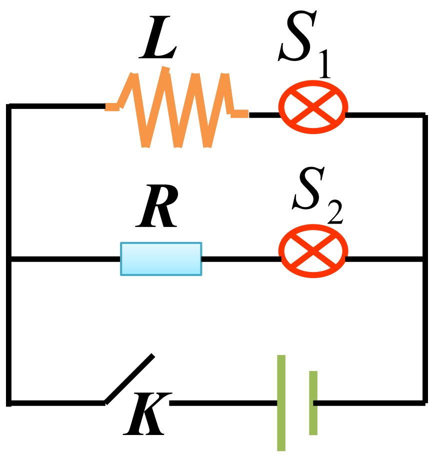
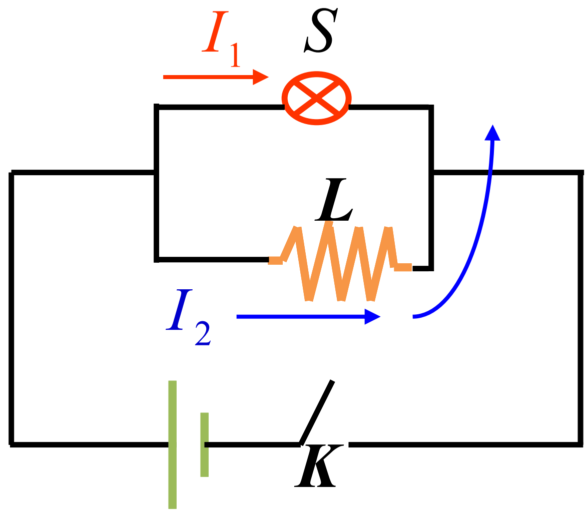
19.3 自感与互感

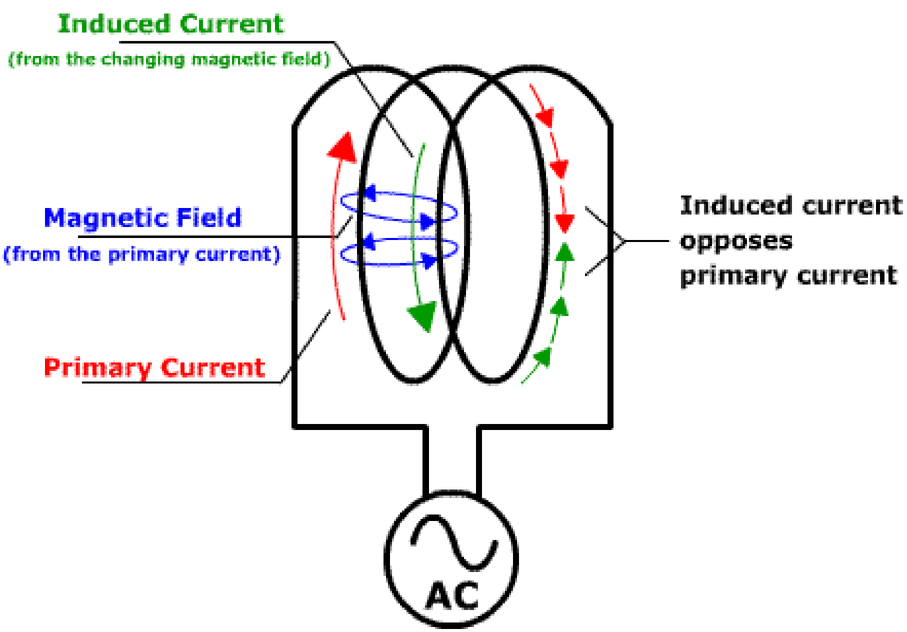
➢自感



闭合开关，S_2比S_1先亮，过一段时间才达到共同亮度。



断开开关，S并不立刻熄灭，而是突然变亮一下才熄灭。



当通过回路中的电流发生变化时，引起穿过**自身**回路的磁通量发生变化，从而在回路**自身**产生感生电动势的现象称为“**自感现象**”。所产生的电动势称为“**自感电动势**”。

自感

□当回路的形状、大小、位置、线圈匝数和周围的磁介质都不变时：

$$\left.\begin{array}{r} B \propto I \\ \text{磁链}\ \Psi \propto B \end{array}\right\} \Psi \propto I \Rightarrow \text{设}\ \Psi = LI$$

