



15.2 静电场中的电介质

➤ 电介质

- 绝缘材料，电阻率很大、导电能力差；
- 分子中的正负电荷**束缚**得很紧，介质内部几乎没有自由电荷；
- **固态电介质**：玻璃、云母、陶瓷、石英等

石英



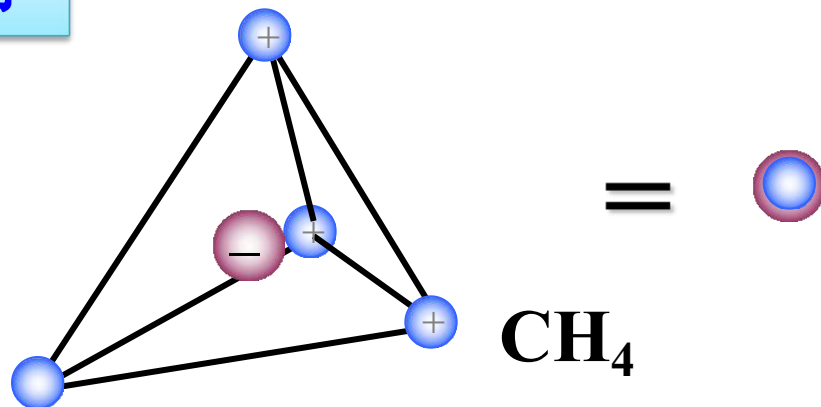
云母



两大类电介质分子结构

□ **无极分子**：分子的正、负电荷中心在**无外场**时重合，不存在固有分子电偶极矩。

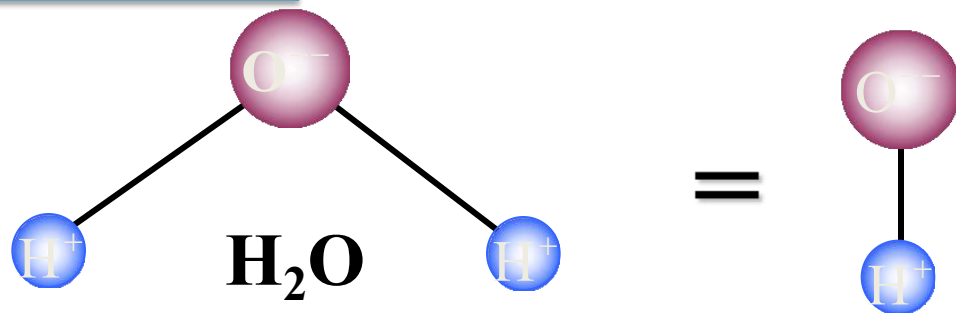
非极性分子



● **无极分子电介质**：氢、甲烷、石蜡等

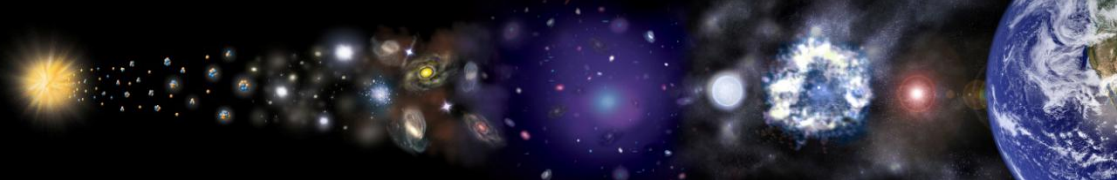
□ **有极分子**：分子的正、负电荷中心在**无外场**时不重合，分子存在固有**电偶极矩**。

