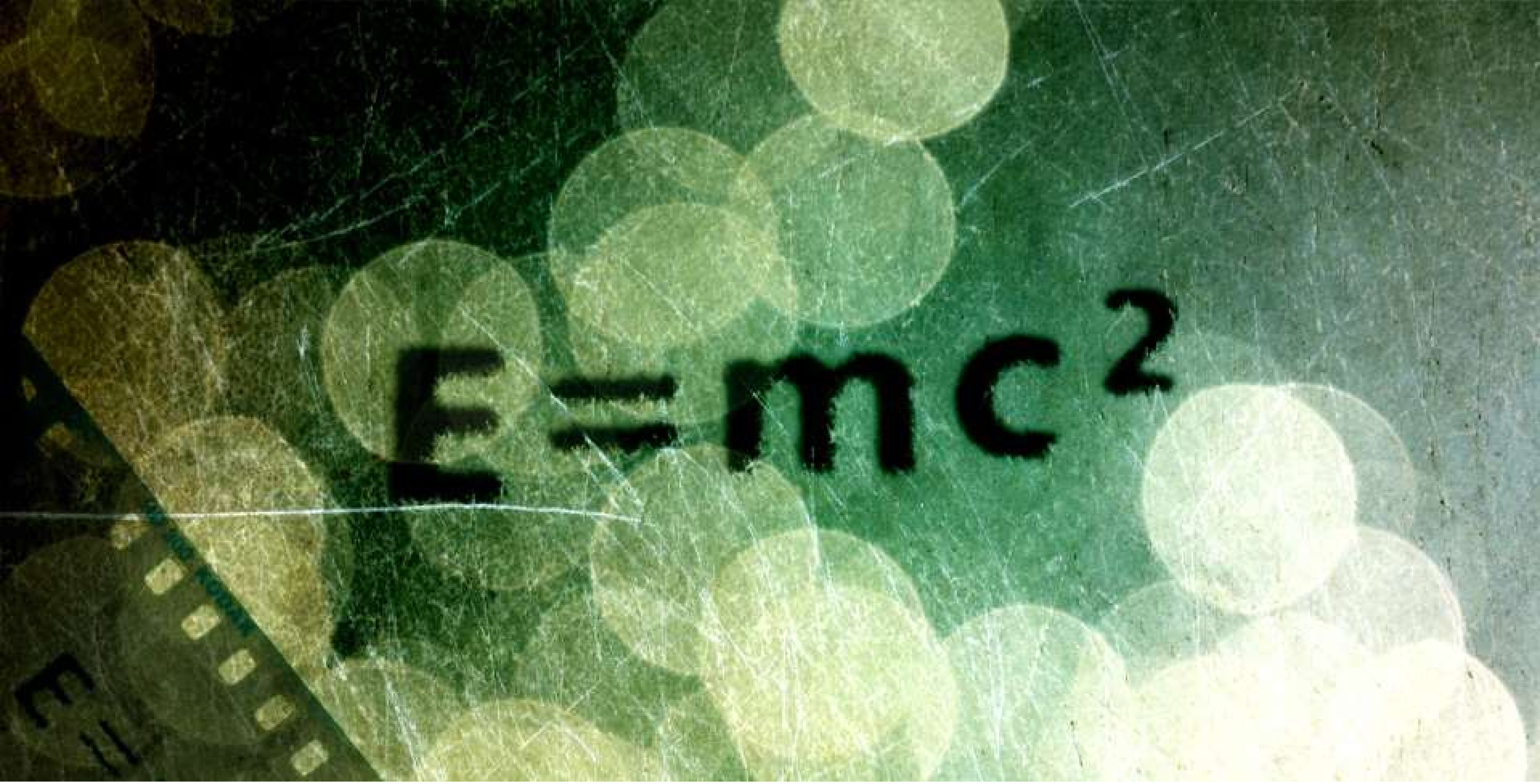


第21章 狭义相对论

§21 狭义相对论

重点

- 狭义相对论的两条基本假设
- 洛仑兹坐标变换及其应用
- 狭义相对论时空观（时间膨胀、尺度收缩）
- 狭义相对论动力学问题

难点

- 光速不变原理的理解和应用
- 时、空相对性的理解与应用
- 相对论动力学问题的理解

本章作业

课本218页: 2, 4, 7, 11, 14, 15, 18, 19 (8题)

