1 LOGIC MỆNH ĐỀ và ĐẠI SỐ BOOLE

I. Sử dụng các quy tắc suy diễn kiểm tra tính đồng nhất đúng của các biểu thức:

1. 1. $\left(\left(\overline{X_2} \to \overline{X_1}\right) \wedge (X_3 \to X_4) \wedge \left(\overline{X_3} \to X_1\right) \to (X_4 \to X_2)\right.$
1. 2. $\left(X_1 \wedge \left(\overline{X_2} \to \overline{X_1}\right) \wedge \left(\overline{X_4} \to X_3\right) \wedge (X_4 \to X_3) \wedge \left(X_3 \to \overline{X_2}\right)\right) \to (X_3 \wedge X_1))$
1. 3. $\left(\left(\overline{X_3} \to \left(\overline{X_1} \vee \overline{X_2}\right)\right) \wedge (X_3 \to X_2) \wedge (X_2 \to X_4) \wedge \overline{X_4}\right) \to \overline{X_1 \wedge X_3}$
1. 4. $\left((X_1 \to X_2) \wedge (X_3 \to X_4) \wedge ((X_2 \wedge X_4) \to X_3) \wedge \overline{X_3}\right) \to \left(\overline{X_1} \wedge \overline{X_3}\right)$
1. 5. $\left(\left(X_2 \vee \overline{X_1}\right) \wedge \left(X_4 \vee \overline{X_3}\right) \wedge \left(\overline{X_2 \vee X_4} \vee X_3\right) \wedge \overline{X_3}\right) \to \overline{X_1 \vee X_3}$
1. 6. $\left(\left(\overline{Y} \to \overline{X}\right) \wedge \left(\overline{Z} \to X\right) \wedge \left(\overline{Z_1} \to \overline{Z}\right)\right) \to (Z_1 \vee Y)$
1. 7. $((p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)) \to r$
1. 8. $\left[((p \vee q) \to r) \wedge (r \to (p \vee t)) \wedge \overline{p} \wedge \overline{h} \wedge \left(\overline{h} \to \overline{t}\right)\right] \to p$

II. Chứng minh các định lý sau bằng quy tắc suy diễn

1. 9. $(A \to (B \to C)) \wedge A \wedge B \to C$
1. 10. $(A \to B) \wedge (B \to C) \wedge \neg C \to \neg A$
1. 11. $(A \to B) \wedge (B \to C) \wedge (D \vee \neg C) \wedge (\neg D \vee E) \wedge \neg E \to \neg A$
1. 12. $(A \to B) \wedge (\neg A \to C) \wedge (C \to D) \to (\neg B \to D)$
1. 13. $((A \vee B) \to C) \wedge (C \to (A \vee D) \wedge \neg A \wedge \neg E \wedge (\neg E \to \neg D)) \to A$
1. 14. $((A \to B) \wedge (A \vee C) \wedge (\neg C \vee D)) \to (B \vee D)$
1. 15. $((A \to B) \wedge (C \to D) \wedge ((B \vee D) \to E) \wedge \neg E) \to (\neg A \wedge \neg C)$
1. 16. $(X \wedge (X \to Y) \wedge (Z \vee M) \wedge (M \to \neg Y)) \to (Z \vee M)$