极性分子



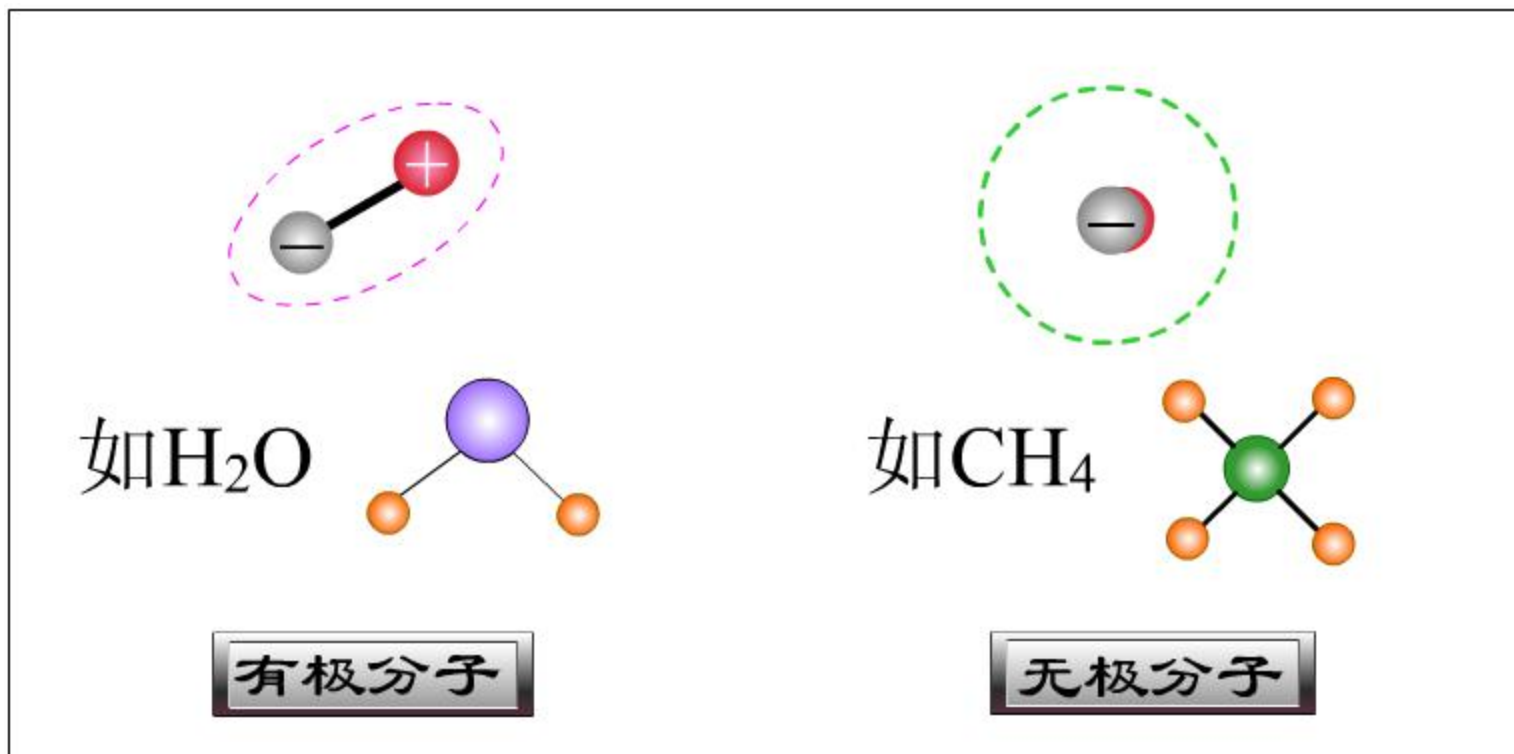
● **有极分子电介质**：水、有机玻璃等

电介质的极化



□ 在外电场作用下，介质内部或表面产生电荷的现象

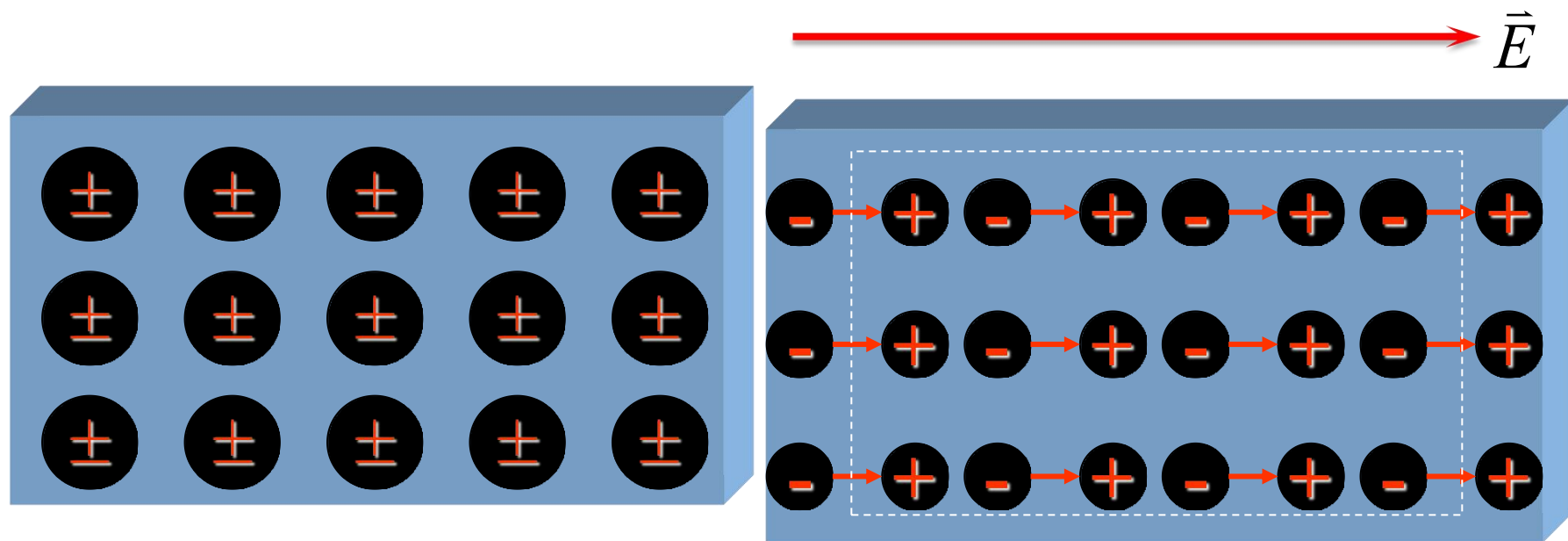
□ 极化产生的电荷称为**极化电荷**或**束缚电荷(不自由)**



