➢静电场力所做的功

◘点电荷的电场

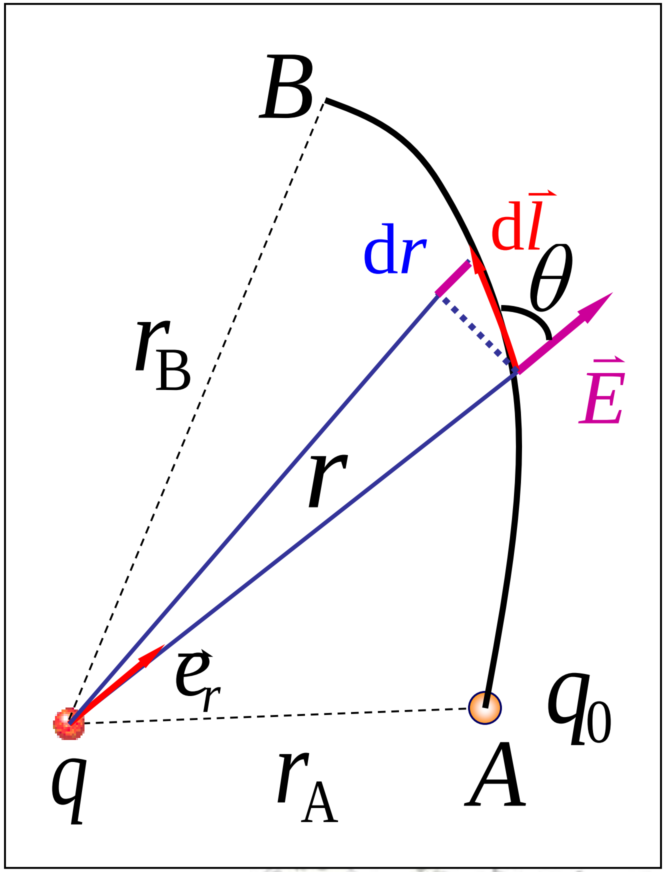
$$\mathrm{d}A = q_0 \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = q_0 E \cdot \mathrm{d}l \cdot \cos\theta$$

$$= q_0 \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \mathrm{d}l \cdot \cos\theta$$

$$\mathrm{d}l \cos\theta = \mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}A = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r$$

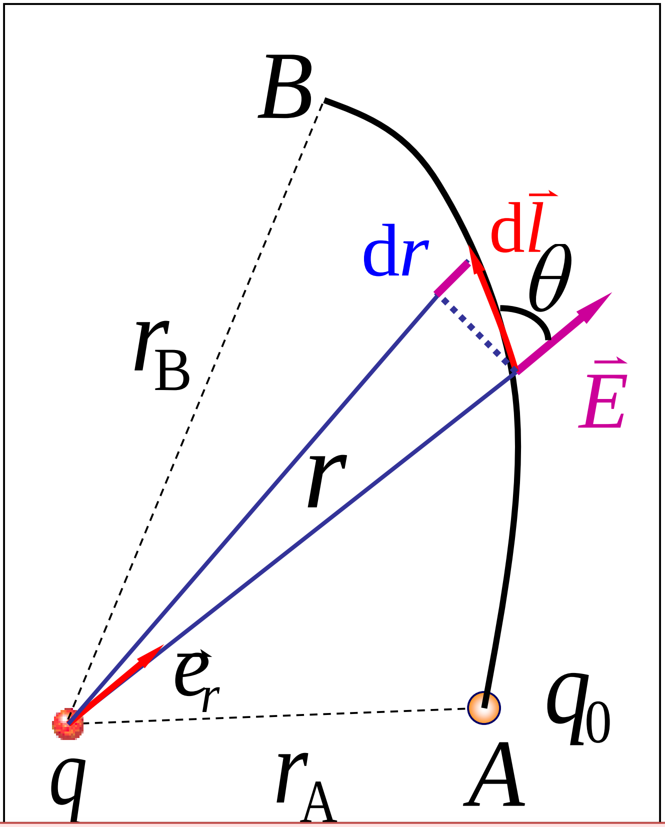
$$A = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{\mathrm{d}r}{r^2}$$



静电场力做功

$$A=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$$

结论：A仅与q_0的始末位置有关，与路径无关



□任意带电体的电场

$$\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i \quad \text{（点电荷的组合）}$$

$$A=\int_l q_0\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\sum_i q_0\int_l \vec{E}_i\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

