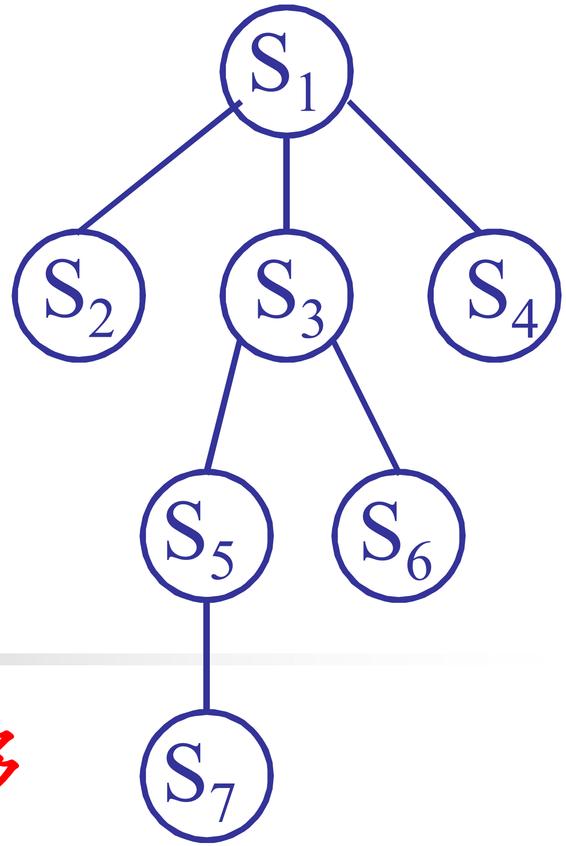
第六章树和二叉树



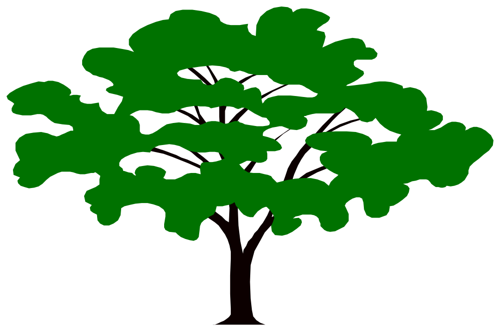
层次（树型）结构，一对多

一个数据元素若有直接前驱，只能有一个直接前驱

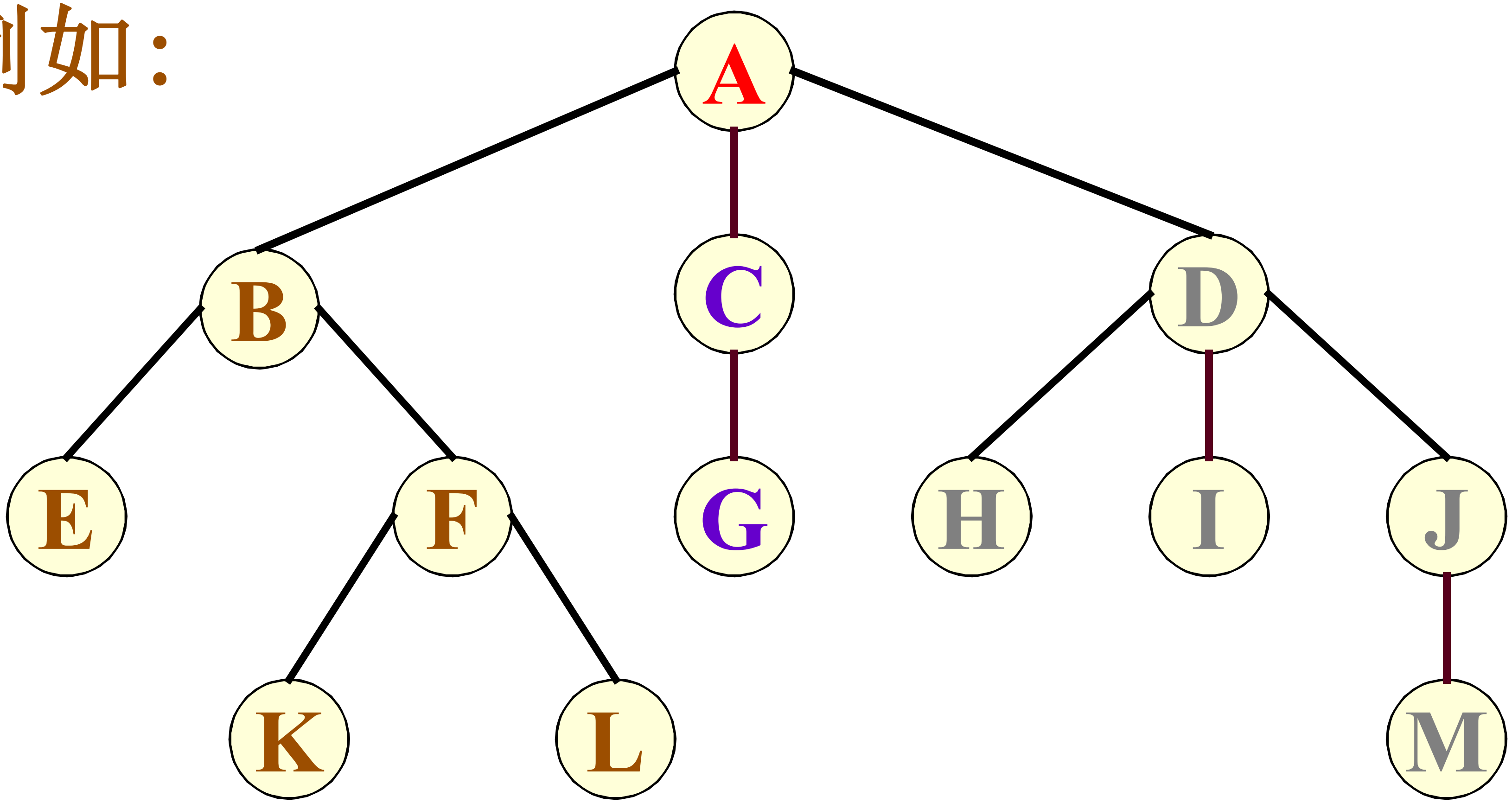
一个数据元素若有直接后继，可以有多个直接后继

6.1 树的基本概念和术语

- 树：具有相同特性的n个结点（**数据元素**）的有限集合。
  - 若n=0，则称为空树。否则:
  - 存在唯一的称为**根**的结点root;
  - 当n>1时，其余结点可分为m (m>0)个**互不相交**的有限集$T_1, T_2, \cdots, T_m$，其中每一棵子集本身又是一棵符合本定义的树，称为根root的子树。
