第15章 静电场中的导体和电介质

§15 静电场中的导体和电介质 (4学时)

重 点

- 静电场中导体的特性
- 电位移矢量
- 电介质中的高斯定理
- 静电场能量

难 点

- 根据静电平衡条件分析静电场中导体的性质
- 电介质中电场分布的计算
- 电容器与电场能量

本章作业

课本P83~86

1, 3, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 16, 17(共10题)

注意

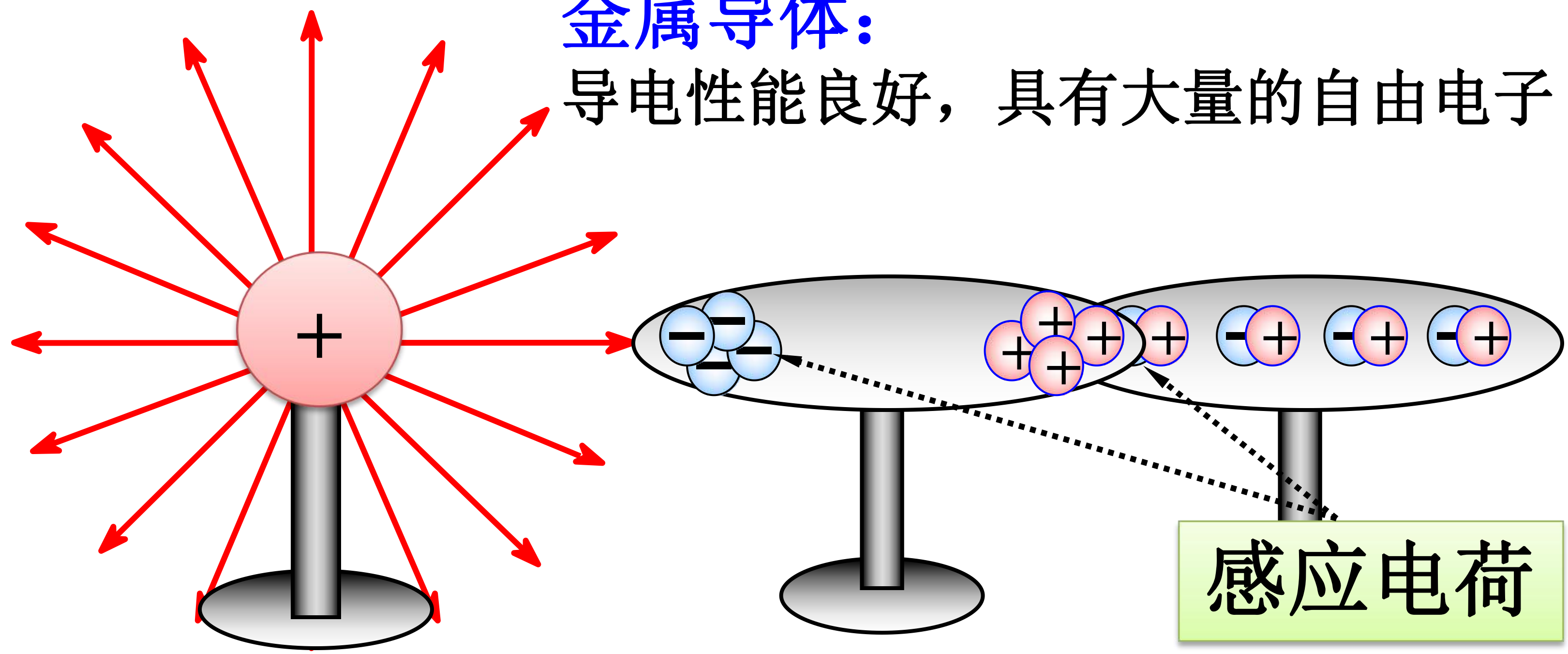
- 作业用A4纸, 不抄题, 有题号
- 选择&填空题要有解题过程

➢静电平衡条件

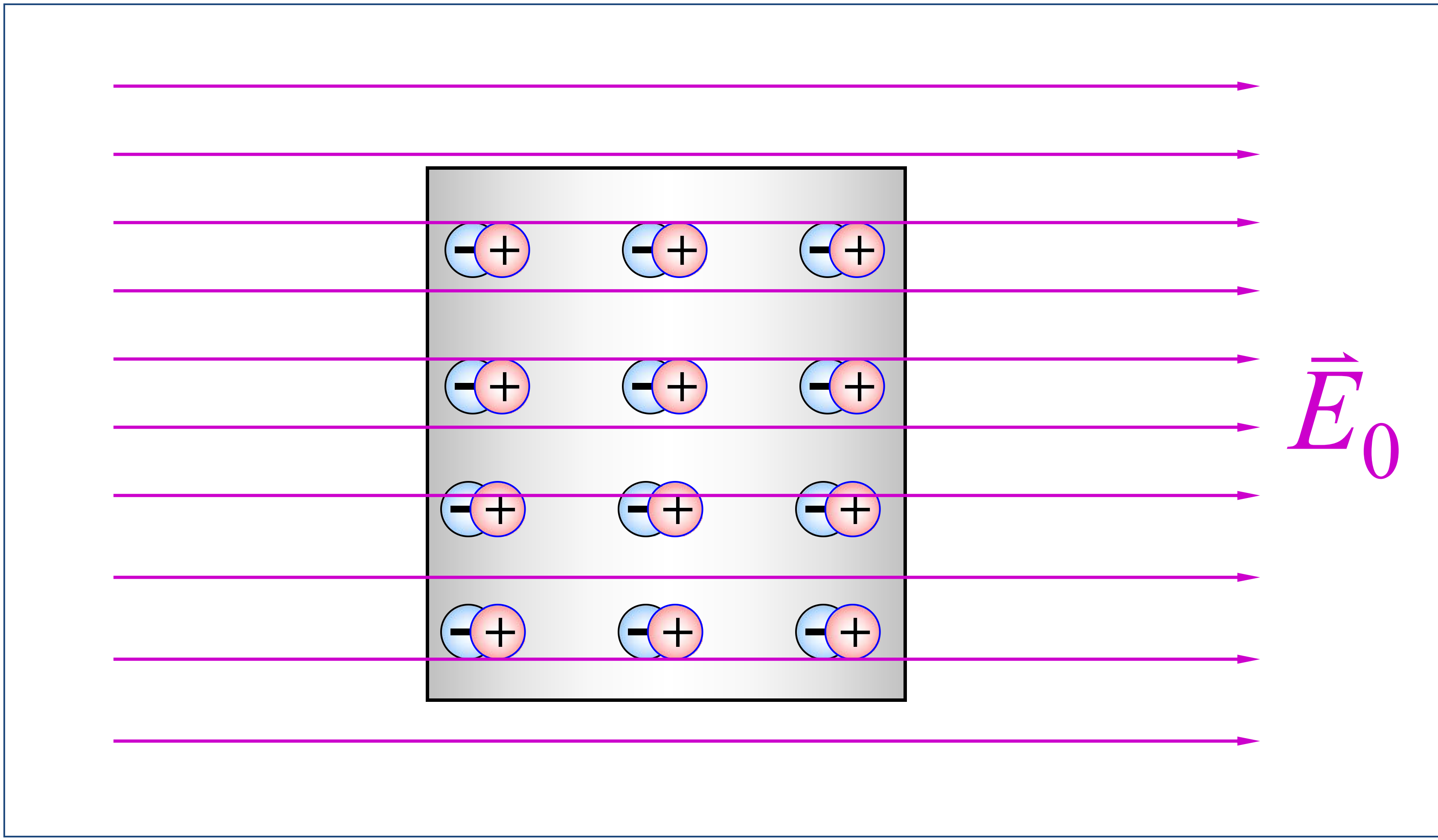
