1

В приведенном списке укажите случайные процессы:

- [x] Уровень воды в водохранилище.
- [x] Направление ветра в заданной точке пространства
- [ ] Процесс вращения планет вокруг Солнца
- [ ] Номер билета, выпавшего студенту на экзамене.
- [x] Число узлов технического устройства, вышедших из строя до момента времени *t*.

Далее   Завершить

2

Пусть $X(t,\omega)$, $t\in T$ – случайный процесс.

***n*-мерный случайный вектор это:**

- [ ] Случайная величина $X(t_i,\omega)$
- [x] Сечение семейства реализаций в точке $t=t_i$
- [ ] Обычная функция $X(t)$ параметра $t\in T$
- [ ] Семейство реализаций $x_1(t), x_2(t),\dots, x_n(t)$ случайного процесса

Назад   Далее   Заверши

3

Рассмотрим моменты случайного процесса $X(t)$

Выберите верный ответ из выпадающего списка для каждого:

- $M[X(t)]$ это [первый момент с.п. X(t)] с.п. $X(t)$
- $M[X(t)-m_X(t)]$ это [центральный первый момент с.п. X(t) и равен 0] с.п. $X(t)$
- $M[X^2(t)]$ это [второй момент с.п. X(t)] с.п. $X(t)$
- $D[X(t)]$ это [центральный второй момент с.п. X(t)] с.п. $X(t)$
- $\sigma[X(t)]$ это [не является никаким моментом с.п. X(t)] с.п. $X(t)$

Назад   Далее   Завершить

4

Пусть *X(t)* – *n-мерный* случайный процесс, $t_i \in T$, $i=1 \div N$.

Установите соответствие между термином и формулой.

Одномерная плотность распределения с.п. *X(t)*	4
N-мерная функция распределения с.п. *X(t)*	6
Условная плотность вероятностей с.п. *X(t)*	5
Двумерная плотность распределения с.п. *X(t)*	7
N-мерная плотность распределения с.п. *X(t)*	3
Двумерная функция распределения с.п. *X(t)*	2
Одномерная функция распределения с.п. *X(t)*	1

1. $F(t, x) = P(X(t) < x) = \int^{x_1} \dots \int^{x_n} f(t, y_1, \dots, y_n) dy_1, \dots, dy_n$
2. $F(t_1, t_2, x_1, x_2) = P(X(t_1) < x_1, X(t_2) < x_2)) \ \forall x_1, x_2 \in R$
3. $f(t_1, \dots, t_N, x_{(1)}, \dots, x_{(N)}), \ x_{(i)} = (x_1, \dots, x_n)^T \ N \geq 1$
4. $f(t, x_1, \dots, x_n)$
5. $f(x_{(N)} \mid x_{(N-1)}, \dots, x_{(1)}), \ x = (x_1, \dots, x_n)^T \ N \geq 1$
6. $F(t_1, t_2, \dots, t_N, x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)}) = P(X(t_k) < x_{(k)}, k = 1 \div N) = \int^{x_{(1)}} \dots \int^{x_{(N)}} f(t_1, \dots, t_N, y_{(1)}, \dots, y_{(N)}) dy_{(1)}, \dots, dy_{(N)}$
7. $f(t_1, t_2, x_{(1)}, x_{(2)}), \ x_{(i)} = (x_1, \dots, x_n)^T$

Назад Далее Завершить

5

Пусть *X*(*t*) – *скалярный* с.п. Чтобы найти:

- Математическое ожидание с.п. *X(t)* 3
- Дисперсию с.п. *X(t)* 3
- Среднее квадратическое отклонение с.п. *X(t)* 3
- Корреляционную функцию с.п. *X(t)* 4
- Нормированную корреляционную функцию с.п. *X(t)* 4

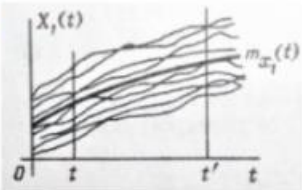
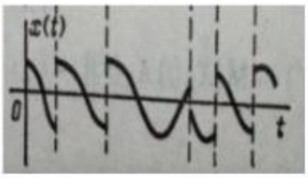
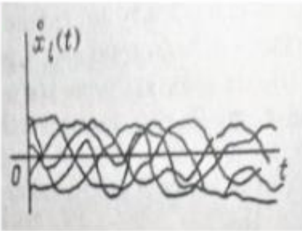
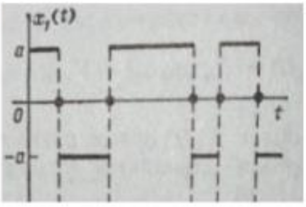
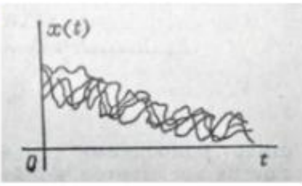
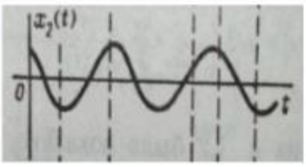
достаточно знать:

