Тест №2

27

✓ 1. Среди множеств и определенных на них операций, укажите алгебры:

~~1)~~ $< Z, +, \times >$, где $\times$ – декартово произведение

✓ 2) $< \Delta$, преобразования плоскости, переводящие треугольник в себя $>$, где Δ – множеств равносторонних треугольников с центром в начале координат

✓ 3) $< N$, НОД(n,m), НОК $(n,m) >$

✓ 4) $< Q(X), \circ >$, где $Q(X)$ – множество бинарных отношений на X с операцией композици

✓ 5) $< Z_{[n]}$, разность, возведение в степень $n \in N >$

✓ 2. Рассмотрим алгебру $< M, \cdot >$ где M – множество квадратных матриц вида $\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}$, $a,b,d \in R$

Укажите:

a) Левый нейтральный элемент 5

b) Правый нейтральный элемент 5

c) Нейтральный элемент 5

1) $\begin{pmatrix} d & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ d & 0 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ d & 1 \end{pmatrix}$

5) не существует

✓ 3. Рассмотрим тождества группы, где $x_0 \in X$, $m,n \in Z$:

2 a) $\forall x,y \in X \; -(x+y) = (-y)+(-x)$

4 b) $\forall y \in X \; -(-y) = y$

3 c) $(-n)x_0 = -(nx_0)$

1 d) $mx_0 + nx_0 = (m+n)x_0$

5 e) $n(mx_0) = (mn)x_0$

Укажите соответствующие тождества в мультипликативной форме записи:

1) $x_0^m \cdot x_0^n = x_0^{m+n}$

2) $(x \cdot y)^{-1} = y^{-1} \cdot x^{-1}$

3) $x_0^{-n} = (x_0^n)^{-1}$

4) $\forall x \in X \; (x^{-1})^{-1} = x$

5) $(x_0^m)^n = x_0^{m \cdot n}$

6) нет правильного ответа

✓ 4. Укажите циклические группы или группы, имеющие циклические подгруппы:

~~1)~~ $A = < Z_{[5]}, \otimes, [1] >$

✓ 2) $A = < M_1, \cdot >$ где M_1 – множество квадратных матриц с целыми элементами, $\det M = 1$

~~3)~~ $A = < N, +, 0 >$

✓ 4) $A = < f_X, \circ >$, где f_X – биекции X на себя, $|X| = 3$

~~5)~~ $A = < W(X), \wedge, \Lambda >$, где $W(X)$ – множество слов алфавита X с операцией конкатенации

✓ 5. Пусть $< X, +, \cdot >$ – алгебра. Какие из представленных ниже аксиом являются аксиомами

a) Моноида по сложению? 1,2

b) Моноида по умножению? 5,6

1) $\forall x, y \in X \; (x+y)+z = x+(y+z)$

2) $\exists \, 0 \in X \; \forall x \in X \; x + 0 = 0 + x = x$

3) $\forall x \in X \; \exists -x \in X \; x + (-x) = (-x) + x = 0$

4) $\forall x, y \in X \; x+y = y+x$

5) $\forall x, y \in X \; (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$

6) $\exists \, 1 \in X \; \forall x \in X \; x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$

7) $\forall x \in X \; \exists x^{-1} \in X \; x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = 1$

8) $\forall x, y \in X \; x \cdot y = y \cdot x$

9) $\forall x,y,z \in X \; z \cdot (x+y) = z \cdot x + z \cdot y$, $(x+y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$

10) $\forall x \neq 0 \; \exists x^{-1} \in X \; x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = 1$

11) X – конечное множество

✓ 6. Пусть $< X, +, \cdot >$ – алгебра. Какие из представленных ниже аксиом являются аксиомами

a) Аддитивной группы? 1,2,3,4 ✗

b) Мультипликативной группы? 5,6,7,8 ✗

<Ответы см. п. 5>

6

7 <Ответы см. п. 5> 1,2,3,4,5,6,9

8. Пусть $< X, +, \cdot >$ – алгебра. Какие из представленных ниже аксиом являются аксиомами поля?
<Ответы см. п. 5> 1,2,3,4,5,6,9,10

9. Пусть $< X, +, \cdot >$ алгебра. Какие из представленных ниже аксиом являются аксиомами поля Галуа?
<Ответы см. п. 5> 1,2,3,4,5,6,9,10,11

