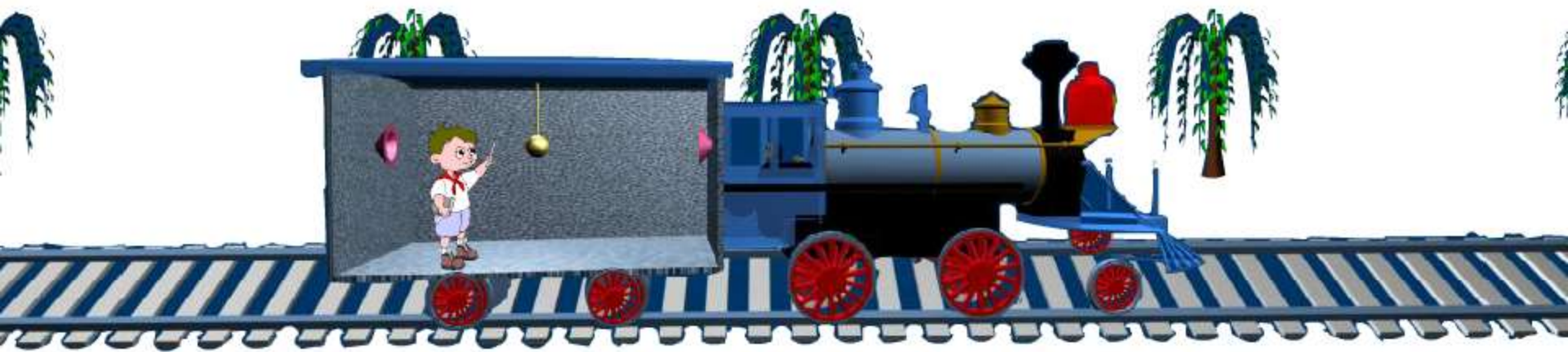




21.2 狭义相对论的时空观



车厢

地面

开始



华南理工大学
South China University of Technology

同时的相对性

事件 1 : 车厢后壁接收器接收到光信号

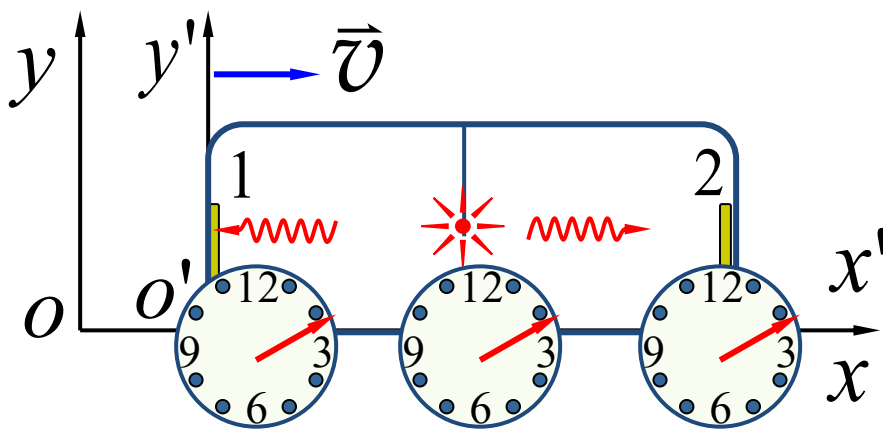
事件 2 : 车厢前壁接收器接收到光信号

S系 (地面参考系) 事件 1 (x_1, y_1, z_1, t_1) 事件 2 (x_2, y_2, z_2, t_2)

S'系 (车厢参考系) (x'_1, y'_1, z'_1, t'_1) (x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)

根据洛伦兹时间变换

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$





$$\left. \begin{aligned} t_1' &= \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \\ t_2' &= \frac{t_2 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \end{aligned} \right\}$$

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$\Delta t = t_2 - t_1 = 0$, 但 $\Delta t' = t_2' - t_1'$ 可能 $\neq 0$

——同时的相对性



讨论



S系

① $\Delta x \neq 0 \quad \Delta t = 0$

同时不同地

② $\Delta x = 0 \quad \Delta t \neq 0$

同地不同时

③ $\Delta x = 0 \quad \Delta t = 0$

同时同地

④ $\Delta x \neq 0 \quad \Delta t \neq 0$

不同时不同地

S'系

---不同时

---不同时

---同时

一般不同时

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$\Delta t = \frac{v}{c^2} \Delta x$$

