

稳定性与李雅普诺夫方法

为什么 { 控制系统的最基本要求: 稳、准、快
为设计提供指导: 稳定 \Rightarrow 设计

是什么

定义: 处于平衡状态的系统, 外部作用产生初始偏差, 作用消失后若该偏差随时间逐渐自动地趋于零, 即恢复至原平衡状态, 则称系统是稳定的。

外部稳定: $u \rightarrow \square \rightarrow y$

内部稳定: $u \rightarrow \square \rightarrow y$ { $u \rightarrow y$ 外.
 x 内

平衡状态 { 状态方程 $\dot{x} = f(x, t)$: 偏差: $\|x - x_e\| = \sqrt{(c_1)^2 + \dots + (c_n)^2}$
平衡: $x = 0$
平衡点: 确定的点 : 分类 { 初始偏差: $\|x(t_0) - x_e\|$
过程偏差: $\|x(t) - x_e\|$
可能非唯一

类型: { 不稳定: 所有从内圈出发的或至少有一条轨迹出圈.
李雅普诺夫意义下稳定: 内圈出发均不出外圈.
渐近稳定 { 大范围渐近稳定: 平衡状态只有一个
① 渐近稳定 { 局部渐近稳定, 平衡状态可多个.
② $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_e$

怎么判

间接法: 特征值

线性定常连续系统渐近稳定: 系统矩阵A的特征值均有负实部 $|\lambda I - A| = 0 \Rightarrow \lambda$

直接法: 能量函数

能量函数 $V(x, t)$ 能量函数 $V(x, t)$ 平衡态稳定性
正定 (>0) 半正/半负/半0 稳定, 非渐近稳定
正定 (>0) 正定 (>0) 不稳定
正定 (>0) 半正定 (>0), 不渐近 不稳定
正定 (>0) 负定 (<0) 渐近稳定
正定 (>0) 半负定 (≤ 0), 不渐近 渐近稳定