结论：静电场力做功，与路径无关，是保守力。

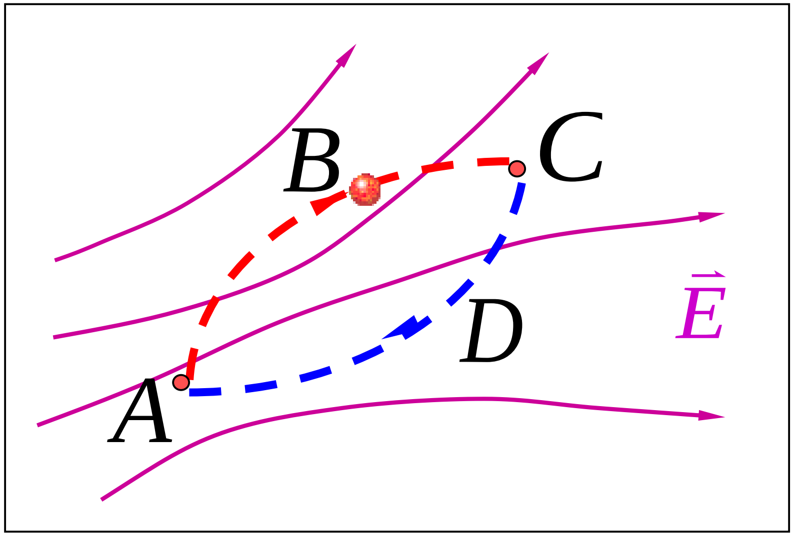
静电场的环路定理

$$q_0\int_{ABC}\vec{E}\cdot d\vec{l}=q_0\int_{ADC}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$q_0\left(\int_{ABC}\vec{E}\cdot d\vec{l}-\int_{ADC}\vec{E}\cdot d\vec{l}\right)=0$$

$$q_0\left(\int_{ABC}\vec{E}\cdot d\vec{l}+\int_{CDA}\vec{E}\cdot d\vec{l}\right)=0$$

$$\boxed{\oint_l\vec{E}\cdot d\vec{l}=0}$$

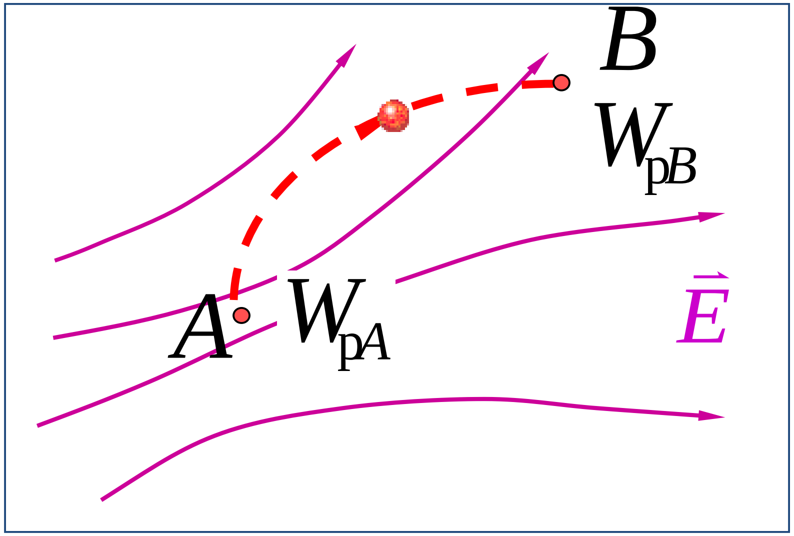


结论：沿闭合路径一周，电场力作功为零

静电场是保守场

电势能

静电场是保守场，静电场力是保守力，静电场力所做的功就等于电荷电势能增量的负值。



$$A_{AB}=-(W_{pB}-W_{pA})=W_{pA}-W_{pB}=\int_A^B q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

令 $W_{pB}=0$

$$\boxed{W_{pA}=\int_A^{\text{势能零点}} q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

试验电荷q_0在电场中某点的电势能，在数值上等于把它从该点移到零势能处静电场力所作的功。

电势

$$A_{AB}=-(W_{pB}-W_{pA})=W_{pA}-W_{pB}=\int_A^B q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$\frac{W_{pA}}{q_0}-\frac{W_{pB}}{q_0}=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

