



第七章图

网状结构，逻辑关系多对多

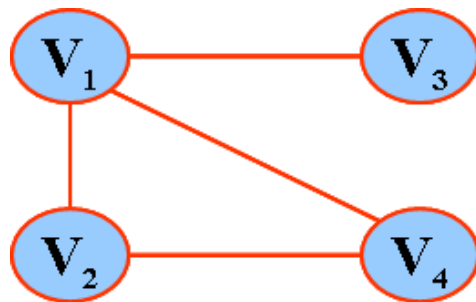


7.1 图的基本概念和术语

- 图：图 G 由集合 V 和 E 组成，记为 $G = (V, E)$ 。图中的结点称为顶点， $V(G)$ 是顶点的非空有穷集；相关的顶点偶对称为边， $E(G)$ 是边的有穷集。
- **顶点**：数据元素
- **边**：数据元素之间的逻辑关系，分为有向边和无向边
- 图分为**有向图**、**无向图**

7.1 图的基本概念和术语

- 例1: **无向**图 $G = (V, E)$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,
 $E = \{(v_1, v_3), (v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_2, v_4)\}$, 顶点偶对 (v_1, v_3) 与 (v_3, v_1) 表示同一条边。

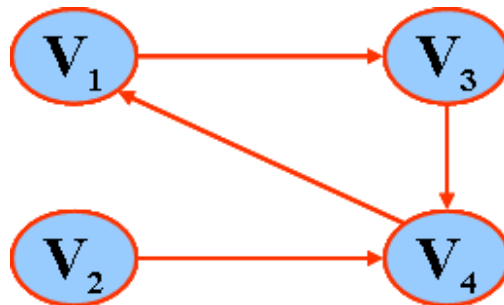


无向图中的边是顶点的无序对。

无向图中 (v_i, v_j) 和 (v_j, v_i) 表示同一条边。

7.1 图的基本概念和术语

- 例2: **有向**图 $G = (V, E)$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,
 $E = \{ \langle v_1, v_3 \rangle, \langle v_3, v_4 \rangle, \langle v_2, v_4 \rangle, \langle v_4, v_1 \rangle \}$



有向图中的边是顶点的有序对。

有向图中 $\langle v_i, v_j \rangle$ 和 $\langle v_j, v_i \rangle$ 表示两条不同的弧。

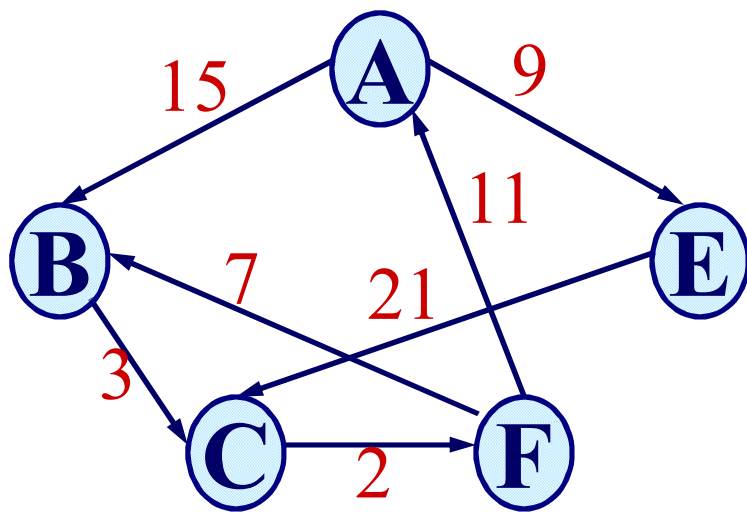


7.1 图的基本概念和术语

- **弧**：有向图的边又称为弧，通常用一对尖括号表示， $\langle v_i, v_j \rangle$ 表示从顶点 v_i 到 v_j 的一条弧， v_i 称为弧的始点（或尾顶点、弧尾）， v_j 称为弧的终点（或头顶点、弧头）。
- 在本章中我们只考虑没有重复边及没有顶点到其自身的边的图。