---同时



事件的顺序

□两个事件 $P_1(x_1, t_1)$ 、 $P_2(x_2, t_2)$ ，若 $t_2 - t_1 > 0$ ， $x_2 - x_1 > 0$

S'系 $t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$ $\left\{ \begin{array}{l} > 0, \text{ 发生顺序不变} \\ = 0, \text{ 同时发生} \\ < 0, \text{ 发生顺序颠倒} \end{array} \right.$

因果事件?

例子：电磁波的发射是事件1，接收是事件2

□若发生顺序颠倒 ($t'_2 - t'_1 < 0$)，则

$$(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1) < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} v > c^2$$

由于 $\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = c$ ，则要求 $v > c$

有因果关系的的事件，其先后次序是**不会颠倒**的。

例1

设有甲乙两地，相距 12×10^8 米，甲地于9点整突然停电，乙地于9点零3秒突然停电。现有一飞船以 $v = 0.8c$ 的速度沿甲—乙飞行，则飞船观察到这两个地方停电的时间间隔为多少？哪个地方先停电？

解：以甲—乙为X方向在地球上建S系，飞船为S'系。

以甲地停电作为事件1，乙地停电作为事件2。

事件1 $S(x_1, t_1)$ $S'(x'_1, t'_1)$ 事件2 $S(x_2, t_2)$ $S'(x'_2, t'_2)$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{3 - \frac{0.8c}{c^2} \times 12 \times 10^8}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.8c}{c}\right)^2}} = -0.33s$$

负号表示乙地先停电



例2

高速列车 $v=0.6c$ ，沿平直轨道运动，车上A、B两人相距 $L=10\text{m}$ 。B在车前、A在车后，当列车通过一站台时突然发生枪战事件，站台上的人看到A先向B开枪，过 12.5ns ，B才向A开枪。假如你是车中的乘客，你看到的情况又是如何？

解：站台是S系，列车是S'系，能否直接用 $\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$?

