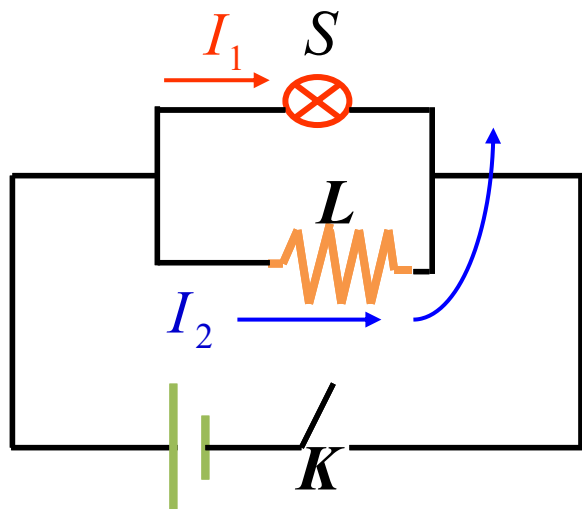


22.4 磁场的能量



现象：断开开关，S并不立刻熄灭，而是突然变亮一下才熄灭。

灯泡“回光返照”的电流来自于螺线管的**自感电动势**，它的能量来源于螺线管内的**磁场能量**。

自感电动势所做的**元功** $dA = \varepsilon_L i dt = -L \frac{di}{dt} i dt = -L i di$

电流从*I*到零，所做**总功**

$$A = \int_I^0 -L i di = \frac{1}{2} L I^2$$

自感线圈电流为*I*时的**磁场能量**

$$W_m = A = \frac{1}{2} L I^2$$

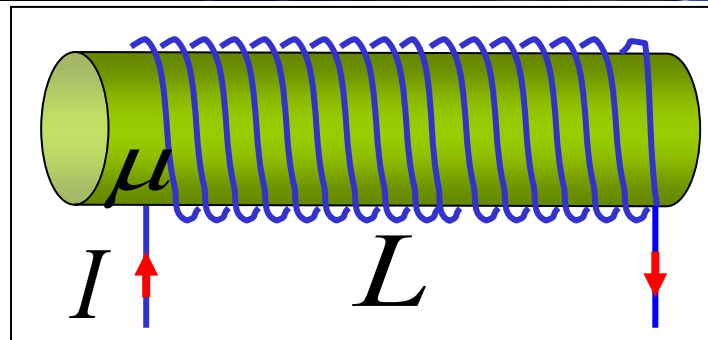


磁场能量&能量密度

➤ 自感线圈磁能

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

$$L = \mu n^2 V, \quad B = \mu n I$$



$$\hookrightarrow W_m = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \mu n^2 V \left(\frac{B}{\mu n} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} V$$

➤ 磁场能量密度

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} BH$$

➤ 磁场能量

$$W_m = \int_V w_m dV = \int_V \frac{B^2}{2\mu} dV$$



磁场能量的计算方法

方法一(能量密度法):

- (1) 写 B (H) 的表达式 (一般用环路定理)
- (2) 写 w_m , 取 dV , 写出 $dW_m = w_m dV = \frac{B^2}{2\mu} dV$
- (3) 积分 $W_m = \int dW_m$

方法二(自感系数法):

- (1) 写 B (H) 的表达式 (一般用环路定理)
- (2) 求出 $\Psi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$, 再算出 $L = \Psi/I$
- (3) 求出 $W_m = \frac{1}{2} LI^2$



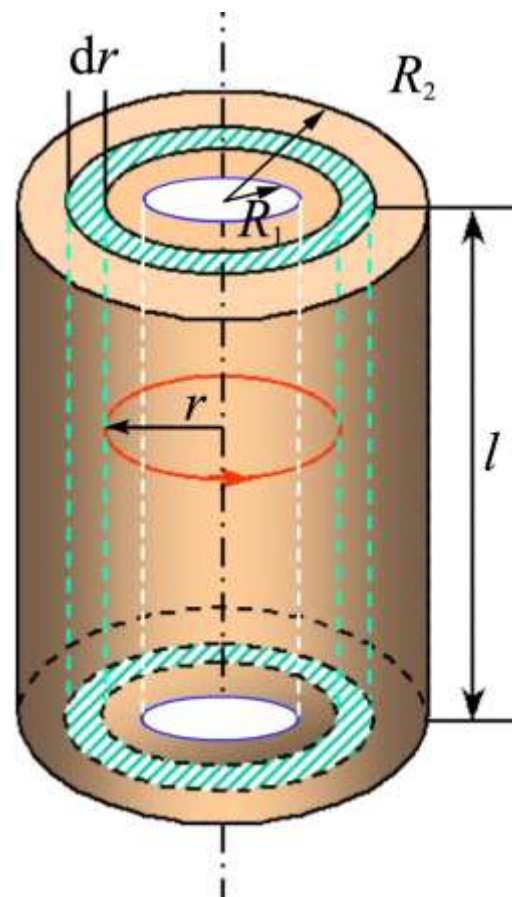
例题


一根长直同轴电缆，由半径为 R_1 和 R_2 的两同心圆筒导体组成，电缆中有恒定电流 I ，经内层流进外层流出形成回路。试计算长为 l 的一段电缆内的磁场能量。

解：方法1 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} \quad dV = 2\pi r l dr$$

$$dW_m = w_m dV = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} \cdot 2\pi l r dr$$




$$W_m = \int_V w_m \mathbf{d}V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} \cdot 2\pi l r \mathbf{d}r$$
$$= \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mathbf{d}r}{r} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

方法2:

先计算自感系数 $L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$



电场能量 vs. 磁场能量

➤ 电场

□ 电容器储能

$$W_e = \frac{1}{2} C U^2$$

□ 电场能量密度

$$w_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$$

□ 电场能量

$$W_e = \int_V w_e dV = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon E^2 dV$$

➤ 磁场

□ 自感线圈储能

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

□ 磁场能量密度

$$w_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu}$$

□ 磁场能量

$$W_m = \int_V w_m dV = \int_V \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} dV$$





作业

第19章(电磁感应):

P176习题 5, 7, 8, 9, 13, 14, 16

第20章(麦克斯韦方程组):

P188习题 1, 5, 7

注意

□第19, 20章作业一起交