III. Xét chân trị của các mệnh đề sau:

1. 17. $P(x; y; z) = (x + y = z)$
   a) $P(-2; -2; 1)$ b) $P(2; 2; 4)$ c) $\forall x, \forall y, \exists z \quad P(x; y; z)$ d) $\exists x, \exists y, \exists z \quad P(x; y; z)$
1. 18. $P(x; y; z) = (x^2 + y^2 = z)$
   a) $P(1; 0; 2)$ b) $P(2; -1; 4)$ c) $\forall x, \forall y, \exists z \quad P(x; y; z)$ d) $\exists x, \exists y, \exists z \quad P(x; y; z)$
1. 19. $P(x; y; z) = (x + y + z = 3)$
   a) $P(0; 0; 1)$ b) $P(-1; 2; 0)$ c) $\forall x, \forall y, \exists z \quad P(x; y; z)$ d) $\exists x, \exists y, \exists z \quad \overline{P}(x; y; z)$
1. 20. $P(x; y; z) = (x^2 + 2y = 3^z)$
   $P(1; 2; -1)$ b) $P(0; \frac{1}{2}; 9)$ c) $\forall x, \forall y, \exists z \quad P(x; y; z)$ d) $\forall x, \exists y, \forall z \quad \overline{P}(x; y; z)$
1. 21. $P(x; y; z) = (x^3 + y^3 = 4z)$
   $P(0; 5; -1)$ b) $P(6; 2; -3)$ c) $\forall x, \forall y, \forall z \quad \overline{P}(x; y; z)$ d) $\exists x, \exists y, \forall z \quad P(x; y; z)$
1. 22. $P(x; y; z) = (xyz^2 + x^2 + y = 3$
   a) $P(1; 2; -1)$ b) $P(2; 1; -3)$ c) $\forall x, \forall y, \exists z \quad P(x; y; z)$ d) $\exists x, \exists y, \forall z \quad \overline{P}(x; y; z)$
1. 23. $P(x; y; z) = (x^2 + y - z = 3xy)$
   a) $P(0; 1; 2)$ b) $P(2; 1; 1)$ c) $\forall x, \exists y, \exists z \quad P(x; y; z)$ d) $\exists x, \exists y, \forall z \quad P(x; y; z)$
1. 24. $P(x; y; z) = (x - 2y + z^2 = 0)$
   a) $P(1; 1; 0)$ b) $P(0; -1; 0)$ c) $\forall x, \forall y, \exists z \quad P(x; y; z)$ d) $\exists x, \exists y, \forall z \quad P(x; y; z)$

IV. Xét chân trị và viết phủ định các mệnh đề sau

1. 25. $A = "x \in \mathbb{R}, |x| = -x^{3}"$
1. 26. $B = "x \in \mathbb{Q}, x^2 - 2x > -2"$
1. 27. $C = "\forall n \in \mathbb{N}, 4 \vdots n^2 \rightarrow 4 \vdots n"$
1. 28. $D = "\exists \in \mathbb{R}, \sin x + 2x = 1"$
1. 29. $E = "\forall x \in \mathbb{R} : \dfrac{x+1}{x-1} > 2"$
1. 30. $F = "\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + 1 = 0"$
1. 31. $G = "\forall x \in \mathbb{N} : (x^3 \vdots 3) \rightarrow (x \vdots 4)"$
1. 32. $H = "\forall x \in \mathbb{N} : (x^2 + x) \vdots 2"$

V. Sử dụng phương pháp Karnaugh để rút gọn các biểu thức sau

1. 33. $xy + \bar{x}\bar{y} + x\bar{y}$
1. 34. $\bar{x}y + \bar{x}\bar{y} + xy$
1. 35. $xyz + \bar{x}yz + x\bar{y}z$
1. 36. $\bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + xy\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$
1. 37. $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$
1. 38. $xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}yz + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$
1. 39. $xyz + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$
1. 40. $\bar{x}yz + x\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xy\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

VI. Giải các hệ thức đệ qui tuyến tính thuần nhất sau

1. 41. $a_0 = -3, a_{n+1} = -3a_n,\ \forall n \geq 0.$
1. 42. $a_1 = -5, a_n = 8a_{n-1},\ \forall n \geq 2.$
1. 43. $a_2 = 28,\ a_3 = -8$ và $a_n = 4a_{n-2},\ \forall n \geq 4.$
1. 44. $a_0 = 1,\ a_1 = 0$ và $a_{n+1} = 5a_n - 6a_{n-1},\ \forall n \geq 1.$
1. 45. $a_1 = 6,\ a_3 = 8$ và $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n,\ \forall n \geq 1.$
1. 46. $a_0 = 1,\ a_1 = 6$ và $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2},\ \forall n \geq 0.$
1. 47. $a_0 = 8,\ a_1 = -4,$ và $a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2},\ \forall n \geq 0.$
1. 48. $a_1 = 4,\ a_2 = 4$ và $4a_n = 2a_{n+1} - a_{n+2},\ \forall n \geq 1.$

