2021级大学物理II期末复习

- ➢题型（参考2013级试卷）
  - •选择题（单选题，3分*10道题=30分）
  - •填空题（3分*10道题=30分）
  - •计算题（5道题，共40分）
    - ✓静电场（10分）
    - ✓稳恒磁场（10分）
    - ✓感应电动势（10分）
    - ✓狭义相对论（5分）
    - ✓量子论（5分）

2020级大学物理III(二)复习纲要
（4学分）

大学物理（下）根据大纲对各知识点的要求以及总结历年考试的经验，现列出期末复习的纲要如下：

1． 计算题可能覆盖范围

a. 静电场； b. 稳恒磁场； c. 感应电动势；
d.狭义相对论； e. 量子论

2． 大学物理(下)重要知识点

（一）静电学　电场强度、电势、静电场力及其做功、静电感应、真空及有电介质时的高斯定理、电通量、有电介质时的电场与电位移、电容、电场能量

（二）磁学及电磁感应　磁感应强度、磁矩、洛伦兹力（不考霍尔效应）、磁力、磁力矩及其做功、安培环路定理、磁通量、电磁感应、感应电动势的计算、自感、磁能。（不考互感、第20章）

（三）近代物理　洛仑兹变换、时间膨胀、尺度收缩、狭义相对论动力学问题、光电效应、康普敦效应、德布罗意波、(不考不确定关系)、波函数性质（概率波，不考薛定谔方程）、氢原子光谱及跃迁，氢原子的量子力学结论（能级、轨道角动量、角动量空间量子化）、四个量子数、壳层结构、不相容原理

计算题:量子论(早期量子论+量子力学初步)

1. 波函数
2. 德布罗意波
3. 氢原子的量子力学结论
4. 康普顿效应

1. 波函数

在a到b内发现粒子的概率： $P=\int_a^b |\psi(x)|^2\, dx$

归一化条件： $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2\, dx = 1$

25.（本题 5 分）**(2012级)**

已知粒子在一维无限深势阱中运动，其波函数为

$$\psi(x)=\sqrt{2/a}\sin(\pi x/a) \quad (0 \leqslant x \leqslant a)$$

求发现粒子的概率为最大的位置．

解：先求粒子的位置概率密度

$$|\psi(x)|^2 = (2/a)\sin^2(\pi x/a) = (2/2a)[1-\cos(2\pi x/a)]$$

当 $\cos(2\pi x/a)=-1$ 时，$|\psi(x)|^2$ 有最大值．在 $0\leqslant x\leqslant a$ 范围内可得 $2\pi x/a=\pi$

$\therefore$
$$x=\frac{1}{2}a\,.$$

2.德布罗意波

$$\boxed{\begin{aligned} \nu &= E/h \\ \lambda &= h/p \end{aligned}}$$

德布罗意公式

注意：
一般要考虑相对论效应

25．（本题 5 分）**(2013 级)**

假如电子运动速度与光速可以比拟，则当电子的动能等于它静止能量的 2 倍时，其德布罗意波长为多少？

(普朗克常量 h =6.63×10^{-34} J·s，电子静止质量 m_e=9.11×10^{-31} kg)

解法 1： $E_K = mc^2 - m_e c^2 = 2m_e c^2$

故： $m = 3m_e$

由相对论公式 $m = m_e / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

有 $3m_e = m_e / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

解得 $v = \sqrt{8}c/3 = 2.828 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$