华南理工大学

South China University of Technology

无极分子的位移极化



□位移极化是分子的等效正负电荷中心在电场作用下发生位移的现象。

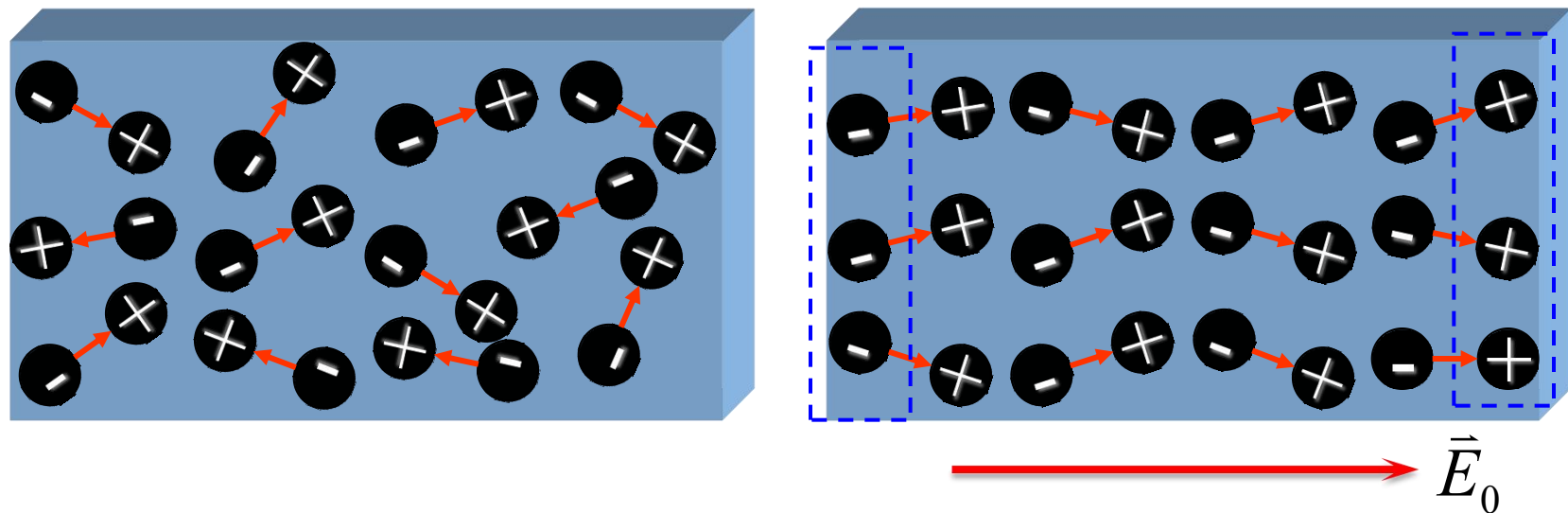
□均匀介质极化时在介质表面出现极化电荷，而非均匀介质极化时，介质的表面及内部均可出现极化电荷。



