# 14.5 等势面

**等势面：**空间电势相等的点连接起来所形成的面，**规定**任意两相邻等势面间的电势差相等。

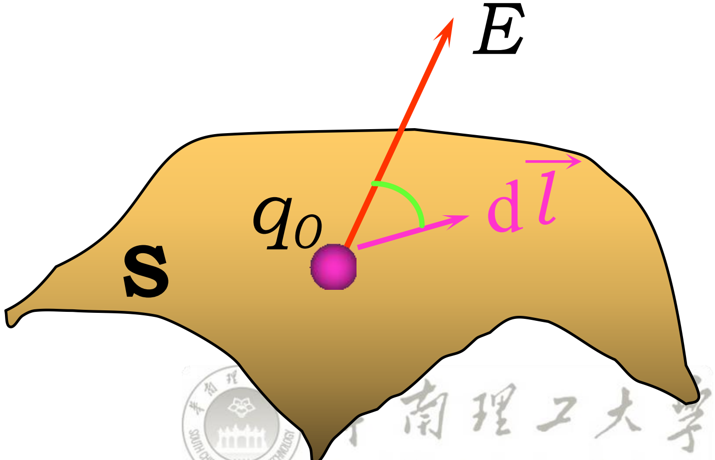
- 电荷沿等势面移动时，电场力做功为零

$$A_{ab}=q_0(U_a-U_b)=\int_a^b q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$$

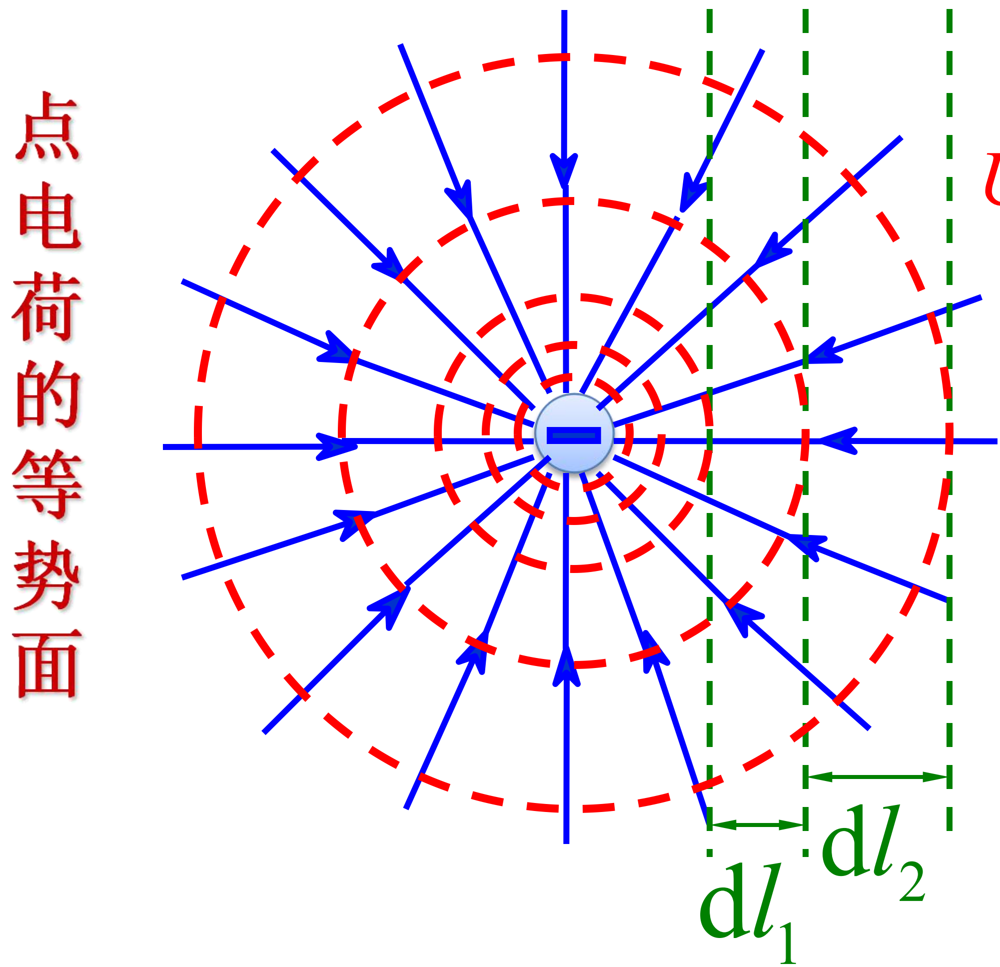
- 电场强度 $\vec{E}$ 总是与等势面垂直，即电场线是和等势面正交的曲线簇。