德布罗意波长为：$\lambda = h/(mv)$

$= h/(\sqrt{8}m_e c) \approx 8.58 \times 10^{-13}$ m

解法 2： $E_K = mc^2 - m_e c^2 = 2m_e c^2$

$mc^2 = 3m_e c^2$

$E^2 = E_0^2 + p^2c^2$

$p = \sqrt{8}m_e c$

$\lambda = h/p$

$\approx 8.58 \times 10^{-13}$

3. 量子论氢原子的量子力学结论（能级、轨道角动量、角动量空间量子化）

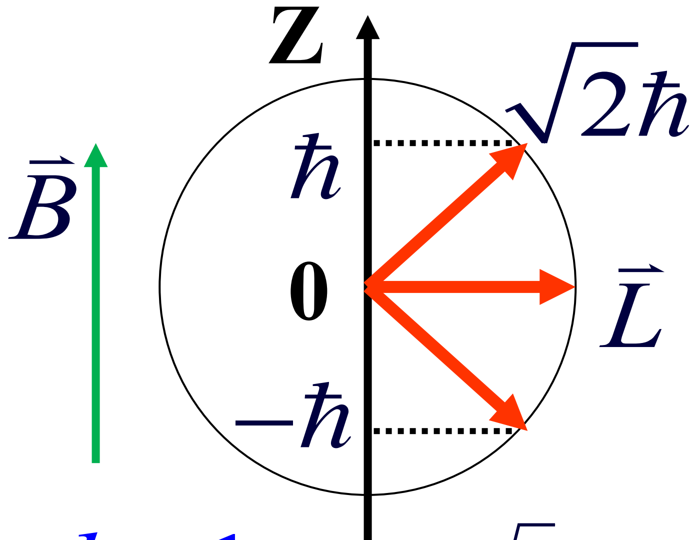
量子数	名称	取值	物理意义
n	主量子数	**1,2,3,…**	能量是量子化 $E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2} = -\frac{13.6eV}{n^2}$
l	轨道量子数	**0,1,2,…,*n*-1**	“轨道”角动量是量子化 $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$
m_l	磁量子数	**0, ±1, ±2, …, ±*l***	角动量的空间取向是量子化 $L_z = m_l\hbar,$

角动量的空间取向量子化

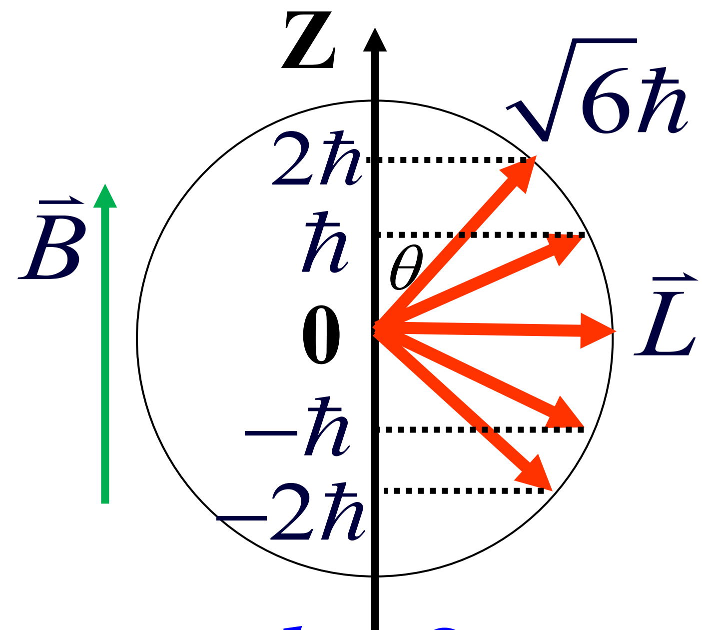
角动量L在Z轴的投影L_Z只有 $2l+1$

$$L=\sqrt{l(l+1)}\hbar$$

$$L_z=m_l\hbar,\quad m_l=0,\pm1,..,\pm l$$



$l=1$　　$L=\sqrt{2}\hbar$　　$L_z=0,\hbar,-\hbar$



$l=2$

每个角动量与Z轴的夹角

$$\cos\theta=\frac{L_Z}{L}=\frac{m_l\hbar}{\sqrt{l(l+1)}\hbar}=\frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

$$\theta=\arccos\frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

25.（本题 5 分）**2014级**

按照量子力学理论，如用能量为 11eV 的电子轰击处于基态的氢原子，求

（1）氢原子所能到达的最高能级；

（2）处在该能级时氢原子中的电子可能具有的轨道角动量.

25．解：（1）-13.6+11=-2.6eV，介于-3.40 与-1.51 之间，

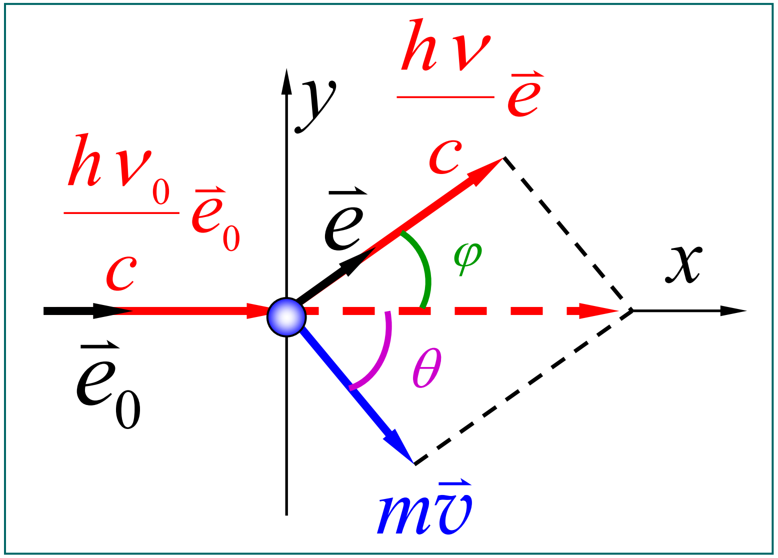
故氢原子最高能到达 n=2 能级。　　2 分

（2）n=2 时，l 可取 0,1，　　1 分

$L=\sqrt{l(l+1)}\hbar$，　　1 分

可取 $L=0$，$L=\sqrt{2}\hbar$　　1 分

康普顿效应：高能光子与静止自由电子弹性碰撞



□能量守恒

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$$

□动量守恒

x方向： $$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c}\cos\varphi + mv\cos\theta$$

y方向： $$0 = \frac{h\nu}{c}\sin\varphi - mv\sin\theta$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