<u>注意</u>

- 作业用A4纸, 不抄题, 有题号
- 选择&填空题要有解题过程

24.1 狭义相对论基本原理

19世纪末，牛顿定律在各个领域里都取得了巨大的成功：在机械运动方面不用说，在分子物理方面，成功地解释了温度、压强、气体的内能。

在电磁学方面，建立了一个能推断一切宏观电磁现象的麦克斯韦方程组。

还找到了力、热、声、光、电磁…等都遵循的规律——能量转化与守恒定律。

“在已经基本建成的科学大厦中，后辈的物理学家只要做一些零碎的修补工作就行了。”

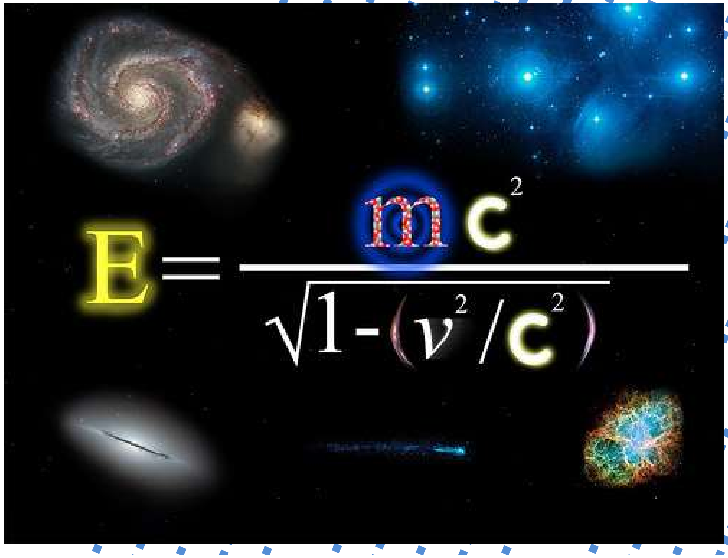
——开尔文

但是，在物理学晴朗天空的远处，还有两朵令人不安的乌云——

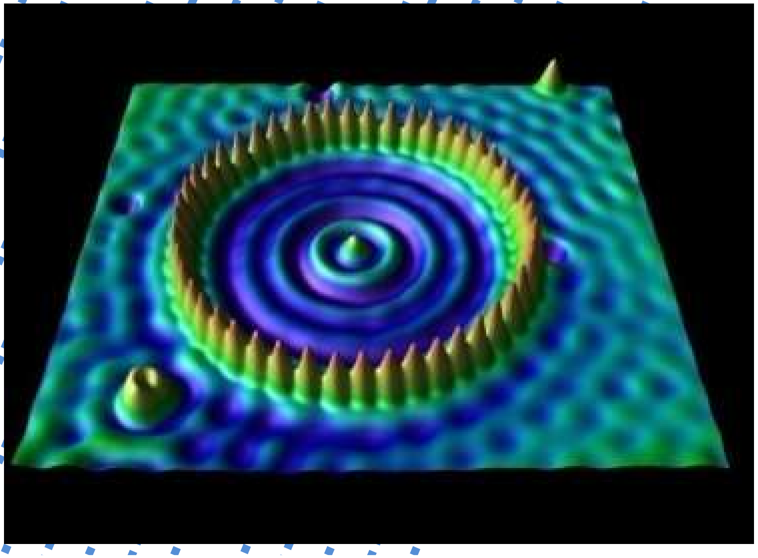
两朵乌云

迈克尔逊-莫雷实验

热辐射实验

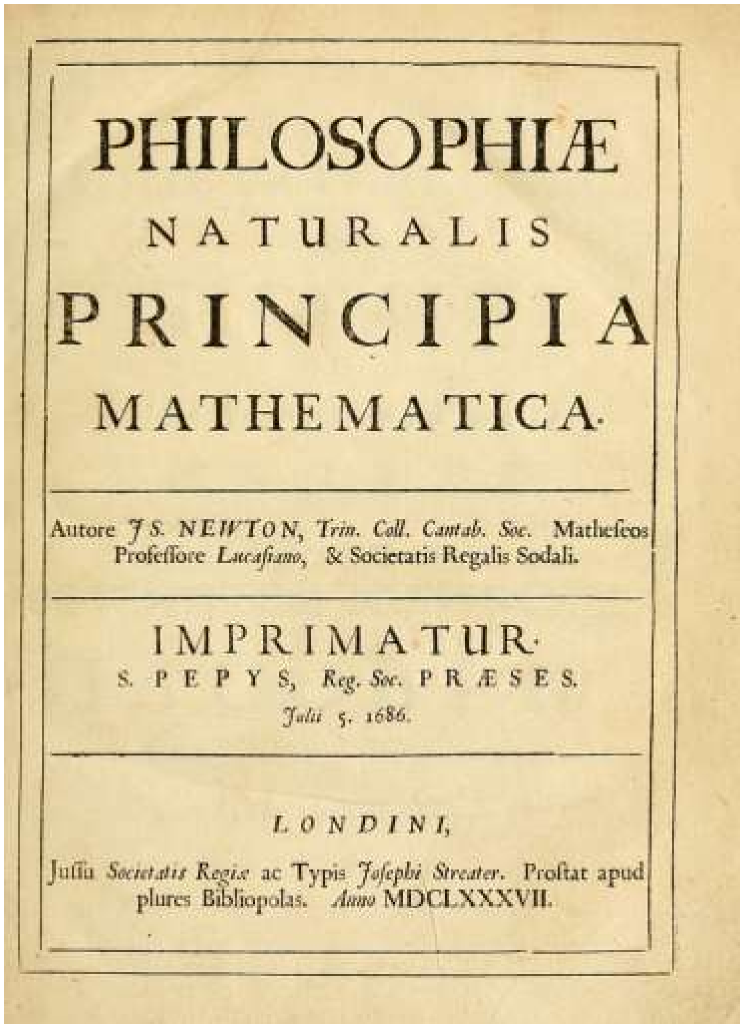


相对论的问世



量子力学的诞生

牛顿的时空观


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore JS. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

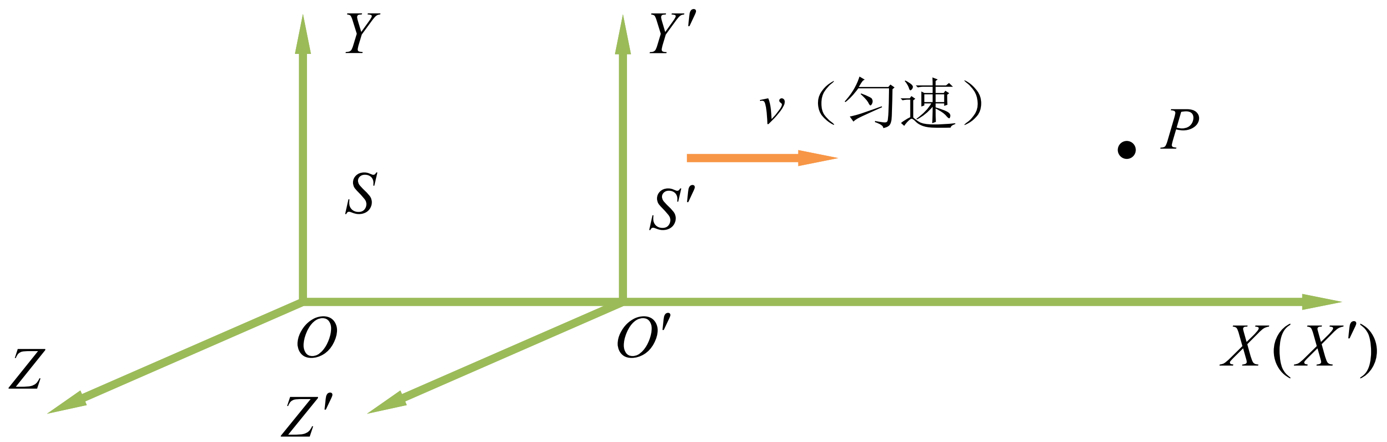
➢1687年，牛顿在他的《自然哲学的数学原理》一书中对时间和空间作如下表述：

绝对的、真实的、纯数学的时间，就其自身和其本质而言，是永远均匀流动的，不依赖于任何外界事物。

绝对的空间，就其本性而言，是与外界事物无关而永远是相同和不动的。

伽利略变换

➢设有两个**惯性系**， 在某一时刻发生**事件*P***



设$t=0$时，OO'重合， 对事件P： $S(x,y,z,t)$ $S'(x',y',z',t')$

伽利略时空坐标变换

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ \underline{t' = t} \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} x = x' + vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ \underline{t = t'} \end{cases}$$

绝对时空观

设有事件P_1与P_2，在S系中的时空坐标为：

$$P_1(x_1, y_1, z_1, t_1) \qquad P_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$$