■静电感应

金属导体：

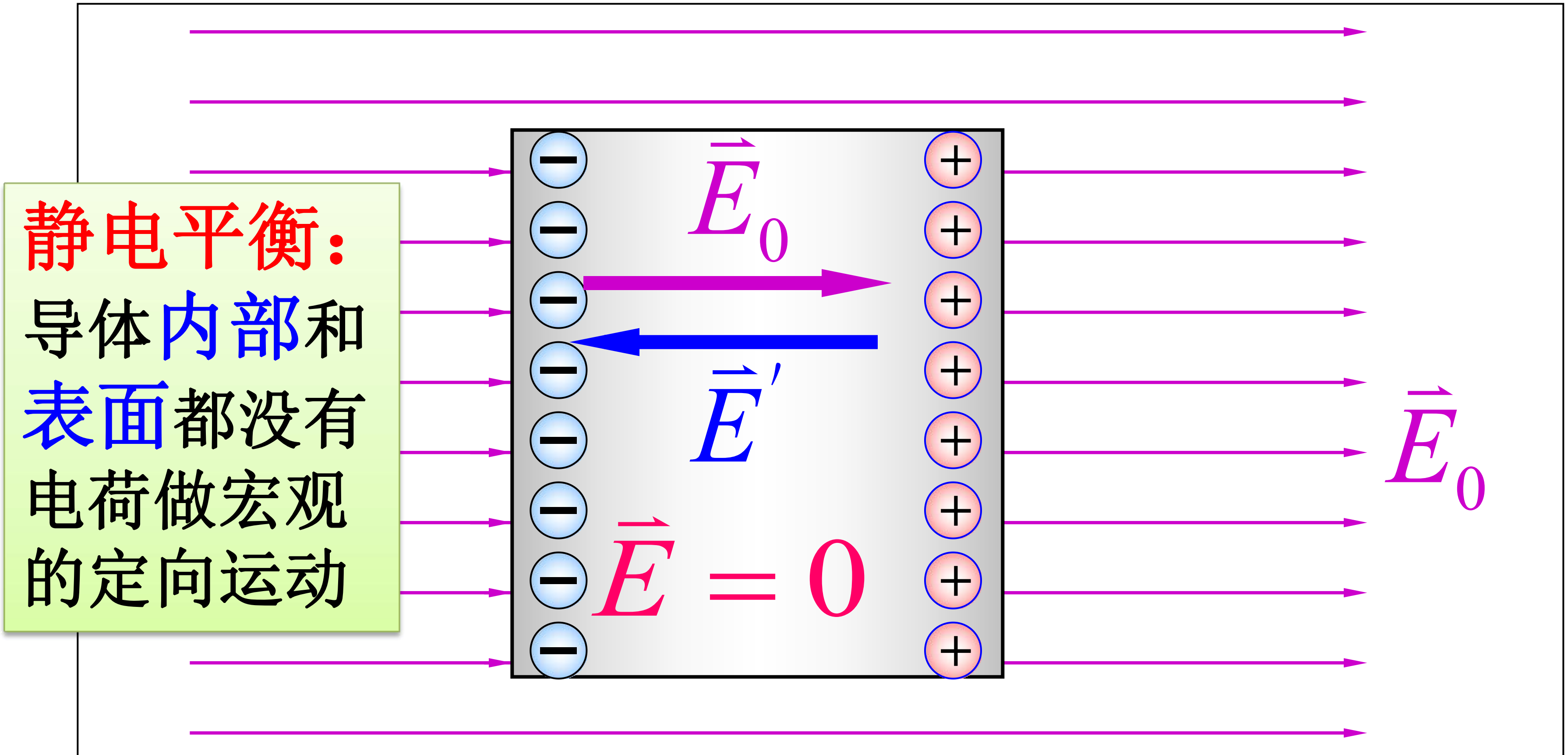
导电性能良好，具有大量的自由电子



静电平衡



静电平衡



$$\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'=0$$

导体内电场强度

外电场强度

感应电荷电场强度

静电平衡条件

（1）导体内部任何一点处的电场强度为零；

（2）导体表面处的电场强度的方向，都与导体表面垂直。

导体是等势体

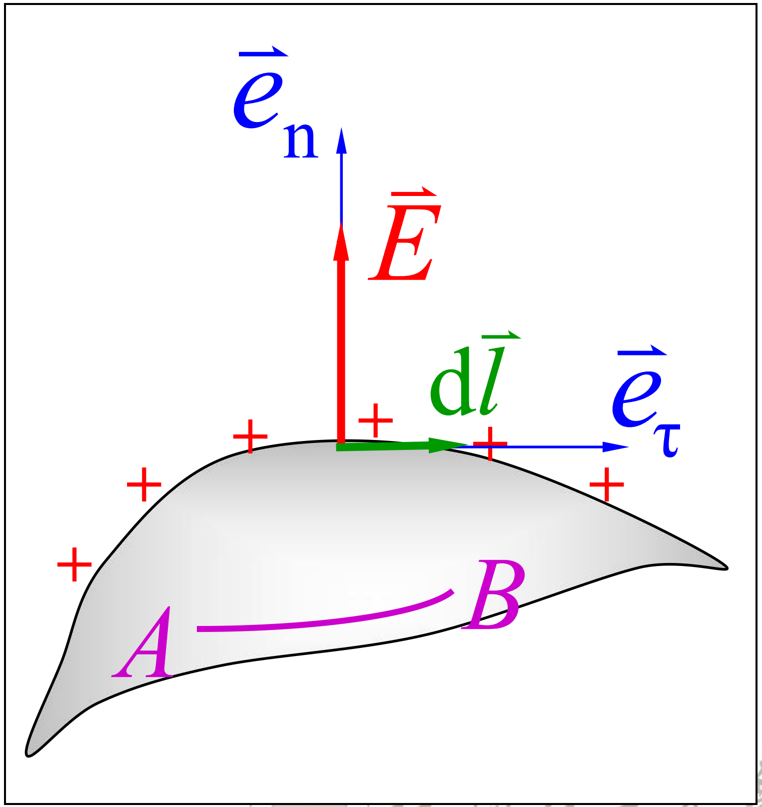
- 导体表面是等势面

$$\because \vec{E} \perp \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\therefore -\Delta U = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

- 导体内部电势相等

$$U_{AB} = \int_{AB} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

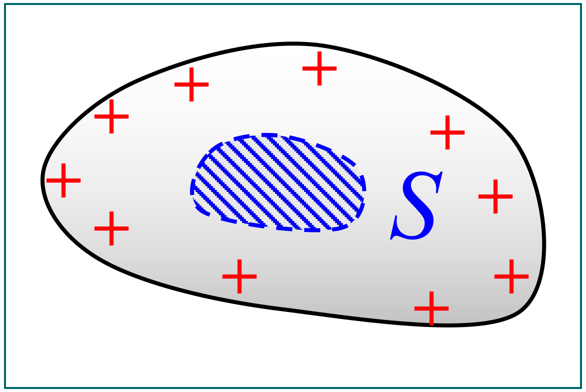


静电平衡时导体上电荷的分布

➤实心导体

$$\because \vec{E}=0 \qquad \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore q=0$$

