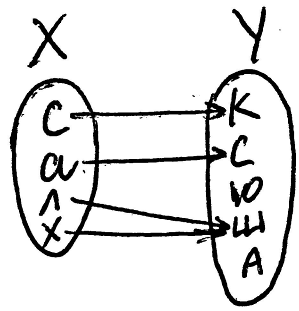
Разъяснения к дз 2, часть 2.

Даны множества: X – буквы фамилии, Y – буквы имени; $\boldsymbol{m}=|X|$, $\boldsymbol{n}=|Y|$.
Найдите:

1) Число всех отображений X в Y;
2) Число всех биекций Y на себя;
3) Число всех инъекций из X в Y $(m \le n)$ или из Y в X $(m \ge n)$;
4) Число всех подмножеств множества Y;
5) Число всех $к$-элементных подмножеств множества Y;
6) Число элементов прямого произведения $X \times Y$.

Пусть Х = {с,а,л,х} У = {к,с,ю,ш,а}, |Х| = m = 4, |У| = n = 5

1) Отображение обладает свойствами: всюду определенности, функциональности. Таким образом, мы мы должны разместить **все элементы** множества Х в **любые элементы** множества У. Т.е. если провести следующую аналогию: буквы имени - это цвета, а буквы фамилии - объекты под покраску, то необходимо окрасить **все** объекты **в любой цвет единожды**. Для определения формулы необходимо обратиться к окрашенным объектам (буквам фамилии). Пусть одним из вариантов отображения будет представленный на рисунке, тогда наши объекты будут представлены следующей последовательностью элементов из множества У: к,с,ш,ш

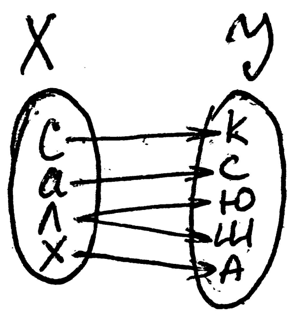


- равны ли r и n? Нет, т.к. мощности множеств Х и У не равны;
- важен ли нам порядок? Да, т.к. мы окрашиваем различные объекты;
- можно ли окрасить в один цвет два и более объектов? Да, т.к. свойство функциональности нам это позволяет.

Далее какую использовать формулу Вы знаете.

2) Биекция обладает свойствами: всюду определенности, функциональности, сюръективности и иъективности. Это означает, что среди элементов множества У и множества У может существовать только одна связь, что соответствует числу замен одного элемента на другой или же числу перестановок.

3) Здесь для начала нужно выбрать инъекции из какого множества в какое мы будем рассматривать. У нас m<n, тогда мы рассматриваем инъекции из X в Y. Рассмотрим новый рисунок с инъективным соответствием. Помним, что инъективное соответствие не обязательно будет сюръективным или всюду определенным, тогда проведя аналогию: элементы множества Х - это цвета красок, а элементы множества У -



объекты под покраску, можно разобрать следующие ситуации. Объект может быть покрашен только одним цветом, объект может быть не окрашен, краска может ни разу не использоваться.

- равны ли r и n? Нет, т.к. мощности множеств X и У не равны;
- важен ли нам порядок? Да, т.к. мы окрашиваем различные объекты;
- можно ли окрасить в один цвет два и более объектов? Да, т.к. свойство иъективности нам это позволяет.

Однако помним о том, что в задаче не говорится о всюду определенности и сюръективности, тогда нам нужно рассмотреть несколько ситуаций, таких как: окрашен только один объект (т.е. соответствие есть только для одного элемента множества У), окрашено 2 объекта (т.е. соответствие есть только для двух элементов множества У, при этом каждый объект окрашен только в один цвет), и т.д. Заметим также, что выбрать эти два, три, четыре и пять элементов множества У можно различными способами. Таким образом, нам также нужно воспользоваться правилом суммы и ответить на следующие вопросы:

- равны ли r и n? Нет, для случаев выбора 2,3,4 элемента из 5 из множества У и да, для выбора 5 элементов из 5;
- важен ли нам порядок? Нет, т.к. мы рассматриваем связи с этими объектами и нам не важно ("к" имеет соответствие с "с", "а" имеет соответствие с "х") или ("а" имеет соответствие с "х", "к" имеет соответствие с "с");
- повторяются ли у нас объекты выборки? Нет, т.к. мы берем 2,3,4 или 5 элементов из множества У и они у нас не повторяются.

Объединив всю информацию, можно кратко записать: число всех иъекций будет состоять из: (число вариантов окраски одного объекта в один цвет) на (число вариантов выбора одного объекта из множества У) или (число вариантов окраски двух различных объектов в одинаковый или разные цвета) на (число вариантов выбора двух объектов из множества У) или (…) …

Далее какую использовать формулу Вы знаете.

4) Вспоминаем булеан.

5) Вначале нужно определиться с k. Оно у нас будет принимать целые значения в диапазоне $1 \leq k \leq n$. Так для нашего варианта, $n = 5$ и k будет принимать значение от 1 до 5. Таким образом, нам нужно посчитать 5 значений:

- *1*-элементных подмножеств множества *Y*;
- *2*-элементных подмножеств множества *Y*;
- *3*-элементных подмножеств множества *Y*;
- *4*-элементных подмножеств множества *Y*;

- *5*-элементных подмножеств множества *Y*;

Рассмотрим одно из них, например *3*-элементных подмножеств множества *Y.* Ответим на вопросы:

- равны ли r и n? Нет, т.к. нам нужно 3 элемента из 5;
- важен ли нам порядок? Нет, т.к. в множестве порядок элементов не учитывается;
- повторяются ли у нас объекты выборки? Нет, т.к. мы берем 3-элементные подмножества из множества У.

Тогда нам нужно сделать выборку трех элементов из пяти и посчитать, сколько подмножеств получается.

Далее какую использовать формулу Вы знаете.

6) Вспоминаем декартово произведение.