事件P_1与P_2，在S'系中的时空坐标为：

$$P_1(x_1', y_1', z_1', t_1') \qquad P_2(x_2', y_2', z_2', t_2')$$

事件P_1与P_2，在S系中的空间间隔为：

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

事件P_1与P_2，在S'系中的空间间隔为：

$$l' = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2}$$

$$\begin{cases} x_1' = x_1 - vt \\ y_1' = y_1 \\ z_1' = z_1 \\ \underline{t_1' = t_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2' = x_2 - vt \\ y_2' = y_2 \\ z_2' = z_2 \\ \underline{t_2' = t_2} \end{cases}$$

$$l = l'$$

时间间隔：

$$t_2 - t_1 = t_2' - t_1'$$

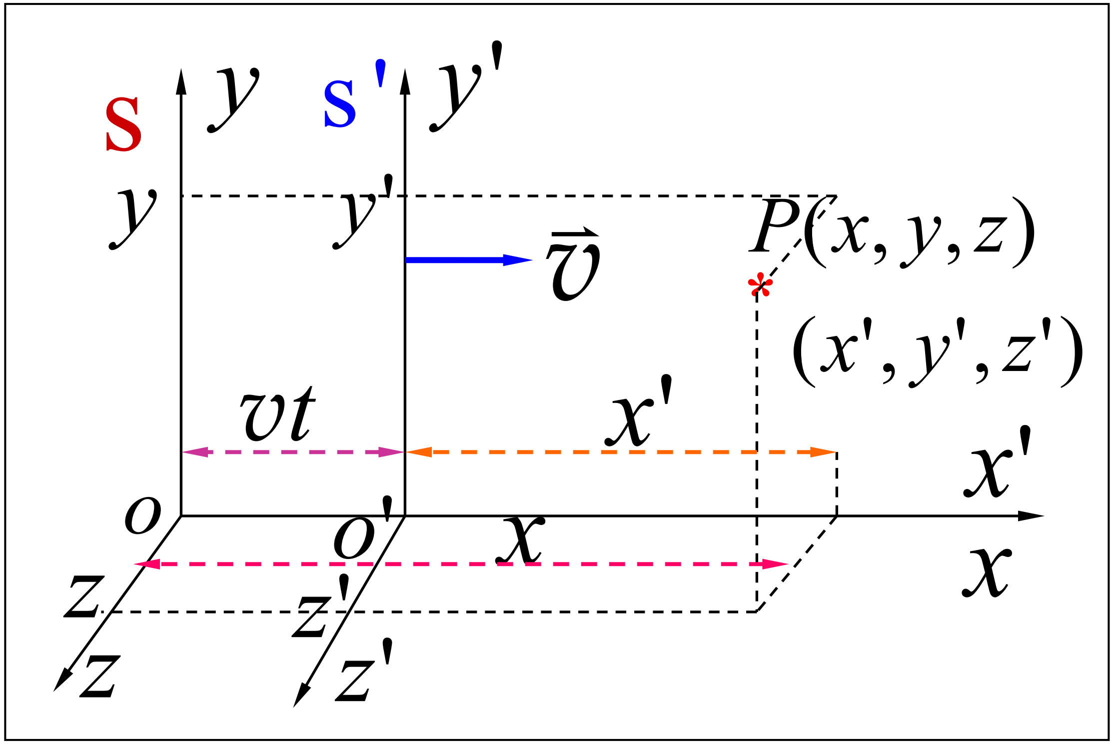
绝对时空观：空间间隔与时间间隔均与参考系的运动状态无关，二者是绝对的。

伽利略相对性原理

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

S系 $\quad \vec{F} = m\vec{a}$

S'系 $\quad \vec{F} = m\vec{a}'$



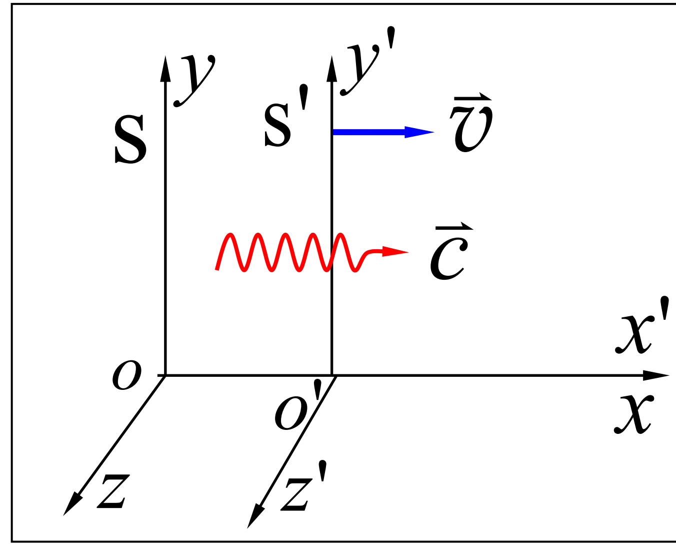
一切力学定律在所有的惯性参考系中都具有相同的数学形式。

□不同的惯性系，电磁基本规律的形式是一样的吗？

□不同的惯性系，光速满足伽利略速度变换吗？

迈克耳孙-莫雷实验

