座位号________ 专业________ 学院________ 学号________ 姓名________

（密封线内不答题）

密 封 线

诚信应考, 考试作弊将带来严重后果!

华南理工大学期末考试

《线性代数与解析几何 》(B)试卷(16-17年度第1学期)

注意事项：1. 考前请将密封线内填写清楚;

2. 所有答案请直接答在试卷上;

3. 考试形式：闭卷;

4. 本试卷共 8 大题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得 分									
评卷人									

一、 (15分) 填空题.

1. 行列式$D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$,则第4行元素的代数余子式之和= ________.

2. 设$\alpha_1=(6,k+1,7)$, $\alpha_2=(k,2,2)$, $\alpha_3=(k,1,0)$, 则当$k=$ ________时, 向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关.

3. 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B=A^2-3A+2E$, 则$B^{-1}=$ ________.

4. 齐次线性方程组$\begin{cases} \lambda x_1+x_2+x_3=0, \\ x_1+\lambda x_2+x_3=0, \\ x_1+x_2+\lambda x_3=0, \end{cases}$ 只有零解的充分必要条件是________.

5. 设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+tx_2^2+4tx_3^2-2x_1x_2-4x_1x_3-2x_2x_3$为正定的, 则$t$满足的条件是________.

二、 (15分) 选择题:

1. 设A,B是n阶可逆方阵, 则必有(　　　).

(A) $A+B$ 也是可逆方阵; 　　(B) AB也是可逆方阵;

(C) $A+B$ 不是可逆方阵; 　　(D) AB 不是可逆方阵.

2. 矩阵A的秩$\geq r$,则(　　).

(A) A有一个$r+1$级子式不为零;

(B) A的所有$r+1$级子式不为零;

(C) A有一个r级子式不为零;

(D) A有一个r级子式不为零, 所有$r+1$级子式全为零.

3. 设A为n可逆方阵, λ为A的一个特征值, 则$E-A^{-1}$的特征值之一是(　　).

$$(A)\,1-\lambda^{-1},\qquad (B)\,1+\lambda^{-1},\qquad (C)\,1+\lambda,\qquad (D)\,1-\lambda.$$

4. 设n阶矩阵阵A与B等价,则必有(　　).

(A) 当$|A|=a(a\neq 0)$时, $|B|=a$;　　(B) 当$|A|=a(a\neq 0)$时, $|B|=-a$;

(C) 当$|A|\neq 0$时, $|B|=0$;　　(D) 当$|A|=0$时, $|B|=0$.

5. n阶方阵A与B相似的充分必要条件是(　　).

(A) A^2与B^2相似;　　(B) A与B有相同的特征值;

(C) A与B有相同的特征向量;　　(D) A与B均和对角阵Λ相似.

三、 (8分)计算行列式:

$$D_n=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 1 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1 & n & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \end{vmatrix}.$$

四、 (15分)实数a, b 取何值时，线性方程组：

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = -1, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 10x_3 - 3x_4 = b, \\ 3x_1 + x_2 + ax_3 + 4x_4 = 1, \end{cases}$$

无解? 有唯一解? 有无穷多个解? 若有唯一解求出解; 有无穷多个解时求出通解.

五、 (15 分) 已知$\alpha_1 = (1,0,0)$, $\alpha_2 = (1,1,0)$, $\alpha_3 = (1,1,1)$和$\beta_1 = (1,2,3)$, $\beta_2 = (2,3,1)$, $\beta_3 = (3,1,2)$是$\mathbb{R}^3$的两组基.

(1) 求从基$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$到基$\beta_1, \beta_2, \beta_3$的过渡矩阵;

(2) 分别求向量$\alpha = (1,0,1)$在这两组基下的坐标.

六、 (9 分) 求过点$(1,2,-1)$, 且过直线$\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$ 的平面方程.

七、 (15 分) 设3阶实矩阵$A=\begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

(1) 求矩阵A的特征值和特征向量; (2) 求正交矩阵T, 使得$T^{-1}AT$为对角形.

八、 (8分) 设向量组$\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_s$线性无关,而向量组$\beta, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_s$线性相关,证明：$\beta$必可由$\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_s$线性表出,且表示方法是唯一的.