  - m棵**子树的根结点**为根root的**直接后继**



例如：



$$\underset{\text{树根}}{A}(\,\underbrace{B(E,\ F(K,\ L))}_{T_1},\ \underbrace{C(G)}_{T_2},\ \underbrace{D(H,\ I,\ J(M))}_{T_3}\,)$$

线性结构

第一个数据元素
(无前驱)

最后一个数据元素
(无后继)

其它数据元素
(一个前驱、
一个后继)

树型结构

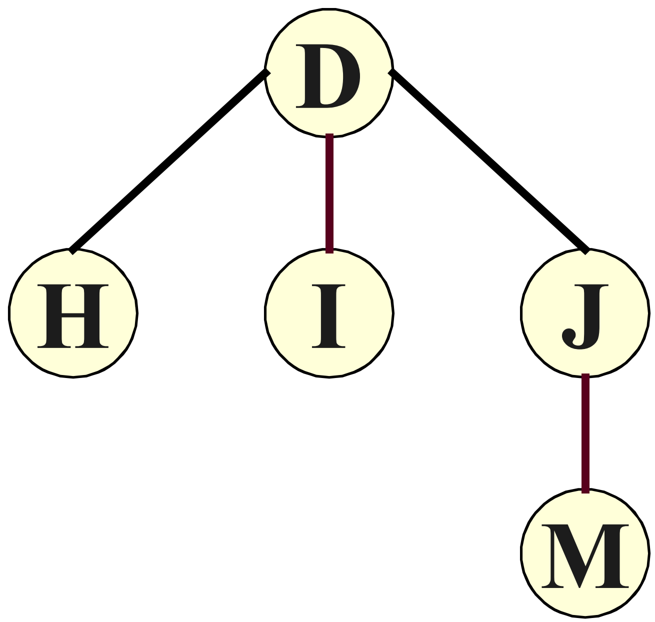
根结点
(无前驱)