VII. Giải các hệ thức đệ qui tuyến tính không thuần nhất sau

1. 49. $a_0 = -3$ và $a_n = a_{n+1} + 9,\ \forall n \geq 1$
1. 50. $a_1 = 13$ và $a_{n+2} = -2a_{n+1} + 5.3^{n+1},\ \forall n \geq 0$
1. 51. $a_2 = 61$ và $a_{n+1} = 3a_n + 4n - 6,\ \forall n \geq 2$
1. 52. $a_0 = -7$ và $a_{n+1} = -4a_n - 2(-4)^{n+1}(n-2),\ \forall n \geq 0$

2 PHƯƠNG PHÁP ĐẾM

I. Bài tập về quy tắc cộng và quy tắc nhân

2. 1. Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$. Lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên trong mỗi trường hợp sau:

a) Số tự nhiên chẵn có 4 chữ số.

b) Số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau.

2. 2. Bạn An có 5 bông hoa hồng hồng khác nhau, 4 bông hoa cúc khác nhau, 3 bông hoa lan khác nhau, bạn cần chọn ra 4 bông để cắm vào một lọ hoa. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn hoa để cắm sao cho hoa trong lọ đủ cả loại.

2. 3. Cho các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, lập một số gồm 4 chữ số khác nhau từ các chữ số trên. Hỏi:

a) Có bao nhiêu chữ số chẵn

b) Có bao nhiêu số có mặt chữ số 1.

2. 4. Có bao nhiêu cách xếp chỗ 4 bạn nữ và 6 bạn nam ngồi vào 10 ghế mà không có hai bạn nữ ngồi cạnh nhau nếu

a) Ghế sắp thành hàng ngang.

b) Ghế sắp thành một bàn tròn.

II) Bài tập về hoán vị

2. 5. Cần sắp xếp 5 học sinh A, B, C, D, E thành một dãy hàng ngang

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp.

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho hai học sinh A và B luôn đứng ở hai đầu hàng ?

2. 6. Cần sắp xếp 3 học sinh nữ và 5 học sinh nam thành một hàng dọc

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu 3 học sinh nữ luôn đứng liền nhau.

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu học sinh đứng đầu hàng là học sinh nữ và học sinh cuối hàng là học sinh nam?

2. 7. Có 4 nữ sinh tên là Hồng, Huệ, Lan, Hương và 4 nam sinh là An, Bình, Hạnh, Phúc cùng ngồi quanh một bàn tròn có 8 chổ.

a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp biết nam và nữ ngồi xen kẽ nhau?

b) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nếu nam và nữ ngồi xen kẽ nhau nhưng Hồng và An không chịu ngồi cạnh nhau?

2. 8. Từ 5 chữ số $1, 2, 3, 4, 5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhên gồm 5 chữ số khác nhau, trong đó có bao nhiêu số lẻ? Bao nhiêu số không chia hết cho 5?

III) Bài tập về chỉnh hợp

2. 9. Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. trong buổi tập trung đầu năm, giáo viên chọn 3 học sinh làm ban cán sự lớp: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó và 1 thủ quỹ.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu lớp trưởng là nam.

c) Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu trong 3 bạn được chọn phải có ít nhất 1 nữ.

2. 10. Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ có thể được bao nhiêu số tự nhiên:

a) Có 5 chữ số khác nhau?

b) Có 6 chữ số khác nhau và số đó phải là số lẻ?

c) Có 3 chữ số khác nhau và số đó chia hết cho 3?

2. 11. Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Trong đó có bao nhiêu số chẵn, bao nhiêu số lẻ, bao nhiêu số chia hết cho 5?

2. 12. Từ $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 5.

IV) Bài tập về tổ hợp

2. 13. Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên cần chọn ra 6 học sinh tham gia trồng cây. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

a) Không phân biệt nam, nữ?

b) Có 4 nam và 2 nữ?

c) Có ít nhất 3 học sinh nam?

2. 14. Một chi đoàn có 25 đoàn viên trong đó có 10 nữ. Có bao nhiêu cách chọn một tổ 7 người nếu:

a) Trong tổ có đúng 3 nữ?

b) Trong tổ có ít nhất 2 nữ?

2. 15. Có 6 đường thẳng song song và 12 đường thẳng song song khác. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo thành?

2. 16. Cho hai đường thẳng song song a và b. Trên a có 10 điểm phân biệt và trên b có 13 điểm phân biệt.

a) Có bao nhiêu hình thang được tạo thành từ các điểm nằm trên hai đường thẳng đã cho.

b) Có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm nằm trên hai đường thẳng đã cho.

