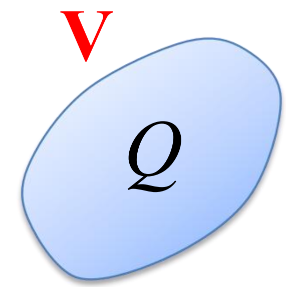
18.3 电容器的电容

➢孤立导体的电容

定义： 孤立导体所带电荷Q与其电势U的比值。

$$C = \frac{Q}{U}$$

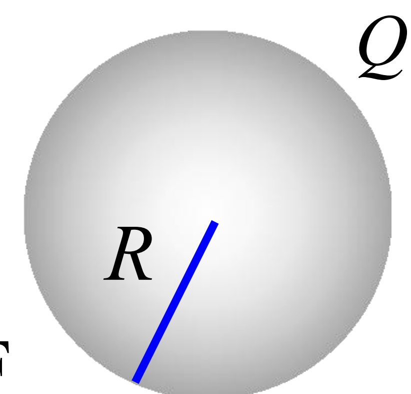


物理意义： 导体每升高单位电势，所需要的电量。

单位： $1\,\mathrm{F} = 1\,\mathrm{C}\cdot\mathrm{V}^{-1}$

$$1\,\mathrm{F} = 10^{6}\,\mu\mathrm{F} = 10^{12}\,\mathrm{pF}$$

例： 球形孤立导体的电容

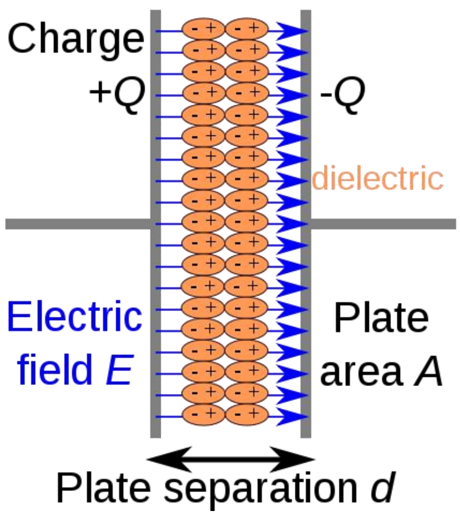


$$U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \qquad C = \frac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

◆ **地球** $R_\mathrm{E} = 6.4\times10^{6}\,\mathrm{m}$, $C_\mathrm{E} \approx 7\times10^{-4}\,\mathrm{F}$