多个叶子结点
(无后继)

其它数据元素
(一个前驱、
多个后继)

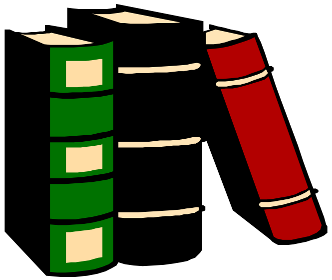
6.1 树的基本概念和术语

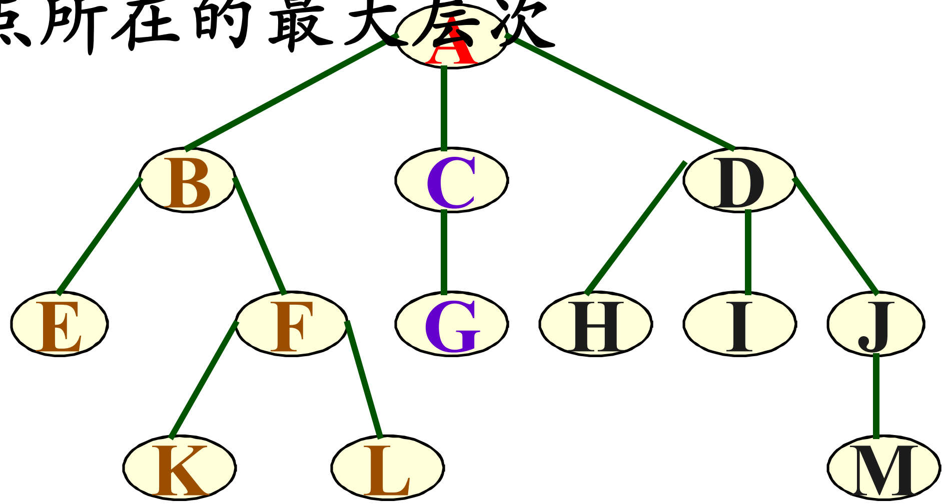
- 结点：数据元素+若干指向子树的分支
- 结点的度：分支的个数，子树的个数
- 树的度：树中所有结点的度的最大值
- 叶子结点：度为零的结点
- 分支结点：度大于零的结点



6.1 树的基本概念和术语

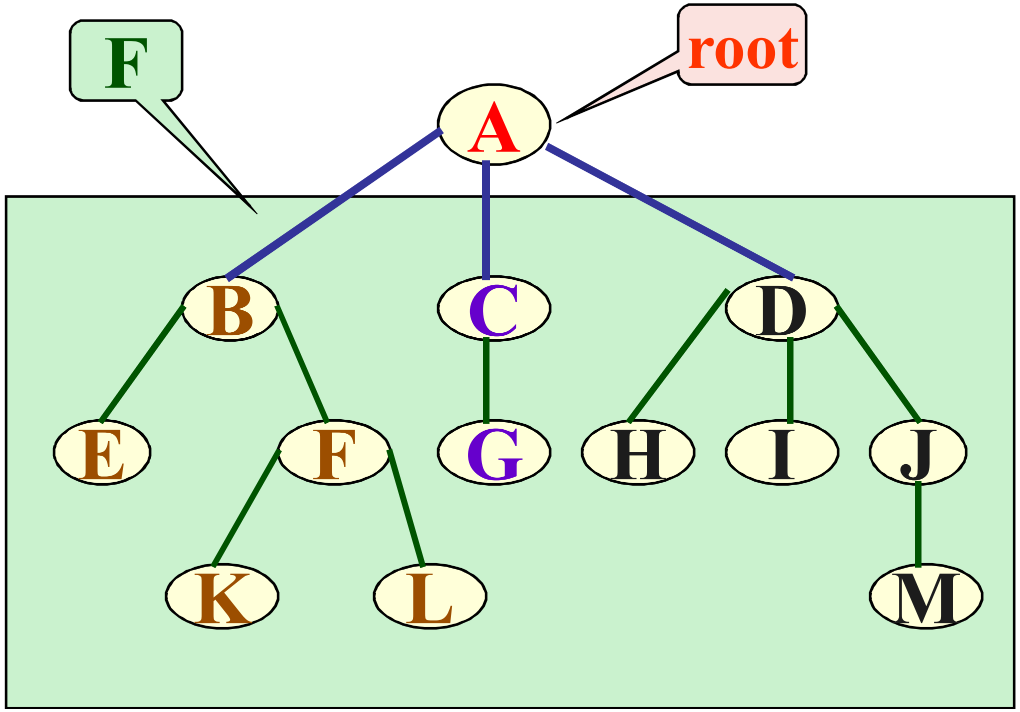
- 结点路径：由从根到该结点所经分支和结点构成
- 孩子结点、双亲结点、兄弟结点、堂兄弟、祖先结点、子孙结点
- 结点的层次：假设根结点的层次为1，第k层的结点的子树根结点的层次为k+1
- 树的深度：树中叶子结点所在的最大层次