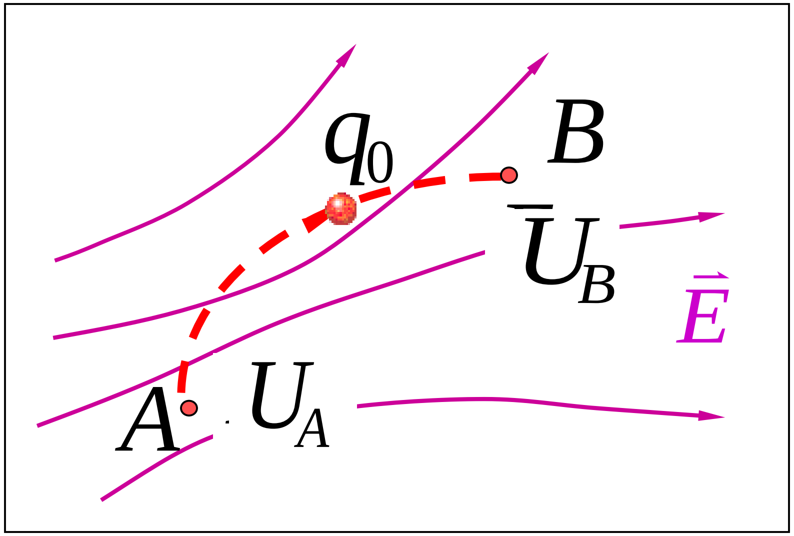
$$\begin{cases} U_A=W_{pA}/q_0 & \text{A点电势} \\ U_B=W_{pB}/q_0 & \text{B点电势} \end{cases}$$

$$U_A-U_B=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

➤电势差

$$U_{AB}=U_A-U_B=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

将单位正电荷从*A*移到*B*时电场力作的功。



$$U_A=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}+U_B \qquad U_{AB}=U_A-U_B=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

令 $U_B=0$ $\quad U_A=\int_{\mathrm{A}}^{\text{电势零点}} \vec{E}\cdot d\vec{l}$

◘电势零点的选取

有限带电体以无限远为电势零点，实际问题中常选择地球电势为零。

◘静电场力的功

$$A_{AB}=q_0\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}=q_0U_{AB}=q_0(U_A-U_B)$$ 电子伏特eV

$$1\mathrm{eV}=1.602\times10^{-19}\mathrm{J}$$

$$1\mathrm{eV}=1.602\times10^{-19}\mathrm{C}\cdot\mathrm{V}=1.602\times10^{-19}\mathrm{A}\cdot s\cdot\mathrm{V}=1.602\times10^{-19}\mathrm{W}\cdot s$$

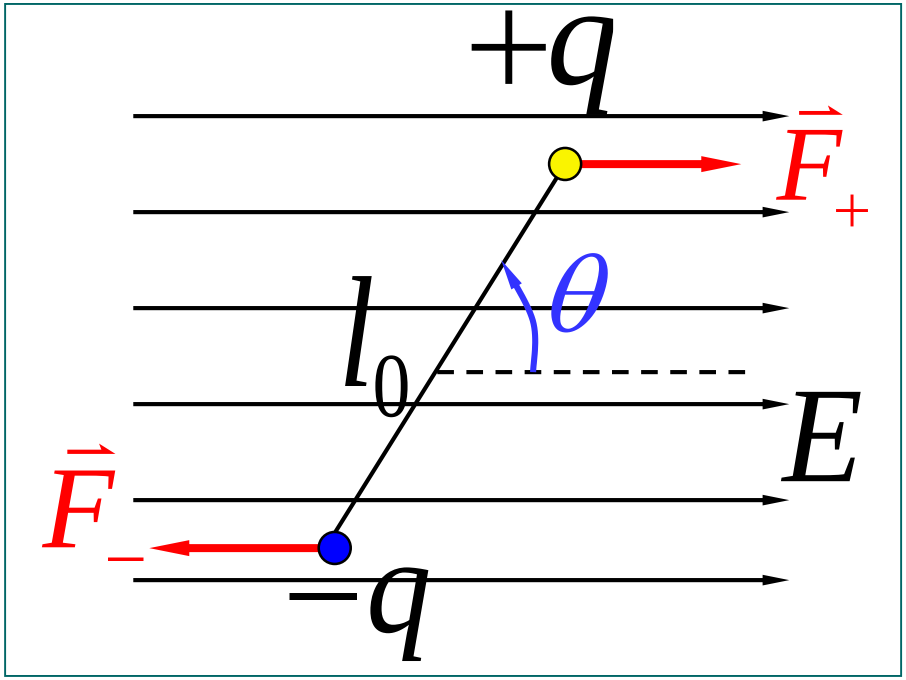
➢电偶极子在外电场中的电势能和平衡位置

$$W_p = qU_+ - qU_-$$

$$= -q(U_- - U_+)$$

$$U_- - U_+ = \int_-^+ \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$= -ql_0\cos\theta E$$