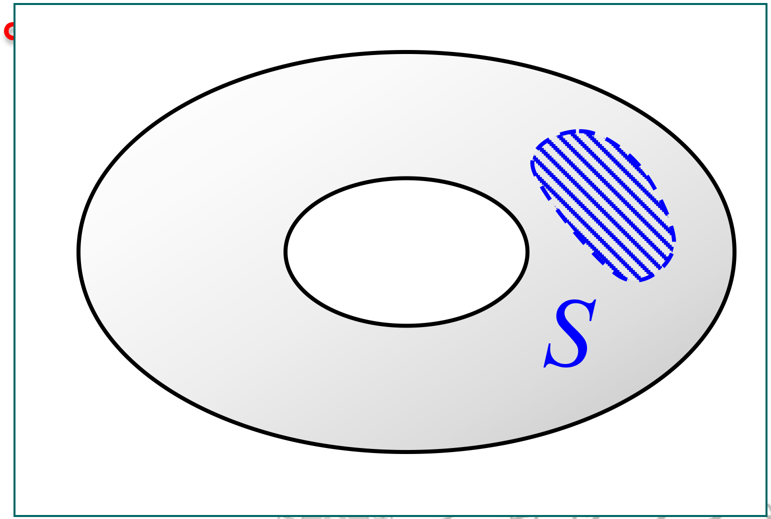


导体内部无净电荷，电荷只能分布于导体外表面。

➤有空腔导体

□空腔内无电荷

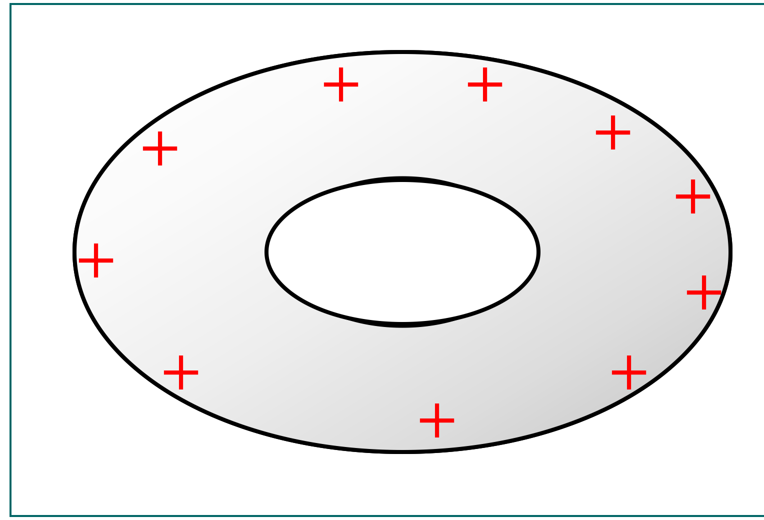
$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0, \quad \sum q_i=0$$



导体内部没有净电荷

内表面上有电荷吗？

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0, \quad \sum q_i = 0$$



- 若内表面带电

矛盾

$$U_{AB} = \int_{AB} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} \neq 0$$

- 导体是等势体

$$U_{AB} = \int_{AB} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$ 所以内表面不带电

电荷分布在外表面上（内表面无电荷）

◘空腔内有电荷

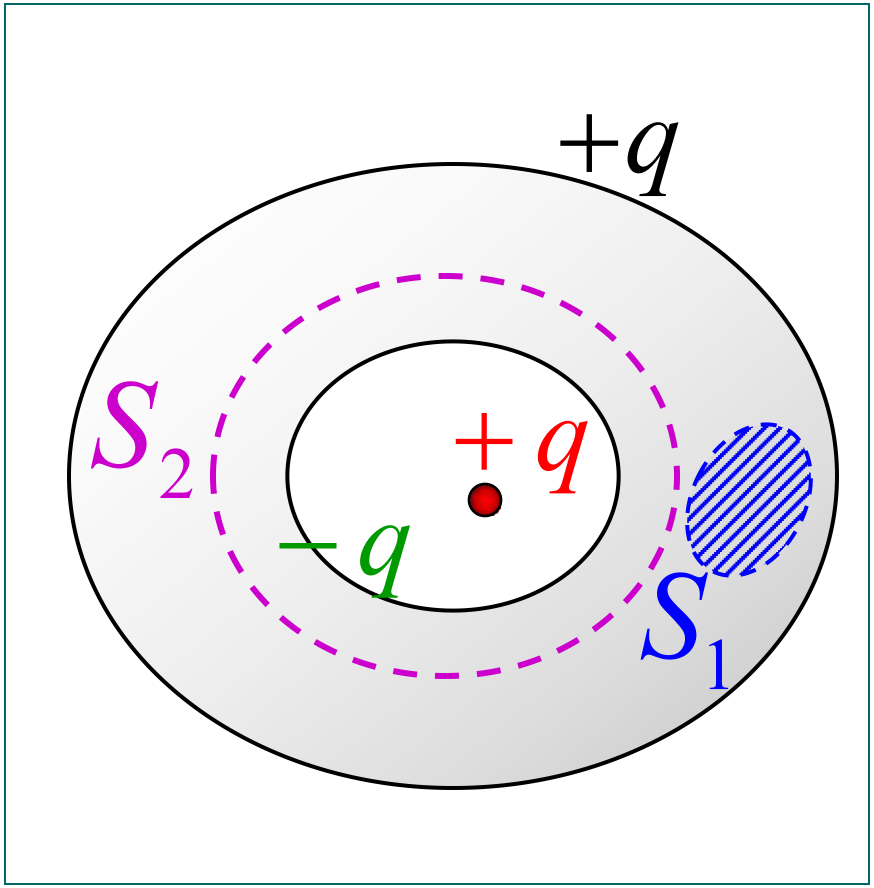
$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0，\quad \sum q_i = 0$$

电荷分布在表面上

内表面上有电荷吗？

$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0，\quad \sum q_i = 0$$

$$q_{内} = -q$$



空腔内有电荷+*q*时,内表面因静电感应出现等值异号的电荷-*q*，外表面有感应电荷 +*q*(电荷守恒)