7.1 图的基本概念和术语

- 网：边带权的无向图称作**无向网**；弧带权的有向图称作**有向网**。

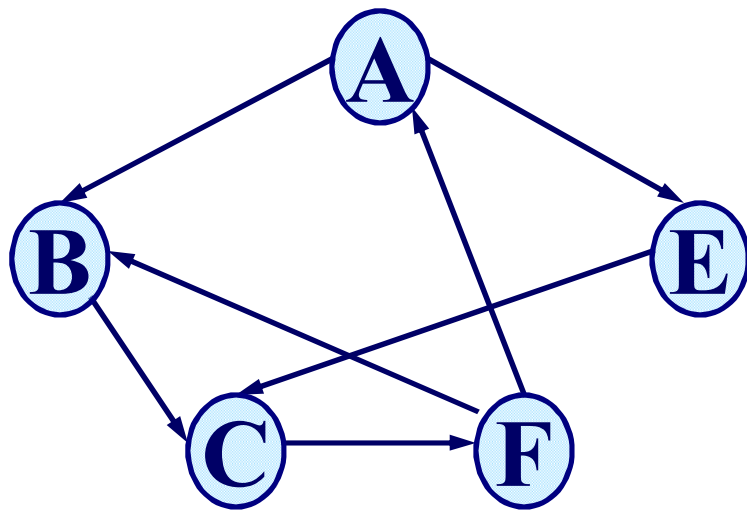


有向网示例

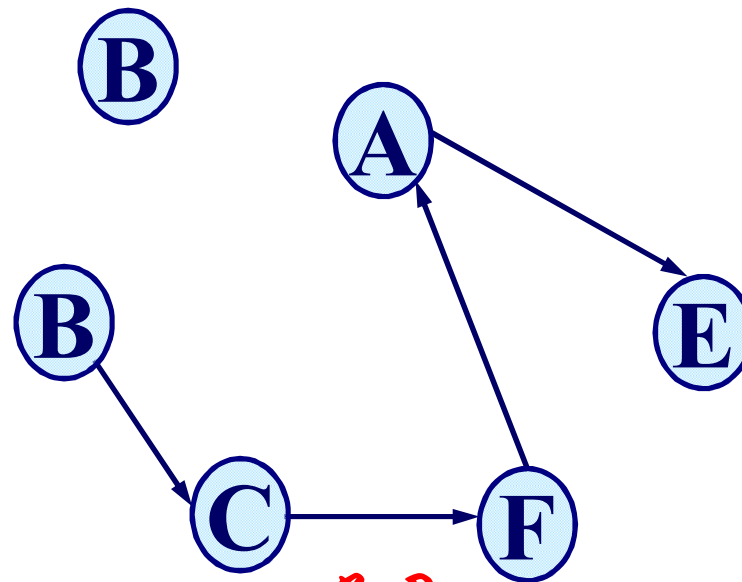
边或弧上的权值在不同的问题里代表不同的含义。比如在交通网，两点之间的连边上的权可以代表两个城市之间的距离、交通时间、交通费用等

7.1 图的基本概念和术语

- 子图：设图 $G=(V,E)$ 和图 $G'=(V',E')$, 且 $V' \subseteq V, E' \subseteq E$, 则称 G' 为 G 的**子图**。



有向图



子图

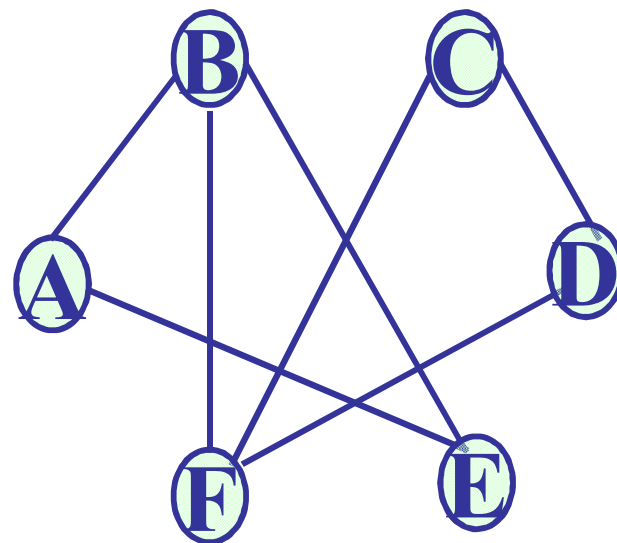


7.1 图的基本概念和术语

- 完全图： n 个顶点的含有 $n(n-1)/2$ 条边的无向图称作**完全图**； n 个顶点的含有 $e=n(n-1)$ 条弧的有向图称作**有向完全图**
- 若边或弧的个数 $e < n \log n$ ，则称作**稀疏图**，否则称作**稠密图**。