$$W_p = -\vec{p}\cdot\vec{E}$$

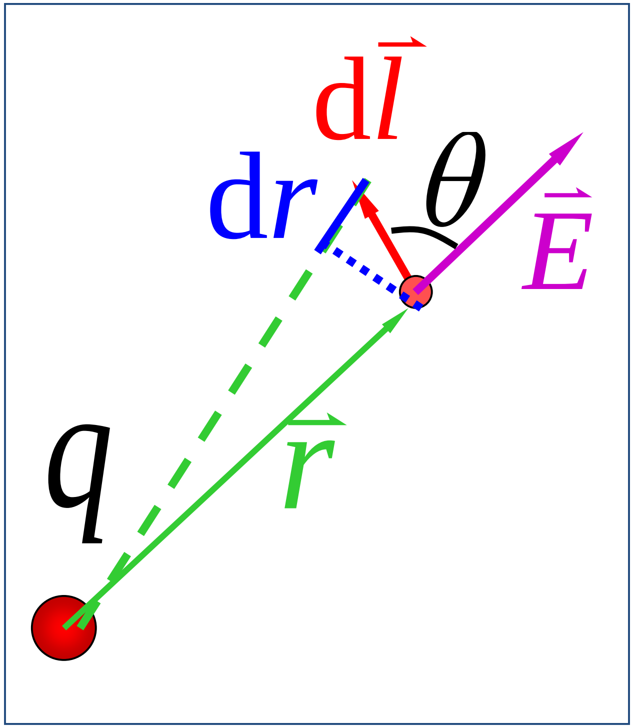
$\theta = 0$ $\quad W_p = -pE$ 能量最低

$\theta = \pi/2$ $\quad W_p = 0$

$\theta = \pi$ $\quad W_p = pE$ 能量最高

点电荷的电势

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \quad \text{令} \ U_\infty=0$$



$$U=\int_r^\infty \vec{E}_r\cdot d\vec{l}$$

$$=\int_r^\infty \frac{q\,dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\boxed{U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

$$\begin{cases} q>0, & U>0 \\ q<0, & U<0 \end{cases}$$

电势的叠加原理

➢ 点电荷系

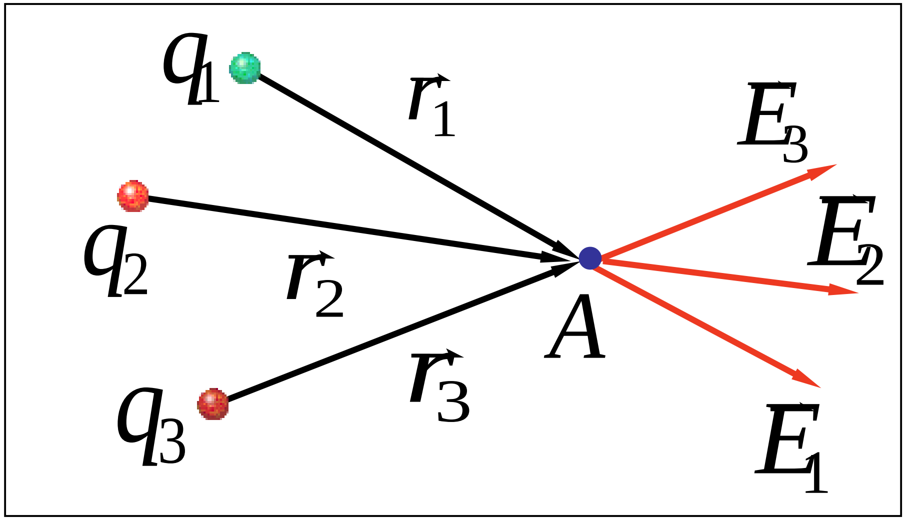
$$\vec{E}=\sum_i \vec{E}_i$$

$$U_A=\int_A^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\int_A^{\infty}\vec{E}_i\cdot d\vec{l}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}V_i$$