已知 $\Delta t = 12.5\text{ns}$ $\Delta x' = 10\text{m}$

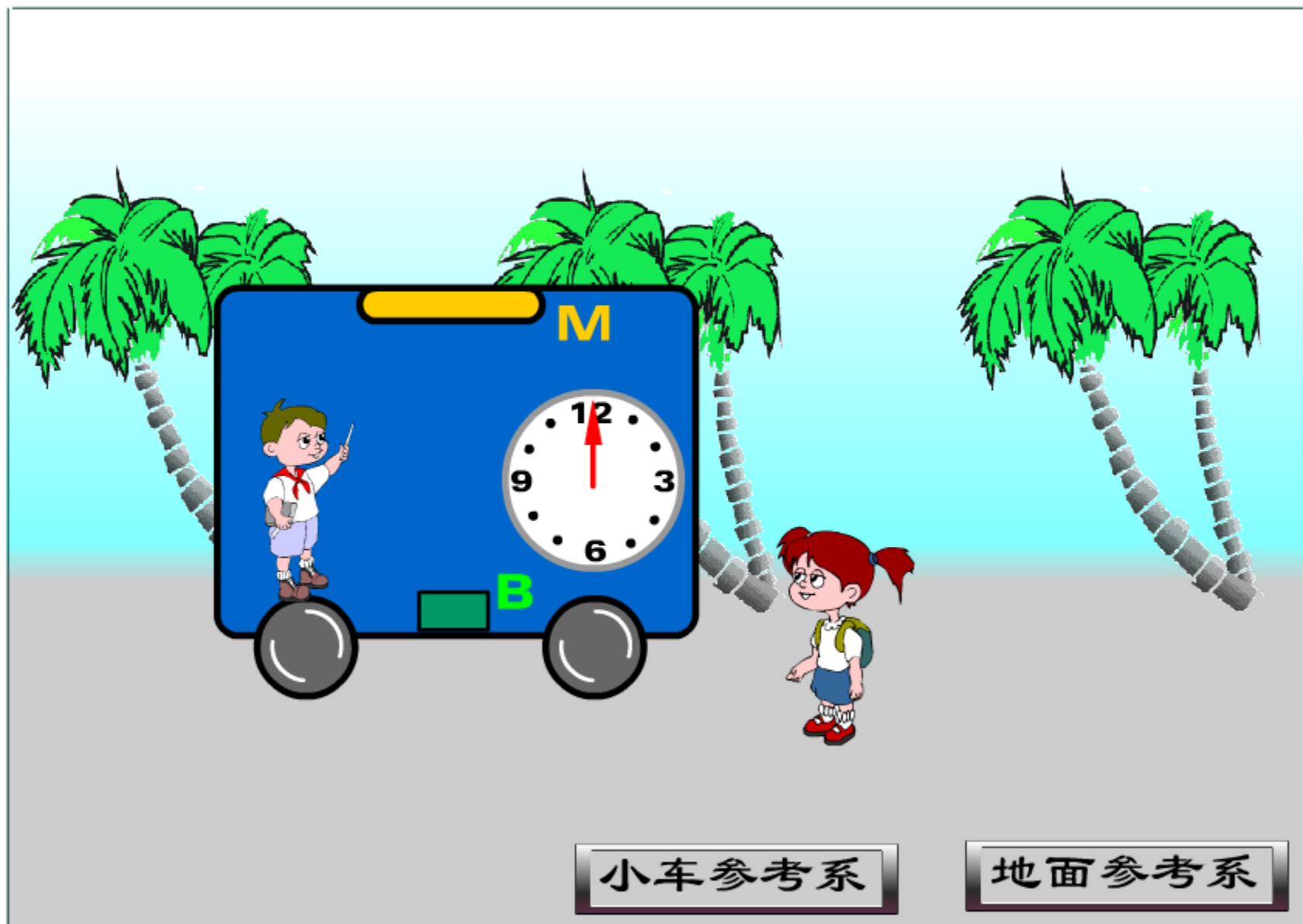
$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$\Delta t = \frac{(t'_2 - t'_1) + \frac{v}{c^2} (x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - (v/c)^2} - \frac{v}{c^2} \Delta x' = -10^{-8} \text{ s} < 0 \quad \text{B先开枪}$$



21.3 时间膨胀(动钟变慢)



时间膨胀

天上
一日
，
地下
一年

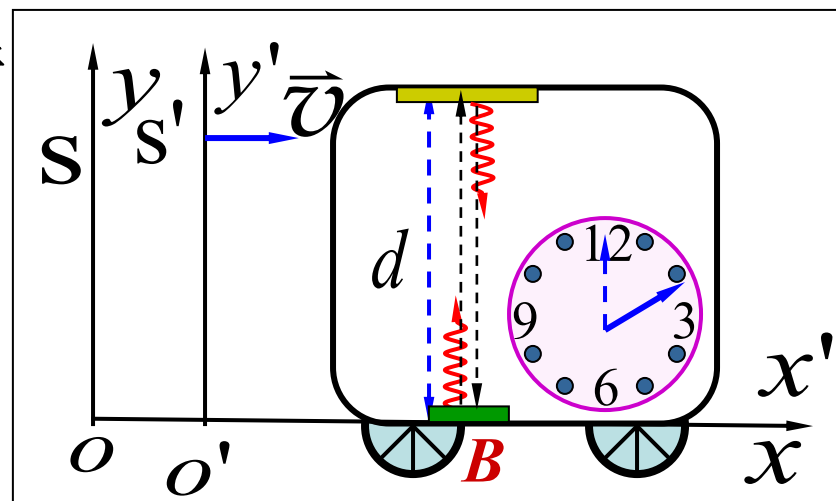
S' 系同一地点 B 发生两事件

事件1: 发射光信号 (x', t'_1)

事件2: 接收光信号 (x', t'_2)

在 S 系中观测两事件

$(x_1, t_1), (x_2, t_2)$



$$\because \Delta x' = 0$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$\Delta t'$ 相对事件发生地点静止的惯性系测得的时间