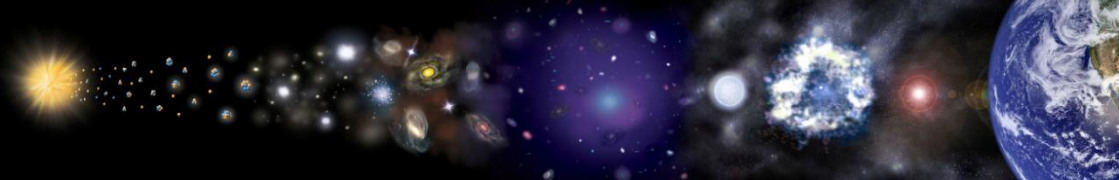
华南理工大学

South China University of Technology

有极分子的取向极化



- 有极分子在外场中发生偏转产生的极化称取向极化
- 对均匀电介质体内无净电荷，束缚电荷只出现在表面上。
- 束缚电荷与自由电荷在激发电场方面，具有同等的地位。

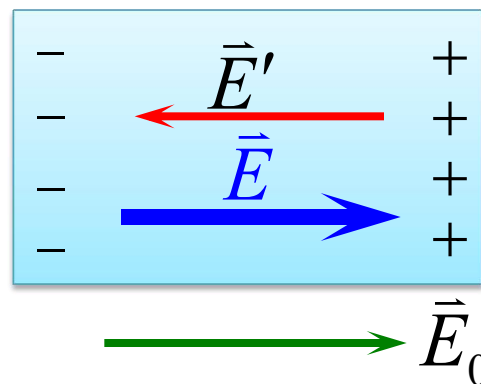


外电场: \vec{E}_0

极化电荷产生的电场: \vec{E}'

介质内的电场: \vec{E}

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$



击穿: 在强电场作用下电介质变成导体的现象。

□ 空气的击穿电场强度约: $3\text{kV} \cdot \text{mm}^{-1}$

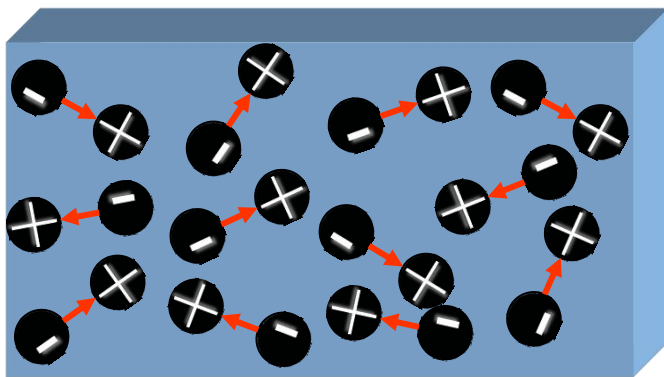
□ 矿物油的击穿电场强度约: $15\text{kV} \cdot \text{mm}^{-1}$