7.1 图的基本概念和术语

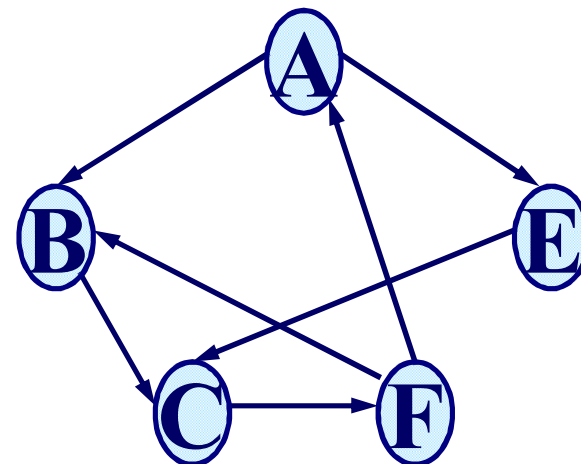
- 邻接点、关联：假若顶点 v 和顶点 w 之间存在一条边，则称顶点 v 和 w 互为邻接点，边 (v,w) 和顶点 v 和 w 相关联
- 度：无向图中和顶点 v 关联的边的数目定义为 v 的度，记为 $TD(v)$
- $TD(B) = 3$
- $TD(A) = 2$



7.1 图的基本概念和术语

有向图顶点的度分为入度和出度

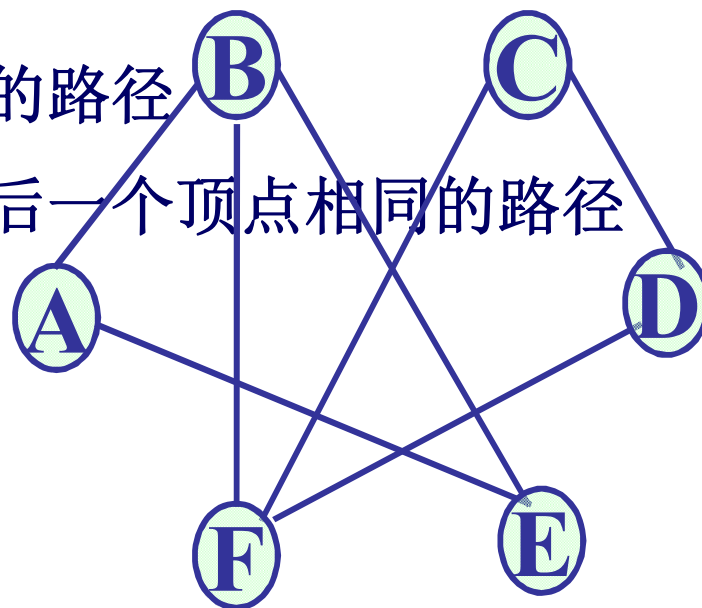
- **入度**：有向图中以顶点 v 为弧头的弧的数目称为顶点 v 的入度，记为 $ID(v)$
- $ID(B) = 2; ID(A) = 1$
- **出度**：有向图中以顶点 v 为弧尾的弧的数目称为顶点 v 的出度，记为 $OD(v)$
- $OD(B) = 1; OD(A) = 2$
- 有向图中顶点的度(TD)=出度+入度
- $TD(B) = 3; TD(A) = 3$



7.1 图的基本概念和术语

路径、路径长度： 设无向图 $G=(V,E)$ 中的一个顶点序列 $\{u=v_{i,0}, v_{i,1}, \dots, v_{i,m}=w\}$ 中，若 $(v_{i,j-1}, v_{i,j}) \in E$ ， $1 \leq j \leq m$ ，则称从顶点 u 到顶点 w 之间存在一条**路径**；路径上边的数目称作**路径长度**

- 如：长度为3的路径 $\{A, B, F, C\}$
- **简单路径**：序列中顶点不重复出现的路径
- **简单回路**：序列中第一个顶点和最后一个顶点相同的路径