固有时间 τ_0

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} > \tau_0$$

动钟变慢或
时间膨胀



例3

静止参考系中 μ 子的平均寿命为 $\tau = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。宇宙射线与上层大气相互作用产生 μ 子，其速度为 $v = 0.9966c$ 。试说明为什么 μ 子能穿透6000m厚的大气层到底地球。

解： 按经典力学

$$L = v\tau = 3 \times 10^8 \times 2.2 \times 10^{-6} \text{ m} = 660 \text{ m}$$

按相对论力学，**对于地球参考系**

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2.2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - 0.9966^2}} \text{ s} = 26.9 \times 10^{-6} \text{ s}$$

$$L = v\tau = 3 \times 10^8 \times 26.9 \text{ m} \approx 8 \times 10^3 \text{ m}$$



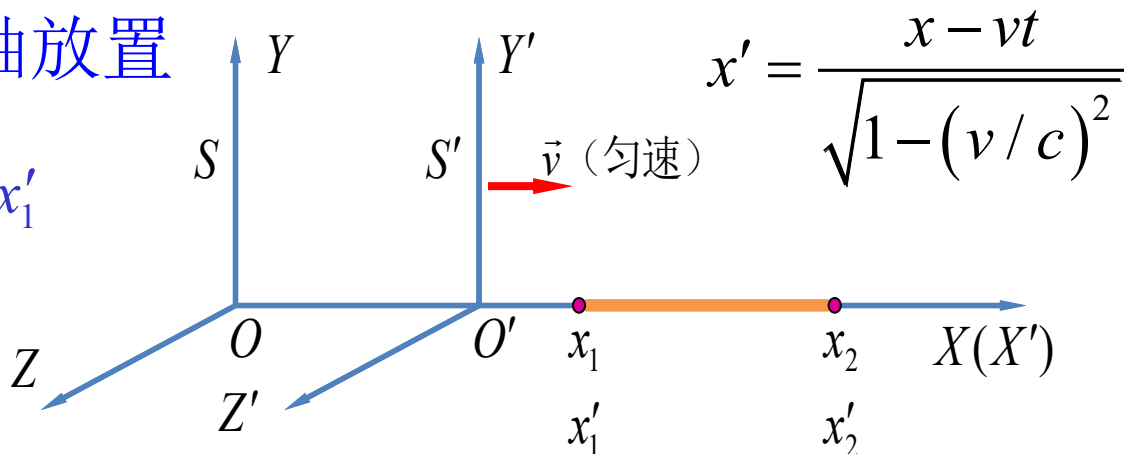
尺度收缩

设杆静止于 S' 系, 沿 x' 轴放置

S' 系测得长度为 $l_0 = x'_2 - x'_1$

S 系测得长度为

$$l = x_2 - x_1$$




S 系测该杆两端坐标时必须同时进行, 即 $t_2 = t_1$

$$\text{由于 } x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$\text{得 } l = x_2 - x_1 = (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - (v/c)^2} = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}$$




$$l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

l_0 : 相对棒静止的参照系中测得的长度——固有长度（最长）。

$$\sqrt{1 - (v/c)^2} < 1 \quad \Rightarrow \quad l < l_0$$

与棒有相对运动的观察者测得的刚棒的长度比固有长度短。
——长度收缩(动尺缩短)