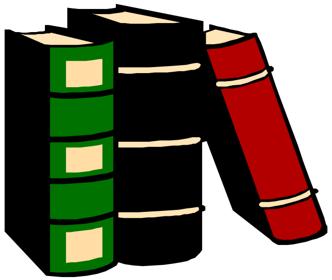




6.1 树的基本概念和术语

- **森林：** 是m（m⩾0）棵互不相交的树的集合
- 任何一棵非空树是一个二元组 Tree＝（root，F）
  - 其中：root 被称为根结点
  - F 被称为子树森林





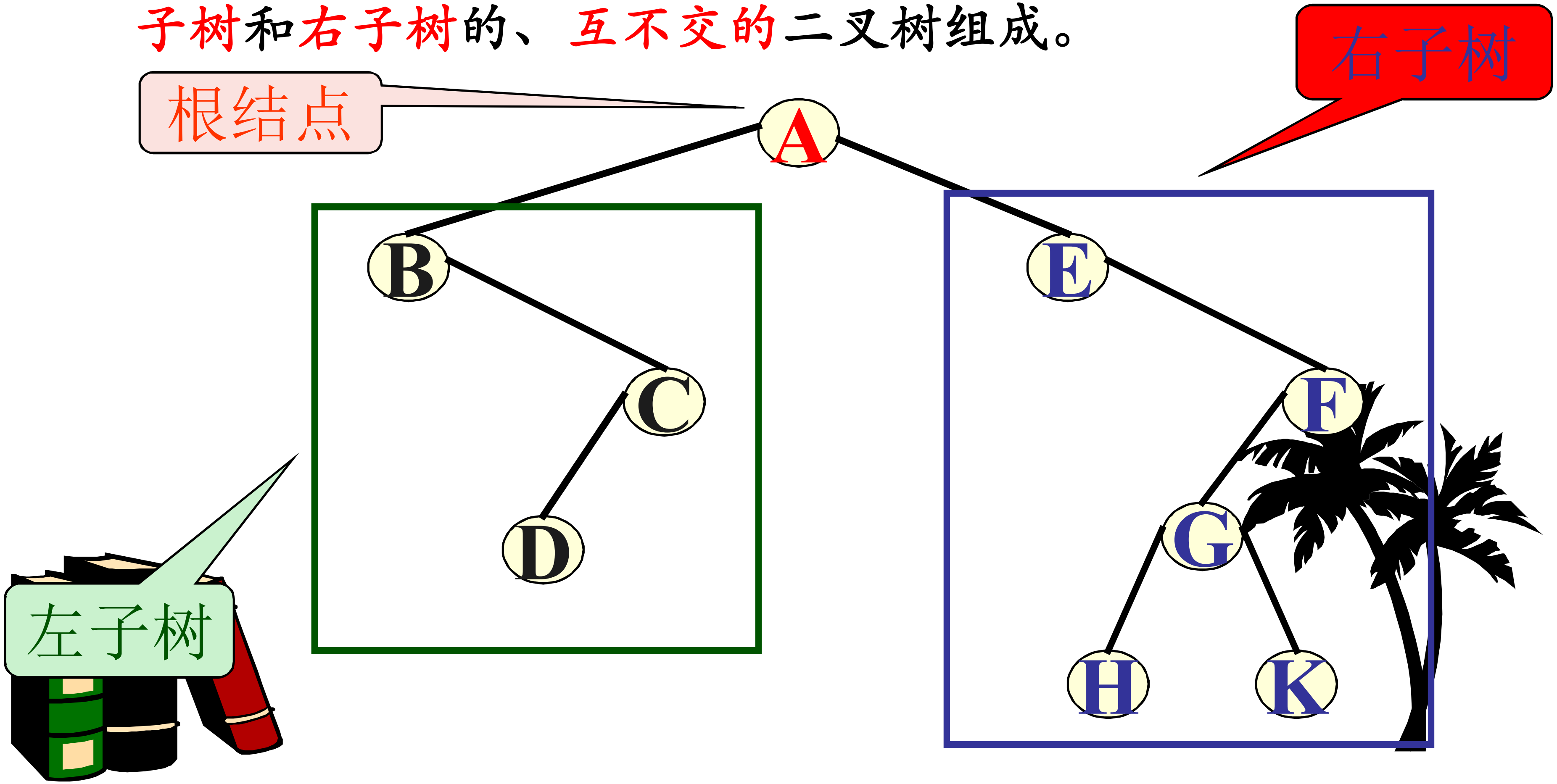
6.2 二叉树

6.2.1 二叉树的定义

- 二叉树或为空树，或是由一个根结点加上两棵分别称为左子树和右子树的、互不交的二叉树组成。

6.2.1 二叉树的定义

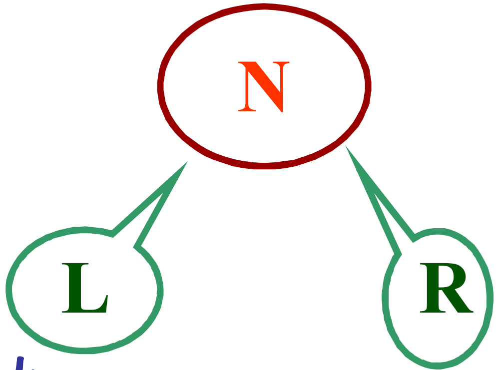
- 二叉树或为空树，或是由一个根结点加上两棵分别称为左子树和右子树的、互不交的二叉树组成。