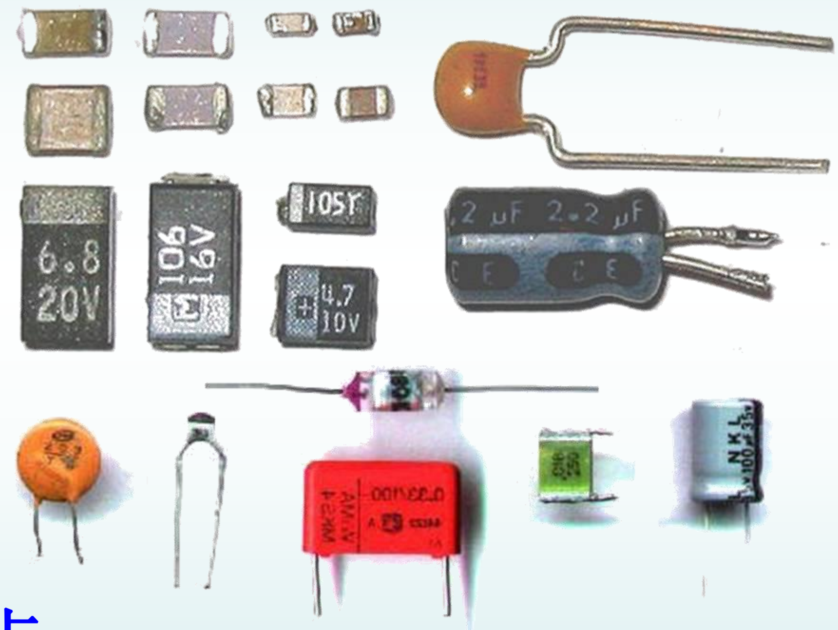
电容器

一种储存电能的元件。由电介质隔开的两块任意形状导体组合而成。两导体称为电容器的极板。



◻电容器的分类

按形状：柱型、球型、平行板电容器
按型式：固定、可变、半可变电容器
按介质：空气、塑料、云母、陶瓷等



特点：

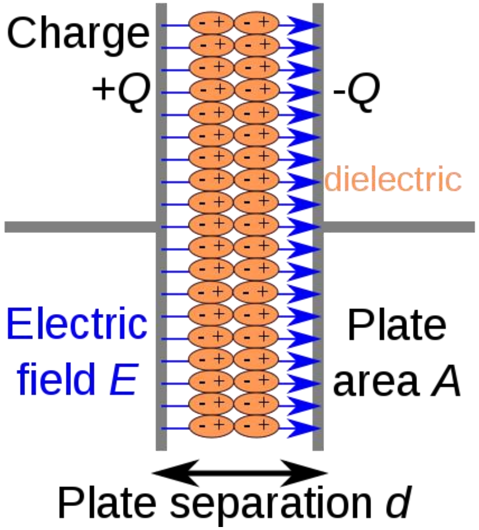
非孤立导体，由两极板组成

电容器的电容

➢ 电容器的电容：电容器一块极板所带电荷的绝对值Q与两极板电势差$U_A - U_B (U_A > U_B)$的比值。

$$C = \frac{Q}{U_A - U_B} = \frac{Q}{U_{AB}}$$

$$U_{AB} = \int_{AB} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



□电容的大小仅与导体的形状、相对位置、其间的电介质有关，与所带电荷量无关。

电容器电容的计算

□设两极板分别带电$\pm Q$

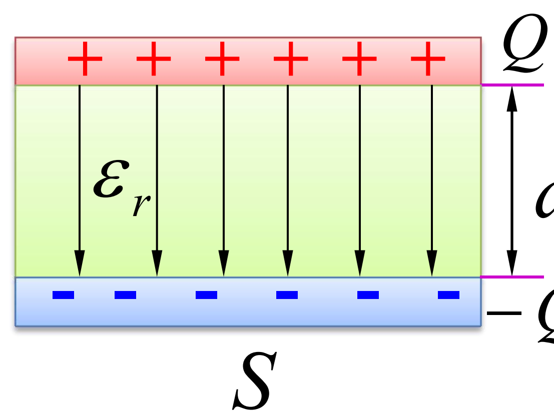
□求两极板间的电场强度$\vec{E}$

□求两极板间的电势差U_{AB}

□由$C=Q/U_{AB}$求C

$$C=\frac{Q}{U_A-U_B}=\frac{Q}{U_{AB}}$$

■平行平板电容器

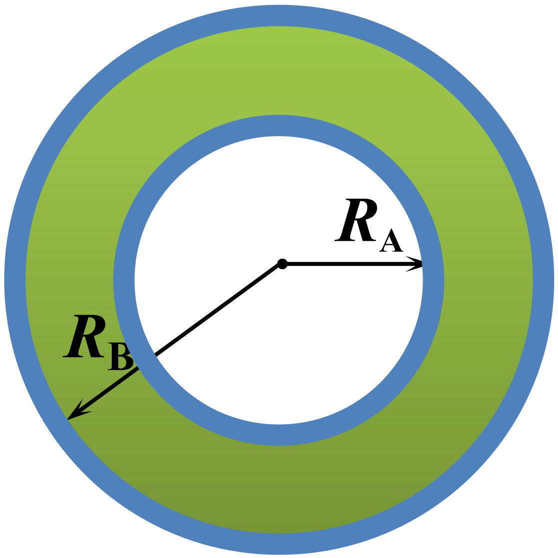


$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}$$

$$U_{AB}=Ed=\frac{Qd}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}$$

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$$

■**球形电容器：**两个不同半径的同心金属球壳组成



$$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}=\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

$$U_{AB}=\int_{R_A}^{R_B}\frac{q}{4\pi\varepsilon}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{R_A}-\frac{1}{R_B}\right)$$

$$C=\frac{q}{U_{AB}}=\frac{4\pi\varepsilon R_A R_B}{R_B-R_A}$$

当 $R_B>>R_A$　　$C=4\pi\varepsilon R_A$

(孤立导体球的电容)

当 $R_B-R_A=d<<R_A$　　$C=\dfrac{4\pi\varepsilon R_A^2}{d}=\dfrac{\varepsilon S}{d}$ (平行板的电容)