□ 云母的击穿电场强度约: $80 \sim 200\text{kV} \cdot \text{mm}^{-1}$

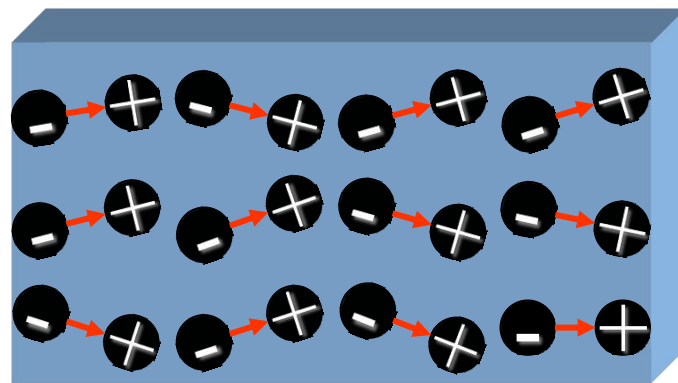


电极化强度

电极化强度 \vec{P} 是反映介质极化程度的物理量。



没极化: $\sum \vec{p} = 0$



极化时: $\sum \vec{p} \neq 0$ \vec{E}_0

► 电极化强度:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$$

各向同性电介质: $\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$ χ_e : 介质的极化率

介质的极化率与电场强度 E 无关, 取决于电介质的种类

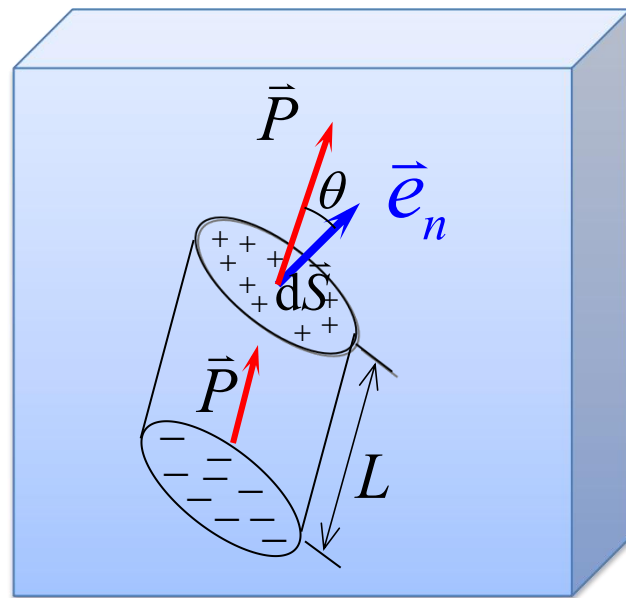
电极化强度与极化电荷的关系

□在均匀电介质内截取一斜柱体：
体积为 dV ， L 为极化后正电荷移动距离
(假定负电荷不动)

$$dV = dS \cdot L \cos \theta$$

因极化而穿出 dS 的电量
(设分子数密度 n):

$$\begin{aligned} dq' &= qndV = qnLdS \cdot \cos \theta \\ &= P \cdot dS \cdot \cos \theta \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P &= \frac{|\sum \vec{p}_i|}{dV} \\ &= \frac{n \cdot dV \cdot qL}{dV} = nqL \end{aligned}$$



电极化强度与极化电荷的关系

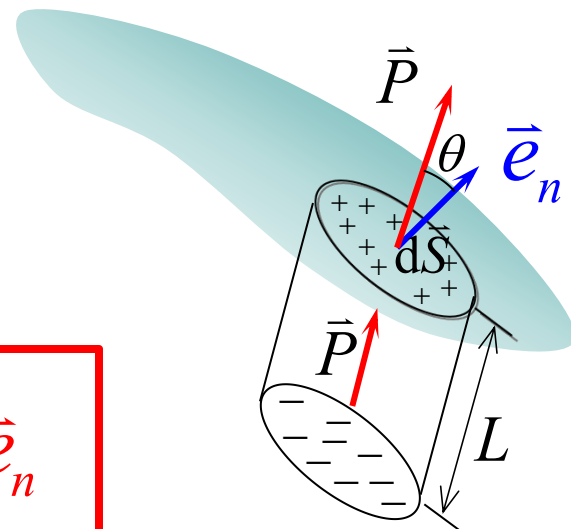
$$dq' = P \cdot dS \cdot \cos \theta \quad \Rightarrow \quad \frac{dq'}{dS} = P \cdot \cos \theta = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$$

□ 如果 dS 面正好是电介质表面

dq' 分布在 dS 表面 $\frac{dq'}{dS} = \sigma'$

极化电荷
面密度

$$\sigma' = P \cdot \cos \theta = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$$