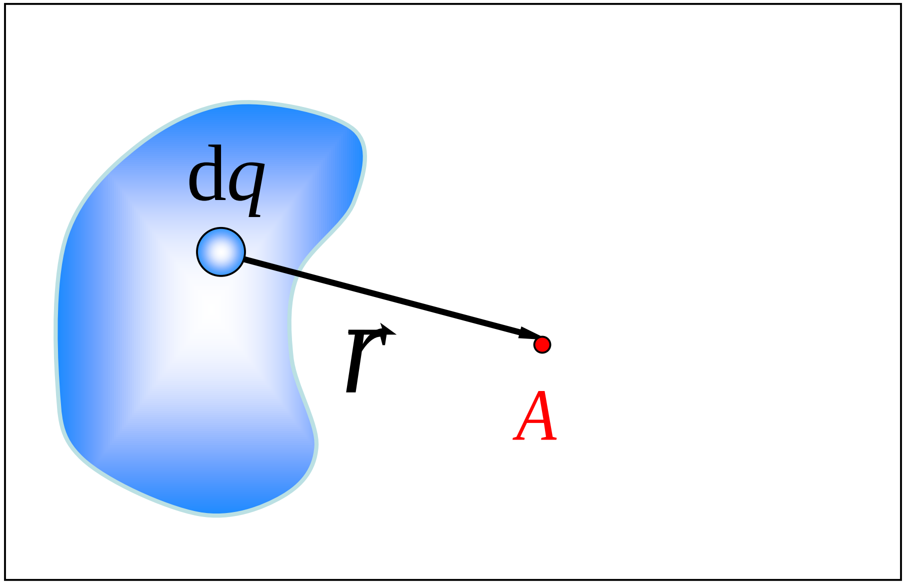
$$\boxed{U_A=\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}}$$



➢电荷连续分布时

$$dq = \rho dV \qquad dU = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\boxed{U_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}}$$



□计算电势的方法

（1）利用 $U_A = \int_A^{\text{电势零点}} \vec{E}\cdot d\vec{l}$

（2）利用点电荷电势的叠加原理

$$\boxed{U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}}$$

例1

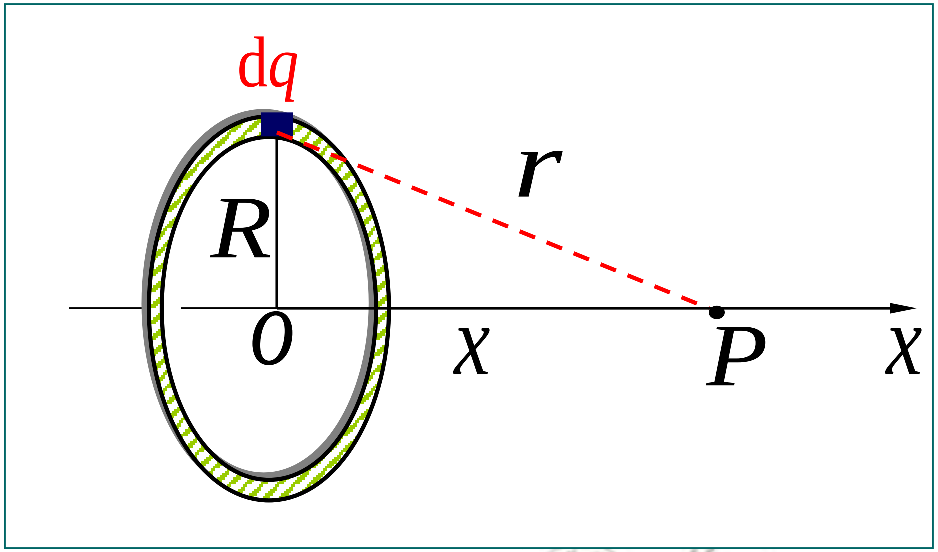
正电荷q均匀分布在半径为R的细圆环上，求环轴线上距环心为x处的点P的电势。

解： $$\mathrm{d}U_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r}$$

$$U_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\int \mathrm{d}q$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$