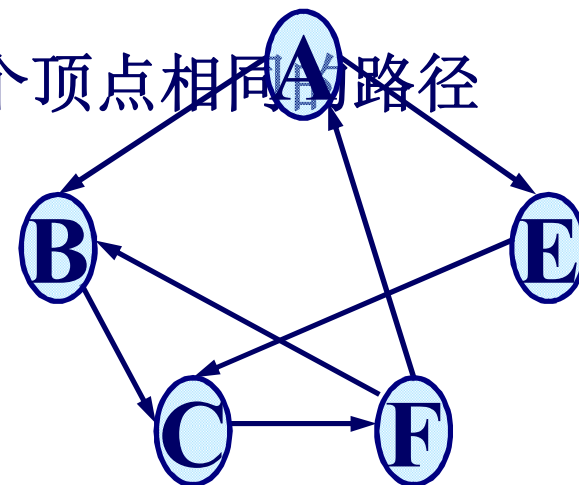


7.1 图的基本概念和术语

路径、路径长度：设有向图 $G=(V,E)$ 中的一个顶点序列 $\{u=v_{i,0}, v_{i,1}, \dots, v_{i,m}=w\}$ 中，若 $\langle v_{i,j-1}, v_{i,j} \rangle \in E$ ， $1 \leq j \leq m$ ，则称从顶点 u 到顶点 w 之间存在一条有向**路径**；路径上边的数目称作**路径长度**。

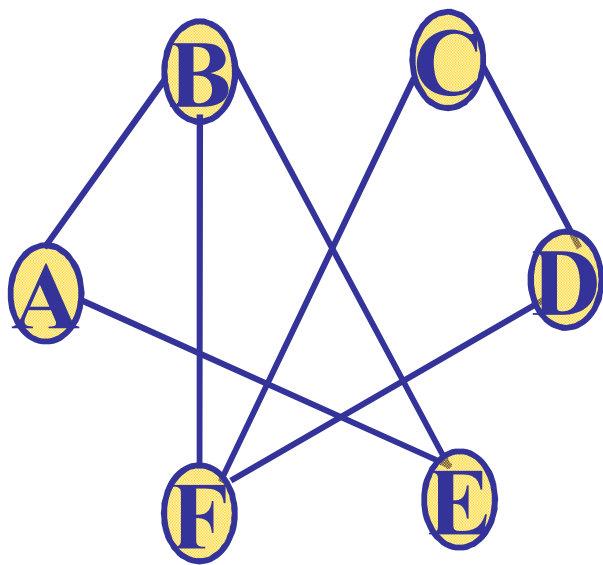
- 如：长度为3的路径 $\{A, B, C, F\}$
- **简单路径**：序列中顶点不重复出现的路径。
- **简单回路**：序列中第一个顶点和最后一个顶点相同的路径。

。

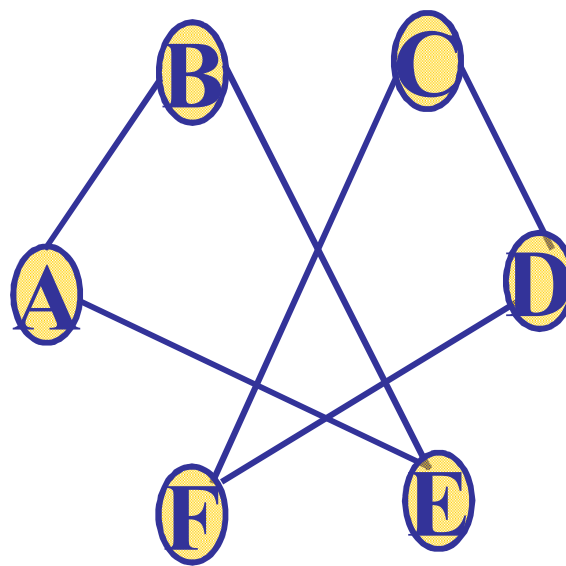


7.1 图的基本概念和术语

- **连通图**：若无向图 G 中任意两个顶点之间都有路径相通，则称此图为**连通图**。
- **连通分量**：若无向图为非连通图，则图中各个极大连通子图称作此图的**连通分量**。