联立方程 $$\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi) \Rightarrow \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\varphi)$$

康普顿波长 $$\lambda_C = \frac{h}{m_0c} = 2.43\times10^{-12}\,\mathrm{m} = 2.43\times10^{-3}\,\mathrm{nm}$$

25.（本题 5 分）（2011级）

用波长 $\lambda_0 = 0.1\text{nm}$ 的光子做康普顿散射实验.

（1）散射角 $\varphi = 90^\circ$ 的康普顿散射波长是多少？

（2）反冲电子获得的动能是多少焦耳？

（普朗克常量 $h = 6.63\times10^{-34}$ J · s，电子静止质量 $m_e = 9.11\times10^{-31}\text{kg}$）

解：(1) 康普顿散射光子波长改变:

$$\Delta\lambda = \left(\frac{h}{m_e c}\right)(1-\cos\varphi) = \mathbf{0.024\times10^{-10}\ m}$$

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = \mathbf{1.024\times10^{-10}\ m}$$

(2)根据能量守恒: $h\nu_0 + m_e c^2 = h\nu + mc^2$

即 $E_k = mc^2 - m_e c^2 = h\nu_0 - h\nu$

$E_k = hc/\lambda_0 - hc/\lambda$

故 $E_k = \mathbf{4.66\times10^{-17}\ J = 291\ eV}$

计算题:狭义相对论

- 相对论动力学
  - 质速关系
  - 功和动能
  - 能量和动量关系
- 相对论时空观
  - 时间膨胀
  - 长度缩短

➢相对论动力学

□质速关系

$$m=\frac{m_o}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

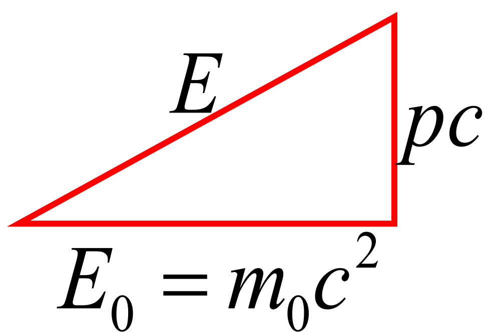
□功和动能

总能量$E=mc^2=\dfrac{m_o}{\sqrt{1-(v/c)^2}}c^2$ 静止能量$E=m_0c^2$

$$E_K=E-E_0=mc^2-m_oc^2 \qquad W=\Delta E=m_2c^2-m_1c^2$$

□能量和动量关系

$$\boxed{E^2=E_0^2+p^2c^2}$$



23. （2012级）

要使电子的速度从v_1 =1.2×10^8 m/s增加到v_2=2.4×10^8 m/s必须对它作多少功？ (电子静止质量m_e ＝9.11×10^{-31} kg)

解：根据功能原理，要作的功

$$W = \Delta E = m_2c^2 - m_1c^2$$

根据相对论质量公式

$$m_2 = m_0 /[1-(v_2/c)^2]^{1/2} \qquad m_1 = m_0 /[1-(v_1/c)^2]^{1/2}$$

$$W = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}}\right)$$ **＝4.72×10^{-14} J＝2.95×10^5 eV**

➢相对论时空观

◻时间膨胀

固有时间

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

τ_0: 相对事件发生地点静止的惯性系测得的时间

◻长度缩短

固有长度

$$l = l_0\sqrt{1-(v/c)^2}$$

关键在于确定哪个参考系测量的时间是固有时间，测量的长度是固有长度。

l_0: 相对物体静止的惯性系测得的长度

24．（2007级）

一艘宇宙飞船的船身固有长度为L_0 =90 m，相对于地面以v=0.8 c (c为真空中光速)的匀速度在地面观测站的上空飞过。(1) 观测站测得飞船的船身通过观测站的时间间隔是多少？ (2) 宇航员测得船身通过观测站的时间间隔是多少？