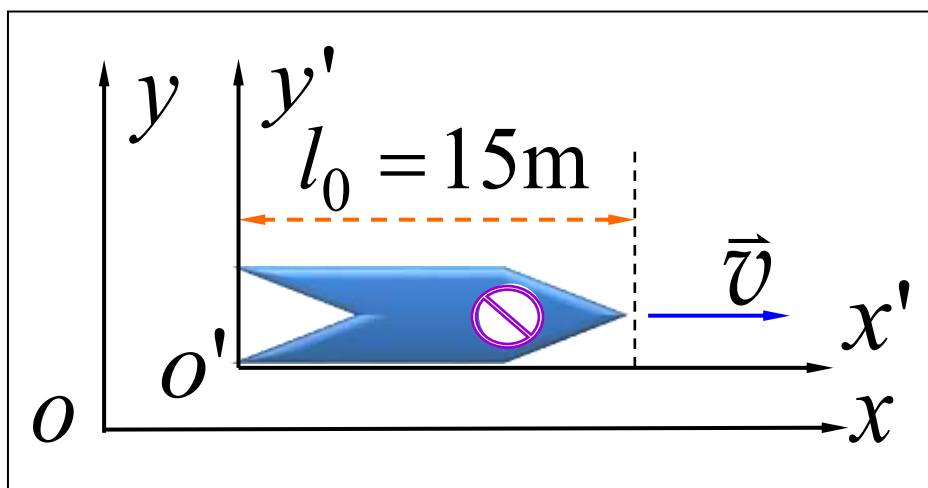
如果刚棒沿 Y' 或者 Z' 轴放置,

则在这两个方向上 S' 系的运动速度为零, $l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2} = l_0$

注意: 相对论长度收缩只发生在运动方向上, 在与运动方向垂直的方向上不发生长度收缩。

例4

设想有一光子火箭，相对于地球以速率 $v=0.95c$ 飞行，若以火箭为参考系测得火箭长度为15m，问以地球为参考系，此火箭有多长？



S' → 火箭参照系
 S → 地面参照系

解：固有长度 $l_0 = 15\text{m}$

$$l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2} = 15 \sqrt{1 - 0.95^2} = 4.68\text{m}$$



例5

静系中 μ 子的平均寿命为 $\tau = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$ 。宇宙射线与上层大气相互作用产生 μ 子，其速度为 $v = 0.9966c$ 。试说明为什么 μ 子能穿透6000m厚的大气层到底地球。

解： 对于运动的 μ 子参考系

衰变前能穿过的距离：
$$L = v\tau = 3 \times 10^8 \times 2.2 \times 10^{-6} \text{ m} = 660 \text{ m}$$

地球大气层的厚度：
$$l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2} = 480 \text{ m} < 660 \text{ m}$$



例6

飞船上有一天线, $l_0 = 1\text{m}$, 与飞船运动方向成 45° 夹角伸出船体外, 飞船相对地面速度 $(\sqrt{3}/2)c$, 沿水平向, 求地面上观察者测得天线长度及与水平方向的夹角。

解: 设 S' 系固在飞船上

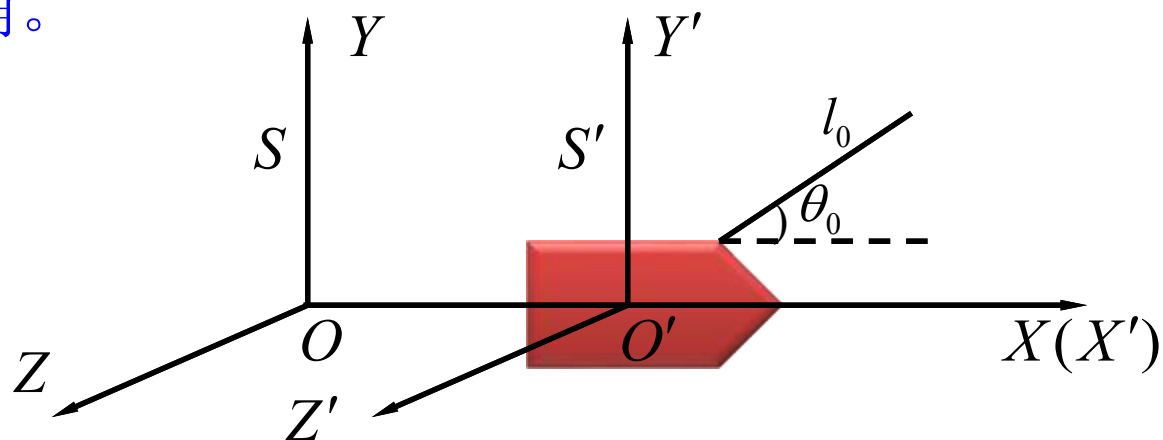
$$l'_x = l_0 \cos \theta_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$l'_y = l_0 \sin \theta_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

对固定在地面上的 S 系:

$$l_x = l'_x \sqrt{1 - (v/c)^2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$l_y = l'_y = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 0.791\text{m}$$

$$\theta = \arctan \frac{l_y}{l_x} = \arctan 2 = 63^\circ 27'$$

