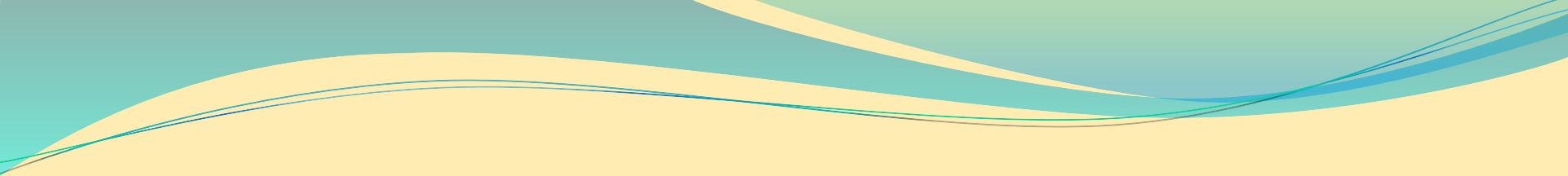


# Практическое занятие 3

## Решение задач пересчета



<b>8</b>								
<b>7</b>								
<b>6</b>								
<b>5</b>								
<b>4</b>								
<b>3</b>								
<b>2</b>								
<b>1</b>	<b>1</b>							
	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>	<b>g</b>	<b>h</b>

# Формула включений и исключений

Пусть имеется  $N$  предметов, которые могут обладать свойствами  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ .

Обозначения:  $N(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$  – число предметов, обладающих этими свойствами;

$N(\overline{\alpha_1}, \overline{\alpha_2}, \dots, \overline{\alpha_k})$  – число предметов, не обладающих ни одним из этих свойств.

Тогда

$$\begin{aligned} N(\overline{\alpha_1}, \overline{\alpha_2}, \dots, \overline{\alpha_n}) = & N - N(\alpha_1) - N(\alpha_2) - \dots - N(\alpha_n) + \\ & + N(\alpha_1, \alpha_2) + N(\alpha_1, \alpha_3) + \dots + N(\alpha_{n-1}, \alpha_n) - \\ & - N(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) - \dots + (-1)^n N(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \end{aligned}$$

Задача о распределениях состоит в нахождении количества способов разложить  $n$  предметов по  $k$  ящикам.

При этом возникают следующие случаи:

- предметы различимы, ящики различимы, все ящики непусты:

$$U^*(n, k) = \sum_{i=0}^{k-1} (-1)^i C_k^i (k-i)^n \quad (1)$$

- предметы различимы, ящики различимы, допускаются пустые ящики:

$$U(n, k) = k^n \quad (2)$$

- предметы различимы, ящики неразличимы, все ящики непусты:

$$V^*(n, k) = \frac{U^*(n, k)}{k!} \quad (3)$$

- предметы различимы, ящики неразличимы, допускаются пустые ящики:

$$V(n, k) = \sum_{i=1}^k V^*(n, i) \quad (4)$$

# Домашнее задание №2

## Решение задач пересчета

## Задание на дополнительные баллы:

1. Найдите число целочисленных неотрицательных решений уравнения  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 25$ .
2. Докажите формулы (1) – (4).