回路中的自感电动势

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_L = -\dfrac{d\Psi}{dt} = -(L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} + I\dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}) \\ \dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = 0 \end{array}\right\} \boxed{\varepsilon_L = -L\dfrac{dI}{dt}}$$

负号表示：自感的作用是反抗原来回路电流的变化

自感系数 $\boxed{L = \Psi / I}$

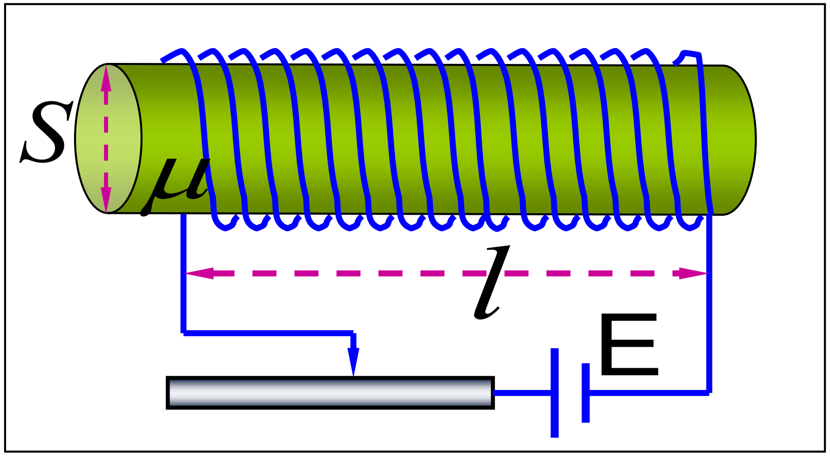
单位：亨利（H）

*L*只和回路的形状、磁介质及 线圈匝数有关

例 1

如图的长直密绕螺线管,已知 l, S, N, μ ,求其自感 L （忽略边缘效应）。

解： 先设电流 $I \longrightarrow$ 根据安培环路定理求得 $H \longrightarrow B$ $\longrightarrow$ 回路磁链Ψ $\longrightarrow L$



$$B = \mu H = \mu n I \qquad n = N/l$$

整个螺线管的磁链 $\Psi = N\Phi = NBS$

$$= N\mu n I S = \mu n^2 I l S$$

螺线管的体积 $V = lS$

$$L = \frac{\psi}{I} = \mu n^2 l S$$

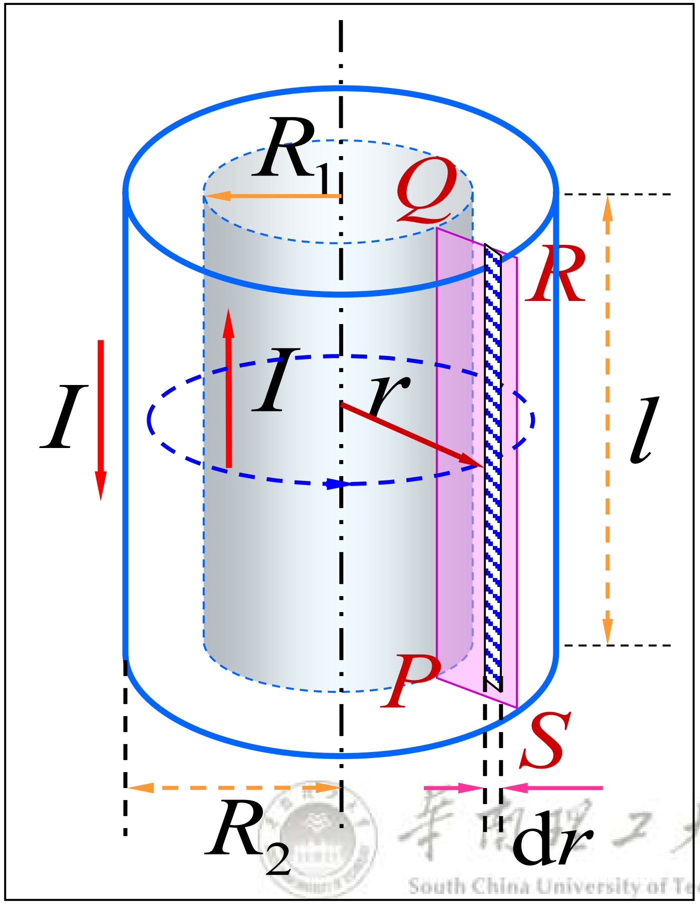
$$\therefore L = \mu n^2 V$$

例 2

有两个同轴圆筒形导体，其半径分别为R_1和R_2，通过它们的电流均为I，但电流的流向相反。设在两圆筒间充满磁导率为μ 的均匀磁介质，求其自感L 。

解： 两圆筒之间 $B=\dfrac{\mu I}{2\pi r}$

如图在两圆筒间取一长为l 的面**PQRS**，并将其分成许多小面元.



