



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA

Materia: Cinemática de robots
Profesor: Morán Garabito Carlos Enrique

QTAREA 6



MODELADO DIFERENCIAL MATRIZ JACOBIANA.

T/M 8`B
UPZMG

Alumno: CHRISTIAN SALVADOR GOMEZ CARRILLO,

Christian Salvador Gomez Carrillo 19-02-2019

Modelado diferencial Método Jacobiano

El modelo cinemático de un robot, da las relaciones entre variables articulares y la posición (expresada normalmente en forma de coordenadas cartesianas) y Orientación del extremo del robot (expresada como matrices de rotación ángulos Euler). En esta relación no se tiene en cuenta, las fuerzas o pares que actúan sobre el robot (actuadores, cargas, fricción, etc.) y que pueden originar el movimiento del mismo. Sin embargo, se incluye en la cinemática del robot el conocer la relación entre las variables de las coordenadas articulares y las de la posición y orientación del extremo, lo que es equivalente al efecto que un movimiento diferencial de las variables articulares tienen sobre las variables en el espacio de la torca.

El modelo diferencial queda concretado en la denominada matriz Jacobiana, en general, la matriz Jacobiana de un robot, relaciona el vector de velocidades articulares $(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$ en otro vector de velocidades expresado en un espacio.

Existen diferentes posibilidades a la hr. de seleccionar este espacio. Una primera elección es la de considerar la relación con las velocidades de la localización del extremo del robot, siendo esta la posición y orientación expresada en sus coordenadas cartesianas y sus ángulos Euler.

Jacobiana Analítica

La jacobiana analítica relaciona velocidades articulares.

Jacobiana analítica

Velocidades de las Articulares ($\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$)	\rightarrow	Velocidades de la localización del extremo ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$)
	Jacobiana Analítica	

Es inversa



Christian Salvador Gomez Carrillo 14-02-19

El método más directo para la relación entre las velocidades y del extremo del robot consiste en diferenciar las ecuaciones correspondientes al modelo cinemático directo

$$x = f_x(q_1, \dots, q_n) \quad y = f_y(q_1, \dots, q_n) \quad z = f_z(q_1, \dots, q_n)$$
$$q = f_q(q_1, \dots, q_n) \quad \theta = f_\theta(q_1, \dots, q_n) \quad \omega = f_\omega(q_1, \dots, q_n)$$

Si se derivan con respecto al tiempo ambos miembros del conjunto de ecuaciones anteriores se tienen

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_x}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{y} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_y}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{z} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_z}{\partial q_i} \dot{q}_i$$
$$\dot{q} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_q}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{\theta} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_\theta}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad \dot{\omega} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_\omega}{\partial q_i} \dot{q}_i$$

\dot{q} expresada en forma matricial.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = J_{\dot{q}} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad \text{con } J_{\dot{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_x}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_\omega}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_\omega}{\partial q_n} \end{bmatrix}$$

Jacobiana Geométrica

La jacobiana analítica, presentada en el apéndice anterior relaciona las velocidades de las articulaciones con la velocidad de variación de la posición y orientación del extremo del robot.

Otra posible relación de interés es la que establece entre las velocidades articulares y la velocidad lineal (v) y angular (ω) del extremo del robot expresadas habitualmente en el sistema de referencia de la base del robot.

Christian S. Gomez Carrillo 14-02-2019 Tarea

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix}$$

Las velocidades de los eslabones $(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dots, \dot{\theta}_n)$

Velocidades lineales y angulares del extremo del robot: $(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4, \dot{x}_5, \dot{x}_6)$

Obtención numérica de la Jacobina Geométrica

Existen diferentes procedimientos que permiten la obtención numérica de la jacobina a partir de la información contenida en las matrices T^i_A , que definen el método cinemático.

El procedimiento de la jacobina está basado en la propagación de las velocidades. Este método permite obtener los columnas de la matriz Jacobina Geométrica que relaciona las velocidades articulares del extremo del robot medidas con respecto al sistema de base a partir de las matrices T^i_A .

Jacobina Inversa

Del mismo modo que se ha obtenido la relación directa que permite obtener las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares puede obtenerse la relación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo.

- Pueden emplearse varios procedimientos.

Cinemática Inversa

El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar:



Las coordenadas articulares del robot $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ para que su extremo se posicione, y oriente, según una determinada localización espacial. (p. En. 2.2)

Así, como el posible, abordar el problema cinemático directo de una manera sistemática, a partir de la utilización de matrices de la transformación homogénea e independientes de la configuración del robot, no causa lo mismo es el problema cinemático inverso, siendo el procedimiento de obtención de las ecuaciones, fuertemente dependiente de la configuración del robot.

Se han desarrollado algunos procedimientos generales susceptibles de ser programados. (Hau, DENBERG, 83). De modo que un computador pueda a partir del conocimiento de la cinemática del robot con sus parámetros de Denavit-Hartenberg, por ejemplo obtener la n -upla de los valores articulares que posicione y orienten su extremo.

El inconveniente de estos procedimientos es que se trata de métodos numéricos iterativos, cuya velocidad de convergencia en muchos casos no es suficiente, por lo que se han desarrollado métodos analíticos, cuya velocidad de convergencia es mucho mayor, garantizando