ESCOLA SUPERIOR DE TECNOLOGIA E GESTÃO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA INFORMÁTICA

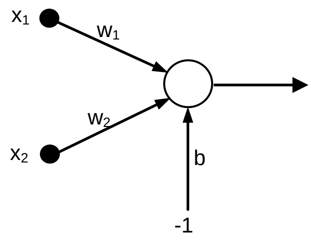
ENGENHARIA INFORMÁTICA - INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL

2021/2022 - 2º semestre

EXERCÍCIOS 2

1. Descreva a estrutura básica de um neurónio artificial.

2. Considere o seguinte percetrão:



Nota: neste exercício considera-se que o valor de entrada da ligação correspondente ao bias é -1. Resolva também o exercício considerando que o mesmo valor é 1.

Defina valores de w_1, w_2 e b tais que o percetrão implemente a função OR. Justifique a resposta.

Tabela de verdade do OR / Exemplos de treino

x_1	x_2	T
-1	-1	-1
-1	1	1
1	-1	1
1	1	1

Vamos assumir uma velocidade de aprendizagem $\gamma = 1$ e que, inicialmente, todos os pesos têm valor 0 (podíamos usar outros valores uma vez que o enunciado não especifica os valores que devem ser utilizados

Nota: o percetrão usa a função sinal

1ª passagem dos exemplos de treino

Pesos iniciais $[w_1, w_2, b] = [0, 0, 0]$

Exemplo [-1 -1]

f(-1 * 0 + -1 * 0 + -1 * 0) = f(0) = -1 (Correto)

Exemplo [-1 1]

f(-1 * 0 + 1 * 0 + -1 * 0) = f(0) = -1 (Incorreto)

Fórmula de alteração dos pesos -> $w_{novo} = w_{atual} + \gamma * (T – a) * x$

w_1 = 0 + 1 * (1 - - 1) * -1 = -2

w_2 = 0 + 1 * (1 - - 1) * 1 = 2
b = 0 + 1 * (1 - - 1) * -1 = -2

Pesos atuais [w_1, w_2, b] = [-2, 2, -2]

Exemplo [1 -1]
f(1 * -2 + -1 * 2 + -1 * -2) = f(-2) = -1 (Incorreto)
w_1 = -2 + 1 * (1 - - 1) * 1 = 0
w_2 = 2 + 1 * (1 - - 1) * -1 = 0
θ = -2 + 1 * (1 - - 1) * -1 = -4

Pesos atuais [w_1, w_2, b] = [0, 0, -4]

Exemplo [1 1]
f(1 * 0 + 1 * 0 + -1 * -4) = f(4) = 1 (Correto)

Como houve alteração dos pesos nesta passagem dos exemplos de treino, temos que fazer nova passagem.

2ª passagem dos exemplos de treino

Pesos atuais [w_1, w_2, b] = [0, 0, -4]

Exemplo [-1 -1]
f(-1 * 0 + -1 * 0 + -1 * -4) = f(4) = 1 (Incorreto)
w_1 = 0 + 1 * (-1 - 1) * -1 = 2
w_2 = 0 + 1 * (-1 - 1) * -1 = 2
b = -4 + 1 * (-1 - 1) * -1 = -2

Pesos atuais [w_1, w_2, b] = [2, 2, -2]

Exemplo [-1 1]
f(-1 * 2 + 1 * 2 + -1 * -2) = f(2) = 1 (Correto)

Exemplo [1 -1]
f(1 * 2 + -1 * 2 + -1 * -2) = f(2) = 1 (Correto)

Exemplo [1 1]
f(1 * 2 + 1 * 2 + -1 * -2) = f(6) = 1 (Correto)

Como houve alteração dos pesos nesta passagem dos exemplos de treino, temos que fazer nova passagem.

3ª passagem dos exemplos de treino

Pesos atuais [w_1, w_2, b] = [2, 2, -2]

Exemplo [-1 -1]
f(-1 * 2 + -1 * 2 + -1 * -2) = f(-2) = -1 (Correto)

Repare que os padrões de entrada [-1 -1], [-1 1] e [1, -1] já obtêm o resultado correto com os pesos atuais (ver 2ª passagem dos exemplos de treino), pelo que não vale a pena verificar novamente se o resultado estaria correto para estes exemplos (porque estaria). Assim, podemos dar por concluído o processo de treino e os pesos finais são [w_1, w_2, b] = [2, 2, -2]

3. Dado o percetrão com os pesos $(w_1, w_2, b)^T = (1, 1, 2)^T$, desenhe em $\mathbb{R}^2$ a reta correspondente, que divide o espaço das entradas em dois, e rasure a área em que o percetrão calcula o valor 1 como saída.

Nota: na resolução deste exercício considerou-se que o valor de entrada da ligação correspondente ao bias é -1. Resolva também o exercício considerando que o mesmo valor é 1.

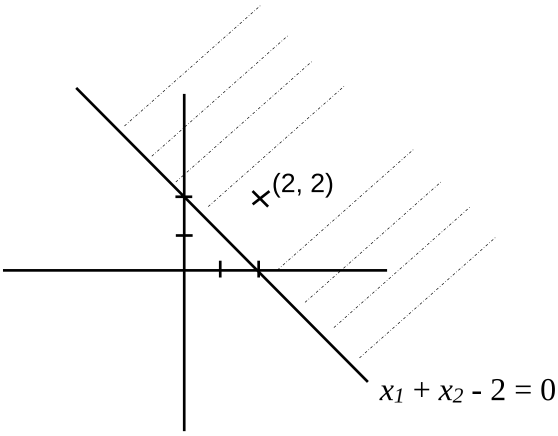
$(w_1, w_2, b)^T = (1, 1, 2)^T$ corresponde à reta $x_1 + x_2 - 2 = 0$ ($x_1w_1 + x_2w_2 - b = 0$)

Para desenharmos a reta, substituímos, à vez, os valores de de x_1 e x_2 por um valor concreto para obtermos dois pontos da reta:

Se $x_1 = 0$, então vamos ter $0 + x_2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x_2 = 2$, ou seja, a reta passa em (0, 2)
Se $x_2 = 0$, então vamos ter $x_1 + 0 - 2 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2$, ou seja, a reta passa em (2, 0)

Vamos testar o ponto (2, 2) (que não faz parte da reta):
f(2 * 1 + 2 * 1 -2) = f(2) = 1

Assim, a resposta é



Então e se os sinais dos pesos fossem ao contrário?