讨论

$$U_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

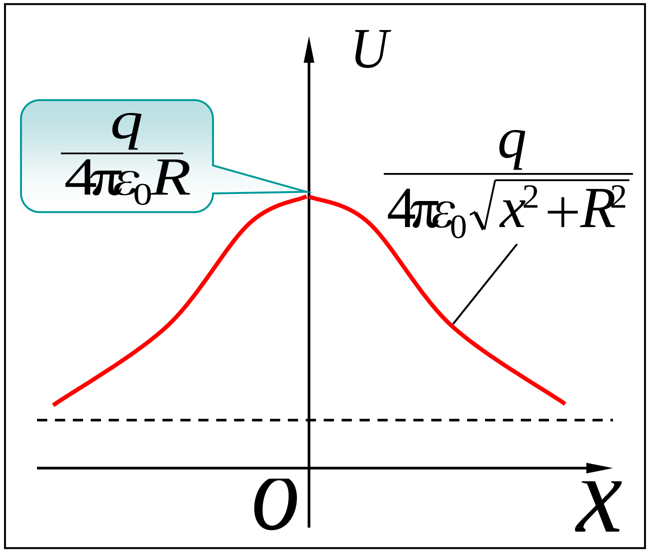
$x=0,\ U_0 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

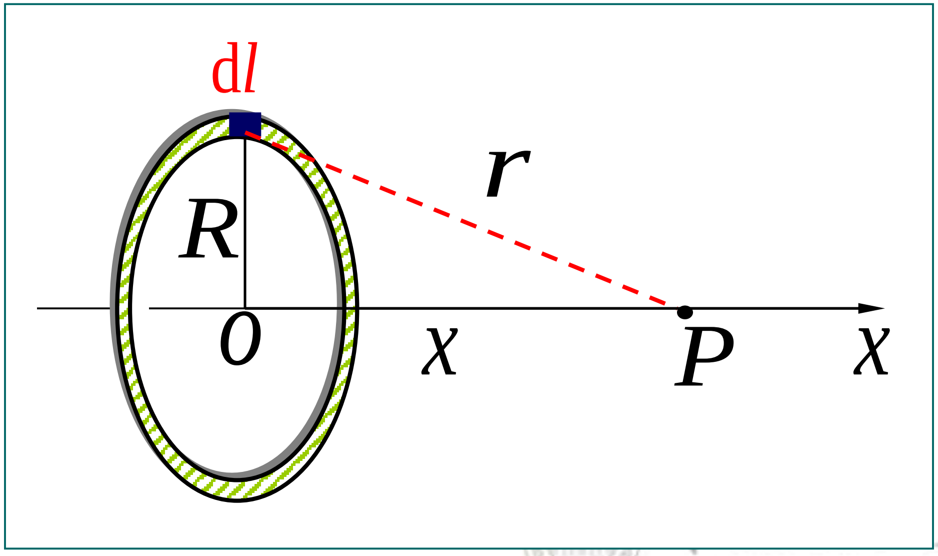
$E_0=0$

?

