EST–24107: Tarea 4

Carlos Lezama, Marco Medina,
Emiliano Ramírez y Santiago Villarreal

Lunes, 25 de octubre de 2021

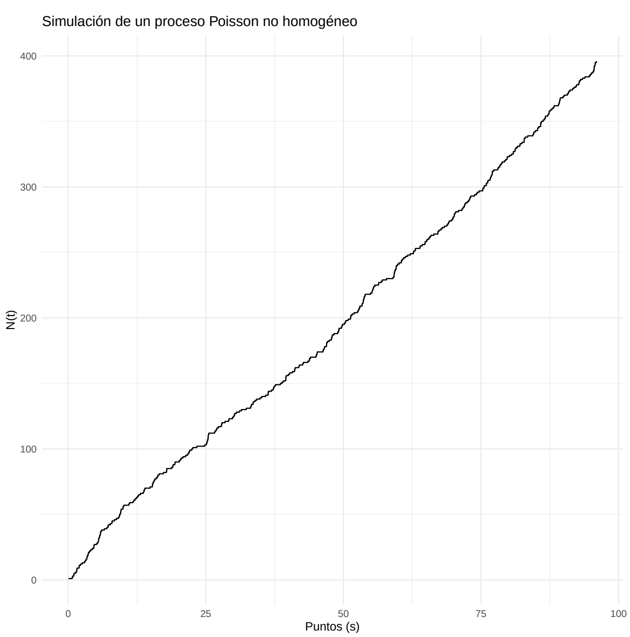
Problema 1

Problema 2

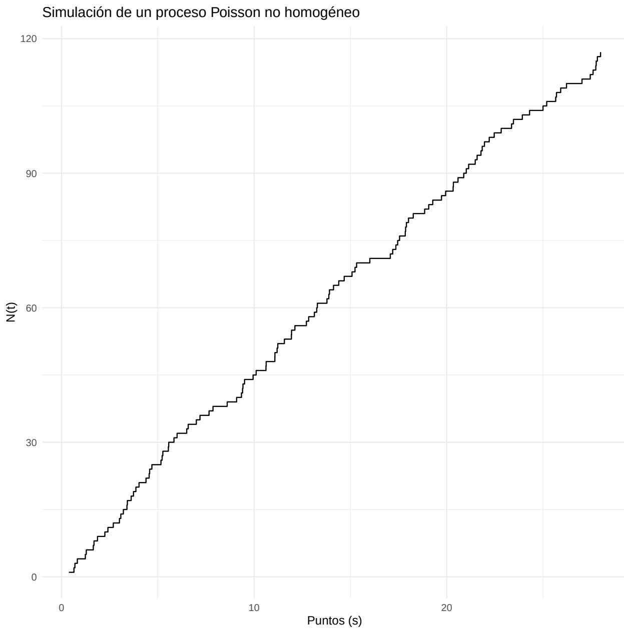
```
lambda.t <- function(t, n) {
  x <- paste('', '{', 0, '< t & t <=', 1, '}',
             sep = '')
  for (i in seq(2, n, 2)) {
    x <- paste(x,
               paste('', '{', i, '< t & t <=', i + 1, '}',
                     sep = ''),
               sep = '|')
  }
  return(ifelse(eval(parse(text = x)), 3, 5))
}

inhomogeneousPoisson <- function(n) {
  s <- cumsum(rexp(n, 5))
  u <- runif(n)
  points <- s[u <= lambda.t(s, n) / 5]
  count <- 1:length(points)
  df <- data.frame(points, count)
  return(df)
}
```

a)



b)



c)

```
fr <- NULL
N <- 10000

for (i in 1:N) {
  x <- inhomogeneousPoisson(10)

  fr <- c(fr, ifelse(sum(x$points[x$count > 2] > 1.25 &
                         x$points[x$count > 2] <= 3) > 0, 1, 0))
}
sum(fr) / N

## [1] 0.8966
```

Problema 3

Problema 4

Sabemos que tasas de 3 y 4 por día implican tasas de 1/8 y 1/6 por hora, respectivamente.

Así pues, definimos $N_t^{(1)} \sim \mathcal{P}(1/8)$, $N_t^{(2)} \sim \mathcal{P}(1/6)$ y $N_t = N_t^{(1)} + N_t^{(2)}$ tal que $N_t \sim \mathcal{P}(7/24)$.

Como $\mathbb{E}(N_t) = \text{Var}(N_t) = \lambda \cdot t$, para $t = 8$,
$\mathbb{E}(N_8) = \text{Var}(N_8) = 7/3$.

- $P(N_1 = 2) = \dfrac{(7/24)^2}{2!} e^{-7/24} = 0.0317742.$

Sean $p_1 = 0.011$ y $p_2 = 0.005$ las respectivas probabilidades de fallo, podemos definir

$$P(N_t^{(1)} = k) = \frac{e^{-\lambda_1 p_1 t}(\lambda_1 p_1 t)^k}{k!}, \quad \forall k = 0, 1, 2, \ldots$$

tal que $N_t^{(1)} \sim \mathcal{P}(\lambda_1 p_1)$. De forma análoga, $N_t^{(2)} \sim \mathcal{P}(\lambda_2 p_2)$.

Así pues, $\{N_t, t \geq 0\}$ con $N_t = N_t^{(1)} + N_t^{(2)}$ es un proceso Poisson tal que $N_t \sim \mathcal{P}(\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2) = \mathcal{P}(0.0022083)$.

O bien, al definir a partir de los éxitos,
$N_t \sim \mathcal{P}(\lambda_1(1 - p_1) + \lambda_2(1 - p_2)) = \mathcal{P}(0.2894583)$.

Problema 5

Problema 6

Problema 7

Problema 8