解：方法一（长度缩短）

(1) 观测站测得飞船船身的长度为

$$L = L_0\sqrt{1-(\upsilon / c)^2} = 54m$$

则 $\Delta t_1 = L/v$ =2.25×10^{-7} s

(2) 宇航员测得飞船船身的长度为L_0，则

$$\Delta t_2 = L_0/v = 3.75\times10^{-7}\ \mathrm{s}$$

24. （2007级）

一艘宇宙飞船的船身固有长度为L_0 =90 m，相对于地面以v=0.8 c (c为真空中光速)的匀速度在地面观测站的上空飞过。(1) 观测站测得飞船的船身通过观测站的时间间隔是多少？ (2) 宇航员测得船身通过观测站的时间间隔是多少？

解：方法二（时间膨胀）

(2) 宇航员测得飞船船身的长度为L_0，则

$$\Delta t = L_0/v = 3.75\times10^{-7}\ \text{s}$$

(1) 观测站测得飞船的船身通过观测站的时间是**固有时间**

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \Rightarrow \Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1-(v/c)^2} = 2.25\times10^{-7}\ \text{s}$$

计算题:静电场(电场强度，电场力，电势)

□电场强度

➢高斯定理：在真空中, 通过任一闭合曲面的电场强度通量, 等于该曲面所包围的所有电荷的代数和除以ε_0。

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i^{in}$$

➢叠加原理：带电体在空间某点产生的电场强度等于组成该带电体的点电荷在该点产生的电场强度的矢量和。

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \qquad E = \int \mathrm{d}E = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

➢ 根据 $\vec{E} = -gradU$ 计算（选择&填空）

□电场力

求电场力先求电场强度，再利用$F=qE$

□电势

（1）利用 $U_A=\int_{A}^{\text{电势零点}}\vec{E}\cdot d\vec{l}$

（2）利用点电荷电势的叠加原理

$$\boxed{U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}}$$

21．（2010级）

一半径为R的带电球体，其电荷体密度分布为

$$\rho=\frac{qr}{\pi R^4}\qquad r\le R\qquad (q\text{为一正的常量})$$

$$\rho=0\qquad r>R$$

求：(1)球内、外各点的电场强度；(2) 球外各点的电势。

解：(1)在球内取半径为r、厚为dr的薄球壳，该壳内所包含的电荷为

$$dq=\rho dV=\frac{qr}{\pi R^4}4\pi r^2dr=\frac{4q}{R^4}r^3dr$$

则球体所带的总电荷为

$$Q=\int_V\rho\,\mathrm{d}V=\left(4q/R^4\right)\int_0^R r^3\,\mathrm{d}r=q$$

在球内作一半径为r_1的高斯球面，根据高斯定理有

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 4\pi r_1^2 E_1 = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^{r_1} \frac{qr}{\pi R^4}\cdot 4\pi r^2\,dr = \frac{qr_1^4}{\varepsilon_0 R^4}$$

$$E_1 = \frac{qr_1^2}{4\pi\varepsilon_0 R^4} \quad (r_1 \leq R)$$ 方向沿半径向外

在球体外作半径为r_2的高斯球面，按高斯定理有

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 4\pi r_2^2 E_2 = q/\varepsilon_0$$

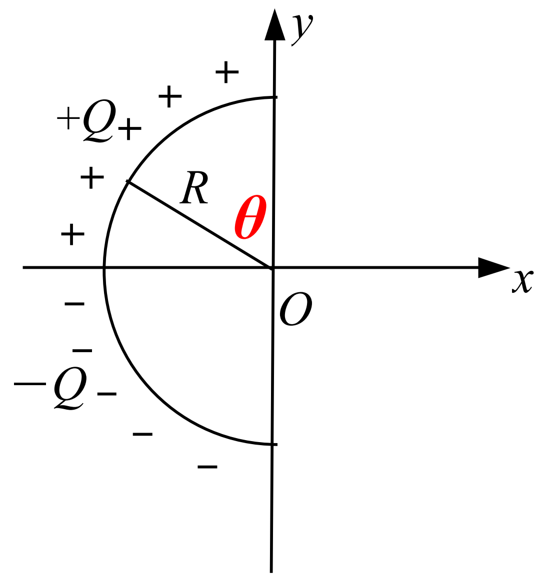
$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} \qquad (r_2 \leq R)$$ 方向沿半径向外

(2) 球外电势 $$U_A = \int_A^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$U_2 = \int_{r_2}^\infty \vec{E}_2\cdot d\vec{r} = \int_{r_2}^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} \quad (r_2 > R)$$

21．（2008级） 2013级类似

一个细玻璃棒被弯成半径为*R*的半圆形，沿其上半部分均匀分布有电荷+*Q*，沿其下半部分均匀分布有电荷-*Q*，如图所示。试求圆心*O*处的电场强度。



解：把所有电荷都当作正电荷处理。在*R*处取微小电荷

$$dq = \lambda dl = \frac{2Q}{\pi r} r d\theta = \frac{2Q}{\pi} d\theta$$

它在*O*处产生场强

$$\mathrm{d}E = \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\mathrm{d}\theta$$