均匀电介质表面产生的极化电荷面密度等于该处电极化强度沿表面外法线方向的投影。



华南理工大学

South China University of Technology

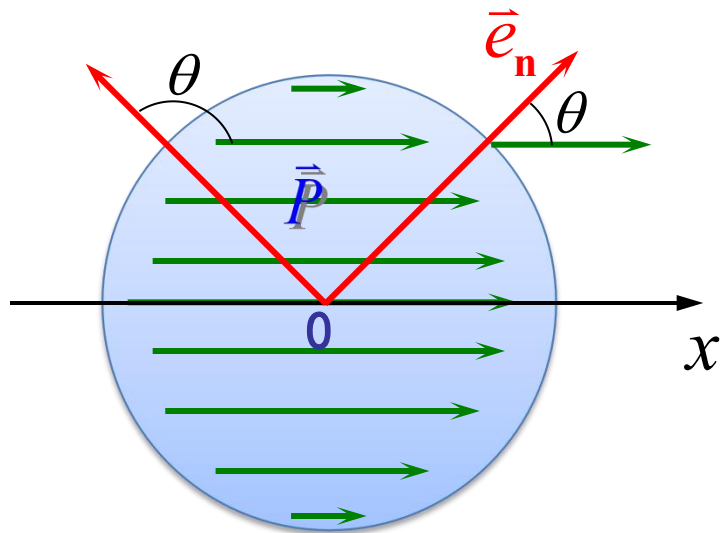
例题 1



求均匀极化的电介质球表面上极化电荷的分布。
已知电极化强度为 \vec{P} 。

解: $\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$
 $= P \cos \theta$

球面极化
电荷不是
均匀分布



$\theta < \pi/2:$

极化电荷为**正**(右半球)

$\theta > \pi/2:$

极化电荷为**负**(左半球)



华南理工大学

South China University of Technology

有电介质时的高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_{in} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum q_{\text{自由}} + \sum q'_{\text{极化}} \right)$$

$$\begin{aligned} dq' &= P \cdot dS \cdot \cos \theta \\ &= \vec{P} \cdot d\vec{S} \end{aligned}$$



穿出 S 面的极化电荷:

$$q'_{\text{极化out}} = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

$$q'_{\text{极化in}} = -q'_{\text{极化out}} = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} \quad \Rightarrow \quad \sum q'_{\text{极化}} = -\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum q_{\text{自由}} - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} \quad \Rightarrow \quad \oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = \sum q_{\text{自由}}$$



有电介质时的高斯定理

$$\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = \sum q_{\text{自由}}$$

定义电位移矢量:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

单位: $\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$

介质中的高斯定理: 在静电场中, 通过任意封闭曲面的电位移通量等于该曲面所包围的自由电荷的代数和。

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{\text{自由}}$$

□注意: 电位移矢量 \vec{D} 是一个辅助量, 描写电场的基本物理量是电场强度 \vec{E} 。



华南理工大学

South China University of Technology

有电介质时的高斯定理

► 对于各向同性的电介质: $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi_e \varepsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \vec{E}$$

令 $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ ε_r : 相对介电常数

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad \varepsilon : \text{介电常数}$$

令 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ $\boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$ $\vec{P} = (\varepsilon_r - 1) \varepsilon_0 \vec{E}$

□ 注意: $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ 是定义式, 普遍成立。

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ 只适用于各向同性的均匀介质。



有介质时静电场的计算

方法1：根据介质中的高斯定理计算出电位移矢量

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i$$

根据电场强度与电位移矢量的关系计算场强

$$\vec{E} = \vec{D} / \varepsilon = \vec{D} / \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$$\vec{P} = (\varepsilon_r - 1) \varepsilon_0 \vec{E}$$

方法2：根据真空中场强与有介质场强的关系

$$\vec{E} = \vec{E}_0 / \varepsilon_r$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E}_0$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i$$
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad \left. \vphantom{\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i} \right\} \oint_S \varepsilon_r \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = \oint_S \vec{E}_0 \cdot d\vec{S}$$

