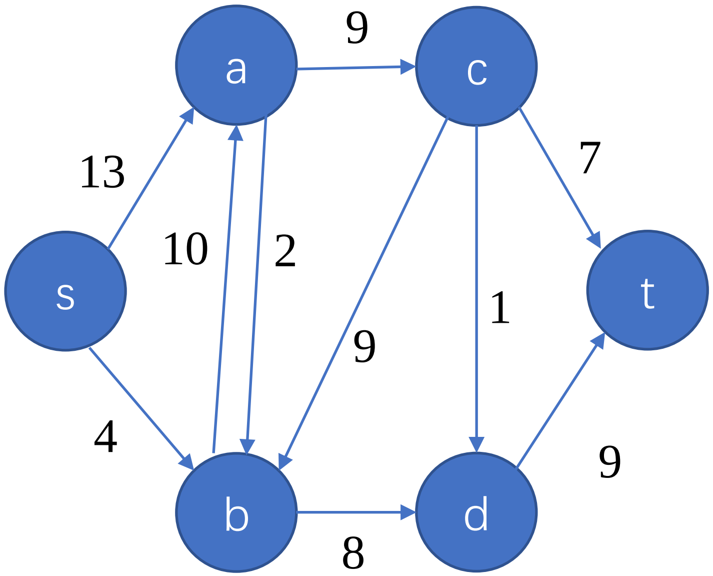
一、给定如下网络，采用DINIC算法找到最大流。

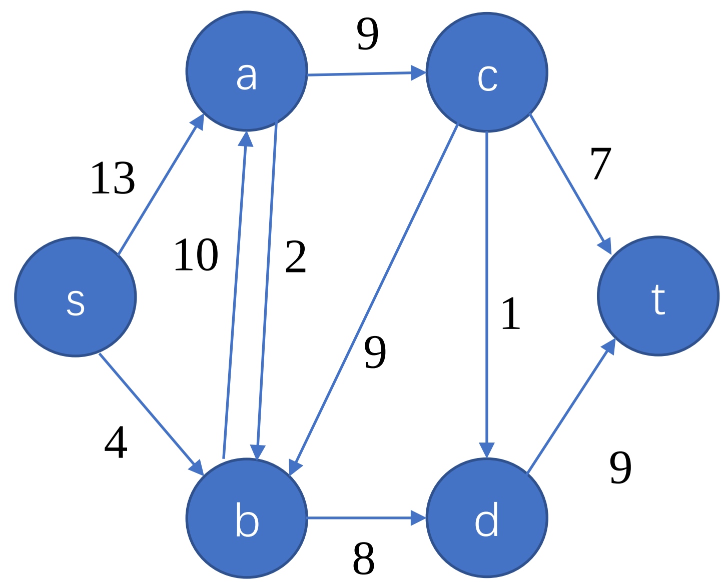


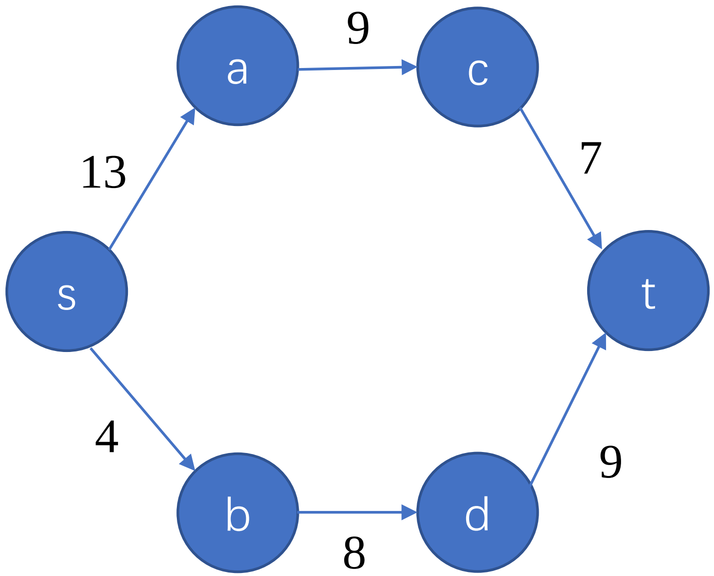
**DINIC算法**

输入：网络（G，s，t，c）

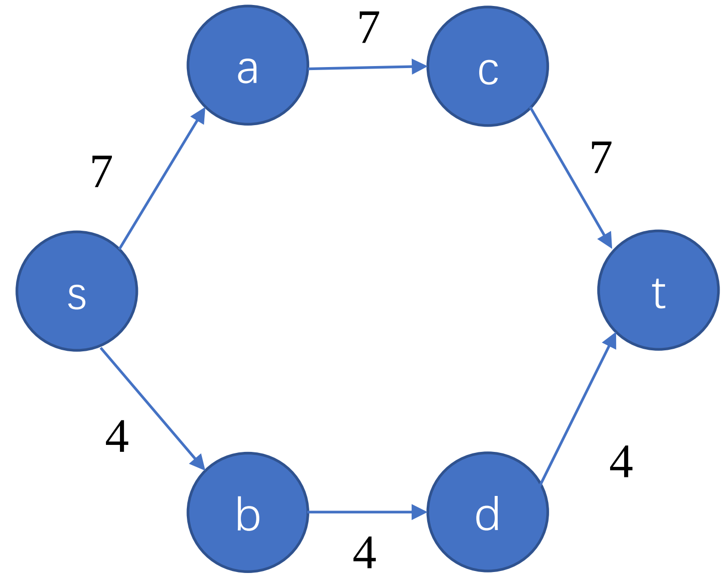
输出：G中的最大流

```
for 每条边（u,v）∈E
        f(u,v)←0
end for
初始化剩余图，设R=G
查找R的层次图L
while t 为L中的顶点
        u←s
        p←u
        while outdegree(s) > 0 { 开始阶段}
                while u ≠ t
                        if outdegree(u) > 0 then {前进}
                                设(u,v)为L中的一条边
                                p← v
                                u← v
                        else {退出}
                                删除 u和L中所有的邻接边
                                从 p的末尾删除u
                                将u设为p中的最后一个顶点
                                (u可能是t)
                        end if
if u = t then {增值}
        设△为p中的 瓶颈容量，用
        △增值p当前的流，在剩余
        图和层次图中调整p的容量，
        删除饱和边，设u是p中从s
        可到达的最后顶点，注意u
        可能是s
end if
end while
从当前剩余图R计算新的层次图L
end while
```