按θ角变化，将dE分解成两个分量：

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\sin\theta = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

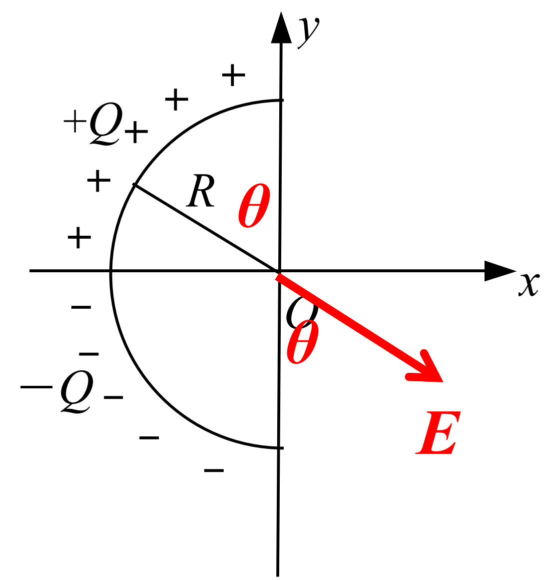
$$\mathrm{d}E_y = -\mathrm{d}E\cos\theta = -\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta$$

对各分量分别积分，积分时考虑到一半是负电荷

对称性分析：$E_x=0$

$$E_x = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\left[\int_0^{\pi/2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta - \int_{\pi/2}^{\pi}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\right] = 0$$

$$E_y = \frac{-Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\left[\int_0^{\pi/2}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta - \int_{\pi/2}^{\pi}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta\right] = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$



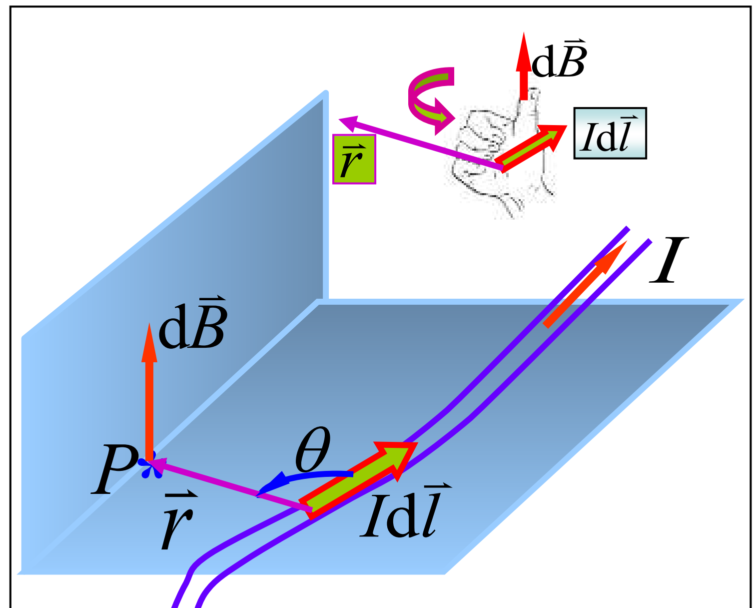
$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} = \frac{-Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{j}$$

计算题:稳恒磁场(+磁通量or磁矩)

- 磁感应强度
  - 毕-萨定律 $$\vec{B}=\int \mathrm{d}\vec{B}=\int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$
  - 安培环路定律 $$\oint \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum_{i=1}^{n} I_i$$
  - 基本模型叠加（记住圆电流、直线电流、螺线管的磁感应强度）