1. Одномерную функцию распределения с.п. *X(t)*
2. Двумерную функцию распределения с.п. *X(t)* $\forall t_1, t_2 \in$ ***R***
3. Одномерную плотность распределения с.п. *X(t)*
4. Двумерную плотность распределения с.п. *X(t)* $\forall t_1, t_2 \in$ ***R***

Выберите из списка правильный ответ/ответы для каждого поля сверху и запишите его номер. Слитно, без запятых, по возрастанию

Назад Далее Завершить

Укажите НЕ стационарные случайные процессы

- [x] 
- [x] 
- [ ] 
- [ ] 
- [x] 
- [ ] 

7

Известны корреляционные функции случайных процессов:

1. $K_x(\tau) = D_x$ Стационарный
2. $K_x(\tau) = D_x\, e^{-\lambda\tau}$, $\lambda>0$ Стационарный и эргодический
3. $K_x(t_1, t_2) = e^{-0.5(t_1^2+t_2^2)}$ Ни стационарный, ни эргодический
4. $K_x(\tau) = 0{,}5\ \cos t_1 \cos t_2 + 0{,}5\ \sin t_1 \sin t_2$ Стационарный

Выберите верный ответ из выпадающего списка для каждого. Укажите, в каком случае процесс *X(t)* является:

- Стационарным в широком смысле
- Эргодическим
- Стационарным и эргодическим

Назад Далее Завершить

8

Укажите, какими особенностями обладает *эргодический случайный процесс*:

- [ ] Начало отсчета аргумента может быть выбрано произвольно на оси 0*t*
- [ ] Вероятностные характеристики не зависят от времени
- [ ] Длится во времени как угодно долго
- [x] Любую вероятностную характеристику с вероятностью, близкой к 1, можно получить по одной реализации случайного процесса за достаточно большой интервал времени

Назад Далее Завершить

9

Пусть $X(t)$, $t \in T=[a,b]$ – случайный процесс.

Установите соответствие между термином и формулой.

Выберите верный ответ из выпадающего списка для каждого. Верным может быть не один ответ, но указать нужно один.

1. $f(x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(N)}) = f(x_{(N)} | x_{(N-1)})\, f(x_{(N-1)} | x_{(N-2)}) \ldots f(x_{(2)} | x_{(1)})\, f(x_{(1)})$

Марковский процесс

2. $T=\{t_k\}$, $k=1 \div +\infty$, $X_1(\omega), X_2(\omega), \ldots, X_n(\omega)$, если $\forall n > 1$ выполняется:

$f(x_n \mid x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_1) \equiv f(x_n \mid x_{n-1})$,

$p_{ij}^k = P(s_j^k \mid s_i^{k-1})$

Цепь Маркова

3. $\lambda_{ij}(t) = \lim\limits_{\Delta t \to +0} \dfrac{p_{ij}(t, t+\Delta t)}{\Delta t}$, $p'_k(t) = \sum\limits_{i=1, i\neq k}^{n} \lambda_{ik}(t) p_i(t) - (\sum\limits_{i=1, i\neq k}^{n} \lambda_{ki}) p_k(t)$, $k=1 \div n$, $t \in T$

Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем

4. $\forall t = t_0$ с.в. $X(t_0)$ является *дискретной*

Марковский процесс с дискретными состояниями

5. $\lambda_{ij}(t) = \lim\limits_{\Delta t \to +0} \dfrac{p_{ij}(t, t+\Delta t)}{\Delta t} = \lambda_{ij} = const$

Однородный марковский процесс с дискретными состояниями

6. $f(x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(N)})$ заданы для любых $N \geq 1$ и $t_k \in T$, $k=1 \div N$, таких, что $t_1 < t_2 < \ldots < t_N$, при этом $f(x_{(N)} \mid x_{(N-1)}, \ldots, x_{(1)}) = f(x_{(N)} \mid x_{(N-1)})$

Марковский процесс

7. $p_{ij} = P(s_j \mid s_i)$ на любом шаге k

Однородная цепь Маркова

10

Пусть $X(t,\omega)$, $t \in T=[a,b]$, $t_k \in T$, $k=1$

÷

N, $N \geq 1$ – нормальный случайный процесс, с математическим ожиданием $m_x(t)$ и ковариационной функцией $K_x(t_1,t_2)$,

V_N – матрица ковариаций случайного процесса.