$$\vec{c}\,' = \vec{c} - \vec{v}\,?$$

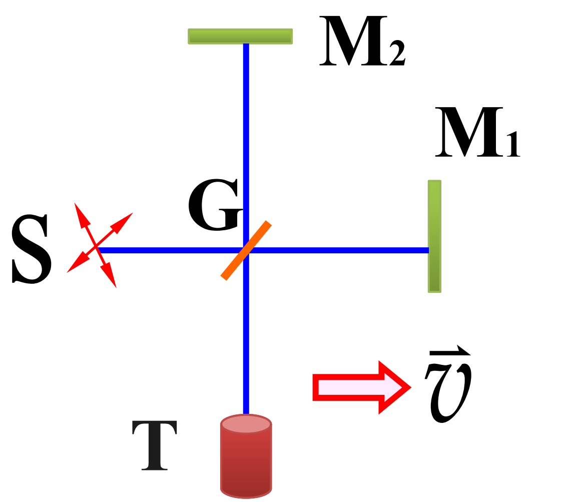


真空中的光速

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2.998 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$$

➢迈克耳孙-莫雷实验

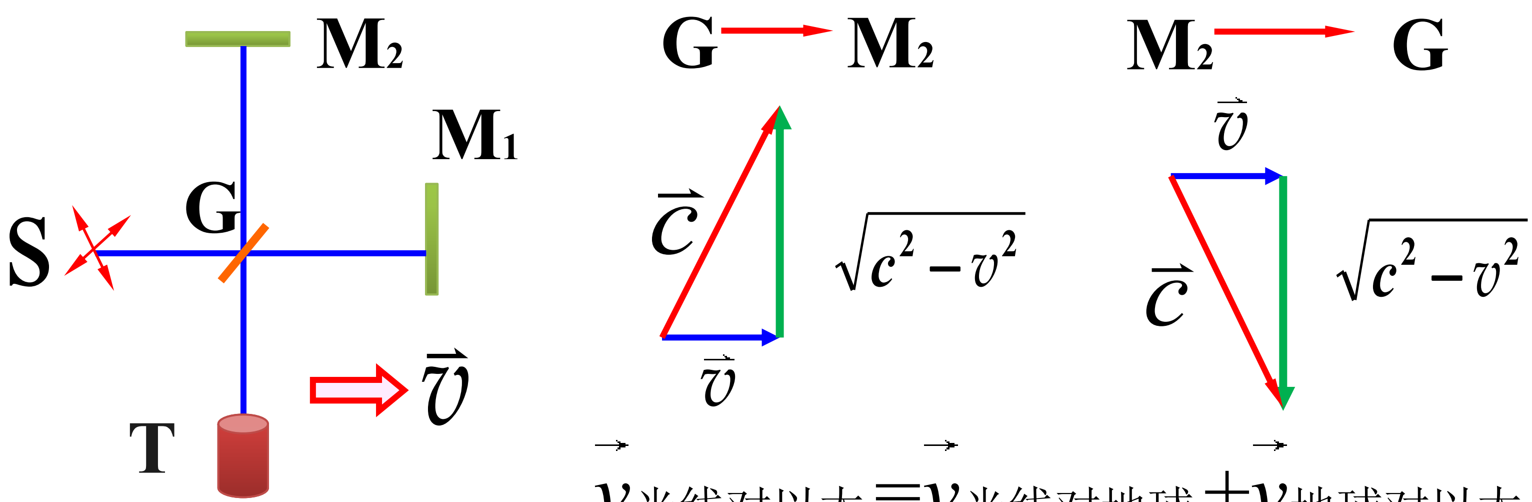
$$\mathrm{GM}_2 = \mathrm{GM}_1 = l$$



- 设“以太”参考系为S系，实验室S’系

$$\mathrm{G} \rightarrow \mathrm{M_1} \rightarrow \mathrm{G}$$

$$t_1 = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v}$$



$$\vec{v}_{光线对以太} = \vec{v}_{光线对地球} + \vec{v}_{地球对以太}$$

$G \longrightarrow M_2 \longrightarrow G$

$G \longrightarrow M_1 \longrightarrow G$

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$\Delta t = t_1 - t_2 \approx \frac{lv^2}{c^3}$$

$$t_1 = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v}$$

□两束光的光程差： $\delta = c(t_1 - t_2) = \frac{lv^2}{c^2}$ $\Delta t = t_1 - t_2 \approx \frac{lv^2}{c^3}$