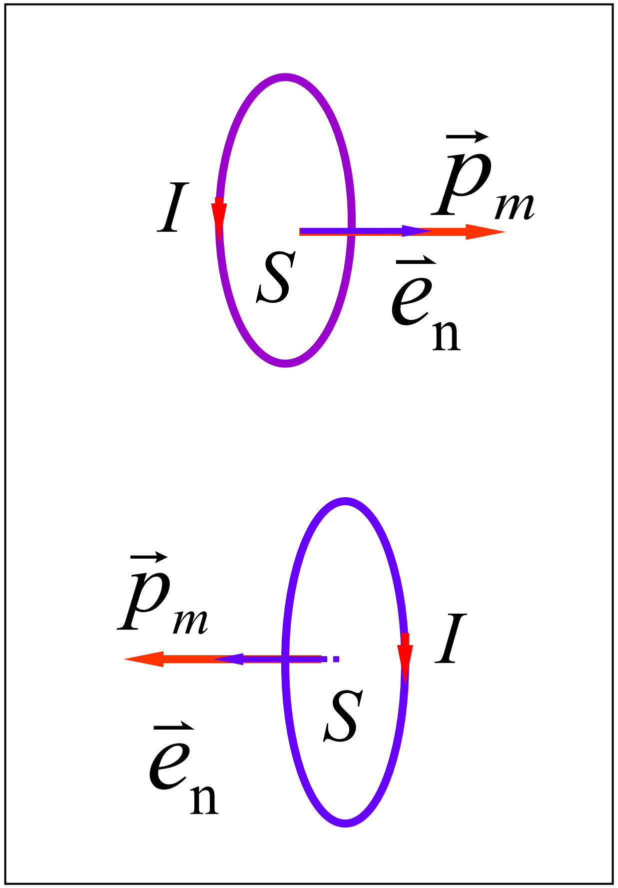
$$\vec{B}=\int \mathrm{d}\vec{B}$$

安培环路定理电流*I*正负的规定：*I*与 *L*成右螺旋时，*I*为正；反之为负。



- 磁通量 $\Phi = \int_s \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

- 磁矩 $\boxed{\vec{p}_m = IS\vec{e}_\mathrm{n}}$



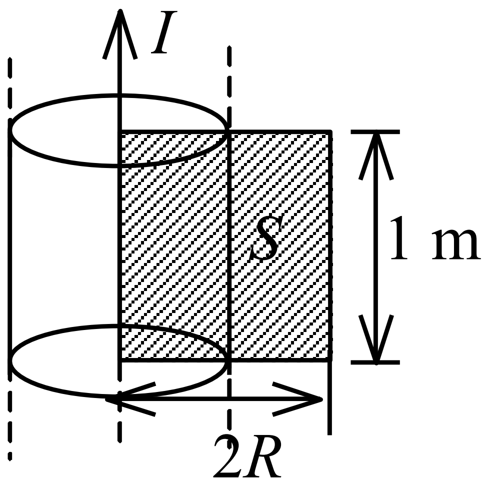
单位正法线矢量 $\vec{e}_\mathrm{n}$ 的方向与电流方向满足右手螺旋关系。

磁矩的叠加（eg.圆盘电流的磁矩）

$$p_m = \int dp_m = \int SdI = \int_0^R \pi r^2 dI$$

22．（2009 级） 2013级类似

一无限长圆柱形铜导体(磁导率μ_0)，半径为 R，通有均匀分布的电流 I. 今取一矩形平面 S (长为 1 m，宽为 2 R)，位置如右图中画斜线部分所示，求磁场分布及通过该矩形平面的磁通量.



解：在圆柱体内部与导体中心轴线相距为r处的磁感强度的大小，由安培环路定律可得：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r \qquad (r\le R)$$

因而，穿过导体内画斜线部分平面的磁通Φ_1为

$$\Phi_1=\int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int B\,\mathrm{d}S=\int_0^R \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r\cdot l\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I}{4\pi}$$

在圆形导体外，与导体中心轴线相距r处的磁感强度大小为

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\qquad (r>R)$$

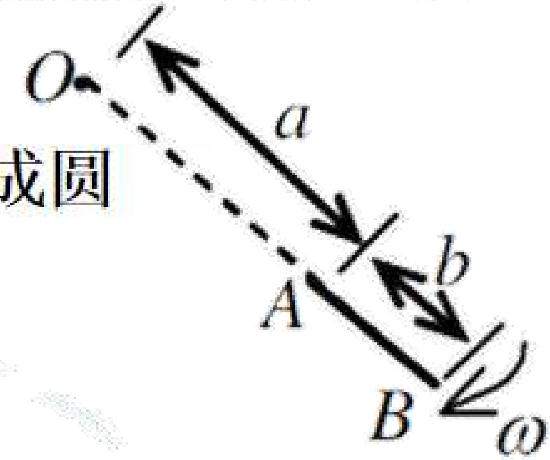
因而，穿过导体外画斜线部分平面的磁通$\varPhi_2$为

$$\varPhi_2=\int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_R^{2R}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2$$

穿过整个矩形平面的磁通量

$$\varPhi=\varPhi_1+\varPhi_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi}+\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2$$

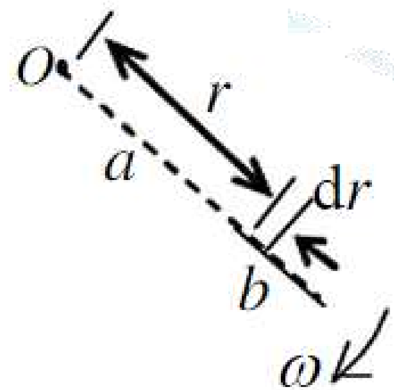
例4、均匀带电刚性细杆AB，线电荷密度为l，绕垂直于直线的轴O以w 角速度匀速转动(O点在细杆AB延长线上)．求：(1) O点的磁感强度；(2)系统的磁矩；(3) 若a >> b，求B_0及p_m



