

## Практика 14. Ряды Фурье. Часть 1 Тригонометрический ряд Фурье

<p>1. Тригонометрический ряд Фурье на сегменте <math>[-\pi; \pi]</math></p> $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ $a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad n = 1, 2, \dots$ $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx, \quad n = 1, 2, \dots$	<p>2. Изменение длины сегмента <math>[-l; l]</math></p> $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{\pi n}{l} x + b_n \sin \frac{\pi n}{l} x \right)$ $a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) dx, \quad a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{\pi n}{l} x dx, \quad n = 1, 2, \dots$ $b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi n}{l} x dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots$
---	---

### Упражнения

<p>1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию <math>f(x)</math> с периодом <math>2\pi</math>, заданную на интервале <math>(-\pi; \pi)</math> уравнением <math>f(x) = \pi + x</math>.</p>	<p>2. Разложить функцию в ряд Фурье:</p> 	<p>3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию <math>f(x)</math> с периодом 2, заданную на отрезке <math>[-1; 1]</math> уравнением <math>f(x) = x^2</math>.</p>
<p>4. Разложить в ряд Фурье функцию</p> $f(x) = \begin{cases} 1, x \in (-\pi; 0] \\ \cos x, x \in (0; \pi) \end{cases}$	<p>5. Разложить функцию в ряд Фурье:</p> 	

## Практика 15. Ряды Фурье. Часть 2 Разложение функции в тригонометрический ряд Фурье только по синусам (или только по косинусам). Разложение функции в показательный ряд Фурье

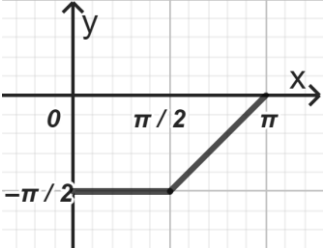
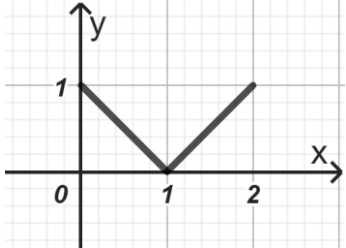
Разложение функции в тригонометрический ряд Фурье только по синусам (или только по косинусам)

<p><math>f(x)</math> – нечетная</p> $a_0 = 0, \quad a_n = 0, \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx dx, \quad n = 1, 2, \dots$ $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$	<p><math>f(x)</math> – нечетная</p> $a_0 = 0, \quad a_n = 0, \quad b_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{\pi n}{l} x dx, \quad n = 1, 2, \dots$ $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi n}{l} x$
<p><math>f(x)</math> – четная</p> $a_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) dx, \quad a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad n = 1, 2, \dots$ $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$	<p><math>f(x)</math> – четная</p> $a_0 = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) dx, \quad a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cos \frac{\pi n}{l} x dx, \quad n = 1, 2, \dots$ $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi n}{l} x$

Разложение функции в показательный ряд Фурье

<p><math>[-\pi; \pi], T = 2\pi</math></p> $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}, \quad c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx$	<p><math>[-l; l], T = 2l</math></p> $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\frac{i\pi n}{l} x}, \quad c_n = \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) e^{-\frac{i\pi n}{l} x} dx$
---	---

### Упражнения

<p>1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию, заданную на полупериоде <math>[0; 2]</math> уравнением <math>f(x) = x - \frac{x^2}{2}</math></p> <p>а) по косинусам; б) по синусам.</p>	<p>2. Разложить функцию в тригонометрический ряд:</p> <p>а) по косинусам;      б) по синусам.</p>  
<p>3. Разложить в ряд Фурье в комплексной форме функцию <math>f(x) = \begin{cases} 1, &amp; x \in (-\pi; 0] \\ \sin x, &amp; x \in (0; \pi) \end{cases}</math></p>	<p>4. Разложить в ряд Фурье функцию <math>y = x</math>, заданную на отрезке <math>[0; \pi]</math></p> <p>а) по синусам;      б) по косинусам.</p>