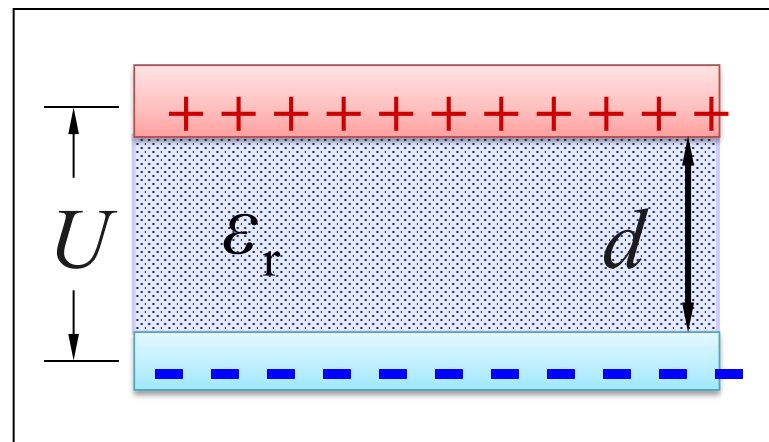


例题2

把一块相对介电常数 $\epsilon_r=3$ 的电介质，放在相距 $d=1\text{ mm}$ 的两平行带电平板之间。放入之前，两板的电势差是 1000 V 。试求两板间电介质内的电场强度 E ，电极化强度 P ，电介质的极化电荷面密度，电介质内的电位移 D 。

解： $E_0 = \frac{U}{d} = 10^3 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$

$$E = E_0 / \epsilon_r$$
$$= 3.33 \times 10^2 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$$



$$P = (\epsilon_r - 1)\epsilon_0 E = 5.89 \times 10^{-6} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2} \quad \text{极化电荷面密度?}$$

$$D = \epsilon_0 \epsilon_r E = \epsilon_0 E_0 = 8.85 \times 10^{-6} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2} \quad \sigma' = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$$



例题3

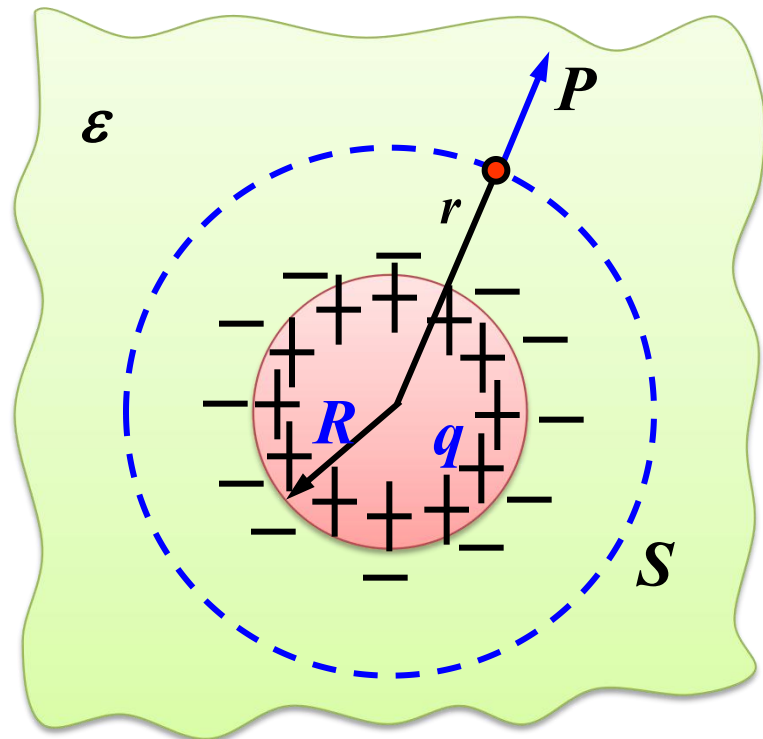
半径为 R 的金属球，带电荷 q ，浸埋在均匀“无限大”油电介质(相对介电常数为 ϵ_r)，求球外任一点的场强。

解：如图所示，过 P 点作一半径为 r 并与金属球同心的闭合球面 S ，由高斯定理知

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = D 4\pi r^2 = q$$

$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \quad \vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2} \vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \vec{e}_r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} \vec{e}_r$$