$$\boxed{\therefore\quad \vec{E}\perp\mathrm{d}\vec{l}}$$

$$\mathrm{d}A=q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$$



□按规定，电场中任意两相邻等势面之间的电势差相等，即等势面的疏密程度同样可以表示场强的大小。



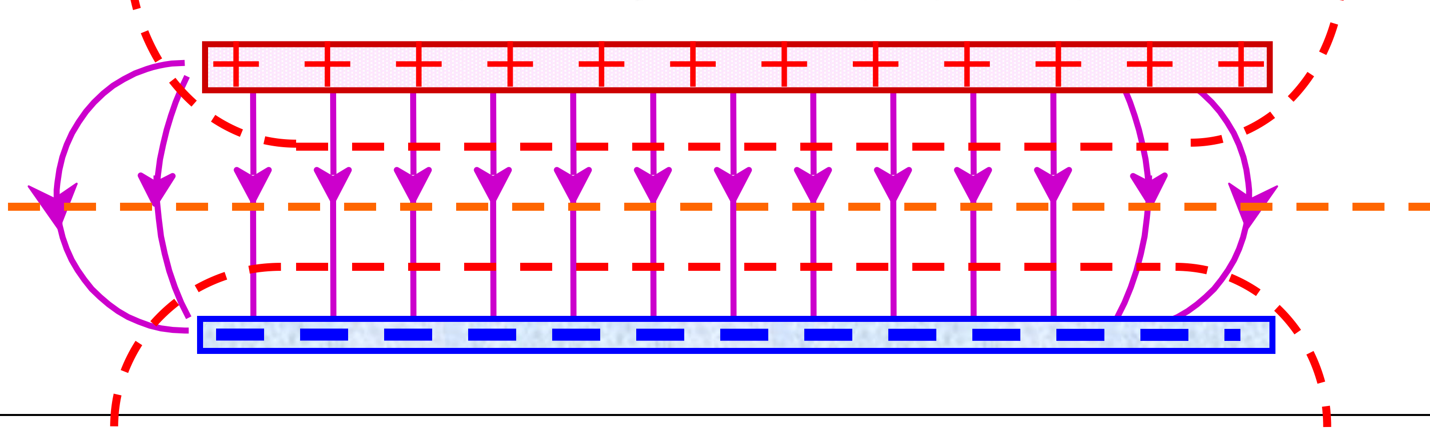

$$dl_2 > dl_1$$

$$E_2 < E_1$$

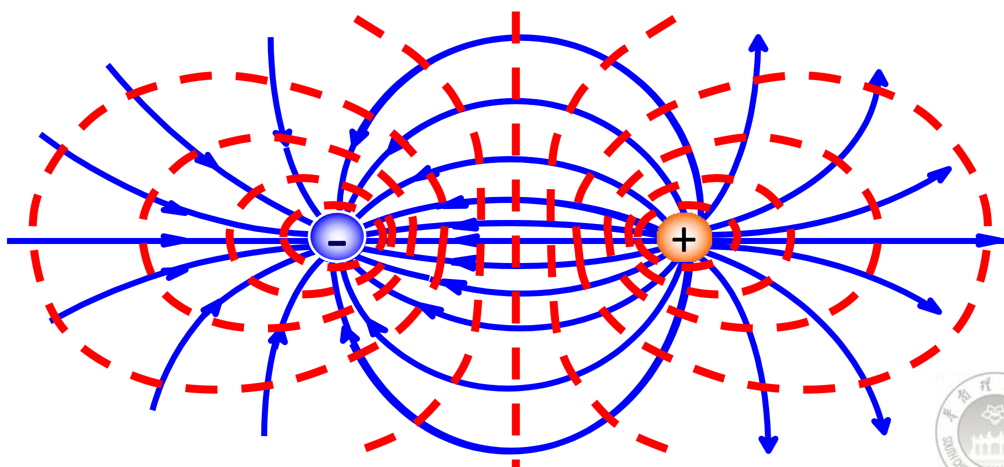
## □电场线从高电势等势面指向低电势等势面 $U_A - U_B = \int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$

电势顺线降

两平行带电平板的电场线和等势面



一对等量异号点电荷的电场线和等势面



# 场强和电势的微分关系

两近邻等势面的电势差：

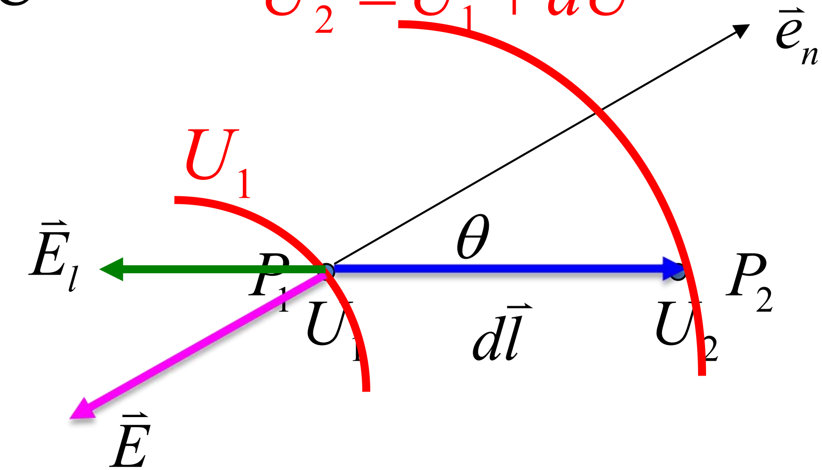
$$U_2 > U_1$$

$$U_1 - U_2 = \vec{E}\cdot d\vec{l} \qquad U_2 = U_1 + dU$$

$$U_1 - U_2 = -dU = \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$= E\cos(\pi-\theta)dl$$

$$E_l = E\cos(\pi-\theta) = -\frac{dU}{dl}$$




电场中某点场强沿某方向的分量等于沿此方向经过单位长度时电势增量的负值。

直角坐标中：

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

# 电势梯度

直角坐标中： $E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$ $E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$ $E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$

$$\vec{E} = -\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} - \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}$$