则 $\mathrm{d}\Phi=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=Bl\mathrm{d}r$

$$\Phi=\int\mathrm{d}\Phi=\int_{R1}^{R2}\frac{\mu I}{2\pi\ r}l\mathrm{d}r$$

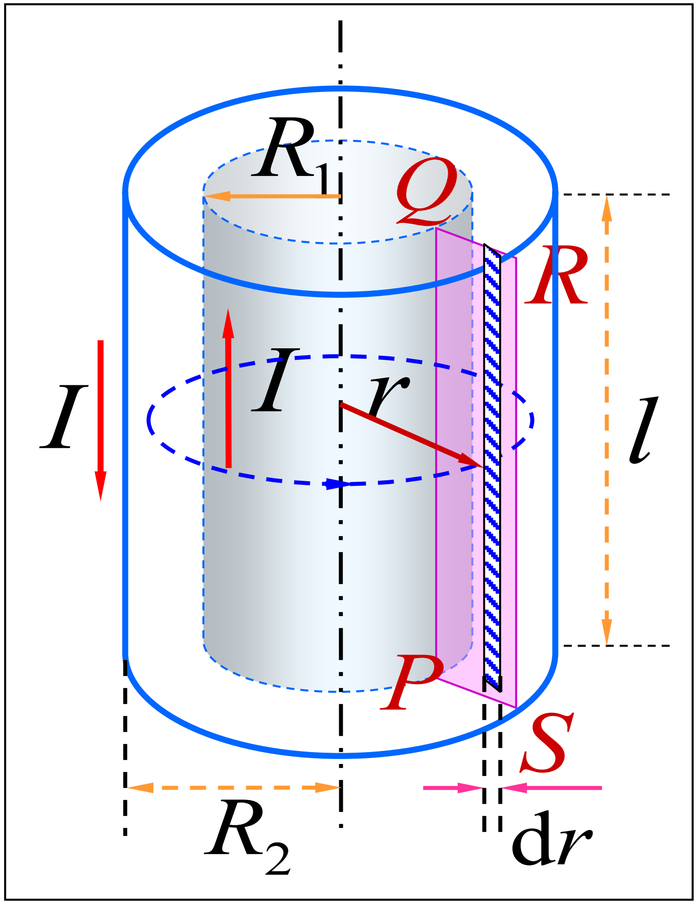
$$\Phi = \int \mathrm{d}\Phi = \int_{R1}^{R2} \frac{\mu I}{2\pi\, r} l \mathrm{d}r$$

即 $\Phi = \dfrac{\mu I l}{2\pi} \ln \dfrac{R_2}{R_1}$

由自感定义可求出

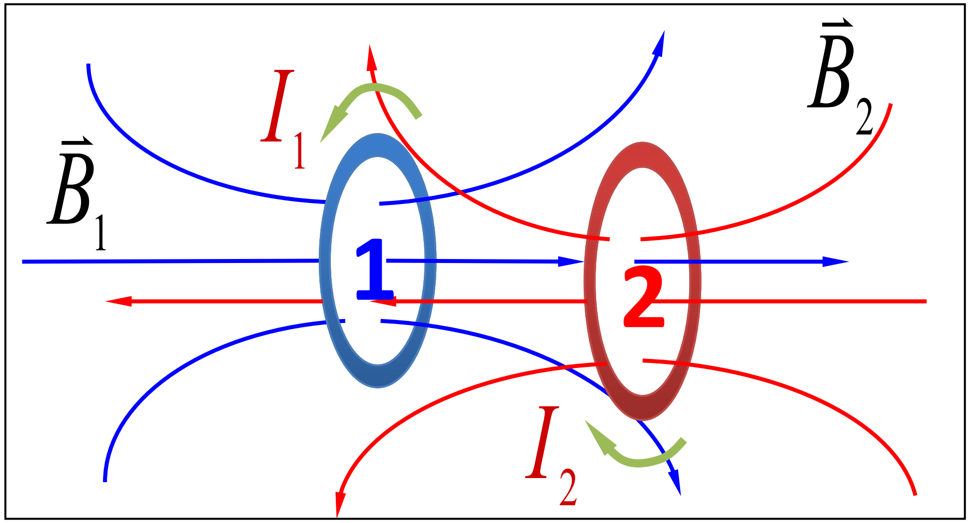
$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