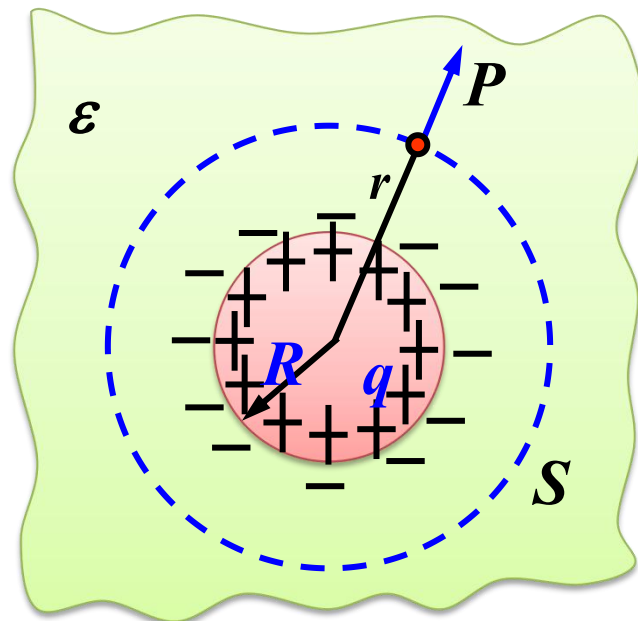
思考：与金属球接触的油表面极化电荷是多少？

在贴近金属球外表面的油表面处 $r=R$ 的电极化强度为

$$\begin{aligned}\vec{P} &= (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \vec{E} \\ &= (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R^2} \vec{e}_r \\ &= \frac{(\varepsilon_r - 1)q}{4\pi\varepsilon_r R^2} \vec{e}_r\end{aligned}$$

油表面的极化电荷面密度为

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{e}_n = -\vec{P} \cdot \vec{e}_r = -\frac{(\varepsilon_r - 1)q}{4\pi\varepsilon_r R^2}$$



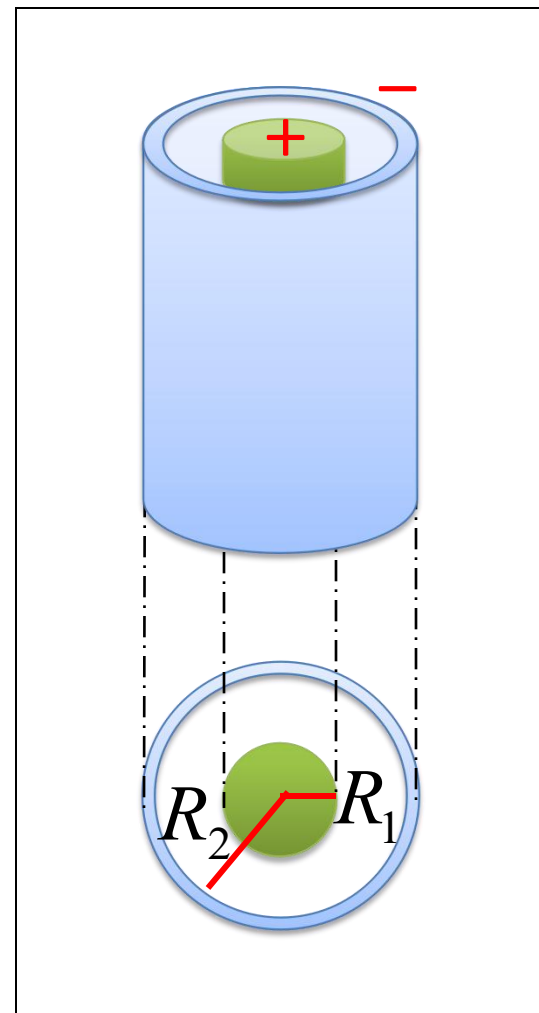
整个油表面极化电荷为 $q' = \sigma' 4\pi R^2 = -\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} q$

例题4

图中是由半径为 R_1 的长直圆柱导体和同轴的半径为 R_2 的薄导体圆筒组成，其间充以相对电容率为 ε_r 的电介质。设直导体和圆筒单位长度上的电荷分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$ 。求(1)电介质中的电场强度、电位移和极化强度；(2)电介质内外表面的极化电荷面密度。

解：
$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \lambda l$$

$$D 2\pi r l = \lambda l \quad D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$



$$E = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{\lambda}{2 \pi \epsilon_0 \epsilon_r r} \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$P = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 E = \frac{\epsilon_r - 1}{2 \pi \epsilon_r r} \lambda$$

$$\sigma_1' = -\vec{P}_{r=R_1} \cdot \vec{e}_r = -\frac{(\epsilon_r - 1)\lambda}{2 \pi \epsilon_r R_1}$$

内表面

$$\sigma_2' = \vec{P}_{r=R_2} \cdot \vec{e}_r = \frac{(\epsilon_r - 1)\lambda}{2 \pi \epsilon_r R_2}$$

外表面

