姓名________ 学号________ 学院________ 专业班级________ 座位号________

（密封线内不答题） 密 封 线

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科期末考试试卷

《线性代数与解析几何》试卷A （20-21学年度第一学期）

注意事项：1. 考生答题前请将密封线内各项信息填写完整；

2. 将所有答案直接书写在本试卷上；

3. 本试卷共八大题，满分100分；考试时间120分钟；

4. 以下题号/得分表为教师改卷专用，考生勿填。

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得 分									

一.选择题(单选，每题3分，共18分)

1. A、B都是对称矩阵，若AB亦是对称矩阵，则下列说法不正确的是（　　）。

（A）A、B可交换　　（B）A，B 中至少有一个是单位阵

（C）A^T，B可交换　　（D）A^T，B^T可交换

2. A是n阶正交矩阵的充分必要条件为（　　）。

（A）A的行、列向量组都是正交向量组；　　（B）A可相似于对角矩阵；

（C）A的列向量组是n维线性空间的标准正交基；　　（D）|A|=±1；

3. $\{\alpha_i\}_3$是由3个4维行向量构成的向量组，$\alpha_i=(a_{i1},a_{i2},a_{i3},a_{i4}),\ i=1,2,3$；

$\{\beta_j\}_4$是由4个3维列向量构成的向量组，$\beta_j=(a_{1j},a_{2j},a_{3j})^T$，$j=1,2,3,4$；

若向量组$\{\alpha_i\}_3$的秩$r\{\alpha_i\}_3=2$，则（　　）。

（A）$r\{\beta_j\}_4<2$　　（B）$r\{\beta_j\}_4>2$

（C）$r\{\beta_j\}_4=2$　　（D）$r\{\beta_j\}_4$的值不确定

4. 行列式$\begin{vmatrix}1&3&5&7\\3&5&7&1\\5&7&1&3\\7&1&3&5\end{vmatrix}$的值为（　　）；

（A）1024　　（B）2048

（C）-1024为任意常数　　（D）-2048

5. 矩阵$A=\begin{pmatrix}1&a&1\\a&b&a\\1&a&1\end{pmatrix}$与矩阵$B=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&b&0\\0&0&0\end{pmatrix}$相似的充分必要条件为（　　）；

（A）$a=0,\ b=2$　　（B）$a=2,\ b=0$

（C）$a=0,\ b$为任意常数　　（D）$a=2,\ b$为任意常数

6. A 是数域上的 n 阶矩阵，则下列说法正确的是（　　）。

（A）A 有 n 个特征向量，则 A 可对角化；

（B）A 等价于单位阵，则 A 可对角化；

（C）A 是对称矩阵，则 A 可对角化；

（D）A 有 n 个互不相同特征值，则 A 可对角化；

二.填空题(每空 3 分，共 15 分)

1. 过点(1,1,1)且与平面 x+2y+z+1=0 平行的平面方程为（　　　　　　　　　　）。

2. 线性方程组 $\begin{cases} 2x_1+x_2+3x_3=-2 \\ x_1+3x_2+2x_3=1 \\ 3x_1+2x_2+x_3=1 \end{cases}$ 的解为（　　　　）。

3. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 27 & 1 & 9 \\ 4 & 64 & 1 & 16 \end{vmatrix}$ 的值为（　　　　）。

4. R^3 中向量 α 在一组基 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ 下的坐标为 $\alpha=\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$，则 α 在另一组基 $\beta_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},$ $\beta_2=\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix},\beta_3=\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix}$ 下的坐标为（　　　　）；β_1,β_2,β_3 到 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 的过渡矩阵为 (　　　　).

三、(7 分)

$xy=1$ 是 xoy 平面的曲线，求将此曲线绕 x 轴旋转一周所得旋转面的方程。

四、(12 分)

矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&0&1\end{pmatrix}$, $C=B^{-1}A^{*}B$, 矩阵 A^{*}为 A 的伴随矩阵。

求: $C-2E_3$ 的特征值与特征向量(E_3 为 3 阶单位阵)。

五、(15 分)

讨论参数 s,t 的取值与非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1-4x_3+x_4=-1\\ 2x_1+x_2-6x_3+4x_4=-1\\ 3x_1+x_2+sx_3+5x_4=-2\\ x_1+2x_2+5x_4=t\end{cases}$相容性的关系，

当方程组有解时，求出对应齐次方程组的基础解系及非齐次方程组的通解。

六、(15 分)

$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3+2x_1+x_3+1$是一个三元二次多项式函数。

① 写出 $f(x_1,x_2,x_3)$中二次型部分的系数矩阵 A；

② 求正交矩阵 G，在线性变换 $X=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=G\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{pmatrix}=GY$下将上述二次型变换为标准型；

③ 在 $X=GY$ 变换下，指出二次多项式方程 $f(x_1,x_2,x_3)=0$是 R^3t 中一个什么图形。

七、 (12 分)

已知 R^{3}t (空间直角坐标系)中直线方程 $l:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z-1}{1}$, $P(1,2,1)$ 是 l 上一点；$\Pi_1: x+z+1=0$, $\Pi_2: y-z+2=0$ 是 R^{3}t 中两张平面。求:

① l 与 Π_1 的关系是什么？l 到 Π_1 的距离 $d(l,\Pi_1)$；

② l 与 Π_2 的夹角 θ;

③ 过 P 点与 Π_1,Π_2 两平面交线的平面方程。

八、(6 分)

A 为 n≥2 阶方阵，A^*为 A 的伴随矩阵。证明: $r(A^*)=\begin{cases} n & r(A)=n \\ 1 & r(A)=n-1 \\ 0 & r(A)<n-1 \end{cases}$