V. Bài tập tổng hợp

2. 17. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Từ tập A lập được bao nhiêu số.

a) Có 6 chữ số sao cho trong có một số xuất hiện hai lần, các số khác xuất hiện đúng 1 lần?

b) Có 7 chữ số sao cho mỗi số đó số 1 xuất hiện đúng hai lần, số 2 xuất hiện đúng 3 lần còn các số khác xuất hiện không quá một lần?

2. 18. Xét các bài toán sau:

a) Chỉ ra trong 5 số chọn từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ bao giờ cũng có một cặp số có tổng bằng 9.

b) Chỉ ra rằng trong 6 số bất kỳ chọn từ tập 9 số nguyên dương đầu tiên, bao giờ cũng chứa ít nhất một cặp số có tổng bằng 10.

2. 19. Có 6 học sinh và 2 thầy giáo được xếp thành hàng ngang.

a) Có bao nhiêu cách xếp hàng?

b) Có bao nhiêu cách xếp hàng để 2 thầy giáo đứng cạnh nhau?

c) Có bao nhiêu cách xếp hàng để 2 thầy giáo không đứng cạnh nhau?

2. 20. Trên một giá sách có 10 cuốn sách giáo khoa và 7 cuốn sách tham khảo.

a) Có bao nhiêu cách lấy 6 cuốn sách trong đó có 2 cuốn sách giáo khoa?

b) Có bao nhiêu cách lấy 7 cuốn sách trong đó có ít nhất 4 cuốn sách giáo khoa?

2. 21. Có bao nhiêu hàm số từ tập $A = \{1, 2, 3, ..., n\}$ trong đó n là số nguyên dương tới tập $\{0, 1, 2\}$ và

a) Đó là các hàm đơn ánh?

b) Gán 0 cho cả số 1 và n?

c) Gán 1 cho đúng một trong các số nguyên dương bé hơn hoặc bằng n?

2. 22. Cô dâu và chú rể mời bốn người bạn đứng thành một hàng để chụp ảnh cùng với mình. Có bao nhiêu cách xếp hàng nếu:

a) Cô dâu đứng cạnh chú rể?

b) Cô dâu không đứng cạnh chú rể?

c) Cô dâu đứng phía bên trái chú rể?

2. 23. Cho trước một đa giác đều n cạnh. Hỏi

a) Có bao nhiêu tam giác được tạo từ các đỉnh của đa giác đều?

b) Trong số các tam giác của câu a, có bao nhiêu tam giác không có chung cạnh với đa giác đều?

2. 24. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

a) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số có 12 chữ số sao cho chữ số 5 có mặt ba lần, chữ số 6 có mặt bốn lần, còn lại chữ số khác có mặt một lần?

b) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số có bảy chữ số sao cho có một chữ số lặp lại 4 lần, một chữ số khác lặp lại 2 lần và một chữ số khác với với hai chữ số trên?

3 CẤU TRÚC ĐẠI SỐ

I) Cho $\mathcal{R}$ là quan hệ trên $\{1, 2, 3, 4\}$. Hãy viết ma trận biểu diễn và xét $\mathcal{R}$ có những tính chất nào

3. 1. $\mathcal{R} = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$

3. 2. $\mathcal{R} = \{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (3, 3), (4, 1)\}$

3. 3. $\mathcal{R} = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$

3. 4. $\mathcal{R} = \{(2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4)\}$

3. 5. $\mathcal{R} = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$

3. 6. $\mathcal{R} = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 4)\}$

II) Cho $\mathcal{R}$ là một quan hệ trên $\mathcal{S}$. Hãy viết tập hợp $\mathcal{R}$, ma trận biểu diễn và xét các tính chất của $\mathcal{R}$ nếu

3. 7. Trên $S = 0, 1, 2, 3, 4$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall x, y \in \mathcal{S} : x\mathcal{R}y \Leftrightarrow (x = y \quad \text{hay} \quad x+2y = 4)$

3. 8. Trên $S = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau$\forall x, y \in \mathcal{S} : x\mathcal{R}y \Leftrightarrow xy \geq 1$

