Домашняя работа №3
"Свойства бинарных отношений"

№ группы	N3149
Фамилия	Нгуен
Имя	Хонг Ханьь
№ варианта	13

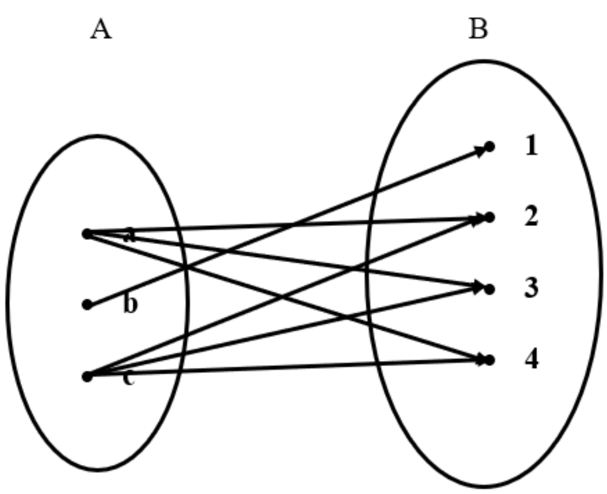
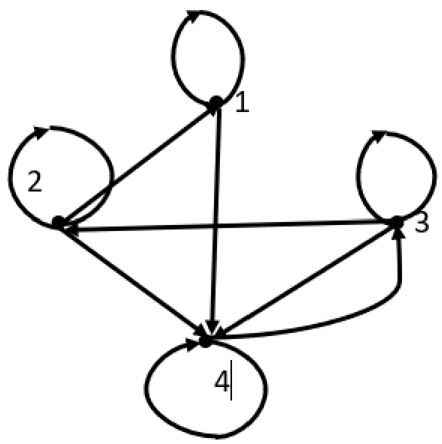
ИНСТРУКЦИЯ В КОНЦЕ ДОКУМЕНТА

1. Найдите область определения, область значений отношения P_1.

D_{P1} = {a: ∃ b ∈ B (a, b) ∈ P_1} = {a, b, c}

R_{P1} = { b: ∃ a ∈ A (a, b) ∈ P_1} = {1, 2, 3, 4}

2. Изобразите P_1, P_2 графически.

	
***P*₁**	***P*₂**

3. Запишите матрицы $[P_2]$, $[P_2^{-1}]$, $[P_2]^T$.

$[P_2] = \begin{pmatrix} 1&0&0&1 \\ 1&1&0&1 \\ 0&1&1&1 \\ 0&0&1&1 \end{pmatrix}$	$[P_2^{-1}] = \begin{pmatrix} 1&1&0&0 \\ 0&1&1&0 \\ 0&0&1&1 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$	$[P_2]^T = \begin{pmatrix} 1&1&0&0 \\ 0&1&1&0 \\ 0&0&1&1 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$
$[P_2]$	$[P_2^{-1}]$	$[P_2]^T$

4. Найдите композицию отношений $P_1 \circ P_2$.

$P_1 \circ P_2 = \{(x,y)$: $x \in A$, $y \in B$ и $\exists z$ такое, что $(x,z) \in P_1$ и $(z,y) \in P_2\}$.

$P_1 \circ P_2 = \{(a,1), (a,2), (a,3), (a,4), (b,1), (b,4), (c,1), (c,2), (c,3), (c,4)\}$

5. Найдите обратное отношение $(P_1 \circ P_2)^{-1}$.

$(P_1 \circ P_2)^{-1} = \{(1, a), (2,a), (3,a), (4,a), (1,b), (4,b), (1,c), (2,c), (3,c), (4,c)\}$.

6. Найдите $[P_2 \cup P_2^{-1}]$, $[P_2 \cap P_2^{-1}]$.

$[\boldsymbol{P_2} \cup \boldsymbol{P_2}^{-1}] = [\boldsymbol{P_2}]+[\boldsymbol{P_2}^{-1}]$ $[\boldsymbol{P_2} \cup \boldsymbol{P_2}^{-1}] = \begin{pmatrix} 1&0&0&1 \\ 1&1&0&1 \\ 0&1&1&1 \\ 0&0&1&1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1&1&0&0 \\ 0&1&1&0 \\ 0&0&1&1 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$ $[\boldsymbol{P_2} \cup \boldsymbol{P_2}^{-1}] = \begin{pmatrix} 1&1&0&1 \\ 1&1&1&1 \\ 0&1&1&1 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$	$[\boldsymbol{P_2} \cap \boldsymbol{P_2}^{-1}] = [\boldsymbol{P_2}]*[\boldsymbol{P_2}^{-1}]$ $[\boldsymbol{P_2} \cap \boldsymbol{P_2}^{-1}] = \begin{pmatrix} 1&0&0&1 \\ 1&1&0&1 \\ 0&1&1&1 \\ 0&0&1&1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1&1&0&0 \\ 0&1&1&0 \\ 0&0&1&1 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$ $[\boldsymbol{P_2} \cap \boldsymbol{P_2}^{-1}] = \begin{pmatrix} 1&0&0&0 \\ 0&1&0&0 \\ 0&0&1&1 \\ 0&0&1&1 \end{pmatrix}$
$[P_2 \cup P_2^{-1}]$	**$[P_2 \cap P_2^{-1}]$**

7. Проверьте, является ли отношение P_2: рефлексивным, антирефлексивным, нерефлексивным?