单位长度的自感为 $\dfrac{\mu}{2\pi} \ln \dfrac{R_2}{R_1}$



互感

由于一个载流回路中电流发生变化而引起邻近另一回路中产生感生电流的现象称为互感现象，所产生的电动势称为互感电动势。



$$\left.\begin{aligned} B_1 &\propto I_1 \\ \text{1对2的磁链}\ \Psi_{21} &\propto B_1 \end{aligned}\right\} \Psi_{21} \propto I_1 \Rightarrow \text{设}\ \Psi_{21} = M_{21} I_1$$

□回路2中的互感电动势

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

□回路1中的互感电动势

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -M_{12}\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

实验表明： 互感系数

$$M_{21} = M_{12} = M$$

互感

➢ **互感系数**

$$M_{12}=M_{21}=M=\frac{\Psi_{21}}{I_1}=\frac{\Psi_{12}}{I_2}$$

- 互感仅与两个线圈形状、大小、匝数、相对位置以及周围的磁介质有关(无铁磁质时为常量)。

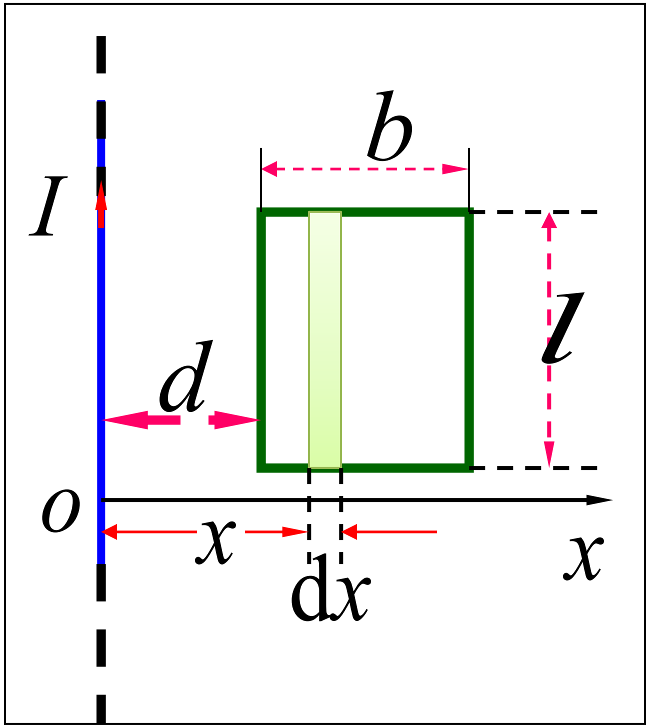
- 若M保持不变，则

$$\varepsilon_{21}=-M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t};\qquad \varepsilon_{12}=-M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

$$\Rightarrow\quad M=-\frac{\varepsilon_{12}}{dI_2/dt}=-\frac{\varepsilon_{21}}{dI_1/dt}$$