➢导体表面电场强度与电荷面密度的关系

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0}$$

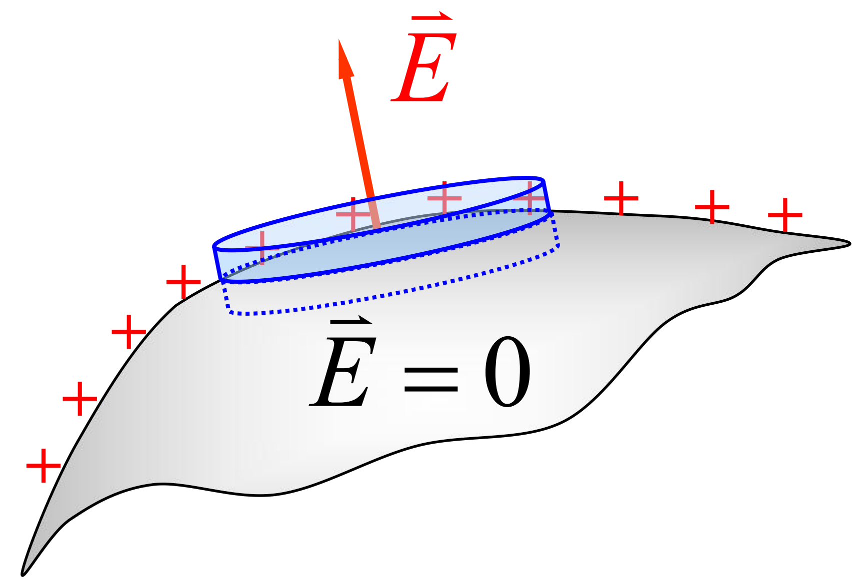
σ 为表面电荷面密度

$$E\ \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

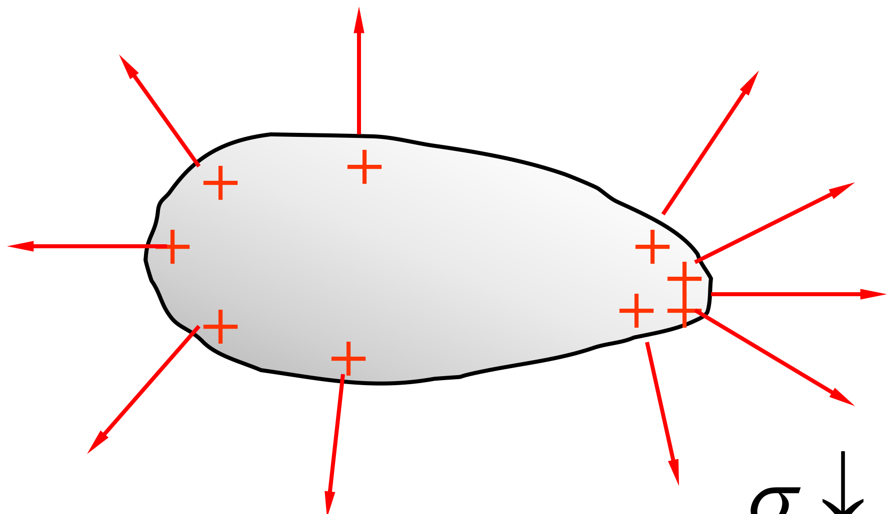
表面电场强度的大小与该表面电荷面密度成正比

作钱币形高斯面 S



➢导体表面电荷分布

□电荷面密度正比于导体表面的曲率（曲率半径的倒数）



$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma\downarrow, E\downarrow;\quad \sigma\uparrow E\uparrow$$

注意：导体表面电荷分布与导体形状以及周围环境有关

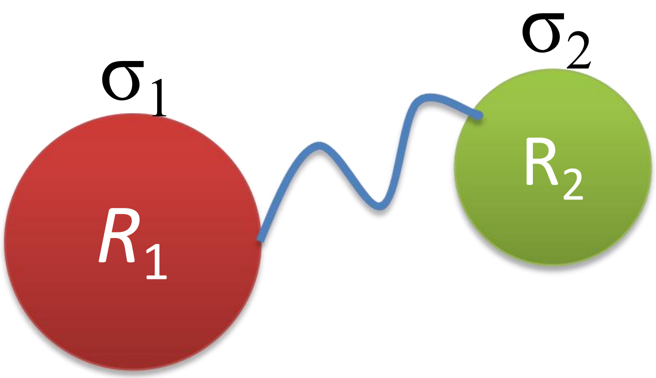
例题1

设有两个半径分别为R_1和R_2的金属球，它们周围无其他带电体或导体，它们之间相距也非常远。今用一根细导线把它们相连，若给它们带上一定电荷后，求它们表面的电荷面密度之比。

解： 设静电平衡后两金属球表面分别带有电荷q_1和q_2

带电球壳

$$U_1=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1},\qquad U_2=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