10. Пусть $\varphi(n)$ – функция Эйлера. Что верно?
~~1)~~ $\varphi(5!) = \varphi(1)\,\varphi(2)\,\varphi(3)\,\varphi(4)\,\varphi(5)$
2) $\varphi(479) = 478$
~~3)~~ $\varphi(\cancel{0})=0$
4) Пусть n =20, делители числа 20: $d\in\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$. Верно ли, что $\sum_{d|20}\varphi(d) = 20$?
5) n =20, простые делители числа 20: $p\in\{2, 5\}$. Верно ли, что $\varphi(20) = 20\prod_{p|20}(1-\frac{1}{p})$?

11. Укажите условия, при которых выполняются сравнения:

a) $a^{n-1} = 1\ (mod\ n)$ 2,3,4
b) $a^{n} = a\ (mod\ n)$ 2,3
c) $a^{\varphi(n)} = 1\ (mod\ n)$ 2 4 5
d) $a^{-1} = a^{n-2}\ (mod\ n)$ 34

1) $n\in N$
2) $a\in N$
3) n – простое число
4) НОД (a,n)=1
5) $\varphi(n)$ – функция Эйлера

12. Укажите, к какому классу алгебраических структур, где $n\in N$, относится каждая из перечисленных алгебр:

a) $< Z_{[n]}, \oplus >$ 2
b) $< Z_{[n]}, \otimes >$ 1
c) $< Z, +, \bullet, 0, 1 >$ 4
d) $< Z_{[n]}, \oplus, \otimes >$ 4
e) $< Z_{[n,r]}, \otimes >$ 3

1) Коммутативный моноид
2) Коммутативная группа по сложению
3) Коммутативная группа по умножению
4) Коммутативное кольцо
5) Поле Галуа
6) Нет правильного ответа

13. Укажите, к какому классу алгебраических структур, где p – простое число, относится каждая из перечисленных алгебр:

không có phần tử trung hòa

a) $< Z^{*}_{[p]}, \oplus >$ 6
b) $< Z^{*}_{[p]}, \otimes >$ 3
c) $< Z^{*}_{[p]}, \oplus, \otimes >$ 6
d) $< Z_{[p]}, \oplus >$ 2
e) $< Z_{[p]}, \otimes >$ 1
f) $< Z_{[p]}, \oplus, \otimes >$ 5

1) Коммутативный моноид
2) Коммутативная группа по сложению
3) Коммутативная группа по умножению
4) Коммутативное кольцо
5) Поле Галуа
6) Нет правильного ответа

14. Рассмотрим $A=< Z_{[17]}, \otimes >$. Что верно?
~~1)~~ A – мультипликативная группа по умножению порядка 16
~~2)~~ A – коммутативная группа по умножению порядка $\varphi(17)$
~~3)~~ Группа A – циклическая
~~4)~~ Порядок циклической подгруппы, порожденной элементом $a\in Z_{[17]}$, может быть равен 2, 4, 8, 16
5) $14^{16} = 1$ в $Z_{[17]}$

15. Укажите выражения, определяющие понятие

a) Верхней полурешетки 2,3,5

b) Нижней полурешетки 1,4,6

1) $\forall x, y \in X:\ x \preceq y \Leftrightarrow x \wedge y = x$
2) $x \vee y = \sup\{x,y\}$ – решетчатое объединение
3) $\forall x, y \in X:\ x \preceq y \Leftrightarrow x \vee y = y$
4) $x \wedge y = \inf\{x,y\}$ – решетчатое пересечение
5) нуль полурешетки
6) единица полурешетки
7) тождества поглощения