将仪器旋转90°，由于光程差改变量 2δ 。

□引起的条纹移动：$\Delta N = \frac{2\delta}{\lambda} = \frac{2lv^2}{\lambda c^2}$ $\boxed{\approx \mathbf{0.4}}$

$\lambda \approx 5.9 \times 10^{-7}\ \text{m}$ $l = 10\ \text{m}$

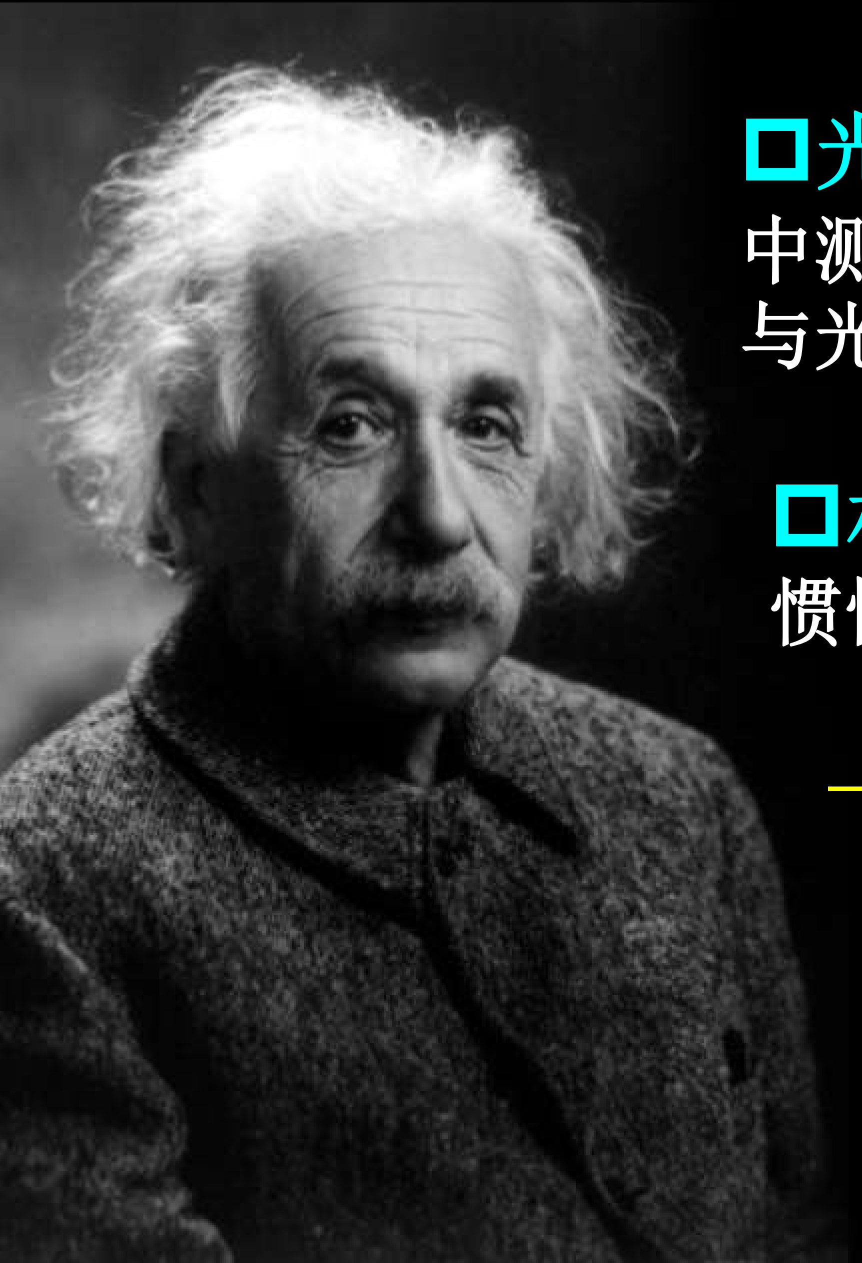
地球绕太阳的公转速度：

$$v = 3 \times 10^4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

零结果！

□未观测到地球相对“以太”的运动

狭义相对论的基本原理



□光速不变原理:在所有惯性系中测量到真空中的光速都是常量，与光源或观察者的运动无关。

□相对性原理:物理定律在所有惯性系中都具有相同的表达形式。

——伽利略相对性原理的推广

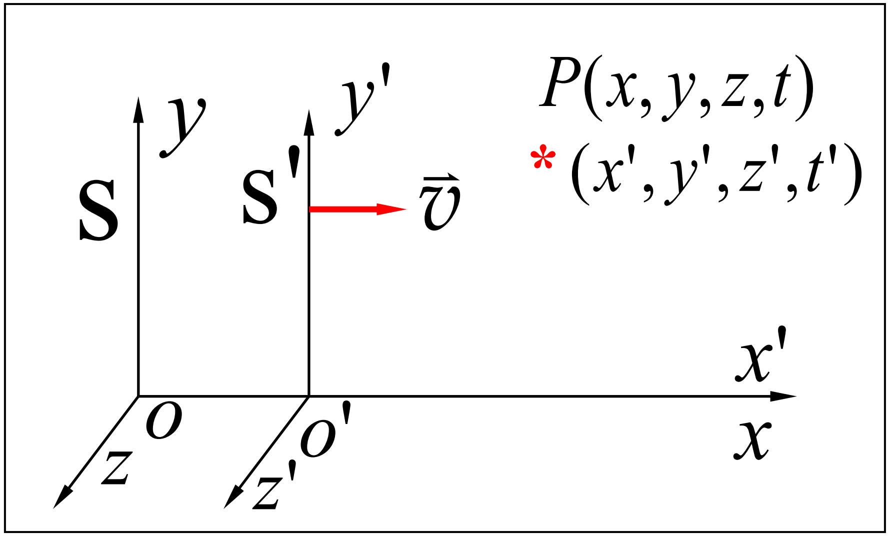
伽利略变换与狭义相对论的基本原理不符!

新的坐标变换

设：当$t=t'=0$时，O和O'重合，在原点沿x正向发出一个光脉冲；光脉冲P的时空坐标如图所示。

根据光速不变原理：

$$x = ct, \quad x' = ct'$$



新的变换在低速下应能转化成伽利略变换：

$$x' = \gamma(x - vt)$$

逆变换应具有相同的形式(相对性原理)：

$$x = \gamma(x' + vt')$$

联立四个方程可得，$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$

新的坐标变换

空间变换

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t' = \dfrac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ t = \dfrac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{cases}$$

时间变换

- 时间坐标与空间坐标有关，预示着不存在绝对时间；
- 时间与空间并不是分离的，而是形成四维时空统一体(思考：我们的时空只是4维吗？)；
- 时间、空间都是实数，要求$1-(v/c)^2>0$, 即$v<c$；
- 任何物体的运动速度不可能超过真空中的光速。