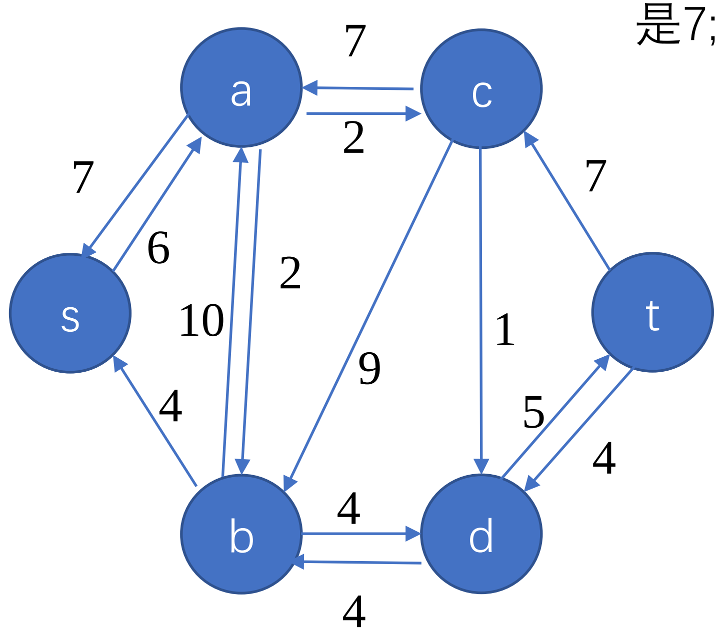




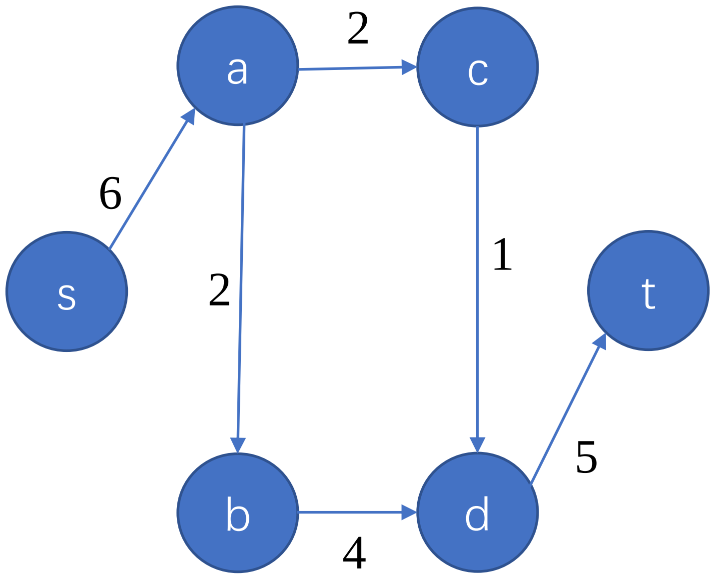

第一层次图



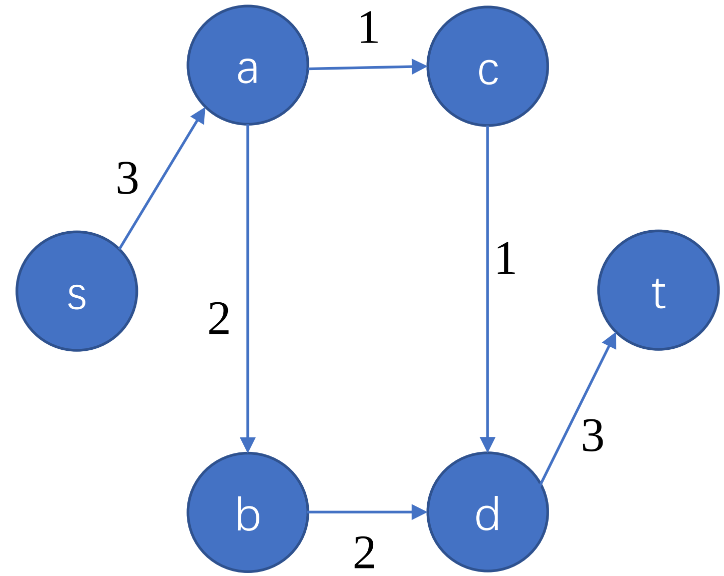

阻塞流:s,a,c,t上的瓶颈容量
是7; s,b,d,t上的瓶颈容量为4



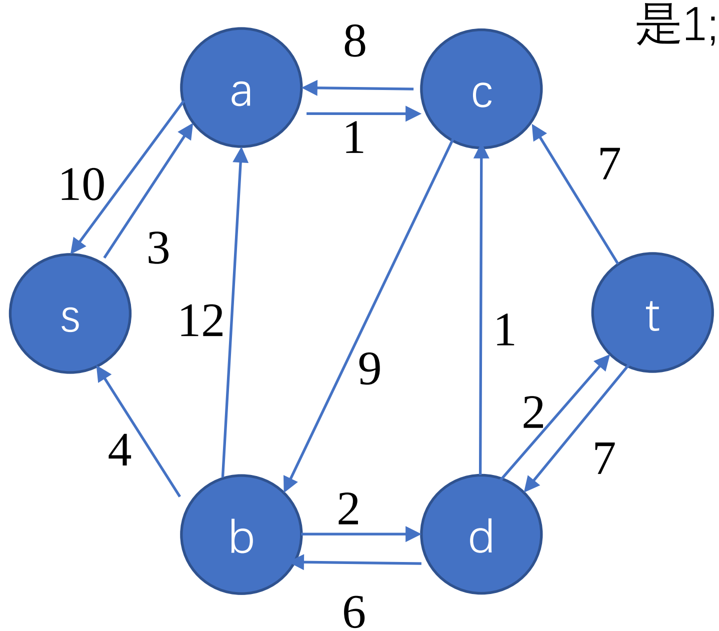

用瓶颈容量更新流，得到剩余图



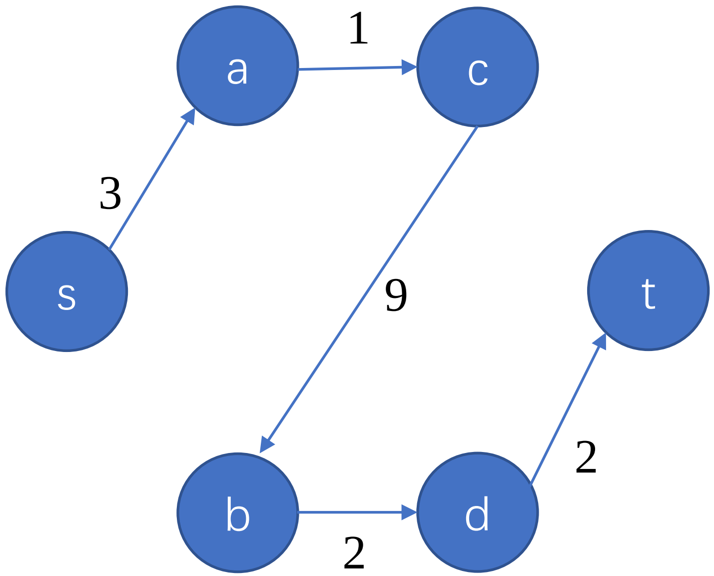

第二层次图



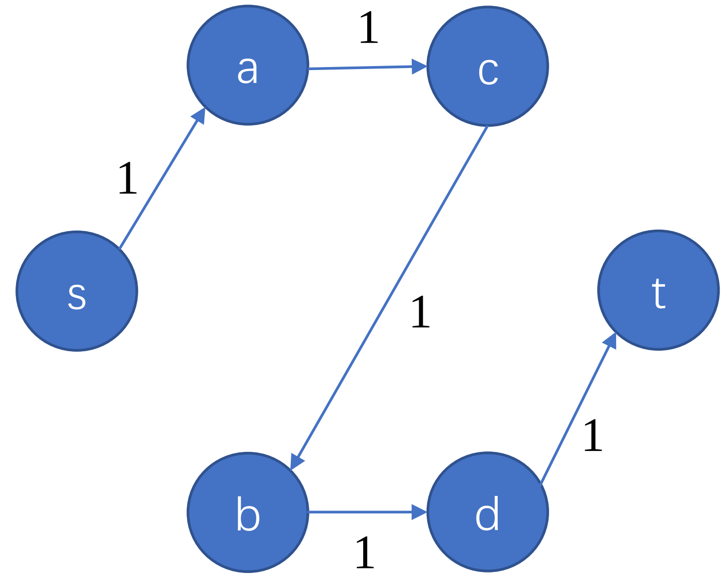

阻塞流:s,a,c,d,t上的瓶颈容量是1; s,a,b,d,t上的瓶颈容量为2



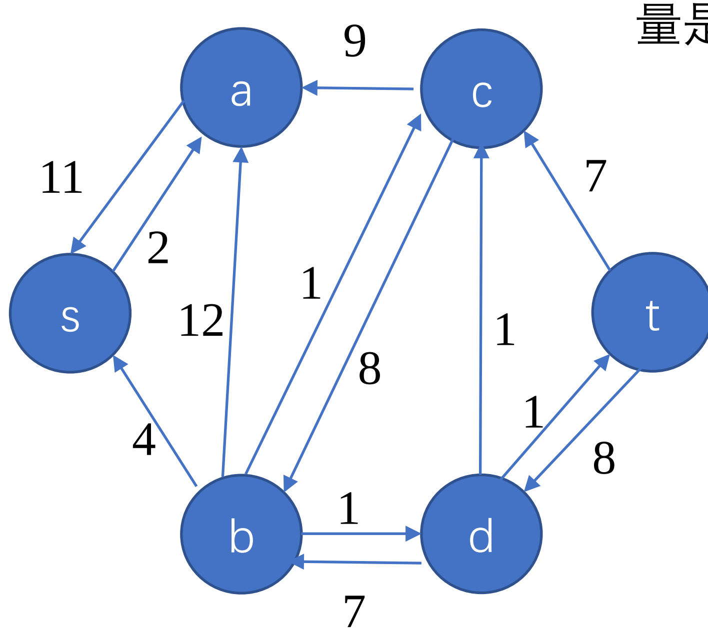

用瓶颈容量更新流，得到剩余图



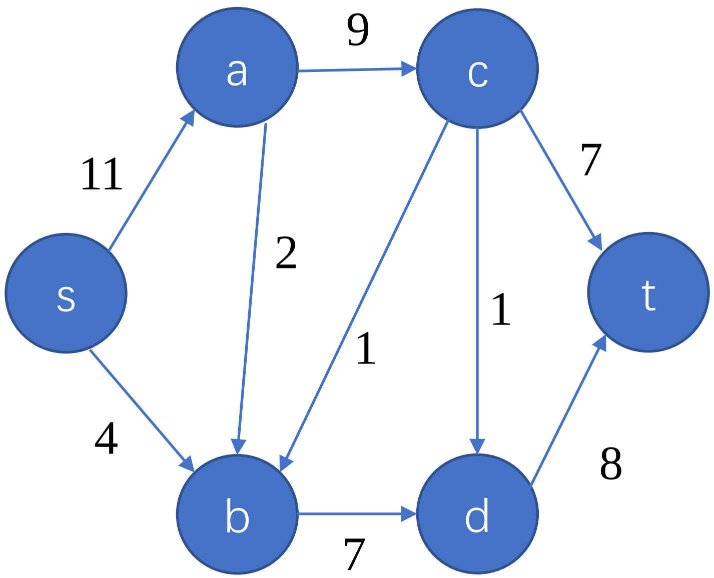

第二层次图




阻塞流:s,a,c,b,d,t上的瓶颈容量是1




用瓶颈容量更新流，得到剩余图




最后的层次图中s不能到达t，因此有
最大流

二、给定线性规划问题如下：

$$\max\ z = 3x_1 + 2x_2$$
$$s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le 4$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_i \ge 0\ (i = 1,2)$$