$x \gg R,\ U_P = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x}$

电荷集中在环心的电势





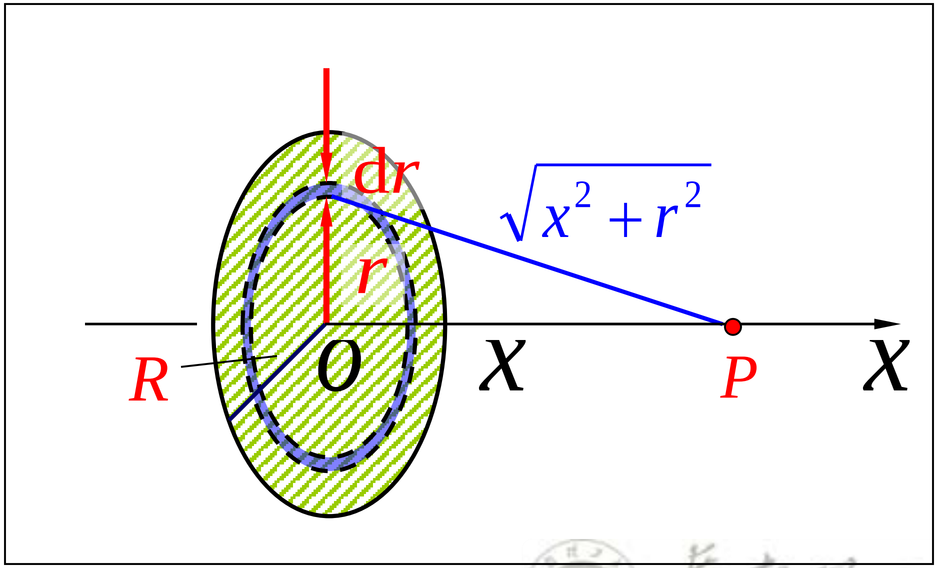
例2

求通过一均匀带电圆平面中心且垂直平面的轴线上任意点的电势。

解：$dU = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+r^2}}$ $\qquad dq = \sigma 2\pi r dr$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{x^2+r^2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2+R^2} - x\right)$$



例3

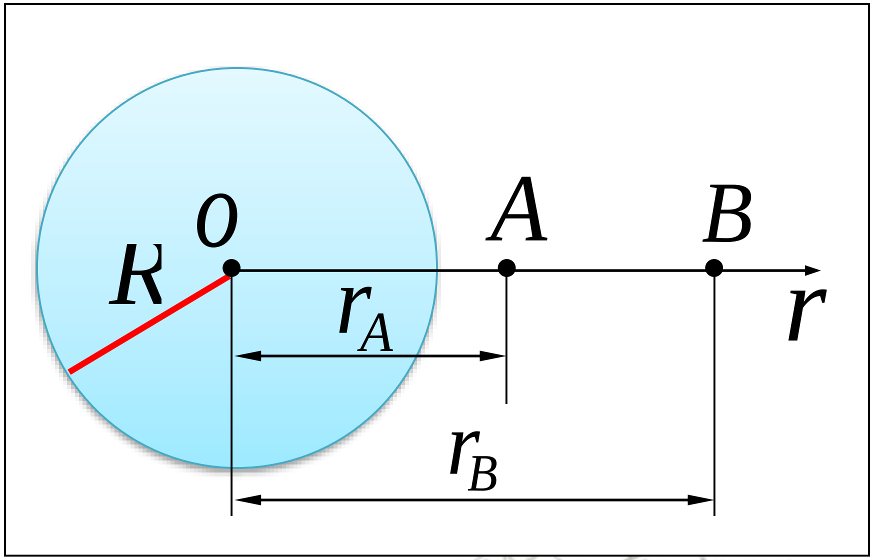
真空中有一电荷为Q，半径为R的均匀带电球面，试求

（1）球面外两点间的电势差；

（2）球面内两点间的电势差；

（3）球面外任意点的电势；

（4）球面内任意点的电势。



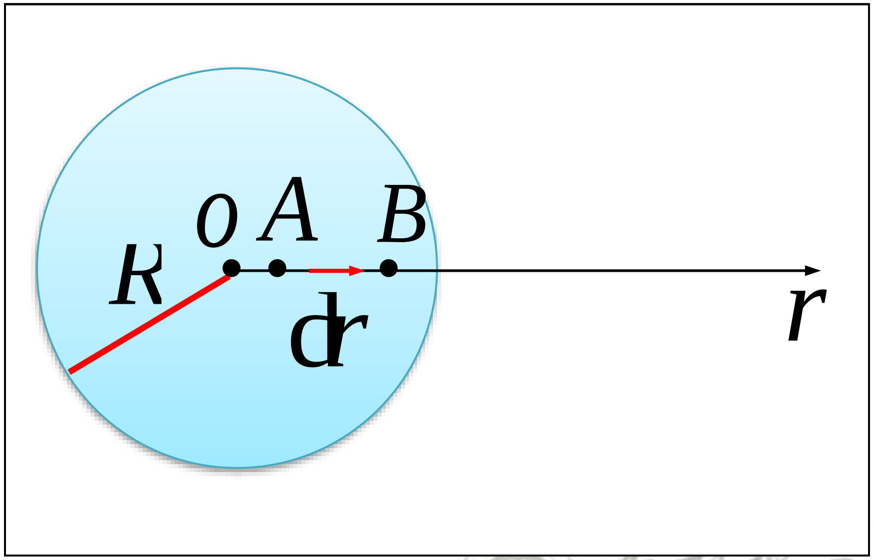
解： $E=\begin{cases} 0 & r<R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R \end{cases}$

（1） $r>R$ $\quad U_A-U_B=\int_{r_A}^{r_B}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\dfrac{dr}{r^2}$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$$