洛伦兹坐标变换

正变换

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{cases}$$

$\Longleftrightarrow$

逆变换

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + vt'}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \dfrac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{cases}$$

- 洛伦兹变换表达的是同一事件在不同惯性系中时空坐标的变换关系，揭示出时间、空间和物质运动之间的联系。
- 当$v \ll c$，洛伦兹变换退化成伽利略变换。
- 牛顿力学的局限性和适用条件——低速物体。

例 1

甲乙两人所乘飞行器沿X轴作相对运动。甲测得两个事件的时空坐标为$x_1=6\times10^4$m， $y_1=z_1=0$，$t_1=2\times10^{-4}$s ；$x_2=12\times10^4$m，$y_2=z_2=0$，$t_2=1\times10^{-4}$s，若乙测得这两个事件**同时**发生于t'时刻，问(1)乙对于甲的运动速度是多少？(2)乙所测得的两个事件的空间间隔是多少？

解： (1)设乙对甲的运动速度为v，由**洛仑兹变换**

$$t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

乙测得两时间的时间坐标：

$$t_1'=\frac{t_1-\frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = t_2'=\frac{t_2-\frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

乙所测得的这两个事件的时间间隔

$$t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-({}^{v}/_{c})^2}}$$

乙对甲的速度

$$v = -\frac{c}{2}$$

$$0 = \frac{(1\times10^{-4} - 2\times10^{-4}) - \frac{v}{c^2}(12\times10^{4} - 6\times10^{4})}{\sqrt{1-({}^{v}/_{c})^2}}$$