(1)对r～r+dr段，电荷 dq = λ dr，旋转形成圆电流．则

$$\mathrm{d}I = \frac{dq\,\omega}{2\pi} = \frac{\lambda\omega}{2\pi}\mathrm{d}r$$

它在O点的磁感强度



$$\mathrm{d}B_0 = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2r} = \frac{\lambda\omega\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

$$B_0 = \int \mathrm{d}B_0 = \frac{\lambda\omega\mu_0}{4\pi}\int_a^{a+b}\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

$$= \frac{\lambda\omega\mu_0}{4\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$ 方向垂直纸面向内．

(2) $\mathrm{d}\,p_m = \pi r^2\,\mathrm{d}\,I = \dfrac{1}{2}\lambda\omega r^2\,\mathrm{d}\,r$

$$p_m = \int \mathrm{d}\,p_m = \int_a^{a+b} \frac{1}{2}\lambda\omega r^2\,\mathrm{d}\,r$$

$$= \lambda\omega[(a+b)^3 - a^3]/6$$

方向垂直纸面向内.

计算题:感应电动势

➢法拉第电磁感应定律

当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，且感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值。

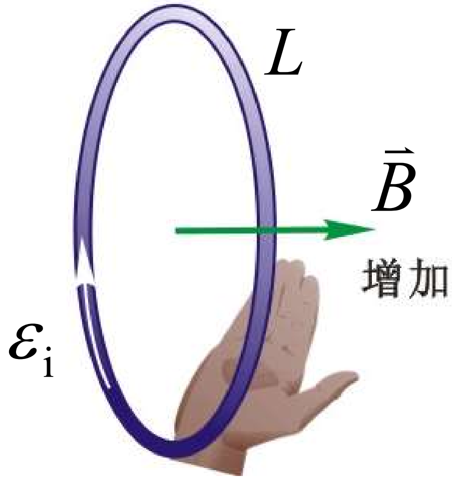
$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

关键：求磁通量的变化率，单一导体与不产生电动势(动生:不动，感生：垂直于感应电场)的导线构成回路，或构成$\varepsilon_{总}=0$回路简化计算。

➢符号法则规定

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

- 对回路任取一绕行方向。
- 当回路中的磁感线方向与回路的绕行方向成右手螺旋关系时，磁通量为正(+)，反之为负(–)。
- 若根据电磁感应定律得$\varepsilon_i>0$，则回路中的感应电动势方向与绕行方向一致，否则相反。



$$\Phi>0 \longrightarrow \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}>0$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \longrightarrow \varepsilon_{\mathrm{i}}<0$$

□动生电动势: 稳恒磁场中的导体运动，或者回路面积变化、取向变化等

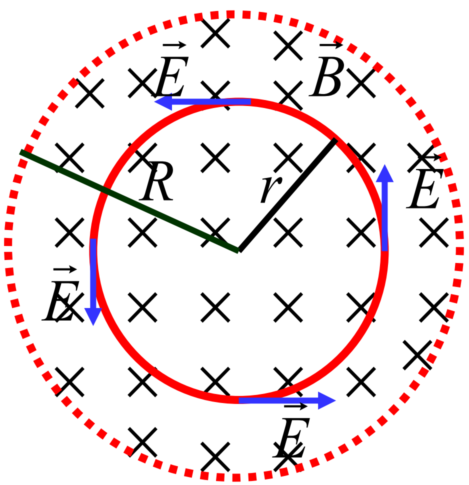
$$\varepsilon = \int_b^a (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

□感生电动势: 导体不动，磁场变化

$$\oint_L \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \qquad \varepsilon_{ab} = \int_a^b \overrightarrow{E}_{感} \cdot d\vec{l}$$

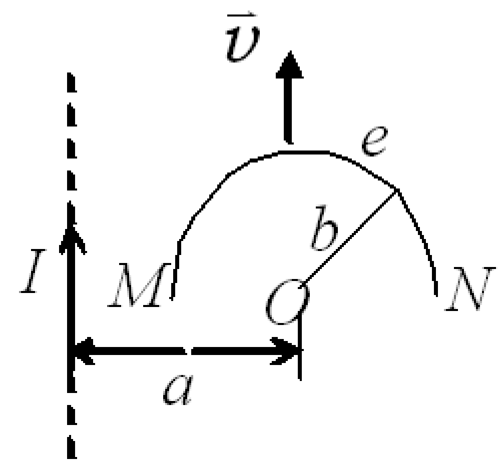
半径为R的圆形区域内，变化的磁场激发的感生电场

$$E = \begin{cases} -\dfrac{r}{2}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}, & r \le R \\ -\dfrac{R^2}{2r}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}, & r > R \end{cases}$$