$[\boldsymbol{P_2}] = \begin{pmatrix} \mathbf{1}&0&0&1 \\ 1&\mathbf{1}&0&1 \\ 0&1&\mathbf{1}&1 \\ 0&0&1&\mathbf{1} \end{pmatrix}$ Отношение P_2 является рефлексивным, потому что $id_B \subseteq P_2$.	$[\boldsymbol{P_2}] = \begin{pmatrix} \mathbf{1}&0&0&1 \\ 1&\mathbf{1}&0&1 \\ 0&1&\mathbf{1}&1 \\ 0&0&1&\mathbf{1} \end{pmatrix}$ Отношение P_2 не является антирефлексивным, потому что $\exists x \in B$ такой, что $(x,x) \in P_2$.	Отношение P_2 не является нерефлексивным, потому что отношение не является антирефлексивным но является рефлексивным.
Рефлексивность	**Антирефлексивность**	**Нерефлексивность**

8. Проверьте, является ли отношение P_2: симметричным, антисимметричным, несимметричным?

$[P_2] = \begin{pmatrix} 1&0&0&1 \\ 1&1&0&1 \\ 0&1&1&1 \\ 0&0&1&1 \end{pmatrix}$ $[P_2]^T = \begin{pmatrix} 1&1&0&0 \\ 0&1&1&0 \\ 0&0&1&1 \\ 1&1&1&1 \end{pmatrix}$ ⇨ $[P_2] \neq [P_2]^T$ ⇨ Отношение P_2 не является симетричным.	$[P_2 \cap P_2^{-1}] = \begin{pmatrix} 1&0&0&0 \\ 0&1&0&0 \\ 0&0&1&1 \\ 0&0&1&1 \end{pmatrix}$ ⇨ $P_2 \cap P_2^{-1} \not\subseteq \mathbf{id_B}$ ⇨ Отношение P_2 не является антисиметричным.	Так как отношение P_2 не является симетричным, не является антисиметричным ⇨ Отношение P_2 является несиметричным.
Симметричность	**Антисимметричность**	**Несимметричность**

9. Проверьте, является ли отношение P_2: транзитивным, интранзитивным, нетранзитивным?

$P_2 \circ P_2$ = {(1,1), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,2), (4,3), (4,4)} Так как $(3,1) \in P_2 \circ P_2$, а $(3,1) \notin P_2$ ⇨ $P_2 \circ P_2 \not\subseteq P_2$ ⇨ Отношение P_2 не является транзитивным.	$\exists\ (2,1) \in P_2$ и $(1,4) \in P_2 \rightarrow (2,4) \in P_2$ ⇨ Отношение P_2 не является интранзитивным.	Отношение P_2 не является транзитивным и не является интранзитивным ⇨ Отношение P_2 является нетранзитивным.
Транзитивность	**Интранзитивность**	**Нетранзитивность**

10. Сделайте вывод, является ли множество $< B, P_2 >$ **ч.у.м.**-ом, **л.у.м.**-ом?

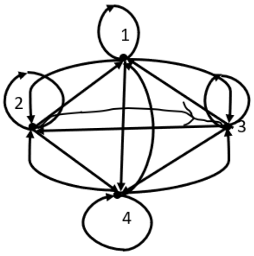
Отношение P_2 на B является рефлексивным, не является антисиметричным, не является транзитивным, поэтому множество $< B, P_2 >$ не является **ч.у.м.**-ом.

Так как множество $< B, P_2 >$ не является **ч.у.м.**-ом, множество $< B, P_2 >$ не является **л.у.м.**-ом.

11. Достройте граф отношения P_2 до:

1) Отношения эквивалентности,
2) Отношения частичного порядка,
3) Отношения строгого порядка,

4) Отношения линейного порядка.

Сделав отношение рефлексивным, симметричным и транзитивным, из первого графа отношения P2 (задание 2) получаем отношение эквивалентности.  	Сделав отношение рефлексивным, антисимметричным и транзитивным, из первого графа отношения P2 (задание 2) получаем отношение частичного порядка. В моем случае я не могу сделать отношения частичного порядка, потому что в исходном соответствии есть пары $(3,4) \in P_2$ и $(4,3) \in P_2$ но $3 \neq 4$, антисимметричное я получить не могу.	Сделав отношение рефлексивным, антисимметричным и транзитивным, из первого графа отношения P2 (задание 2) получаем отношение частичного порядка. В моем случае я не могу сделать отношения частичного порядка, потому что в исходном соответствии есть пары $(3,4) \in P_2$ и $(4,3) \in P_2$ но $3 \neq 4$, антисимметричное я получить не могу.	Отношение частичного порядка на X, для которого любые два элемента сравнимы, называется отношением линейного порядка. Так как я не могу сделать отношения частичного порядка, я не могу сделать отношение линейного порядка.
Отношения эквивалентности	**Отношения частичного порядка**	**Отношения строгого порядка**	**Отношения линейного порядка**

ИНСТРУКЦИЯ:

1. задание 1 - ответ в виде множества

   задание 2 - ответ в виде двух рисунков (либо в графическом редакторе, либо средствами word)

   задание 3 - ответ в виде матриц

   задания 4 и 5 - ответ в виде множества

   задание 6 - ответ в виде матриц

   задания 7 и 8 - ответ в виде матриц и для каждого свойства подписать выполняется или нет

   задание 9 - ответ в виде множества и для каждого свойства подписать выполняется или нет

   задание 10 - сделать вывод на основе свойств отношения (рефлексивность, симметричность, транзитивность)

   задание 11 - достроить граф до отношения… означает, что мы в берем граф для P_2 из задания 1 и достраиваем к нему дуги так, чтобы получить нужное отношение (по свойствам рефлексивность, симметричность, транзитивность). Если такое отношение построить нельзя, то так и пишем.

1. Сохраняем файл в “номер группы_ФИО.**pdf**” например “3142_ИвановИИ.pdf”.
2. Отправляем мне на почту kainagr@mail.ru и указываем тему “домашняя работа 3 дм”
3. Срок выполнения работы - 7 дней со дня нашей с вами практики, когда было выдано дз