

Tarea 1.

La fecha de entrega es el **miércoles 26 de agosto de 2021**. Subir la tarea vía Canvas **por equipo** *antes de la medianoche* (o se convierte en calabaza).

Lecturas

- Robert & Casella Capítulo 2 sección 2.1 y 2.2.
- Dagpunar Capítulo 2
- Good random number generators are (not so) easy to find
- Linear Congruential Generator in R

Problemas

1. Una propiedad importante de la distribución exponencial es su amnesia, o falta de memoria:

$$P(X > t + s | X > t) = P(X > s)$$

- i. Escriban en \mathbb{R} una función con la que se pueda comprobar la propiedad de falta de memoria.
 - ii. Usen la función que crearon en el inciso anterior para realizar la comparación de los dos términos de la igualdad, empleando primero una muestra de 100 observaciones y luego usando una muestra de 1,000,000 de observaciones. ¿qué tan bien se cumple la igualdad en cada caso? Comparen su resultado con el resultado exacto, utilizando la densidad de la función exponencial.
2. Lanzar una moneda honesta 500 veces y hacer una gráfica de:
 - i r/n vs n , para $n = 1, 2, \dots, 500$, donde n es el número de lanzamientos y r es el número de soles para esos n lanzamientos; y
 - ii. $(2r - n)$ vs n , la diferencia entre el número de soles y águilas.

Comentar sobre el comportamiento de r/n y $(2r - n)$

3. Una canoa que contiene tres mujeres y tres hombres llega a una isla deshabitada. Discutan la información que requieren para modelar la sociedad de estos individuos y cómo el tamaño de la población crece con el tiempo. Por ejemplo, pueden hacer supuestos como los siguientes y hacer modificaciones para ver cómo cambiarían las proyecciones que hagan:

- Todas las personas son adultos (digamos 20 años todos). La edad de las mujeres es importante para el tema de capacidad reproductiva.
- Las parejas se determinan al inicio y no hay cambios de pareja a lo largo del tiempo
- Cada pareja puede tener una bebé al año con probabilidad p , y éste sobrevive con probabilidad w .

Con los supuestos que hagan, determinen el tiempo promedio en que se duplica la población.

4. Considerar cómo podrían simular el siguiente modelo de una sala de cirugía que opera bajo citas:

- Los pacientes se programan para llegar en cada 5 horas.
- Independientemente de los otros pacientes, cada paciente falla a su cita con probabilidad 0.1
- Independientemente de los otros pacientes, cada paciente tiene tiempos de llegada con la siguiente distribución:

Tiempo	2 hrs antes	1 hra antes	a tiempo	1 hra tarde	2 hrs tarde
probabilidad	1/10	1/5	2/5	1/5	1/10

- Los tiempos de consulta tienen la siguiente distribución:

Tiempo en hrs	2	3	4	5	6	7	8	9
probabilidad	1/10	1/10	1/10	1/5	1/5	1/10	1/10	1/10

- Los pacientes se atienden en el orden en el que llegan.

5. Probar que la parte fraccional de la suma de uniformes $[0, 1]$ $U_1 + U_2 + \dots + U_k$ es también uniforme en el intervalo $[0, 1]$. (hint: lo pueden hacer por inducción matemática)
6. El método del cuadrado medio de John von Neumann es el siguiente: comenzando con $Z_0 \in \{0, 1, \dots, 99\}$, definir Z_n para $n \in \mathbb{N}$ a ser los dos dígitos de enmedio del número de 4 dígitos Z_{n-1}^2 . Si Z_{n-1}^2 no tiene 4 dígitos, se le pegan a la izquierda con ceros. Por ejemplo, si $Z_0 = 64$, tenemos que $Z_0^2 = 4096$ y entonces $Z_1 = 09 = 9$. En el siguiente paso, encontramos que $Z_1^2 = 81 = 0081$, así que $Z_2 = 08 = 8$.
 - Escriban una función que calcule Z_n a partir de Z_{n-1} .
 - La salida del cuadrado medio tiene bucles. Por ejemplo, una vez que $Z_N = 0$, tendremos que $Z_n = 0$ para toda $n \geq N$. Escriban un programa que encuentre todos los ciclos del método del cuadrado medio y lístenlos.
 - Comenten sobre la calidad del método como generador de números aleatorios.
 - Hacer un diagrama como el mostrado en clase.
7. Si dos dados están cargados de tal manera que en un dado, el valor 1 aparecerá exactamente el doble de veces que los otros valores, y el otro dado está igualmente cargado hacia el 6, calculen la probabilidad p_s de que un total exactamente igual a s aparecerá en la suma de los dos dados, para $2 \leq s \leq 12$.