梯度算符 $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

$$= -(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k})$$

$$= -(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k})U$$

$$= -gradU = -\boxed{\nabla U}$$

电势梯度：矢量

$$\vec{F} = -\nabla E_{\mathrm{p}}$$

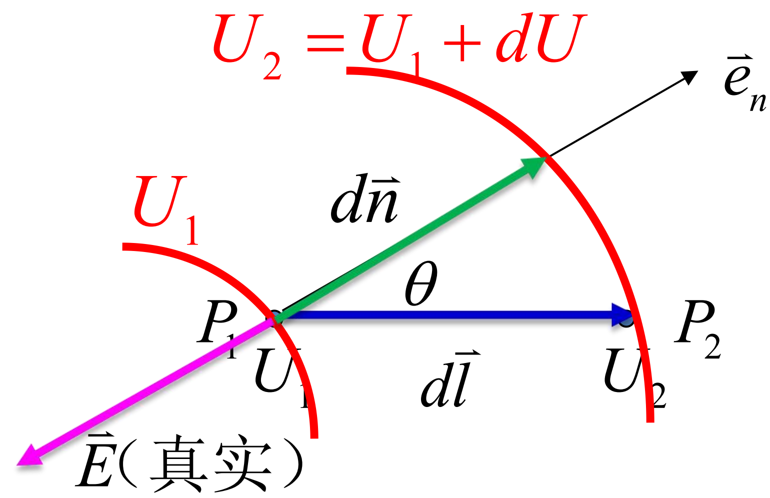
保守力是相应势能函数的负梯度

**电场中某点的场强等于该点电势的负梯度**

$$E_l = E\cos(\pi-\theta) = -\frac{dU}{dl}$$

$$\frac{dU}{dl} = -E\cos(\pi-\theta)$$

当$\theta$=0, $\left.\frac{dU}{dl}\right|_{\max} = \frac{dU}{dn} = E$

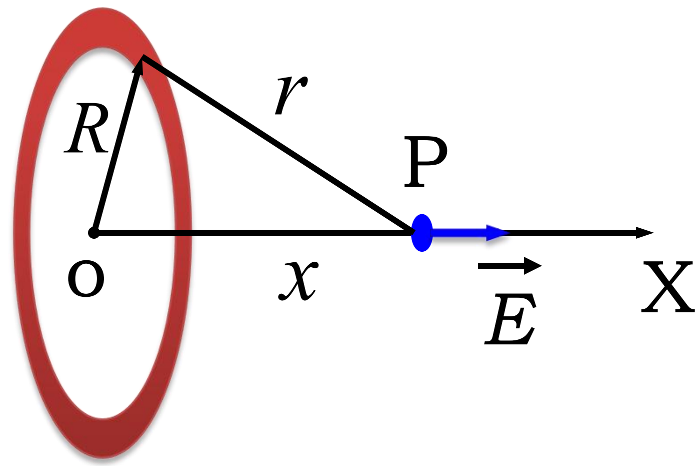



沿$n$方向是该点电势升高最快的方向　　$\vec{E} = -\nabla U$

电势梯度方向是该点附近电势升高最快的方向。
反之，电场方向指向电势降低最快的方向。

# 例1

## 计算均匀带电圆环轴线上的电场。




**解：P点电势：**

$$U=\int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r}=\int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{(R^2+x^2)^{1/2}}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{1/2}}$$

**P点电场：** $$E=E_x=-\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$$

因$U$只是$x$的函数 $\therefore \dfrac{\partial U}{\partial y}=\dfrac{\partial U}{\partial z}=0$ $\vec{E}=\dfrac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}\vec{i}$

# 场强&电势的计算

➢对于电场中任一点，场强的计算 三种方法：

- □根据叠加原理通过积分（求和）得到。$\vec{E}=\int d\vec{E}$
  （注意具体计算是采用分量积分）
- □由高斯定理计算
  （主要解决具有空间对称性的场强计算，其关键步骤在于分析对称性，选取合适的高斯面）
- □由$\vec{E}=-gradU$计算。

➢对于电势计算主要有两种方法：

- □由叠加原理 $U=\int dU$计算
- □由定义$U_A=\int_A^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}$ 计算

# 本章作业

课本P38~42习题

4, 5, 6, 9, 10, 17, 19, 24, 33, 34, 35, 38

(共12题)

注意

- 9月23日(星期五)交作业
- 作业用A4纸, 不抄题, 有题号
- 选择&填空题要有解题过程