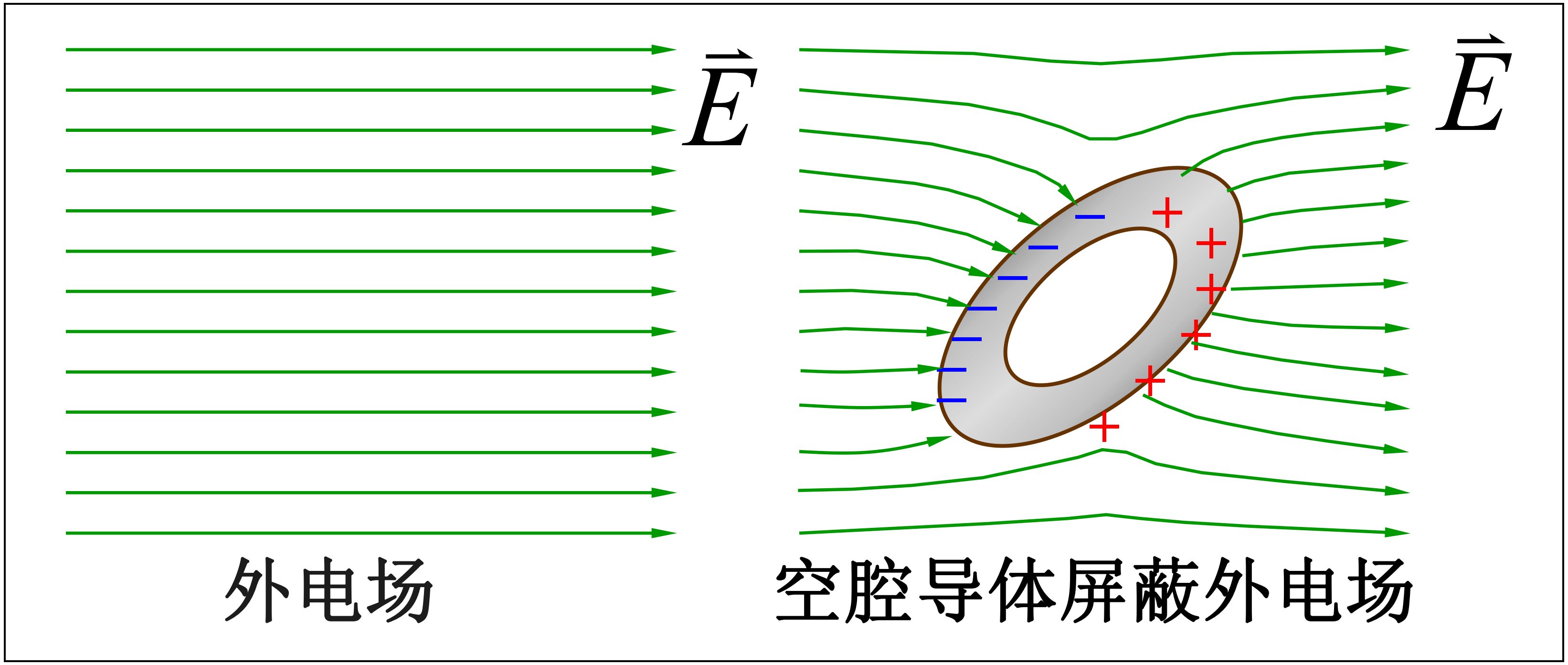


$$U_1=U_2 \qquad \boxed{\frac{q_1}{q_2}=\frac{R_1}{R_2}}$$

接地的作用

$$\sigma_1=\frac{q_1}{4\pi R_1^2},\quad \sigma_2=\frac{q_2}{4\pi R_2^2} \qquad \frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{R_2^2}{R_1^2}\frac{q_1}{q_2} \qquad \frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{R_2}{R_1}$$