3. 9. Trên $S = 0, 1, 2, 3, 4$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall x, y \in \mathcal{S} : x\mathcal{R}y \Leftrightarrow (x + 2y)|y$

3. 10. Trên $S = \mathbb{Z}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall x, y \in \mathcal{S} : x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2k, k \in \mathbb{N}$

3. 11. Trên $S = \mathbb{R}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall x, y \in \mathcal{S} : x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x = y+1 \quad \text{hay} \quad x = y-1$

3. 12. Trên $S = \mathbb{R}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall x, y \in \mathcal{S} : x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x \geq y^2$

III) Cho $\mathcal{R}$ là quan hệ trên $\{0, 1, 2, 3\}$. Xét xem các quan hệ nào dưới đây là quan hệ tương đương và xác định các tính chất của các quan hệ đó.

3. 13. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

3. 14. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (0, 2), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

3. 15. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

3. 16. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

3. 17. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 3)\}$

IV) Viết tập hợp các cặp quan hệ tương đương $\mathcal{R}$ từ các phân hoạch của $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

3. 18. $\{0\}, \{1, 2\}, \{3, 4, 5\}$

3. 19. $\{0, 1\}, \{2, 3\}, \{4, 5\}$

3. 20. $\{0, 1, 2\}, \{3, 4, 5\}$

3. 21. $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$

V) Chứng minh $\mathcal{R}$ là một quan hệ tương đương trên $\mathcal{S}$ và xác định các lớp tương đương của $\mathcal{R}$ tương ứng

3. 22. Trên $\mathcal{S} = \mathbb{Z}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall m, n \in \mathcal{S} : m\mathcal{R}n \Leftrightarrow m^2 = n^2$

3. 23. Trên $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall a, b \in \mathcal{S} : a\mathcal{S}b \Leftrightarrow a-b = 3k, k \in \mathbb{Z}$

3. 24. Trên $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall a, b \in \mathcal{S} : a\mathcal{S}b \Leftrightarrow a + b = 2k, k = 1, 2, \ldots$

3. 25. Trên $\mathcal{S} = \mathbb{Z}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall a, b \in \mathcal{S} : a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a \equiv b(mod3)$

3. 26. Trên $\mathcal{S} = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall a, b \in \mathcal{S} : a\mathcal{R}b \Leftrightarrow 3|(2a + b)$

3. 27. Trên $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall (a, b); (c, d) \in \mathcal{S} : (a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$

3. 28. Trên $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall (a, b); (c, d) \in \mathcal{S} : (a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow ad = bc$

3. 29. Trên $\mathcal{S} = \mathbb{R}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall x, y \in \mathcal{S} : x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^3 + 12y = y^3 + 12x$

3. 30. Trên $\mathcal{S} = \mathbb{R}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall x, y \in \mathcal{S} : x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^3 - 12y = y^3 - 12x$

3. 31. Trên $S = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall (a, b); (c, d) \in \mathcal{S} : (a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

VI) Cho $\mathcal{R}$ là quan hệ trên $\{0, 1, 2, 3\}$. Xét xem các quan hệ nào dưới đây là quan hệ thứ tự và xác định các tính chất của các quan hệ đó.

3. 32. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
3. 33. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
3. 34. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 3)\}$
3. 35. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$
3. 36. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 3)\}$
3. 37. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (2, 2), (3, 3)\}$
3. 38. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 0), (3, 3)\}$
3. 39. $\mathcal{R} = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 2), (3, 3)\}$

VII) Vẽ biểu đồ Hasse cho $(\mathcal{S}, \preccurlyeq)$ sau:

3. 40. $\mathcal{S} = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}\}$ với $\preccurlyeq$ là quan hệ $\subseteq$.
3. 41. $\mathcal{S} = \{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}$ với $\preccurlyeq$ là quan hệ $|$.
3. 42. $\mathcal{S} = \{2, 3, 5, 10, 11, 15, 25\}$ với $\preccurlyeq$ là quan hệ $|$.
3. 43. $\mathcal{S} = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ với $\preccurlyeq$ là quan hệ $|$.
3. 44. $\mathcal{S} = \{2, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 48, 60, 72\}$ với $\preccurlyeq$ là quan hệ $|$.
3. 45. $\mathcal{S} = \{\{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$ với $\preccurlyeq$ là quan hệ $\subseteq$.

