座位号________

专业________

学院________

学号________

姓名________

（密封线内不答题）

密　　封　　线

诚信应考, 考试作弊将带来严重后果!

华南理工大学期末考试

《线性代数与解析几何 》(A)试卷(17-18年度第1学期)

注意事项：1. 考前请将密封线内填写清楚;

2. 所有答案请直接答在试卷上;

3. 考试形式：闭卷;

4. 本试卷共 8 大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得 分									

一、 (15分) 填空题.

得分	

1. 若n阶行列式D的值等于d, 则将D的每个第(i,j)元素a_{ij}换到第$(n-i+1,n-j+1)$元素的位置上, 得到的新行列式的值为________.

2. 设A,B为可逆阵, 则$\begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}^{-1} =$ ________.

3. 设n为正整数, 矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则$A^n =$ ________.

4. 与矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$乘法可交换的所有矩阵为________.

5. 设$\alpha_1=(1,4,1), \alpha_2=(2,1,0), \alpha_3=(6,2,-16), \beta=(2,t,3)$, 当$t=$ ________时, β可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表出.

二、 (18分) 选择题:

得分	

1. 行列式$\begin{vmatrix} 8 & 27 & 64 & 125 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (\qquad)$.

(A) 12, (B) -12, (C) 16, (D) -16

2. 矩阵A是n阶方阵, A^*是其伴随矩阵, 则下列结论错误的是(　　).

(A) 若A可逆, 则A^*可逆　　(B) 若A不可逆, 则A^*也不可逆

(C) 若$|A^*|\neq 0$, 则A是可逆的　　(D) $|AA^*|=|A|$.

3. 要下列齐次线性方程组有非零解, 只需条件(　　) 满足:

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=0, \\ \cdots\cdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n=0. \end{cases}$$

(A) $m\leq n$,　(B) $m=n$,　(C) $m>n$,　(D) 系数矩阵的秩小于n.

4. 设3阶矩阵A的特征值为$1,0,-1$, $f(x)=x^2-2x-1$, 则$f(A)$的特征值为(　　)

(A) $-2,-1,2$,　(B)$-2,-1,-2$,　(C) $0,1,-1$,　(D) $2,0,-2$.

5. 若矩阵A只和自己相似, 则(　　).

(A) A必为单位矩阵;　(B) A必为零矩阵;

(C) A必为数量矩阵;　(D) A为任意对角矩阵.

6. 在下列二次型中, 属于正定二次型的是(　　).

(A) $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2$;

(B) $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+2x_1x_2+x_3^2$;

(C) $f(x_1,x_2,x_3)=4x_1^2+3x_2^2+6x_3^2-x_1x_2-x_1x_3$;

(D) $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$.

三、(7分)计算行列式:

得分	

$$D=\begin{vmatrix} a & 2 & 3 & \cdots & n \\ 1 & a+1 & 3 & \cdots & n \\ 1 & 2 & a+2 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & a+n-1 \end{vmatrix}.$$

四、(15分) 求解下列非齐次线性方程组：

得分	

$$
\begin{cases}
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7, \\
3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\
x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23, \\
5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12,
\end{cases}
$$

五、 (15 分) 在$\mathbb{R}^3$中, 求由基$\varepsilon_1 = (1,0,0)$, $\varepsilon_2 = (1,1,0)$, $\varepsilon_3 = (1,1,1)$到基$\eta_1 = (1,2,3)$, $\eta_2 = (2,3,1)$, $\eta_3 = (3,1,2)$的过渡矩阵, 并求向量$\xi = (1,0,1)$在这两组基下的坐标.

得分	

六、(10分) 求过点$(1,1,1)$, 且垂直于平面$x-y+z=7$和$3x+2y-12z+5=0$的平面方程.

得分	

七、(15 分) 设3阶实对称矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$,

得分	

(1) 求A的特征值、特征向量; (2) 求正交矩阵T, 使得$T^{-1}AT$为对角形.

八、(5分) 设A是$m\times n$矩阵, B是$m\times k$矩阵,且$A=(\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_n)$, $B=(\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_k)$是它们的列向量构成的分块矩阵. 假定对每个$\beta_j$，分块矩阵$(A,\beta_j)$的秩与$A$的秩相等. 令$C=(A,B)$为由$A,B$构成的分块矩阵, 证明: $r(C)=r(A)$.

得分	