➢屏蔽外电场



空腔导体可以屏蔽外电场，使空腔内物体不受外电场影响。整个空腔导体和腔内的电势也必处处相等。

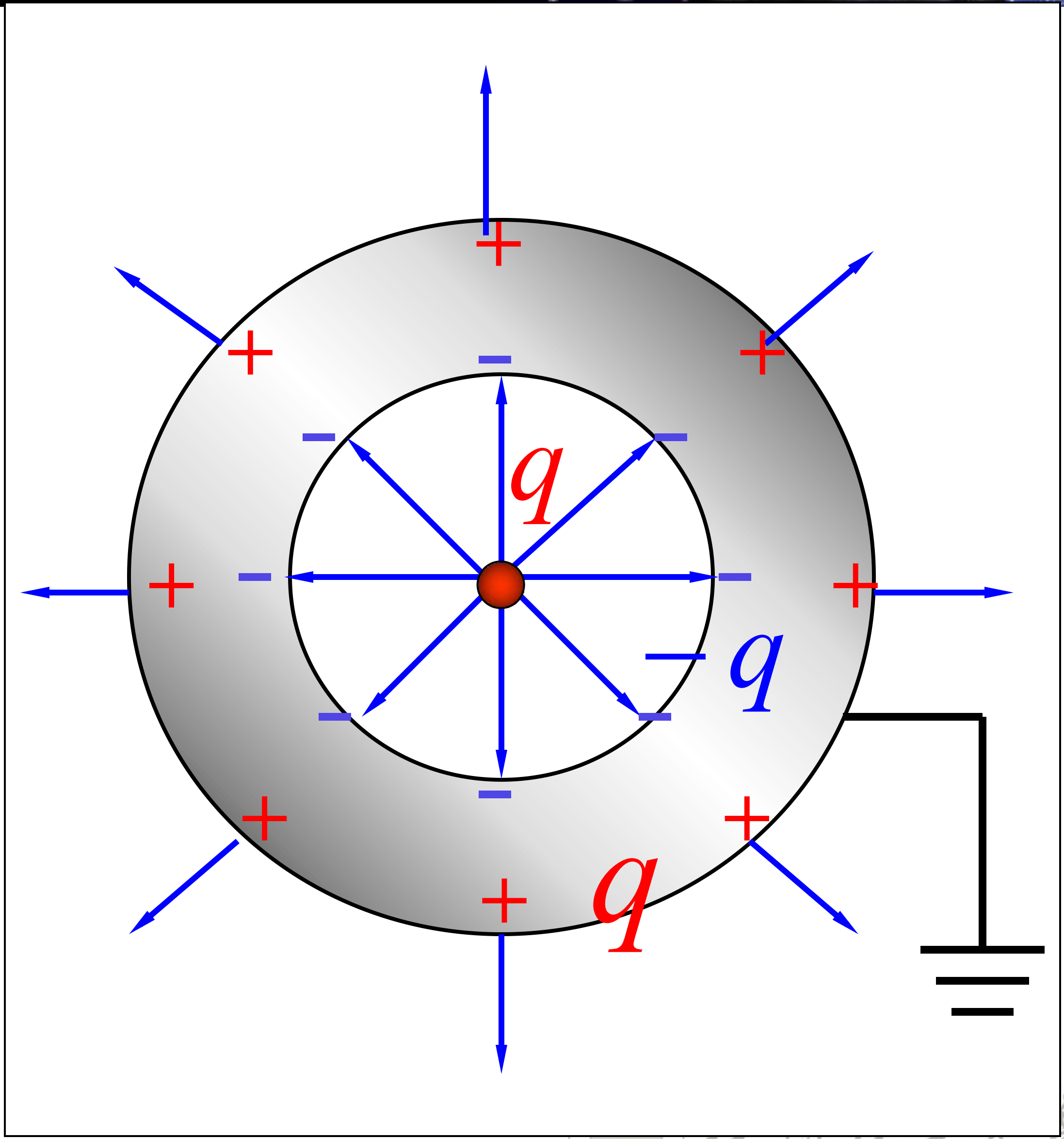
静电屏蔽

➢屏蔽腔内电场

接地空腔导体将使外部空间不受空腔内的电场影响。

接地导体电势为零

思考：空间各部分的电场强度如何分布？



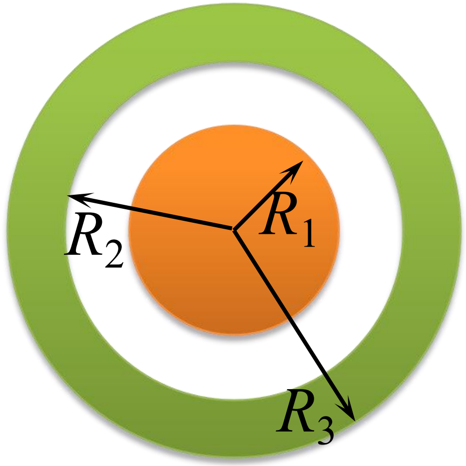
例题2

有一内半径R_2，外半径为R_3的金属球壳。在球壳中放一半径为R_1的同心金属球，球壳和球均带有q的正电荷。问：(1)两球电荷分布；(2)球心的电势；(3)球壳电势。

解:（1）电荷+q分布在内球表面

球壳内表面带电荷 -q

球壳外表面带电荷+2q



$$\vec{E}_1 = 0 \qquad (r < R_1)$$

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (R_1 < r < R_2)$$

$$E_3 = 0 \qquad (R_2 < r < R_3)$$

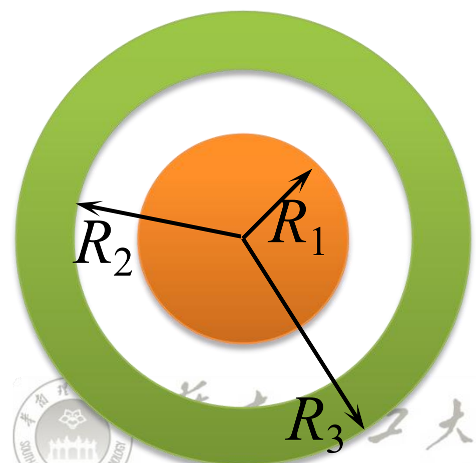
$$E_4 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (r > R_3)$$

(2)球心的电势 $V_O=\int_0^{\infty}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\int_0^{R_1}+\int_{R_1}^{R_2}+\int_{R_2}^{R_3}+\int_{R3}^{\infty}$

$$V_O=\int_{R_1}^{R_2}E_2\mathrm{d}r+\int_{R_3}^{\infty}E_4\mathrm{d}r=\int_{R_1}^{R_2}\frac{q\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}+\int_{R_3}^{\infty}\frac{2q\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

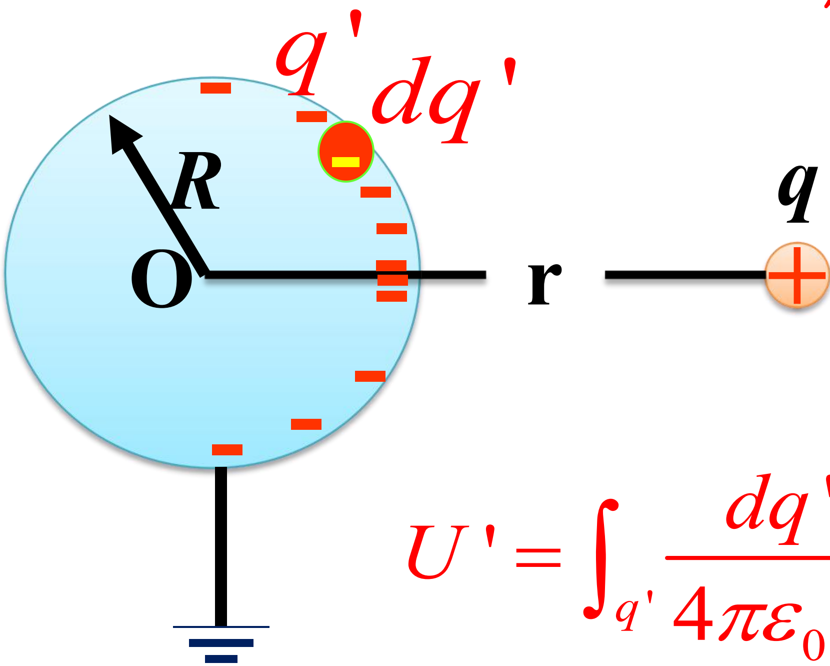
$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)+\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}+\frac{2}{R_3}\right)$$

(3) 球壳的电势 $V_1=\int_{R_3}^{\infty}\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$



例题3

在一接地导体球附近，有一电量为$+q$的点电荷，q离导体球球心的距离为r，球半径为R，求导体球上的感应电荷的电量。



解： 设导体上感应电荷为q'