23.（2010 级）

载有电流I的长直导线附近，放一导体半圆环MeN与长直导线共面，且端点MN的连线与长直导线垂直．半圆环的半径为b，环心O与导线相距a．设半圆环以速度$\vec{v}$平行导线平移，求半圆环内感应电动势的大小和方向以及MN两端的电压U_M-U_N．



解： 动生电动势 $\varepsilon_{MeN}=\int_{MN}(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

为计算简单，可引入一条辅助线MN，构成闭合回路$MeNM$，闭合回路总电动势

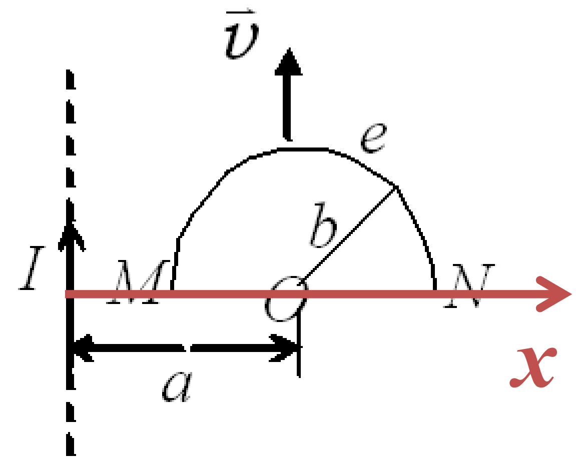
$$\varepsilon_{总}=\varepsilon_{MeN}+\varepsilon_{NM}=0$$

$$\varepsilon_{MeN}=-\varepsilon_{NM}=\varepsilon_{MN}$$ 并联电路电压相等

$$\varepsilon_{MeN} = \varepsilon_{MN} = \int_{MN} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_{a-b}^{a+b} -v \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx$$

$$= -\frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a-b}$$

负号表示ε_{MN}的方向与x轴相反.



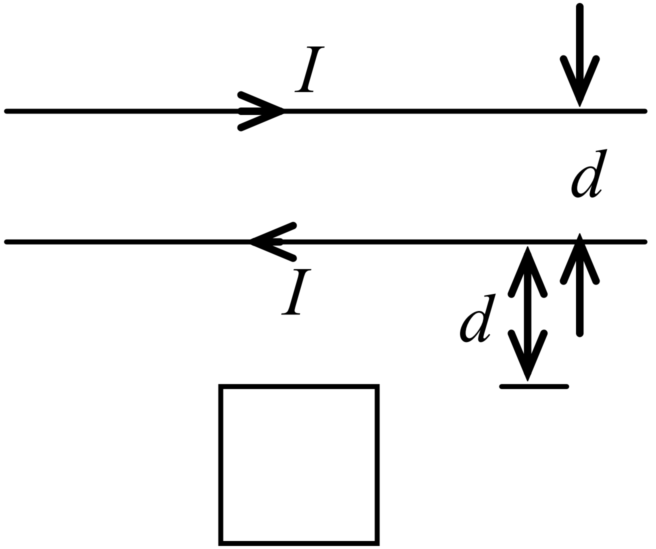
方向$N \rightarrow M$

$$U_{MN} = U_M - U_N = -\varepsilon_{MN} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a-b}$$

注意：电动势的正方向是从负极(电势低)指向正极(电势高)，电压的正方向是电势高指向电势低。

24．（2011 级）

两根平行无限长直导线相距为 d，载有大小相等方向相反的电流 I，电流变化率 $dI/dt=a>0$．一个边长为 d 的正方形线圈位于导线平面内与一根导线相距 d，如图所示．求线圈中的感应电动势 ε，并指出线圈中的感应电流是顺时针还是逆时针方向．



解：(1) 载流为I的无限长直导线在与其相距为r处产生的磁感强度为：

$$B=\mu_0 I/(2\pi r)$$

以顺时针绕向为线圈回路的正方向，与线圈相距较远的导线在线圈中产生的磁通量为：

$$\phi_1=\int_{2d}^{3d}\vec{B}\cdot d\vec{S}=\int_{2d}^{3d} d\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 Id}{2\pi}\ln\frac{3}{2}$$

与线圈相距较近的导线对线圈的磁通量为：

$$\phi_2 = \int_{2d}^{3d} \vec{B} \bullet d\vec{S} = \int_{d}^{2d} -d \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathrm{d}\, r = -\frac{\mu_0 I d}{2\pi} \ln 2$$

总磁通量 $\phi = \phi_1 + \phi_2 = -\frac{\mu_0 I d}{2\pi} \ln \frac{4}{3}$

感应电动势为：

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 d}{2\pi} (\ln \frac{4}{3}) \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 d}{2\pi} a \ln \frac{4}{3}$$

（2） 线圈中的感应电流是顺时针方向.