

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科生期末考试

《工科数学分析（二）》A 卷

2019-2020 学年第二学期

- 注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；
2. 所有答案请直接答在试卷上；
3. 考试形式：闭卷；
4. 本试卷共 5 大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						

评阅教师请在试卷袋上评阅栏签名

得分

一、 填空题：共 5 题，每题 3 分，共 15 分。

1. 函数 $u = (2x^2 + y^2)z^2$ 在点 $(0,1,1)$ 沿该点梯度方向的方向导数为_____；
2. 曲线 $x = t + 1, y = t^2 + 1, z = t^3 + 1$ 在点 $(1, 1, 1)$ 的切线方程为_____；
3. 函数 $z = x^3 + y^3 - 3xy$ 的极小值为_____；
4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$ 的收敛域为_____；
5. 设 $S(x)$ 为 $f(x) = e^{x^2}, x \in [0, \pi]$ 展成的以为周期的正弦级数的和函数, 则 $S(0) =$ _____.

二、计算题：共 5 题，每题 9 分，共 45 分。

1. 求二阶线性非齐次微分方程 $y'' + y' - 2y = 18xe^x$ 的通解.

2. 设 $z = f(x^2 + y^2, x^2 y^2)$, 其中 f 为任意阶可微函数. 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

3. 计算 $\iiint_{\Omega} (x + y + z) dx dy dz$, 其中 Ω 是曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 所围成的区域.

4. 计算第二类曲线积分: $\oint_L xy^2 dy - x^2 y dx$, 其中 $L: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a, b > 0$, 取逆时针方向.

5. 计算第二类曲面积分: $I = \iint_{\Sigma} 2x(y-z) dy dz + (1-y^2) dz dx + (1+z^2) dx dy$, 其中 Σ 为柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 夹在平面 $z = 0$ 和 $z = 3$ 部分的曲面, 方向指向外侧.

得分

三、解答下列各题：共 2 题，每题 8 分，共 16 分。

1. 试确定 α 的值,使得函数 $f(x,y)=\begin{cases} (x^2+y^2)^\alpha \sin \frac{1}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$,在点 $(0,0)$ 处可微.

2. 求正项级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n!}$ 的和.

四、证明题：共 2 题，每题 8 分，共 16 分。

得分

1. 设 $x = x(y, z)$, $y = y(x, z)$, $z = z(x, y)$ 都是由方程 $F(x, y, z) = 0$ 所确定的具有连续偏导数的

函数, 证明 $\frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1$.

2. 证明函数项级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(1-e^{-nx})}{n^2+\sin x}$ 在 $[0, \infty)$ 上一致收敛.

五、应用题：共 1 题，每题 8 分，共 8 分。

得分

1. 将正数 9 分成三个正数 x, y, z 之和, 使得 $u = x^2 y^3 z^4$ 最大, 求出最大值.