一，选择题：

1．$f(n) = 3n^2 + 4n + 5$, $g(n) = 4n$, 则 ( )

A $f(n) = O(g(n))$

B $f(n) = \Omega(g(n))$

C $g(n) = \Theta(f(n))$

D $f(n) = \Theta(g(n))$

一，选择题：

1．$f(n) = 3n^2 + 4n + 5$, $g(n) = 4n$, 则 (**B**)

A $f(n) = O(g(n))$

B $f(n) = \Omega(g(n))$

C $g(n) = \Theta(f(n))$

D $f(n) = \Theta(g(n))$

分析：存在一个正常数$c = 1$和$n_0 = 1$，使得$0 \leq c$，$g(n) \leq f(n)$在$n \geq n_0$的情况下总是成立，因此可得$f(n) = \Omega(g(n))$.

2．$f(n) = 14n^2 + 13$, $g(n) = n^2\log(n)$, 则（ ）

A $f(n) = O(g(n))$

B $g(n) = \Theta(f(n))$

C $f(n) = \Omega(g(n))$

D $f(n) = \Theta(g(n))$

2．$f(n) = 14n^2 + 13$, $g(n) = n^2\log(n)$, 则（**A**）

A $f(n) = O(g(n))$

B $g(n) = \Theta(f(n))$

C $f(n) = \Omega(g(n))$

D $f(n) = \Theta(g(n))$

分析：$$\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty}\frac{14n^2+13}{n^2\log(n)} = \lim_{n\to\infty}\frac{28n}{2n\log(n)+n} = \lim_{n\to\infty}\frac{28}{2\log(n)+1} = 0.$$

3．如果 $f(n) = 3n^5 + 4n$, $g(n) = 4n^5$， 则 $f(n) = \Theta(g(n))$ 为（ ）

A 假

B 真

C 无法确定

D 都不是

3．如果 $f(n) = 3n^5 + 4n$, $g(n) = 4n^5$， 则 $f(n) = \Theta(g(n))$ 为（ **B** ）

A 假

B 真

C 无法确定

D 都不是

分析： $\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty}\frac{3n^5+4n}{4n^5} = \lim_{n\to\infty}(\frac{3}{4}+\frac{1}{n^4}) = \frac{3}{4}$.

二、给定一个长度为12的整数数列 [26 27 4 25 9 10 7 33 2 11 28 21]，请使用归并排序算法对该数列按照从小到大进行排序，并展示排序过程。

二、给定一个长度为12的整数数列 [26 27 4 25 9 10 7 33 2 11 28 21]，请使用归并排序算法对该数列按照从小到大进行排序，并展示排序过程。