VIII) Chứng minh $\mathcal{R}$ là một quan hệ thứ tự trên $\mathcal{S}$. Vẽ sơ đồ Hasse cho $(\mathcal{S}, \mathcal{R})$ và tìm các phần tử tối tiểu và tối đại (nếu có)

3. 46. Trên $S = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall x, y \in \mathcal{S} : x\mathcal{R}y \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N} : y = kx$

3. 47. Trên $S = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall (a, b), (c, d) \in \mathcal{S} : (a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow (a < c) \quad \text{hoặc} \quad (a = c \quad \text{và} \quad b \leq d)$

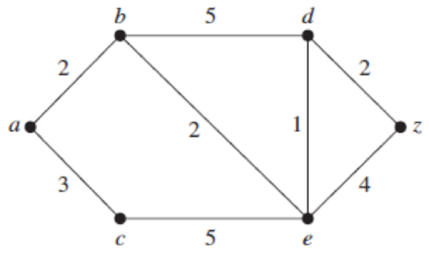
3. 48. Trên $S = \{0, 1, 2, 3, 4\} \times \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall (a, b), (c, d) \in \mathcal{S} : (a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow (a, b) = (c, d) \quad \text{hoặc} \quad a^2 + b^2 < c^2 + d^2$

3. 49. Trên $S = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ta định nghĩa quan hệ trên $\mathcal{R}$ như sau $\forall a, b \in \mathcal{S} : a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a = b \quad \text{hoặc} \quad |a| < |b|$

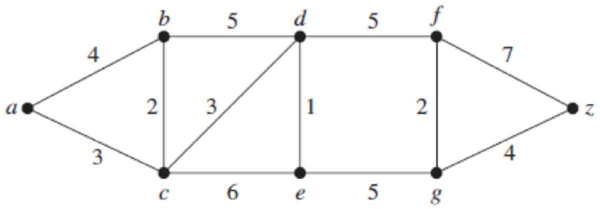
4 LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

I) Dùng thuật toán Dijkstra để tìm đường đi ngắn nhất

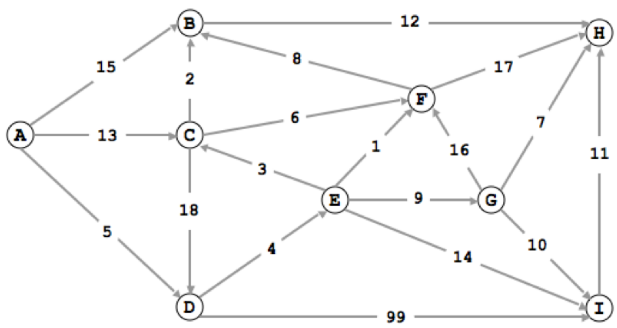
4. 1.



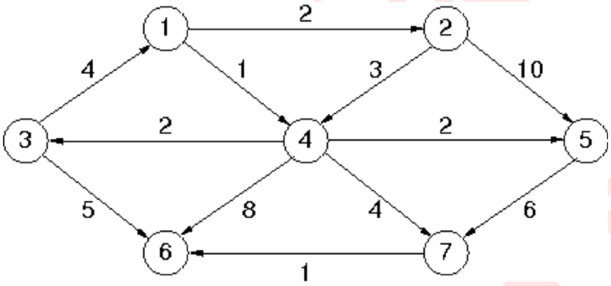
4. 2.



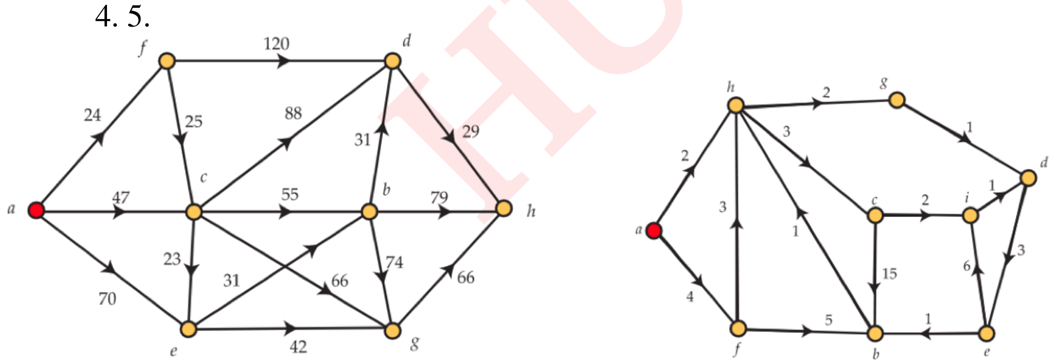
4. 3.