（2） $r<R$

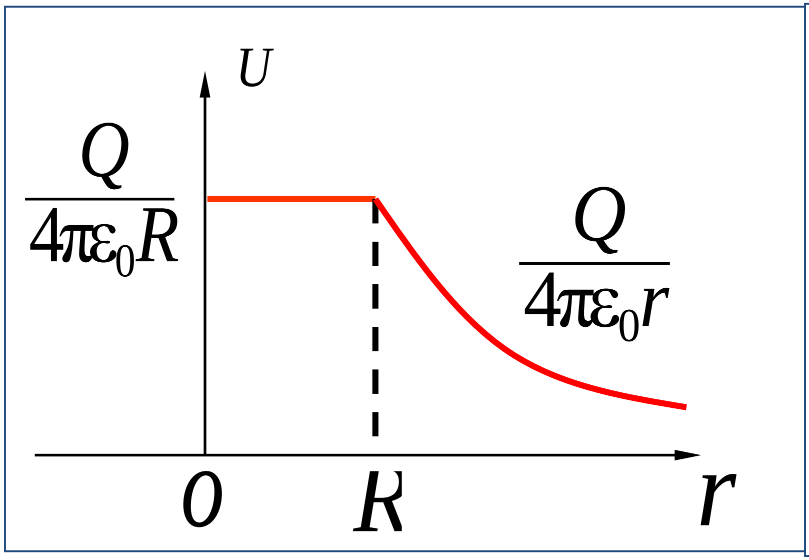
$$U_A-U_B=\int_{r_A}^{r_B}\vec{E}\cdot d\vec{r}=0$$

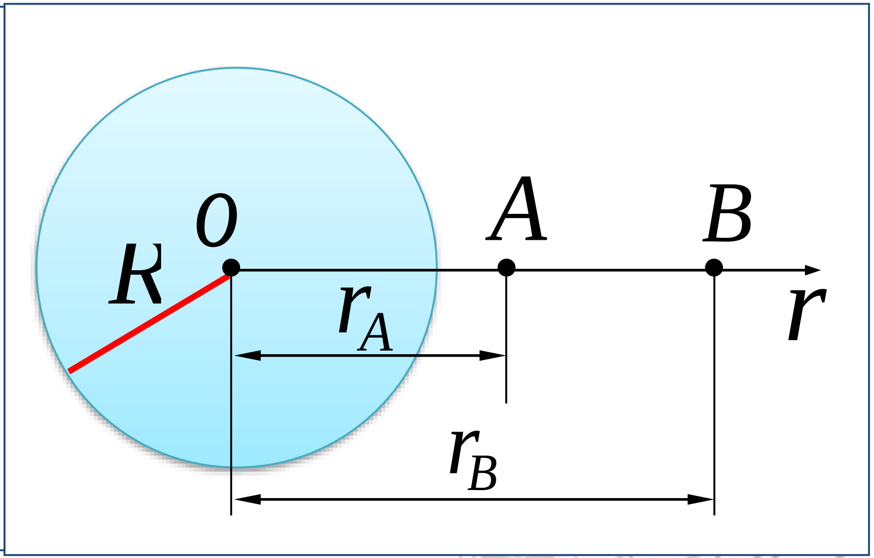


（3）$r>R$ 令 $r_B \approx \infty \quad V_\infty = 0$

$$U_A - U_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \qquad U(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

（4）$r<R$ $\quad U(r) = \int_r^R \vec{E}\cdot d\vec{r} + \int_R^\infty \vec{E}\cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$



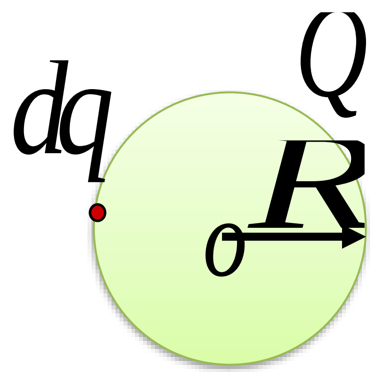


例4

计算电量为Q的带电球面球心的电势(叠加法)。

解： 在球面上任取一电荷元 dq

则电荷元在球心的电势为



$$dU = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

球面上电荷在球心的总电势

$$U = \int_{(Q)} dU = \int_{(Q)} \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

思考： 若球面有缺口，电势是多少？