

一、给定如下两个字符串：

A = “acbdhayjlo”,

B = “abedcyl”,

请采用动态规划方法求解A与B的最长公共子序列。

一、给定如下两个字符串：

A = “acbdhayjlo”,

B = “abedcyl”,

请采用动态规划方法求解A与B的最长公共子序列。

分析：

求解最长公共子序列长度的递推式为：

$$L[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{若 } i = 0 \text{ 或 } j = 0 \\ L[i - 1, j - 1] + 1 & \text{若 } i > 0, j > 0 \text{ 和 } a_i = b_j \\ \max\{L[i, j - 1], L[i - 1, j]\} & \text{若 } i > 0, j > 0 \text{ 和 } a_i \neq b_j \end{cases}$$

一、给定如下两个字符串：

A = “acbdhayjlo”,

B = “abedcyl”,

请采用动态规划方法求解A与B的最长公共子序列。

	a	c	b	d	h	a	y	j	l	o
a	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
b	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
e	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
d	1	1	2	3	3	3	3	3	3	3
c	1	2	2	3	3	3	3	3	3	3
y	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4
l	1	2	2	3	3	3	4	4	5	5

最长公共子序列长度为5，子序列为abdy1。

二、求对下列4个矩阵连乘：

$A_1(2 \times 10)$ ,  $A_2(10 \times 1)$ ,  $A_3(1 \times 5)$ ,  $A_4(5 \times 4)$ 。

(1) 写出解决上述问题的动态规划实现算法（文字描述或者伪代码）

(2) 写出通过此算法解决上述问题的过程及结果

二、求对下列4个矩阵连乘：

$A_1(2 \times 10)$ ,  $A_2(10 \times 1)$ ,  $A_3(1 \times 5)$ ,  $A_4(5 \times 4)$ 。

(1) 写出解决上述问题的动态规划实现算法（文字描述或者伪代码）

定义矩阵  $M_{i,j} = M_i \cdots M_j$ ,

$C[i,j]$ 表示计算  $M_{i,j}$ 所需的最小乘法次数。

若依据下标  $k$  将  $M_{i,j}$  划分为两部分： $M_{i,k-1}$  和  $M_{k,j}$

则有递推式：

$$C[i,j] = \min_{i < k \leq j} \{C[i,k-1] + C[k,j] + r_i r_k r_{j+1}\}$$

二、求对下列4个矩阵连乘：

$A_1(2 \times 10)$ ,  $A_2(10 \times 1)$ ,  $A_3(1 \times 5)$ ,  $A_4(5 \times 4)$ 。

(1) 写出解决上述问题的动态规划实现算法（文字描述或者伪代码）

输入：  $r[1..n+1]$ ，表示  $n$  个矩阵规模的  $n+1$  个整数。

输出：  $n$  个矩阵连乘的最小乘法次数。

```
1. for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  {填充对角线  $d_0$ }
2.    $C[i,i] \leftarrow 0$ 
3. end for
4. for  $d \leftarrow 1$  to  $n-1$  {填充对角线  $d_1$  到  $d_{n-1}$ }
5.   for  $i \leftarrow 1$  to  $n-d$  {填充对角线  $d_i$  的每个项目}
6.      $j \leftarrow i+d$  {该对角线上  $j,i$  满足的关系}
7.      $C[i,j] \leftarrow \infty$ 
8.     for  $k \leftarrow i+1$  to  $j$ 
9.        $C[i,j] \leftarrow \min\{ C[i,j], C[i,k-1] + C[k,j] + r_i \times r_k \times r_{j+1} \}$ 
10.    end for
11.  end for
12. end for
13. return  $C[1,n]$ 
```

二、求对下列4个矩阵连乘：

$A_1(2 \times 10)$ ,  $A_2(10 \times 1)$ ,  $A_3(1 \times 5)$ ,  $A_4(5 \times 4)$ 。

(2) 写出通过此算法解决上述问题的过程及结果

	1	2	3	4
1	0	20(2)	30(3)	48(3)
2	-	0	50(3)	60(3)
3	-	-	0	20(4)
4	-	-	-	0

最优计算次序:  $((A_1 \times A_2) \times (A_3 \times A_4))$

最优值: 48