4. 4.



4. 5.



II) Trả lời các câu hỏi sau

4. 6. Một chu trình có độ dài chẵn có sắc số bằng bao nhiêu? Ví dụ?

4. 7. Một chu trình có độ dài lẻ có sắc số bằng bao nhiêu? Ví dụ?

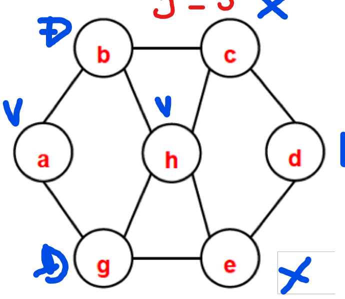
4. 8. Có bao nhiêu cạnh trong một đồ thị có 10 đỉnh, mỗi đỉnh có bậc là 6?

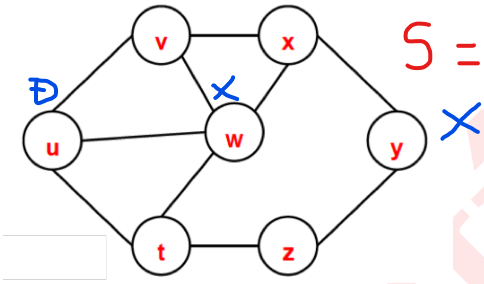
4. 9. Có bao nhiêu cạnh trong một đồ thị có 10 đỉnh, mỗi đỉnh có bậc là 5?

4. 10. Có tối đa bao nhiêu đỉnh trong một đồ thị có 19 cạnh và mỗi đỉnh đều có bậc ≥ 3?

III) Tìm sắc số của các đồ thị sau

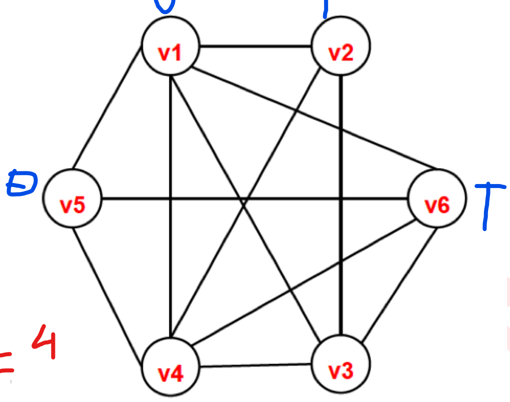
4. 11. S=3



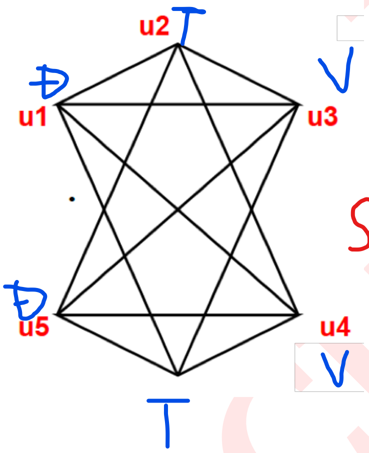


S=3

4. 12.

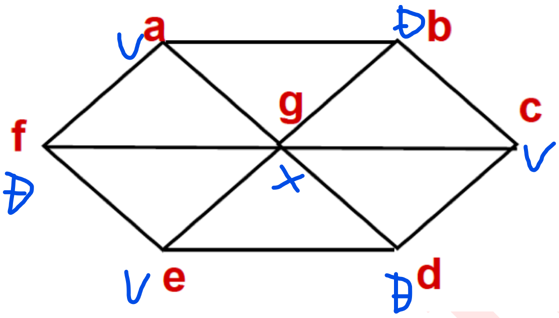


S=4

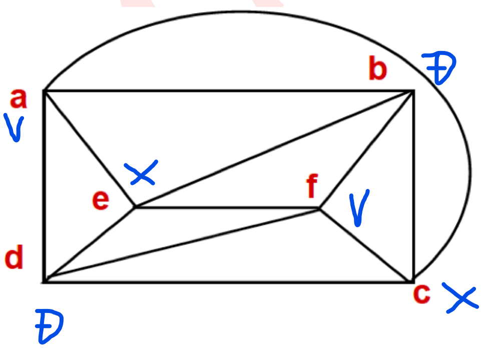


S=3

4. 13.