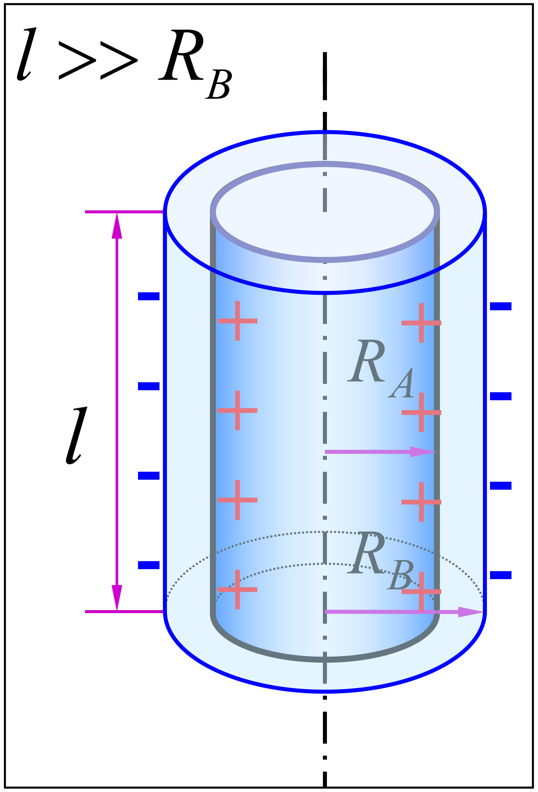
■圆柱形电容器：两个半径不同的同轴金属圆柱面组成

设两圆柱面单位长度上分别带电$\pm\lambda$

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}\quad(R_A<r<R_B)$$

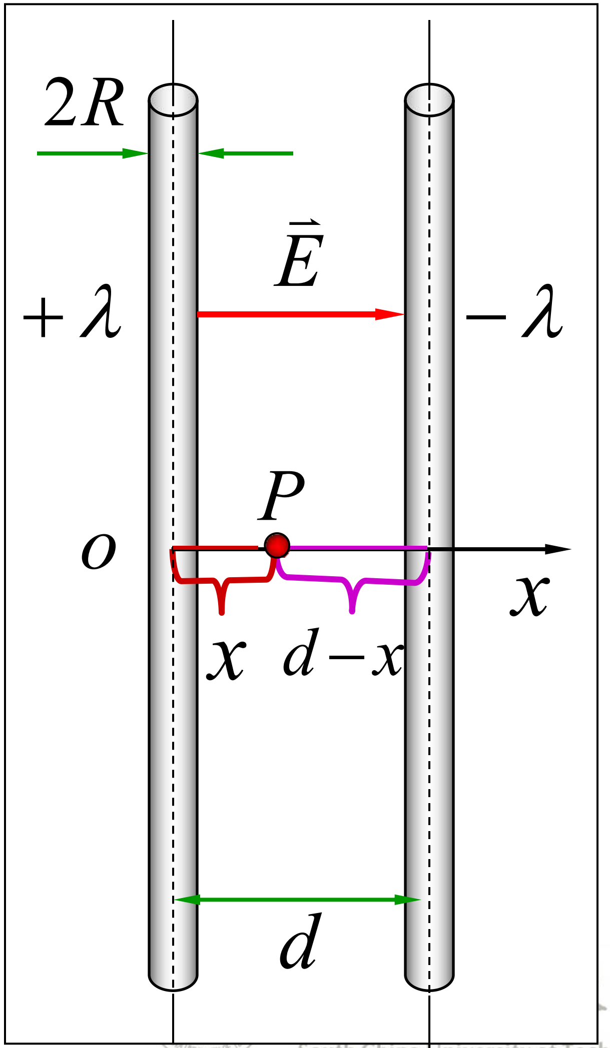
$$U_{AB}=\int_{R_A}^{R_B}\frac{\lambda\mathrm{d}r}{2\pi\varepsilon r}=\frac{Q}{2\pi\varepsilon l}\ln\frac{R_B}{R_A}$$

$$\boxed{C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\frac{R_B}{R_A}}}$$



例题1

两半径为R的平行长直导线（电荷线密度为λ），中心间距为d，且$d>>R$，求单位长度的电容。



解： $E = E_+ + E_- = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} + \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d-x)}$

$$U_{AB} = \int_R^{d-R} E\mathrm{d}x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^{d-R}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)\mathrm{d}x$$

$$= \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-R}{R} \approx \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{R}$$

