

## Практика 11. Числовые ряды. Часть 2

Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.

**Знакопеременный числовой ряд:**  $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ , где  $\exists n : u_n > 0$  и  $\exists n : u_n < 0$

**Знакопередающийся числовой ряд:**  $u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \dots + (-1)^{n+1} u_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} u_n$ , где  $u_n > 0$

**Признак Лейбница (сходимости знакопередающегося ряда).**

Знакопередающийся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} u_n$  сходится, если выполнены условия:

1.  $u_1 > u_2 > u_3 > u_4 > \dots > u_n > \dots$
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ .

**Теорема.** Знакопеременный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  сходится, если сходится ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ .

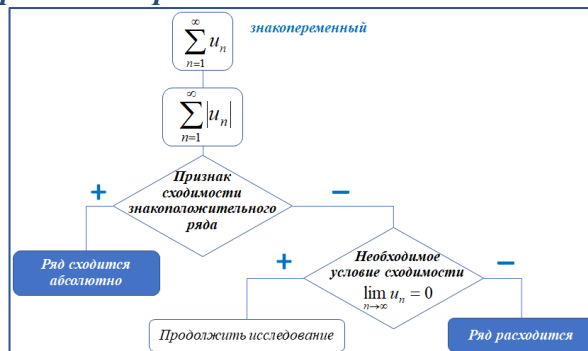
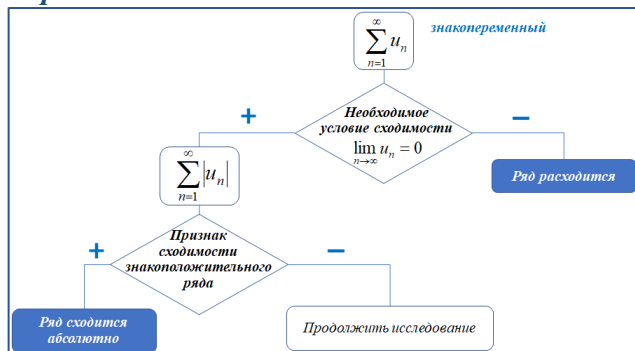
Знакопеременный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  называется **абсолютно сходящимся**, если сходится ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ .

Знакопеременный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  называется **условно сходящимся**, если ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  сходится, а ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  расходится.

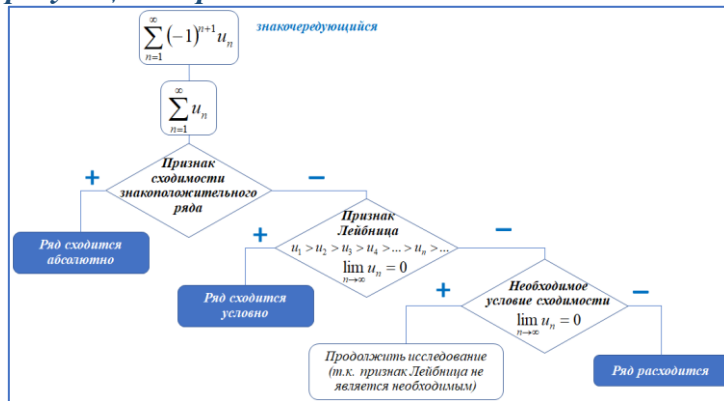
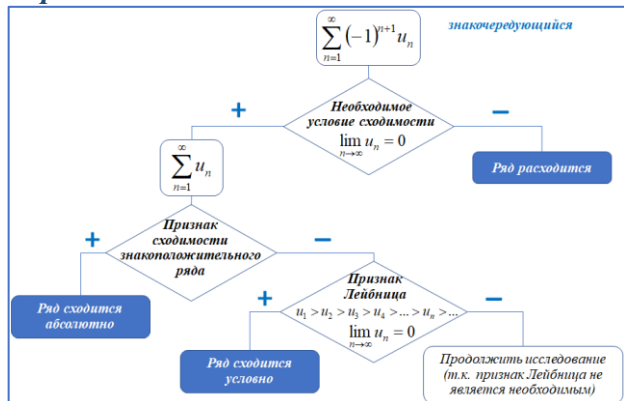
$\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  сходится  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} u_n$  сходится абсолютно.

$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  сходится,  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  расходится  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} u_n$  сходится условно.

### Варианты исследования на сходимость знакопеременного ряда



### Варианты исследования на сходимость знакопередающегося ряда



### Задания

Исследуйте ряд на сходимость (1-6)

1.  $1 - \frac{1}{3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)} + \dots$

2.  $\sin \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{4} + \dots + \frac{\sin n\alpha}{n^2} + \dots$

3.  $2 - \frac{3}{2} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n} + \dots$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n}$ . 5.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \alpha n}{n!}$ . 6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)a^{2n}}$ .

7. Проверьте, что данный знакочередующийся ряд сходится,  
и вычислите приближенное значение его суммы с точностью до 0,01:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)(n+2)}.$$

-----

Исследуйте сходимость ряда (8, 9)

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)\cos 2n}{\sqrt[3]{n^7 + 3n + 4}}$ . 9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^2(n+1)} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ .

10. Проверьте, что данный знакочередующийся ряд сходится,  
и вычислите приближенное значение его суммы с точностью до 0,01:

$$1 - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{4^4} + \dots$$