1);  
imshow(image);  
title('原始图像');  
subplot(1, 3, 2);  
imshow(encrypted_image);  
title('加密后图像');  
subplot(1, 3, 3);  
imshow(decrypted_image);  
title('解密后图像');
```

4.2.3 实验结果

原始图像、加密图形和解密图像如下图所示：



结果显示加密解密效果良好，且无灰度化处理，保留了原图的彩色效果。

三、心得体会

1 实验总结

本次的课设包括倒立摆和混沌电路两大部分。每一部分都为系统模型，系统分析，系统设计三大块，层层递进，环环相扣。课设内容与课内理论部分和实验部分关系密切，既是对理论部分的进一步理解，也是课内实验的进阶训练。课设通过实际系统的应用来更真切地感受控制效果和设计效果。

在倒立摆部分，我在熟练使用 MATLAB 软件和 Simulink 模块的基础上，理解了倒立摆的使用和控制目标，并新学习了非线性系统的线性化，包括机理近似化和工具箱线性化。此外，在超调量和调节时间以及求解传递函数模型的截止频率 ω_{cp} 、幅值裕度 magdb 、相角裕度 P_m 那部分，我还结合了自控 I 的内容，温习了相关知识。做到了在不同的系统需求下使用不同的系统模型、分析方法以及控制策略，把所学知识都融汇在一起。

在混沌电路部分，与之前课内实验不同的是，此次求解控制器增益 K 时需要自己读懂原理并编写 LMI 求解代码，提高了我的理解能力和学习能力。此外，后面设计的主从同步系统是三个结构图的合并，突破了之前一个界面运行一个模块的限制。

有趣的是图像加密和解密系统，它综合了控制论方法，图像处理知识。图像的处理端需要图像处理中的技巧，加密与解密端又依托于我们设计的系统，使我们设计的系统有了用武之地。自己亲自动手去做了会感受到很大的成就感，既懂得了计算机是如何处理像素的，又实现了交叉知识的综合。

值得一提的是系统设计部分。它有镇定设计，极点配置，状态观测器的设计，基于状态观测器的状态反馈等内容，每种设计都可实现不同的系统需求。本次课设让我真切地感受到

了设计效果，例如倒立摆的稳定和跟踪。在赋予响应曲线变量实际意义后，它的变化更容易让我理解和评价控制策略的优劣。之前的评价都是单纯的数字指标，但这次的倒立摆稳定中 0 代表垂直，阶跃信号跟踪中 1 代表位移，脑海中一下子就出现了倒立摆系统运行的画面。

2 实验体会

在课设期间，张老师的指导让我受益匪浅。在内容上，课设相比实验要有更多的思考与尝试。当我们提出各种各样的疑问时，您都会耐心解答，有时我们实在找不出问题所在，您还会亲自上手，帮助纠错。您认真严谨的工作态度也感染了我们，这次课设没有懈怠松散，而是专注学习，争取优秀完成。您的平易近人也让我们感受到亲切感，遇到问题时积极向您请教，与您交流，学习更加上进。

伴随着课设的结束，我对控制理论也有了更深入的理解。未来在控制科学与工程的道路，课设蕴含的知识和张老师认真严谨的工作态度永远会引领我前行，带给我启迪！