1. Тогда любой конечномерный закон распределения с.в. $X_N(\omega)$ является нормальным
2. Любой конечномерный закон распределения с.п. определяется его mx(t) и Kx(t1,t2)
3. Тогда функция плотности вероятностей с.в. $X_N(\omega)$ определена, если det VN >0
4. Совместное распределение $F(x_1, \ldots, x_N, t_1, \ldots, t_N)$ не имеет плотности, если det VN = 0

Назад Далее Завершить

11

Пусть $\vec{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), ..., X_k(t))^T$ - векторный с.п, $K_j(t_1,t_2)$ – корреляционная функция с.п. $X_i(t)$, $R_{ij}(t_1,t_2)$ – взаимная корреляционная функция случайных процессов $X_i(t_1)$ и $X_j(t_2)$: $R_{ij}(t_1,t_2)$ = M [X?$_i(t_1)$× X?$_j(t_2)$]

Укажите верные утверждения:

- [x] $R_{ii}(t_1,t_2) = K_i(t_1,t_2)$
- [x] $R_{ij}(t_1,t_2) = R_{ji}(t_2,t_1)$
- [ ] $R_{ij}(t_1,t_2) = R_{ji}(t_1,t_2)$
- [x] $R_{ij}(t_1,t_2) \neq R_{ji}(t_1,t_2)$

Назад Далее Завершить

12

Укажите, в каком случае случайные процессы $X_i(t_1)$ и $X_j(t_2)$ являются некоррелированными:

- [x] если $R_{ij}(t_1,t_2) \equiv 0 \ \forall t_1,t_2 \in R$
- [x] если $R_{ji}(t_2,t_1) \equiv 0 \ \forall t_1,t_2 \in R$
- [ ] если $R_{ji}(t_1,t_2) \equiv 0 \ \forall t_1,t_2 \in R$
- [ ] если $K_i(t_1,t_2) \equiv 0 \ \forall t_1,t_2 \in R$

Назад Далее Завершить

13

Заданы случайные процессы:

a) X(t)=a, где a – неслучайная величина (как частный случай с.п.),

b) X(t)=V, где V – случайная величина (как частный случай с.п.)

c) Y(t)= aX(t) + b, где a,b∈R, X(t) – стационарный с.п.

Укажите, какими свойствами обладает каждый из этих процессов:

a) стационарен и обладает эргодическим свойством

b) стационарен и является неэргодическим

c) стационарен и может быть эргодическим, а может и не быть

Назад Далее Завершить

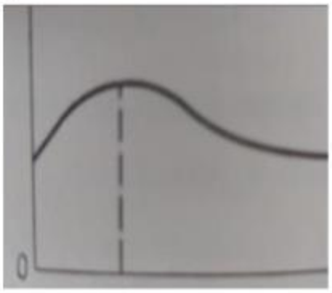
14

Пусть X(t) – случайный процесс.

Установите соответствие между термином и формулой:

Термин			Формула
Дисперсия стационарного с.п. на интервале t∈[0,+∞]	3	1	$S_x(w)=\dfrac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}K_x(\tau)cos(w\tau)d\tau, w\in(-\infty,+\infty)$
Спектральное разложение стационарного с.п.	6	2	$S_x{}^*(w)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}K_x(\tau)\mathrm{e}^{-jwt}d\tau$
Каноническое разложение корреляционной функции при t∈[0, l]	7	3	$D_x=\int_{0}^{+\infty}S_x(w)dw$
Дисперсия стационарного с.п. при t∈[0, l]	8	4	$K_x(\tau)=\dfrac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}S_x(w)cos(w\tau)dw$
Спектральная плотность стационарного с.п. в вещественной форме	1	5	$K_x(\tau)=\int_{-\infty}^{+\infty}S_x{}^*(w)\mathrm{e}^{jwt}dw$
Корреляционная функция стационарного с.п. в вещественной форме	4	6	$X(t)=m_x(t)+\sum_{k=0}^{\infty}(\mathrm{A}_k cosw_k t+\mathrm{B}_k sinw_k t)$, где w_k – неслучайные частоты, A_k, B_k – случайные величины, t∈[0, l]
Спектральная плотность стационарного с.п. в комплексной форме	2	7	$K_x(\tau)=K_x(t_2-t_1)=$ $=\sum_{k=0}^{\infty}(D_k cosw_k t_1 cosw_k t_2+D_k sinw_k t_1 sinw_k t_2)$
Корреляционная функция стационарного с.п. в комплексной форме	5	8	$D_x=\sum_{k=0}^{\infty}D_k$

7

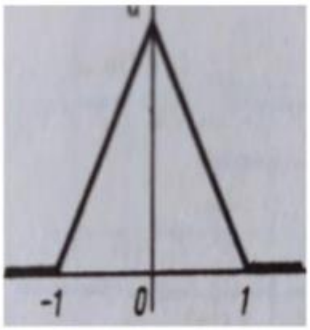


2

1 спектральные плотности с.п.