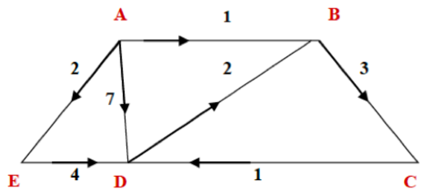
S=3



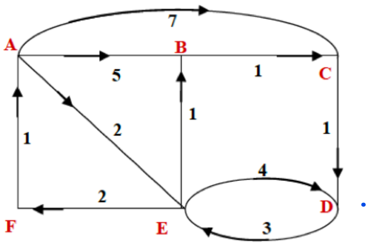
S=3

IV) Dùng thuật toán Prim và Kruskal để tìm cây khung bé nhất và cây khung lớn nhất trong những đồ thị có trọng số sau

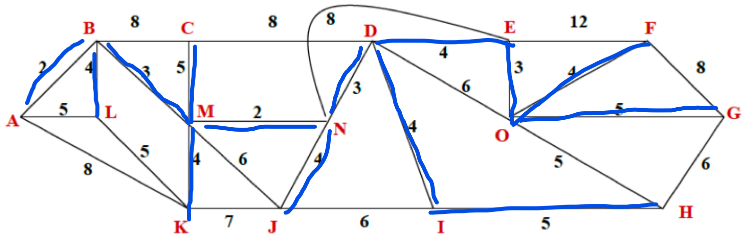
4. 14.



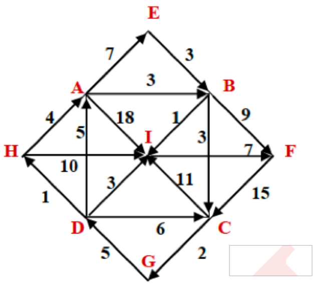
4. 15.



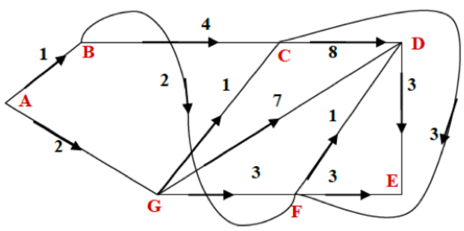
4. 16.



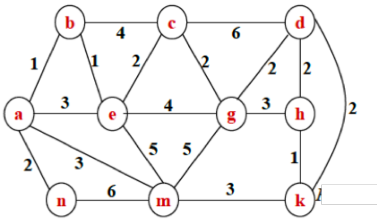
4. 17.



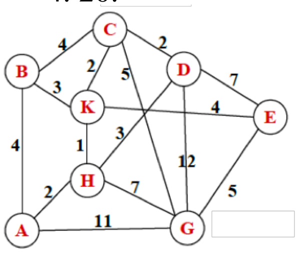
4. 18.



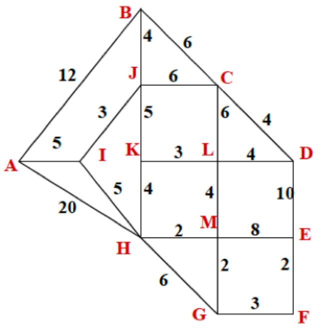
4. 19.



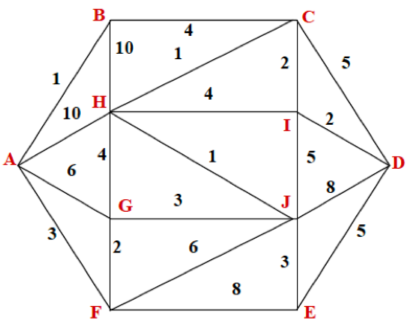
4. 20.



4. 21.



4. 22.



4. 23.