例 3

在磁导率为μ的均匀无限大的磁介质中，一无限长直导线与一宽长分别为b和l的矩形线圈共面,直导线与矩形线圈的一侧平行,且相距为d 。求二者的互感系数。



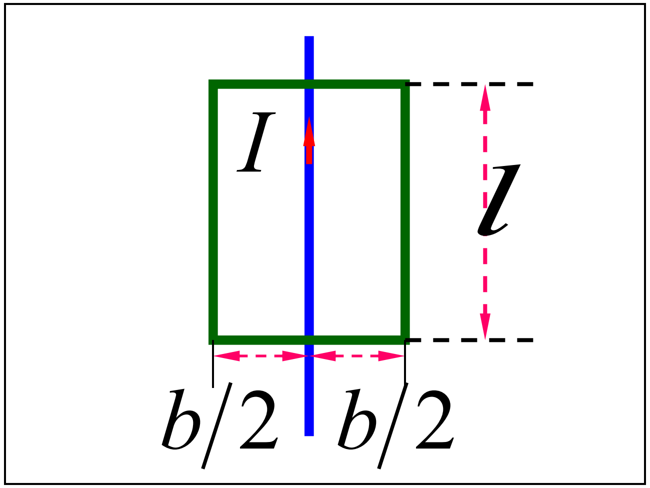
解： 设长直导线通电流I

$$B=\frac{\mu I}{2\pi\ x}$$

$$\mathrm{d}\Phi=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{s}=\frac{\mu I}{2\pi\ x}l\mathrm{d}x$$

$$\Phi=\int_{d}^{d+b}\frac{\mu I}{2\pi\ x}l\mathrm{d}x=\frac{\mu Il}{2\pi}\ln\left(\frac{b+d}{d}\right)$$

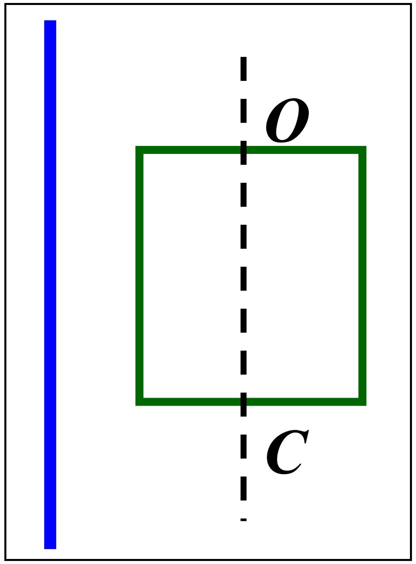
$$M=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu l}{2\pi}\ln\left(\frac{b+d}{d}\right)$$



若导线如左图放置，根据对称性可知 $\Phi = 0$

得 $M = 0$

思考：下列几种情况互感系数是否变化？



1）线框平行直导线移动； **N**

2）线框垂直于直导线移动； **Y**

3）线框绕 OC 轴转动； **Y**

4）直导线中电流变化。 **N**

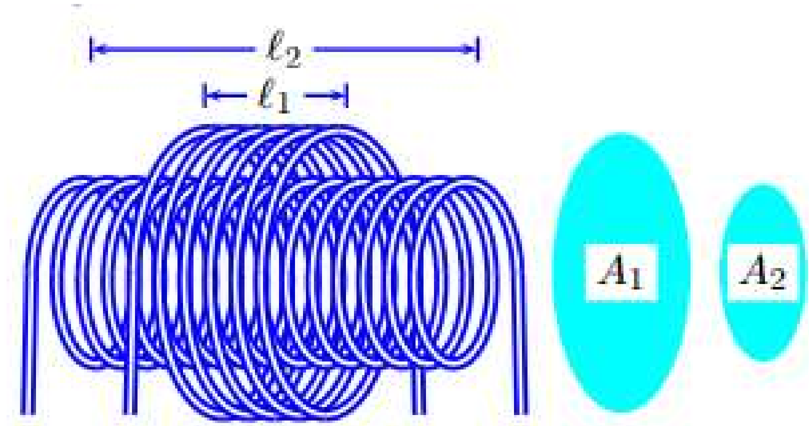
$$M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu l}{2\pi}\ln\left(\frac{b+d}{d}\right)$$

例4

计算共轴的两个长直螺线管之间的互感系数。

设两个螺线管的截面积、长度、匝数为 $R_1, R_2, l_1, l_2, N_1, N_2$

$$l_1 = l_2 = l, R_1 > R_2$$



解：设 I_1 $\Rightarrow$ $B_1 = \dfrac{\mu_0 N_1 I_1}{l}$

$$\Psi_{21} = N_2 B_1 \pi R_2^{\ 2} = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{l} \pi R_2^{\ 2} I_1$$

$$L_1 = \mu n_1^{\ 2} V_1 = \mu \frac{N_1^2}{l} \pi R_1^2$$

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{l} \pi R_2^{\ 2}$$

$$L_2 = \mu n_2^{\ 2} V_2 = \mu \frac{N_2^2}{l} \pi R_2^2$$

$$M = \frac{R_2}{R_1} \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$