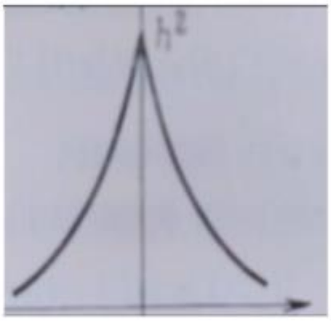
2 корреляционные функции с.п.

1



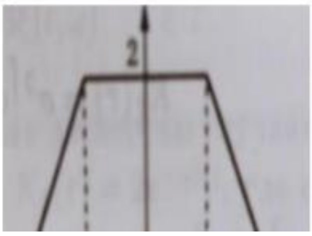
2

8

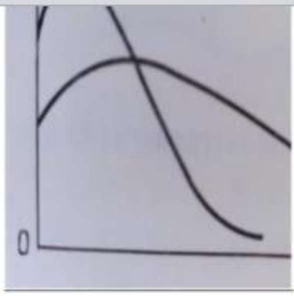


2

4

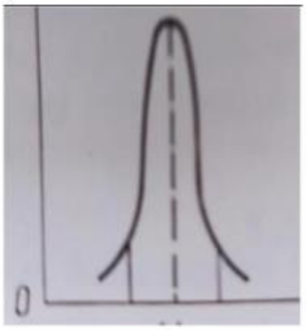


1



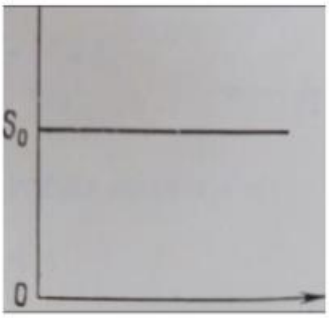
1

3



1

5



2

6

2

16

Пусть $P^{(k)}$ – матрица переходных вероятностей системы S в состояние s_j из состоянии s_i на любом k-м шаге, а вектор вероятностей p(k) состояний S после k шагов, k ≥1, вычисляется по формуле:

a) $p(k) = (P^k)^T p(0)$

b) $p(k) = (P^{(1)}P^{(2)}\ldots P^{(k)})^T p(0)$

c) $p(k) = (P^{(k)})^T p(k-1)$

d) $p(k) = 1 – p(k- 1)$

Укажите, к какому классу относится случайный процесс:

a) однородная марковская цепь

b) марковская цепь

c) марковская цепь

d) не является марковской цепью

17

Пусть I – множество состояний системы. В приведенном списке выделите условия существования стационарного режима для цепи Маркова:

- [x] вероятности переходов из состояния si в состояние s_j не зависят от номера шага k
- [x] моменты попадания в отдельные состояния или подмножества состояний цепи не образуют циклы (периоды)
- [ ] финальные вероятности не зависят от состояния системы в начальный момент времени
- [x] $\forall s_i \in I$ можно попасть в любое другое состояние множества I

Назад Далее Завершить

$\sum_{i=1, i\neq k}^{n} \lambda_{ik}(t)p_i(t)$	1	1	сумма всех потоков вероятности, переводящих систему в состояние s_k
$\sum_{k=1}^{n} p_k(t) = 1, t \in T$	3	2	сумма всех потоков вероятности, выводящих систему из состояния s_k
$(\sum_{i=1, i\neq k}^{n} \lambda_{ki}(t))p_k(t)$	2	3	в любой момент времени t состояния системы s_k, где k=1, 2, …, n с вероятностью 1 образуют полную систему несовместных событий

Возм

19

Пусть X ~ N(m,σ^2).

С.в. Y = aX + b, a,b ∈ R – линейное преобразование с.в. X.

Что верно?

- [ ] Y ~ N(0, 1)
- [ ] Y ~ N(m,σ^2)
- [ ] Закон распределения с.в. Y не является нормальным
- [x] Y ~ N(am+b,$a^2\sigma^2$)

20

Укажите, к какому виду относятся следующие операторы:

1) $y(t) = a_2 \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} + a_1 \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + a_0 x(t)$ (оператор дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами)

линейный однородный

2) $y(t) = a(t) \int_0^t x(\tau) d\tau + \varphi(t)$

линейный неоднородный

3) y(t) = a(t) x^3(t)

нелинейные

4) $y(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + sin x(t)$

нелинейные