$(q' \neq -q)$

注意：O点的电势为零，且是q 和 q'共同产生的电场叠加的结果。

$$U' = \int_{q'} \frac{dq'}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_{q'} dq' = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$U_o = U' + U_{qo} = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0$$

$$q' = -\frac{R}{r}q$$

例题4

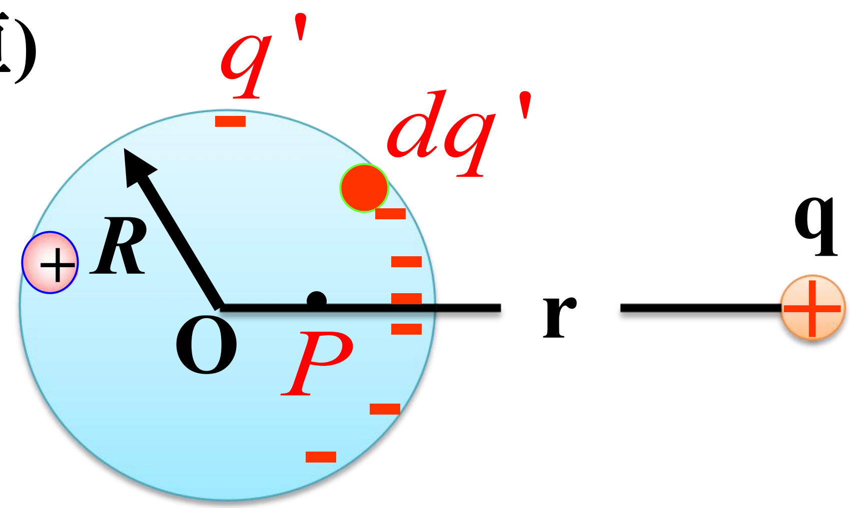
如图所示，有一半径为R的不带电的金属球，球外不远处放置一点电荷，电荷量为q，与球心相距r，试求试求金属球面上的感应电荷总量q'及感应电荷在距球心O为l处的P点产生的电势。

解： 导体静电平衡，球面上感应电荷分布必定不均匀，

但显然 $q'=0$ (电荷守恒)

$$U_{q'}=\int dU_{q'}=\int_{q'}\frac{dq'}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

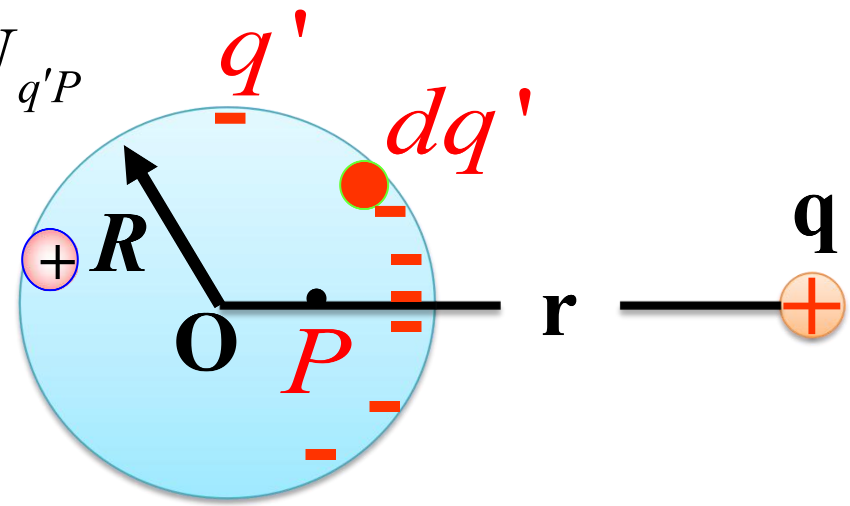
$$=\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R}=0$$



$$U_q=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\qquad U_O=U_q+U_{q'}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

静电平衡后，导体球是等势体

$$U_P=U_O=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}=U_{qP}+U_{q'P}$$



$$U_{qP}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (r-l)}$$

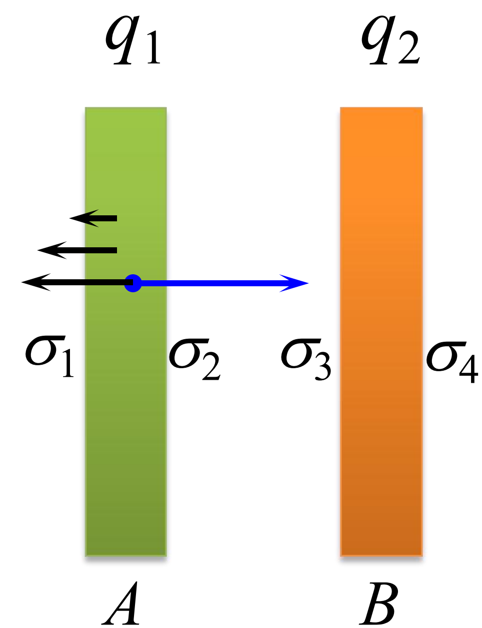
$$U_{q'p}=U_P-U_{qP}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r-l}\right)$$

例题5

两块导体平板，面积为S，分别带电荷q_1和q_2，两极板间距远小于平板的线度，求平板各表面的电荷密度。

解：

电荷守恒
$$\begin{cases} \sigma_1 S + \sigma_2 S = q_1 \\ \sigma_3 S + \sigma_4 S = q_2 \end{cases}$$



由静电平衡条件，导体板内$E=0$

$$E_A = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$E_B = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0} = 0$$

联立上述四个方程

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{q_1 + q_2}{2S} \qquad \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{q_1 - q_2}{2S}$$