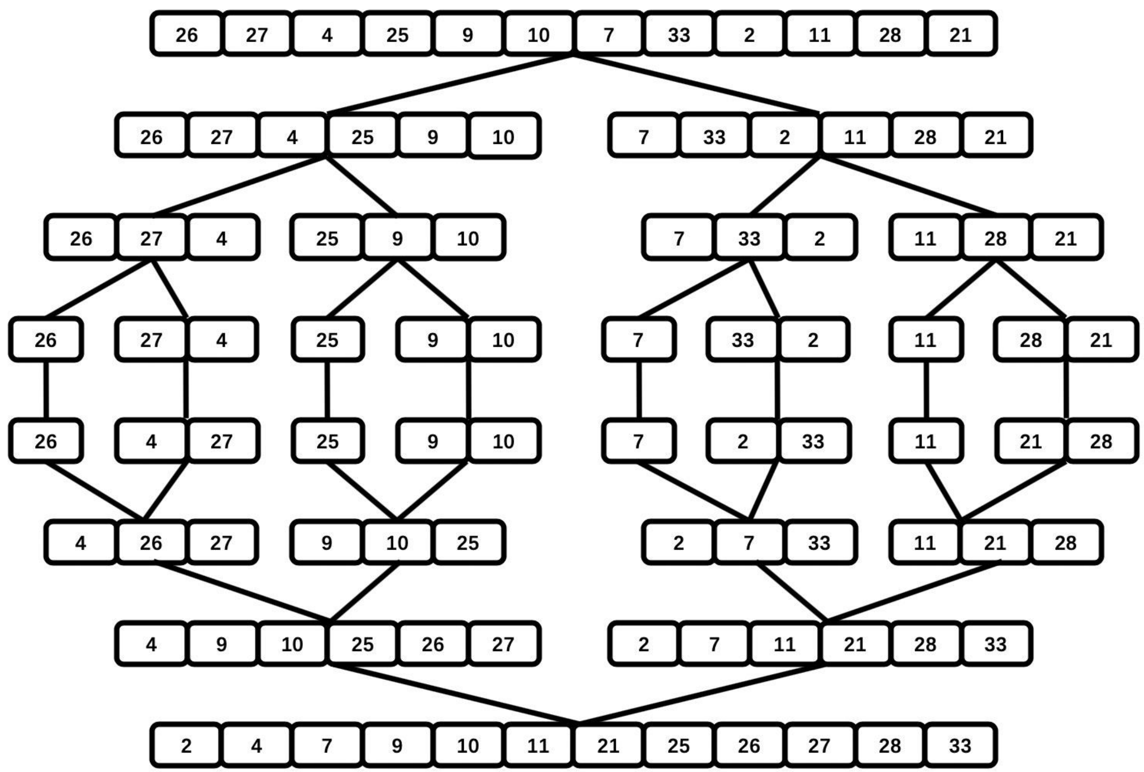
分析：

归并排序算法伪代码如下：

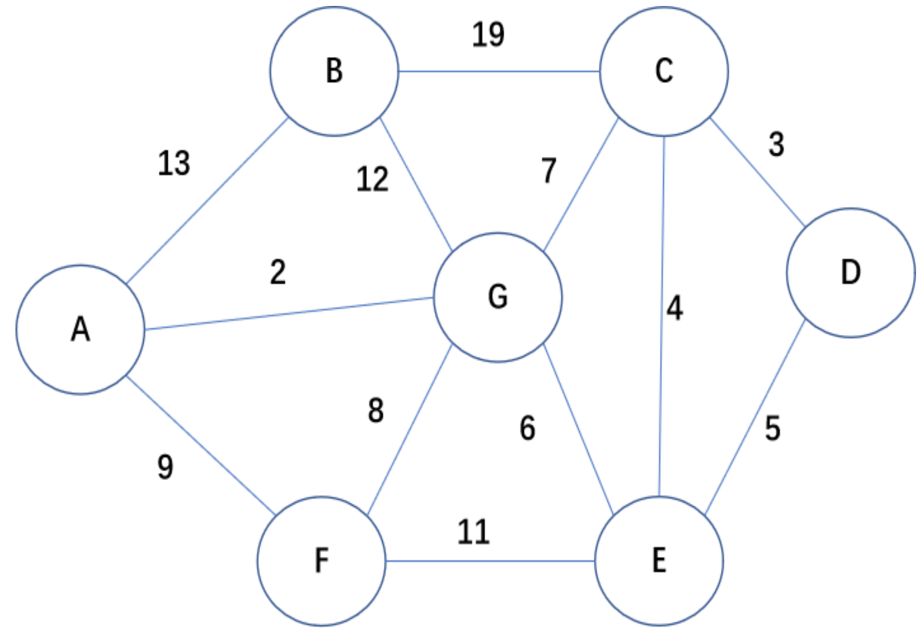
```
MERGE SORT(A, p, r)        //对A[p..r]进行归并排序
if  p < r
    then q ← ⌊(p+r)/2⌋   //将A[p..r]分成两个子序列进行递归归并排序
         MERGE-SORT (A, p, q)
         MERGE-SORT (A, q+1, r)
         MERGE (A, p, q, r)        //将已排序的两个子序列进行合并
```

二、给定一个长度为12的整数数列 [26 27 4 25 9 10 7 33 2 11 28 21]，请使用归并排序算法对该数列按照从小到大进行排序，并展示排序过程。