6.2.1 二叉树的定义

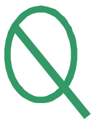
- 二叉树的几种基本形态？

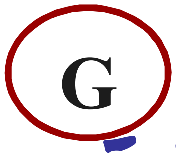
左右子树均不为空树



只含根结点

空树

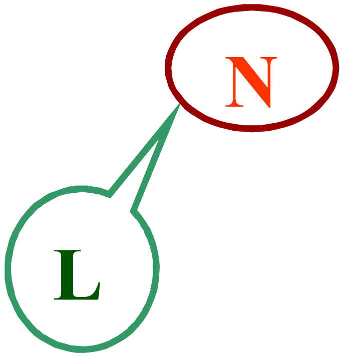


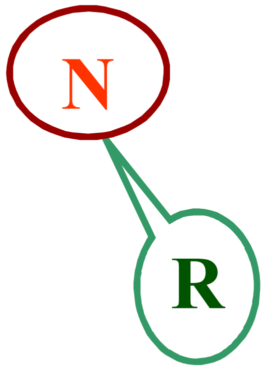


二叉树的五种基本形态：

右子树为空树

左子树为空树





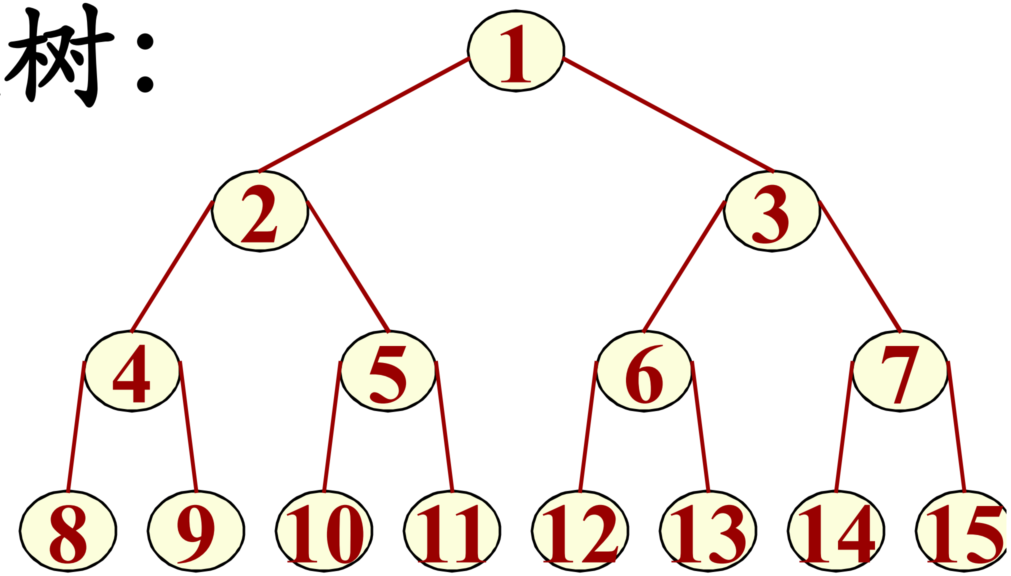
6.2.2二叉树的性质

- 性质1: 二叉树的第 i 层上至多有2^{i-1} 个结点($i \geqslant 1$)。
- 性质2: 深度为k的二叉树上至多含2^k-1个结点($k \geqslant 1$)
- 性质3: 对任何一棵二叉树，若它含有n_0个叶子结点、n_2 个度为 2 的结点，则必存在关系式$n_0 = n_2+1$。

- 性质3证明：

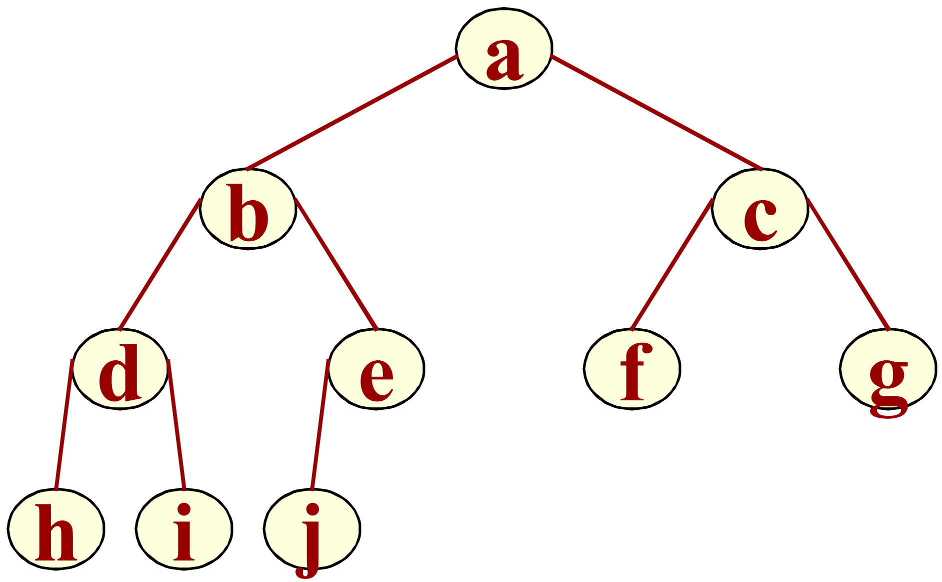
- 设n_0,n_1,n_2分别代表叶子结点数、度为1的结点数和度为2的结点数；n代表结点总数；B代表分支数
- $n=n_0+n_1+n_2$------------（1）
- $n-1= B$ -------------（2）
- $n_1+2n_2= B$ -------------（3）
- 由(1),(2)得：$B=n_0+n_1+n_2-1$ -------------（4）
- 由(3),(4)得：$n_1+2n_2 =n_0+n_1+n_2-1$
- $n_2 =n_0 -1$

两类特殊的二叉树：



满二叉树：指的是深度为k且含有2^k-1个结点的二叉树。

完全二叉树：树中所含的 n 个结点和满二叉树中编号为 1 至 n 的结点一一对应。



- **性质 4：** 具有 n 个结点的完全二叉树的**深度**为 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$。

- **性质 5：** 若对含 n 个结点的完全二叉树从上到下且从左至右进行 1 至 n 的编号，则对完全二叉树中任意一个编号为 i 的结点：

(1) 若 i=1，则该结点是二叉树的根，无双亲，否则，编号为 $\lfloor i/2 \rfloor$ 的结点为其双亲结点；

(2) 若 2i>n，则该结点无左孩子，否则，编号为 2i 的结点为其左孩子结点；

(3) 若 2i+1>n，则该结点无右孩子结点，否则，编号为2i+1 的结点为其右孩子结点。