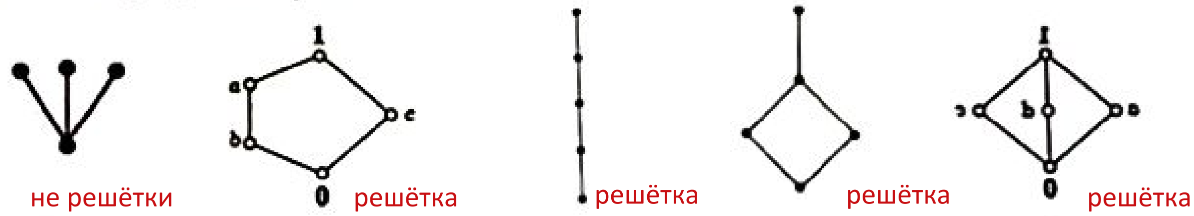
16. Пусть X – некоторое множество (конечное или бесконечное). Рассмотрим решетку $< N, m|n >$. Укажите:

a) Операцию верхней полурешетки и ее нуль 1,3

b) Операцию нижней полурешетки и ее единицу 4

1) $\forall n,m \in N$ НОД (n,m)
2) $\forall n,m \in N$ НОК (n,m)
3) 1
4) не существует
5) $\varnothing$

17. Укажите дистрибутивные решетки:



не решётки 1) | решётка 2) | решётка 3) | решётка 4) | решётка 5)

18. Пусть $E=\{x_1, x_3, x_4\}$ – некоторое множество. Укажите, какие из приведенных множеств являются:

a) Нечеткими подмножествами E 2,3,4

b) Обычными (четкими) подмножествами E 2,4

1) $\{(x_1|0,5), (x_2|0), (x_3|0,1), (x_4|1)\}$
2) $\{(x_1|0), (x_3|0), (x_4|0)\}$
3) $\{(x_1|0,5), (x_3|1), (x_4|0)\}$
4) $\{(x_1|0), (x_3|1), (x_4|0)\}$
5) $\{(x_1|0,5), (x_3|1,1), (x_4|0,8)\}$

19. Пусть E – некоторое множество, $\tilde{A}$ – нечеткое подмножество на E. Укажите, какие из приведенных характеристик подмножества $\tilde{A}$ **не являются** подмножествами E:

1) Носитель
2) Высота
3) Ядро
4) Граница
5) множество идеальных элементов

20. Укажите, какие из операций над нечеткими подмножествами обладают всеми тремя свойствами: коммутативность, ассоциативность, идемпотентность?

1) Разность
2) Объединение
3) Алгебраическая сумма
4) Алгебраическое произведение
5) Пересечение

21. Даны нечеткие подмножества множества $E=\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$:

$\tilde{A}=\{(x_1|0,4), (x_2|0,2), (x_3|0), (x_4|1)\}$, $\tilde{B}=\{(x_1|0,3), (x_2|0,1), (x_3|0,7), (x_4|0)\}$.

Укажите верные утверждения:

1) $\tilde{\tilde{B}} = \varnothing$
2) $\tilde{A} \cap \tilde{B} \subseteq \tilde{B}$
3) $\tilde{A} \subseteq \tilde{A} \cup \tilde{B}$
4) $\tilde{A} - \tilde{B} = \tilde{\tilde{B}}$
5) $\tilde{A} \oplus \tilde{B} \neq \varnothing$

22. Пусть E – некоторое множество, $\widetilde{A}$ – нечеткое подмножество на E. Пусть $\widetilde{A}_{\alpha_1}$ и $\widetilde{A}_{\alpha_2}$ – множества α уровней, где $\alpha_1 \geq \alpha_2$. Что верно?

1) $\widetilde{A}_{\alpha_1} = \widetilde{A}_{\alpha_2}$
2) $\widetilde{A}_{\alpha_1} \supset \widetilde{A}_{\alpha_2}$
3) $\widetilde{A}_{\alpha_1} \cap \widetilde{A}_{\alpha_2} = \varnothing$
4) $\widetilde{A}_{\alpha_1} \subset \widetilde{A}_{\alpha_2}$
5) $\widetilde{A}_{\alpha_1} \cap \widetilde{A}_{\alpha_2} \neq \varnothing$

23. Укажите, какая из приведенных числовых функций – расстояний r между нечеткими подмножествами $\widetilde{A}$ и $\widetilde{B}$ – удовлетворяет условию $r(\widetilde{A}, \widetilde{A}) = 0$:

1) $d(\widetilde{A}, \widetilde{A})$
2) $\delta(\widetilde{A}, \widetilde{A})$
3) $e(\widetilde{A}, \widetilde{A})$
4) $e^2(\widetilde{A}, \widetilde{A})$
5) $\varepsilon(\widetilde{A}, \widetilde{A})$