乙所测得的两个事件的空间间隔

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1-({}^{v}/_{c})^2}} = 5.20\times10^{4}\, m$$

相对论的速度变换公式

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

S系 $\begin{cases} u_x = \dfrac{dx}{dt} \\ u_y = \dfrac{dy}{dt} \\ u_z = \dfrac{dz}{dt} \end{cases}$

S' 系 $\begin{cases} u'_x = \dfrac{dx'}{dt'} \\ u'_y = \dfrac{dy'}{dt'} \\ u'_z = \dfrac{dz'}{dt'} \end{cases}$

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\frac{dt}{dt'} = \frac{dx'}{dt} \bigg/ \frac{dt'}{dt}$$

$$= \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}} = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}$$

相对论的速度变换公式

洛仑兹速度变换

$$\begin{cases} u'_x = \dfrac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2} u_x} \\[2ex] u'_y = \dfrac{u_y}{1 - \dfrac{v}{c^2} u_x}\sqrt{1 - \left(v/c\right)^2} \\[2ex] u'_z = \dfrac{u_z}{1 - \dfrac{v}{c^2} u_x}\sqrt{1 - \left(v/c\right)^2} \end{cases}$$

同理： $u'_y = \dfrac{dy'}{dt'} = \dfrac{dy'}{dt}\dfrac{dt}{dt'}$

$$u'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz'}{dt}\frac{dt}{dt'}$$

讨论

- 若 $v \ll c$，则： $\begin{cases} u'_x = u_x - v \\ u'_y = u_y \\ u'_z = u_z \end{cases}$

$$\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}$$

伽利略速度变换

□ 若一束光沿S系的X轴传播 $u_x=c\quad u_y=0\quad u_z=0$

在S'系看：$$u'_x=\frac{u_x-v}{1-\frac{v}{c^2}u_x}$$

$$=\frac{c-v}{1-\frac{v}{c}}$$

$$=c$$

$$u'_y=u_y=0$$

$$u'_z=u_z=0$$

$$\boxed{u'=c}$$

速度逆变换：

$$u_x=\frac{u'_x+v}{1+\frac{v}{c^2}u'_x}$$

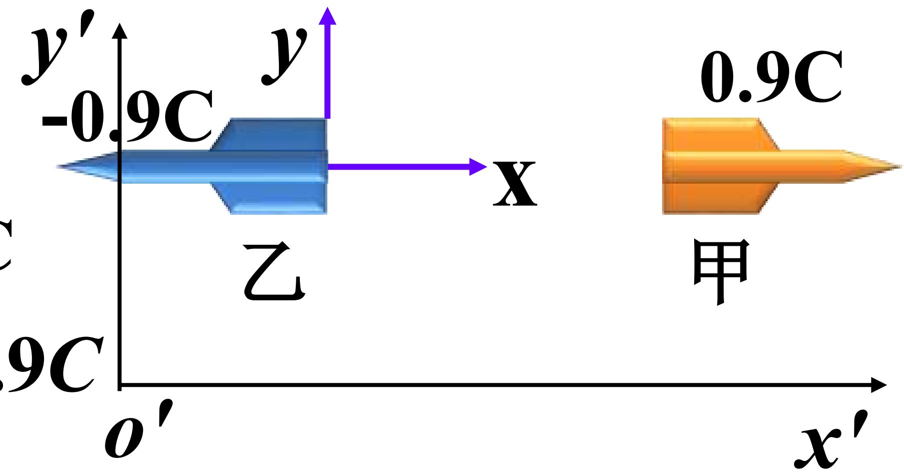
$$u_y=\frac{u'_y}{1+\frac{v}{c^2}u'_x}\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}$$

$$u_z=\frac{u'_z}{1+\frac{v}{c^2}u'_x}\sqrt{1-\left(v/c\right)^2}$$

例 2

在地面测到两个飞船分别以0.9C和0.9C的速度向相反方向飞行,求其中一飞船看另一飞船的速度是多少？

解： 设S系静止在乙飞船上, S' 系静止在地面上



S'系相对S系的速度：v=0.9C

甲船相对S' 系的速度: $u'_x = 0.9C$

甲船相对S系（乙船）的速度：

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} = \frac{0.9C + 0.9C}{1 + 0.9 \times 0.9} = 0.994475C$$

$$u_y = u'_y = 0 \qquad u_z = u'_z = 0$$

u=0.994475C < C