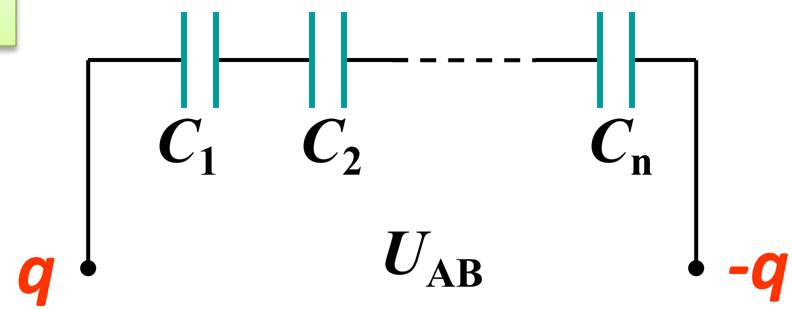
$$C = \frac{\lambda}{U} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{d}{R}}$$

电容器的并联和串联

➢电容器的串联

增强耐压

设各电容器带电量为q



$$U_1 = q/C_1 \quad U_2 = q/C_2 \,, \cdots$$

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + \cdots + U_n = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}\right) q \qquad U_{AB} = \frac{q}{C}$$

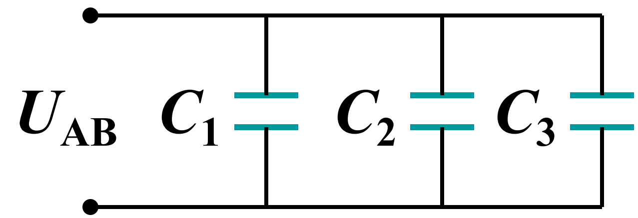
等效电容：$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots\cdots + \frac{1}{C_n}$$

串联电容器的等效电容的倒数等于各电容的倒数之和。

电容器的并联和串联

➢电容器的并联

增大电容



$$q_1 = C_1 U_{AB}, q_2 = C_2 U_{AB}, \cdots$$

总电荷量：

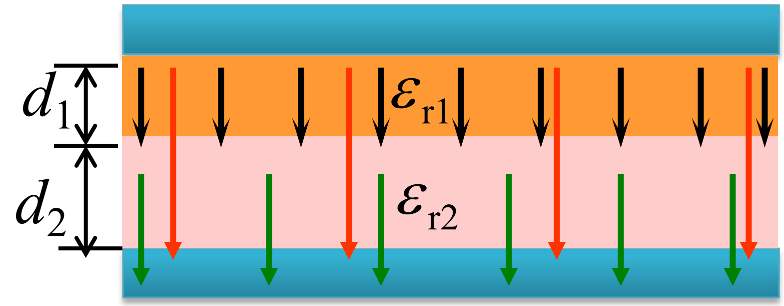
$$q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n = \left(C_1 + C_2 + \cdots + C_n\right) U_{\mathbf{AB}}$$

等效电容： $C = \dfrac{q}{U_{\mathbf{AB}}} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$

并联电容器的等效电容等于各电容器电容之和。

例题2

一平行板电容器，中间有两层厚度分别为d_1和d_2的电介质，它们的相对介电常数分别为ε_{r1}和ε_{r2}，极板面积为S，求电容。



解：设两极板的电荷面密度为σ_0

$$E_1=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}\qquad E_2=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}$$

$$Q=\sigma_0 S$$

$$U_{AB}=E_1d_1+E_2d_2=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}}+\frac{d_2}{\varepsilon_{r2}}\right)$$

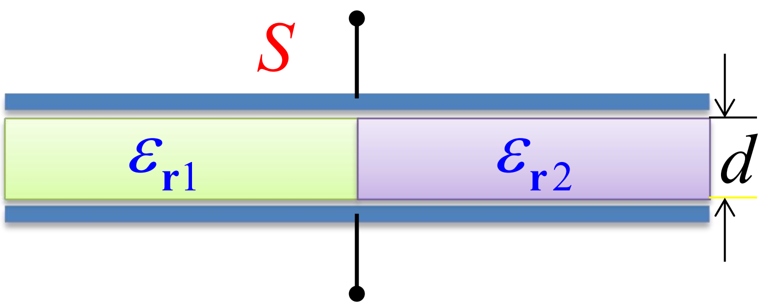
$$C=\frac{Q}{U_{AB}}=\frac{\sigma_0 S}{U_{AB}}$$

华南理工大学 South China University of Technology

例题3

一平行板电容器充以两种不同的介质，每种介质各占一半体积。求其电容。

解： 根据平行板电容器电容



$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{\mathrm{r}1} S/2}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{\mathrm{r}1} S}{2d}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{\mathrm{r}2} S/2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{\mathrm{r}2} S}{2d}$$

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}\left(\varepsilon_{\mathrm{r}1} + \varepsilon_{\mathrm{r}2}\right)$$