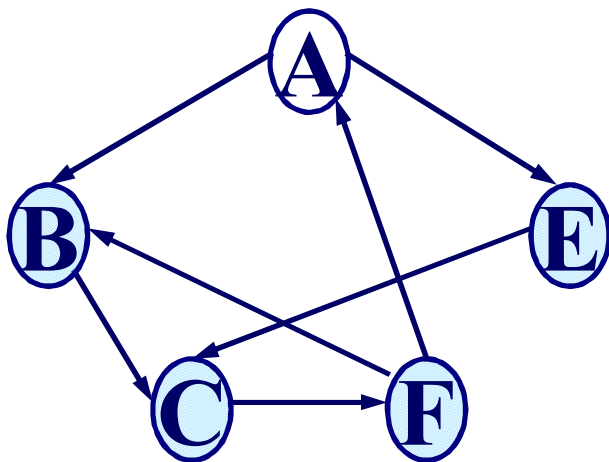
连通图



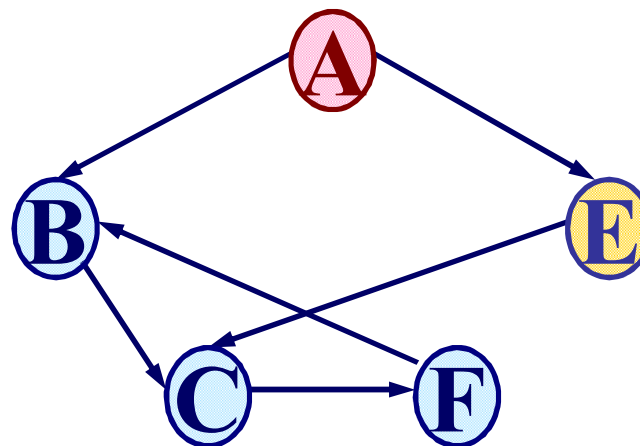
非连通图：包含2个连通分量

7.1 图的基本概念和术语

- **强连通图**：有向图中若任意两个顶点之间都存在一条有向路径，则称此有向图为**强连通图**。
- 否则，其各个强连通子图称作它的**强连通分量**。



强连通图



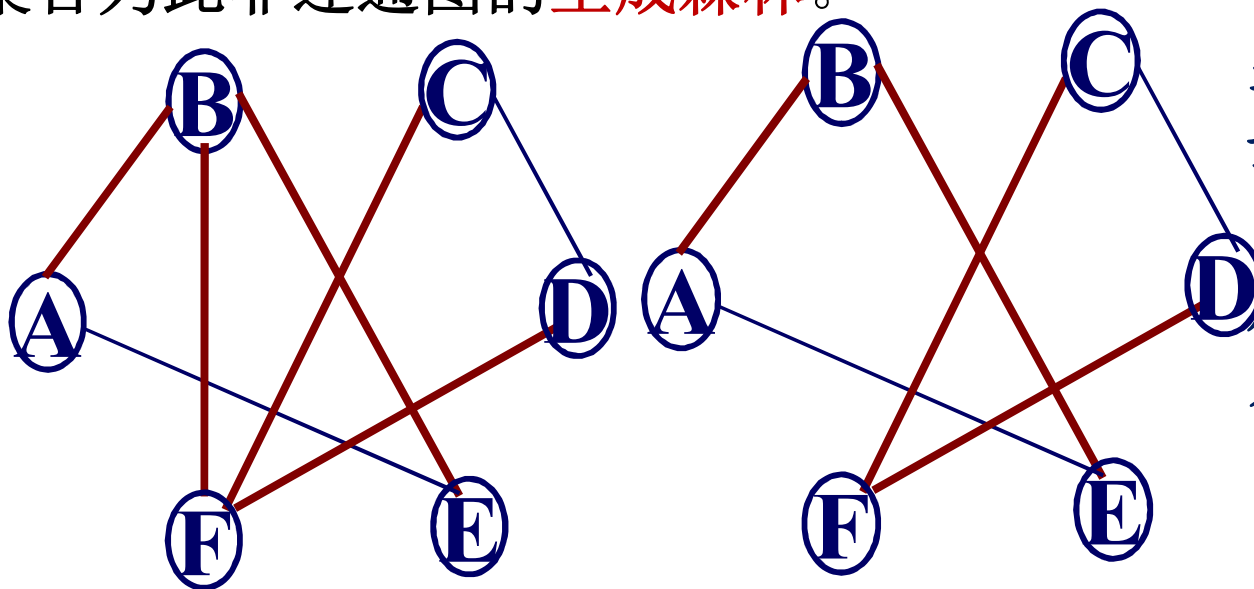
非强连通图：包含3个强连通分量

7.1 图的基本概念和术语

生成树：假设一个连通图有 n 个顶点和 e 条边，其中 $n-1$ 条边和 n 个顶点构成一个极小连通子图，称该极小连通子图为此连通图的**生成树**。

- 生成森林**：对非连通图，则称由各个连通分量的生成树的集合为此非连通图的**生成森林**。

连通图，
顶点和**紫色连边**构成的子图为其生成树



非连通图，
顶点和**紫色连边**构成的子图为其生成森林



7.1 图的基本概念和术语

- **有向树**：如果一个有向图恰有1个顶点的入度为0，其余的顶点入度均为1，则称该图为一棵**有向树**。
- 一个有向图的**生成森林**由若干棵有向树组成，含有图中全部顶点，但只有足以构成若干棵不相交的有向树的弧。