座位号________ 线 专业________ 学院________ （密封线内不答题） 封 学号 密 姓名________

诚信应考, 考试作弊将带来严重后果!

# 华南理工大学期末考试

## 《线性代数与解析几何 》(B)试卷(15-16年度第1学期)

注意事项：1. 考前请将密封线内填写清楚;

2. 所有答案请直接答在试卷上;

3. 考试形式：闭卷;

4. 本试卷共 八 大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总 分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得 分 | | | | | | | | | |
| 评卷人 | | | | | | | | | |

一、 (15分) 填空题.

1. 若$n$阶行列式$D=|a_{ij}|$的值等于$d$, 则将$D$的每个元素$a_{ij}$变为$b^{i-j}a_{ij}$, 得到的新行列式的值为__________

2. 设$A$为3阶方阵, $A^*$为$A$的伴随矩阵, 且$|A|=\frac{1}{2}$, 则$|(3A)^{-1}-2A^*|=$__________.

3. 已知向量组$\alpha_1=(1,2,3)$, $\alpha_2=(1,4,a)$, $\alpha_3=(2,a,9)$线性相关, 则$a=$__________.

4. 使矩阵$A=\begin{pmatrix}1&1&4\\2&\lambda&1\\1&1&0\end{pmatrix}$的秩为最小的$\lambda$值是__________.

5. 设矩阵$A,B$ 均可逆, 则矩阵$D=\begin{pmatrix}A&C\\0&B\end{pmatrix}$的逆矩阵$D^{-1}=$__________.

二、 (15分) 选择题:

1. 设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$的秩是3，且满足$\alpha_1+\alpha_3-\alpha_5=0$, $\alpha_2=3\alpha_4$, 则该向量组的一个极大线性无关组为(　　　).

(A) $\alpha_1,\alpha_3,\alpha_5$;　　(B) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$;　　(C) $\alpha_2,\alpha_4,\alpha_5$;　　(D) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4$.

2. 设$m\times n$矩阵$A$中的$n$个列线性无关, 则$r(A)=($　　$)$.

(A) 大于等于$m$;　(B) 大于等于$n$;　(C) 等于$m$;　(D) 等于$n$.

3. 下列矩阵相似于对角矩阵的是(　　).

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; (B) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; (C) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; (D) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

4. 设矩阵$A$适合$A^2 = A$, 则$A$的特征值可能的取值为(　　).

(A) $0, 1$;　　(B) $0, -1$;　　(C) $0, \pm 1$;　　(D) $\pm 1$.

5. 设$A$是$n$阶正定矩阵, 则下列结论错误的是(　　).

(A) $|A| > 0$;　　(B) $A$非退化;

(C) $A$的元素全是正数;　(D) $A$的主对角线上的元素全是正数.

三、 (10分) 证明: $n+1$阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_0 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_1 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix} = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n.$$

四、 (17分)实数$\lambda$ 取何值时，线性方程组：$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 1. \end{cases}$ 无解? 有唯一解? 有无穷多个解? 若有唯一解求出解; 有无穷多个解时求出通解.

五、 (13 分) 设矩阵$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -4 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 求$A^{-1}$.

六、 (10 分) 求平行与平面$x+2y-2z-1=0$且与其距离$d$为2的平面方程.

七、 (15 分) 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$, 求正交矩阵$T$使得$T^{-1}AT$为对角形.

八、 (5 分) 设$n$阶方阵$A, B$满足$AB = A + B$. 证明: $AB = BA$.