排序过程：



三、下图是一个无向连通带权图，请采用Kruskal算法求得该图的最小生成树。

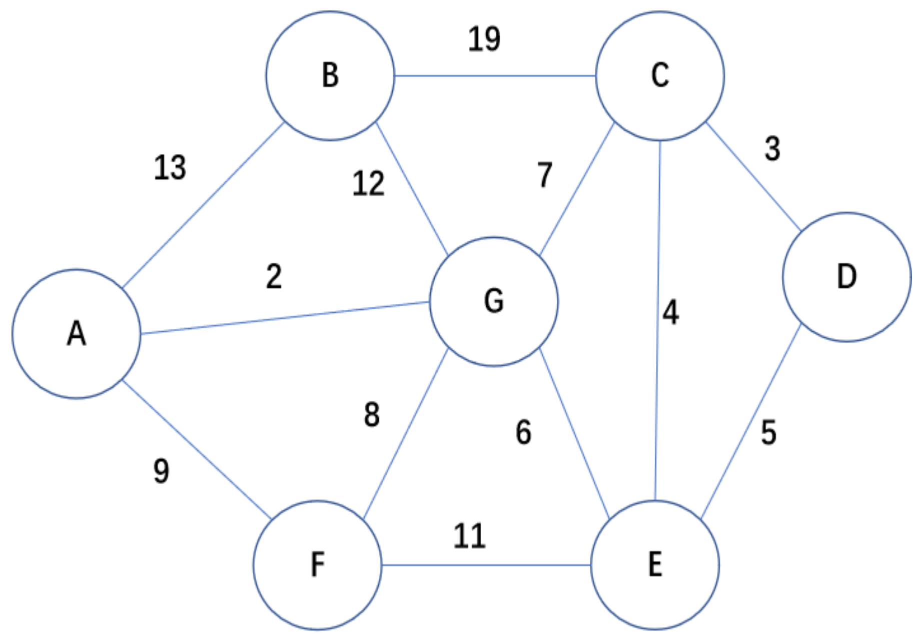


三、下图是一个无向连通带权图，请采用Kruskal算法求得该图的最小生成树。

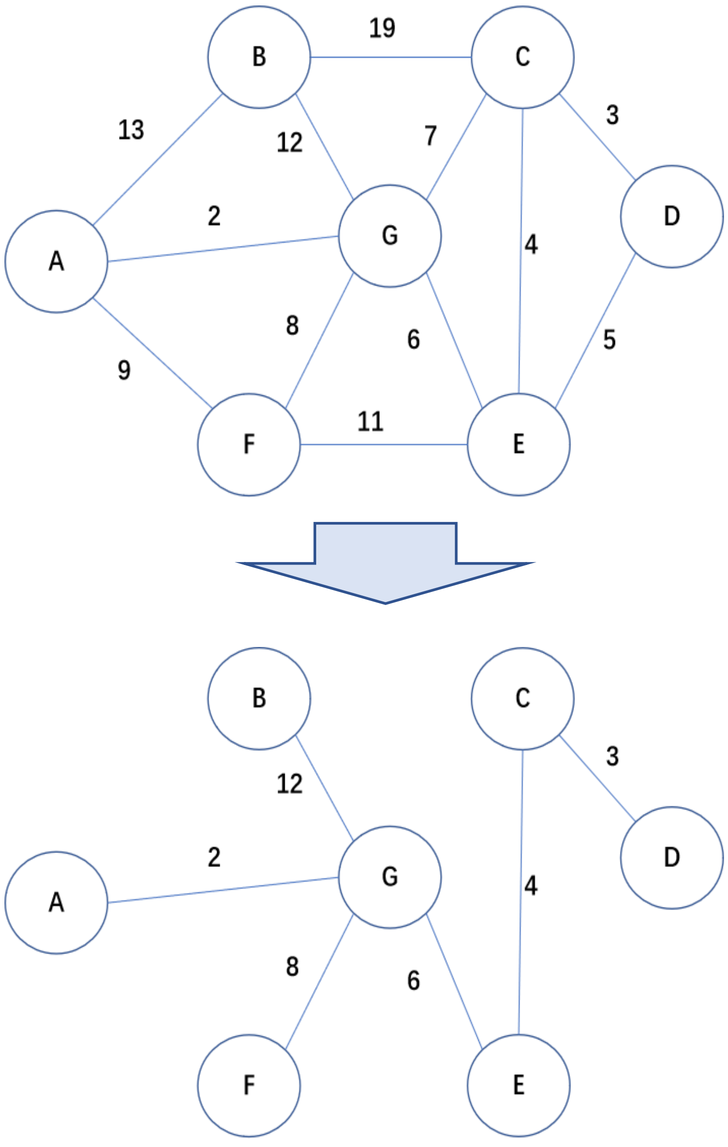
分析：

Kruskal算法伪代码：
输入：包含n个顶点的含权连通无向图G={V,E}
输出：由G生成的最小耗费生成树T组成的边的集合

```
1. 将E中的边按权重非降序排序
2. T={ }
3. while |T| < n-1
4.        e ←E中第一条边
      if e不会造成回路
          then T←T+{e}， E←E-{e}
6.        end if
7.        if E ={} then 算法结束
8.        end if
9. end while
```



三、下图是一个无向连通带权图，请采用Kruskal算法求得该图的最小生成树。



求解过程：

1. 选取边<A,G>
2. 选取边<C,D>
3. 选取边<C,E>
4. 边<D,E>构成环路，舍弃
5. 选取边<E,G>
6. 边<C,G>构成环路，舍弃
7. 选取边<F,G>
8. 边<E,F>构成环路，舍弃
9. 选取边<B,G>,算法结束。

四、给定如下线性规划问题:

$$\max \mathrm{z} = 4\,x_1 + 6x_2$$

$$s.t.\, 4x_1 + 3x_2 \leq 144$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 108$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

(1) 将上述线性规划问题转换为标准形式;

(2) 采用单纯形法求解该线性规划问题。

四、给定如下线性规划问题:

$$\max z = 4x_1 + 6x_2$$
$$s.t. 4x_1 + 3x_2 \le 144$$
$$x_1 + 3x_2 \le 108$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

（1）将上述线性规划问题转换为标准形式;

（2）采用单纯形法求解该线性规划问题。

分析:

转换为标准形式:

$$\max z = 4x_1 + 6x_2$$
$$s.t. 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 144$$
$$x_1 + 3x_2 + x_4 = 108$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0$$

四、给定如下线性规划问题：

$$\max z = 4x_1 + 6x_2$$
$$s.t.\ 4x_1 + 3x_2 \le 144$$
$$x_1 + 3x_2 \le 108$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$$

（1）将上述线性规划问题转换为标准形式；

（2）采用单纯形法求解该线性规划问题。

c	X1	X2	X3	X4	b
0	4	3	1	0	144
0	1	3	0	1	108
	4	6	0	0	

c	X1	X2	X3	X4	b
0	3	0	1	-1	36
6	1/3	1	0	1/3	36
	2	0	0	-2	

c	X1	X2	X3	X4	b
4	1	0	1/3	-1/3	12
6	0	1	-1/9	4/9	32
	0	0	-2/3	-4/3	

当x1=12，x2=32时，z取得最大值为240。