座位号________ 专业班级________ 学院________ 学号□□□□□□□□□□□□ 姓名________

线 封 （密封线内不答题） 密

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科生期末考试

2019-2020-1 学期《线性代数与解析几何》A 卷

注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；
2. 所有答案请直接答在试卷上；
3. 考试形式：闭卷；
4. 本试卷共 八大题，满分 100 分， 考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得 分									

得分一

一、填空题：共 6 题，每题 3 分，共 18 分。

1. 设行列式 $D=\begin{vmatrix}1&2&3&4\\2&-1&4&1\\3&1&2&2\\-1&3&1&4\end{vmatrix}$，$D$的第$i$ 行第j 列元素的代数余子式为A_{ij}.

   则 $3A_{14}+A_{24}+6A_{34}+2A_{44}$ = ________________

2. 设 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\6&2&0\\12&6&3\end{pmatrix}$，则$|A|A^{-1}=$________________

3. 已知向量组$\alpha_1=(1,2,-1)$，$\alpha_2=(1,-1,2)$，$\alpha_3=(1,5,-4)$, 向量组的秩是________.

4. 在空间直角坐标系中，yoz 面上的曲线 $y^2=4z$ 绕 z 坐标轴旋转形成的旋转面的方程是________________________________

5. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+4x_1x_3$ 的秩、正惯性指数、负惯性指数依次是________________________

6. 设 4 阶方阵 A 满足条件 $|5E+A|=0$，$A\cdot A^T=2E$，$|A|<0$，其中 E 是 4 阶单位矩阵.

   则 A 的伴随矩阵 A^* 的一个特征值是____________________.

得分二

二、选择题：共 6 题，每题 3 分，共 18 分。

1. 设 A，B 都是 n 阶对称矩阵，则下面结论中不正确的是（　　　）.

A. $A+B$ 也是对称矩阵　　B. A^m+B^m $\left(\text{其中}m\text{是正整数}\right)$也是对称矩阵

C. BA^T+AB^T 也是对称矩阵　　D. AB 也是对称矩阵

2. 行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 & -8 \\ 1 & 5 & 25 & 125 \\ 1 & -3 & 9 & -27 \end{vmatrix}$ 的值是（　　　）

A. 34992　　B. 2688　　C. -34992　　D. 81

3. 设A是$m\times n$矩阵，B是$n\times m$矩阵，则(　　　)

A. 当$m>n$ 时，必有行列式$|AB|=0$　　B. 当$m>n$ 时，必有行列式$|AB|\neq 0$

C. 当$m<n$ 时，必有行列式$|AB|=0$　　D. 当$m<n$ 时，必有行列式$|AB|\neq 0$

4. n 阶矩阵A 与对角矩阵相似的充分必要条件是（　　　）

A. A是对称矩阵　　B. A 有 n 个线性无关的特征向量

C. A 有 n 个互不相等的特征值　　D. A 有 n 个互不相等的特征向量

5. 设向量组I：α_1 ，α_2 ，$\cdots$ ，α_s 可由向量组II：β_1 ，β_2 ，$\cdots$ ，β_t 线性表示。

则下列命题正确的是(　　　　)

A. 若 s>t，则向量组 **I** 一定线性相关
B. 若 s≤t,则向量组 **I** 一定线性无关
C. 若 s>t，则向量组 II 一定线性相关
D. 若 s≤t,则向量组 II 一定线性无关

6. 设A是n 阶矩阵,则下列结论中错误的是（　　　）

A. 若A可逆，则A 的全部特征值都不等于0

B. 若A存在对应特征值λ 的n 个线性无关的特征向量，则$A=\lambda E$

C. 若λ_0是A的特征值, 方程 $\left(\lambda_0 E-A\right)X=0$ 的全部解就是对应λ_0 的全部特征向量

D. A 与A^T 有相同的特征值

三、（8 分）计算 n 阶行列式 D.

得分三

$$D=\begin{vmatrix} 4 & 3 & 3 & \cdots & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 3 & \cdots & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 6 & \cdots & 3 & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & n+2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & \cdots & 3 & n+3 \end{vmatrix}$$

四、（共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

得分四

(1) 已知直线 l_1 经过点 $P(1,2,3)$ 且与直线 l_2： $\begin{cases} 3x+2y-z+1=0 \\ 2x-y+4z-2=0 \end{cases}$

平行. 求直线 l_1 的对称式方程。

(2) 求平行于平面 $2x-2y-z+3=0$ 且与其距离为 3 的平面方程。

得分五

五、（15 分）a, b 为何值时，线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = a \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 3 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - bx_5 = 2 \end{cases}$$

有解？何时无解？有解时求出解。

得分六

六、（10 分）设R^3中，由第一组基$\alpha_1=(7,-2,-5)^{\mathrm{T}}, \alpha_2=(-19,5,14)^T, \alpha_3=(-6,3,2)^T$

到第二组基β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵是$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

(1)　求第二组基β_1,β_2,β_3

(2)　若向量η在第二组基下的坐标是(-1,-1,1),求η在第一组基下的坐标.

得分七

七、（15 分）已知矩阵$A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

(1) 求出 A 的所有特征值。

(2) 求正交矩阵 T，使得$T^{-1}AT$为对角矩阵，并写出该对角矩阵。

八、（6 分）设 n 阶实对称矩阵 A 满足 $A^3-4A^2+5A-2E=0$，其中 E 是单位矩阵。求证矩阵 A 是正定阵。

得分八