（1）把上述形式转成标准型的线性规划问题。

（2）用单纯型法求解z的最大值，并且给出z最大时各个变量的值。

二、给定线性规划问题如下：

$$\begin{aligned} \max\ z &= 3x_1 + 2x_2 \\ s.t.\ \ 2x_1 + x_2 &\le 4 \\ 2x_1 + 3x_2 &\le 6 \\ x_i &\ge 0\ (i = 1,2) \end{aligned}$$

（1）把上述形式转成标准型的线性规划问题。

$$\begin{aligned} \max\ z &= 3x_1 + 2x_2 \\ s.t.\ \ 2x_1 + x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_4 &= 6 \\ x_i &\ge 0\ (i = 1,2,3,4) \end{aligned}$$

二、给定线性规划问题如下：

$$\max\ z = 3x_1 + 2x_2$$
$$s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le 4$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_i \ge 0\ (i = 1,2)$$

（2）用单纯型法求解z的最大值，并且给出z最大时各个变量的值。

| | | 1 | 3 | 0 | 0 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | x1 | x2 | x3 | x4 | RHS | Ratio |
| 0 | x3 | 2 | 1 | 1 | 0 | 4 | 4/2 |
| 0 | x4 | 2 | 3 | 0 | 1 | 6 | 6/2 |
| 检验数 | | 3 | 2 | 0 | 0 | | |

当前基本可行解：(0, 0, 4, 6)， z=0

二、给定线性规划问题如下：

$$\max\ z = 3x_1 + 2x_2$$
$$s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le 4$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_i \ge 0\ (i = 1,2)$$

（2）用单纯型法求解z的最大值，并且给出z最大时各个变量的值。

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 3 | 0 | 0 | | |
| | | x1 | x2 | x3 | x4 | RHS | Ratio |
| 0 | x1 | 1 | 1/2 | 1/2 | 0 | 2 | 2/(1/2) |
| 0 | x4 | 0 | 2 | -1 | 1 | 2 | 2/2 |
| 检验数 | | 0 | 1/2 | -3/2 | 0 | | |

当前基本可行解：(2, 0, 0, 2)， z=6

二、给定线性规划问题如下：

$$\max\ z = 3x_1 + 2x_2$$
$$s.t.\ \ 2x_1 + x_2 \le 4$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 6$$
$$x_i \ge 0\ (i = 1,2)$$

（2）用单纯型法求解z的最大值，并且给出z最大时各个变量的值。

| | | 1 | 3 | 0 | 0 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | x1 | x2 | x3 | x4 | RHS | Ratio |
| 0 | x1 | 1 | 0 | 3/4 | -1/4 | 3/2 | |
| 0 | x2 | 0 | 1 | -1/2 | 1/2 | 1 | |
| 检验数 | | 0 | 0 | -5/4 | -1/4 | | |

当前基本可行解：(3/2, 1, 0, 0)， z=13/2

三、使用递推法求解递推方程:

$$\begin{cases} T(n) = T(n-1) + n^2 \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

三、使用递推法求解递推方程:

$$\begin{cases} T(n) = T(n-1) + n^2 \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n-1) + n^2 \\ &= T(n-2) + (n-1)^2 + n^2 \\ &= T(n-3) + (n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 \\ &= \cdots \\ &= 1^2 + 2^2 + \cdots + (n-1)^2 + n^2 \\ &= n \times (n+1) \times (2n+1)/6 \end{aligned}$$