Nesse caso, $(w_1, w_2, b)^T = (-1, -1, -2)^T$ corresponde à reta $-x_1 - x_2 + 2 = 0$ ($x_1w_1 + x_2w_2 - b = 0$)

Vamos testar o ponto (2, 2) (que não faz parte da reta):
f(2 * (-1) + 2 * (-1) + 2) = f(-2) = -1

Ou seja, neste caso o perceptrão responde -1 na área rasurada acima.

4. Considere os exemplos de treino da figura seguinte.

Nota: neste exercício considerou-se que o valor de entrada da ligação correspondente ao bias é -1 (ou seja, o valor do bias é -2 e a entrada é -1). Resolva também o exercício considerando que o mesmo valor de entrada dessa ligação é 1.

$[x_1, x_2]$	Classe a que pertence
[1, 1]	-1
[0, 1]	-1
[0, 0]	1
[1, 0]	-1
[0, -1]	1
[1, -1]	1

a) Mostre que todos os percetrões que definem a reta $-x_1 - 4x_2 + 2 = 0$ são incapazes de separar corretamente os exemplos das duas classes.

Este exercício pode ser resolvido de duas formas: 1) calculamos a saída do percetrão para cada um dos exemplos até verificarmos que há um para o qual o percetrão dá um resultado diferente do que é esperado; 2) desenhamos a reta definida pelo percetrão e depois verificamos que a reta não consegue separar corretamente os pontos cujo resultado devia ser 1 dos pontos cujo resultado devia dar -1.

b) Treine um percetrão que inicialmente defina a reta $-x_1 - 4x_2 + 2 = 0$ até que este seja capaz de classificar corretamente todos os exemplos. Utilize uma velocidade de aprendizagem de 0.5.

5. Dado o percetrão com os seguintes pesos $w_1 = 2$, $w_2 = 1$, $b = 1$, quais dos seguintes percetrões têm o mesmo hiperplano (neste caso, uma reta) que este percetrão e quais representam exatamente a mesma classificação das entradas, isto é, que calculam o mesmo output dada uma determinada entrada? Justifique no(s) caso(s) com o mesmo hiperplano mas com classificação diferente, se existir(em).

w_1	w_2	b	Mesmo hiperplano?	Mesma classificação?
1	0.5	0.5		
200	100	100		
$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{1}$		
-2	-1	-1		

Antes de mais devemos perceber que, se dois hiperplanos (retas neste caso) não são iguais, então a classificação não vai ser a mesma. Se forem iguais, podem ser ou não, como vamos ver.

A reta original é a seguinte $2x_1 + x_2 – 1 = 0$

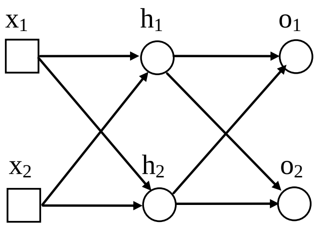
A primeira linha da tabela corresponde ao percetrão com a reta $1x_1 + 0.5x_2 – 0.5 = 0$, que corresponde à reta original (a única diferença é que dividimos todos os coeficientes por 2, um número positivo). Como os coeficientes têm o mesmo sinal que os da reta original, este percetrão dá exatamente os mesmos resultados que o original. Não era necessário, mas se quiser verificar, pode desenhar a reta (como se fez no exercício 7) e calcular a saída do neurónio para um ponto que não pertença à reta.

O neurónio correspondente à segunda linha da tabela também tem a mesma reta e a mesma classificação porque corresponde a multiplicar os coeficientes da reta original por um número positivo (neste caso, por 100). Pode verificar como sugerido acima.

O neurónio correspondente à terceira linha da tabela **não** tem a mesma reta e, logo, não tem a mesma classificação. Isto, porque os coeficientes não são múltiplos da reta original.

O neurónio correspondente à quarta linha da tabela tem a mesma reta que o neurónio original mas a classificação é diferente porque corresponde a multiplicar os coeficientes da reta original por um número negativo (neste caso, por -1). Pode verificar como sugerido acima.

6. Considere a seguinte rede neuronal e os respetivos pesos:



w_{x1h1}	-0.1
w_{x2h1}	+0.2
w_{x1h2}	+0.2
w_{x2h2}	-0.1
w_{h1o1}	+0.2
w_{h2o1}	-0.1
w_{h1o2}	+0.2
w_{h2o2}	-0.1

a) Use a função sigmoide para calcular os valores de ativação para cada unidade, quando o vetor de entrada apresentado é [0, 1].

h1 = f(0 *(-0.1) + 1 * 0.2) = f(0.2) = 1/(1+ e^(-0.2)) = 0.5498

h2 = f(0 *0.2 + 1 * (-0.1)) = f(-0.1) = 1/(1+ e^0.1) = 0.4750

o1 = f(0.5498*0.2 + 0.4750 * (-0.1)) = f(0.0624) = 1/(1 + e^(-0.0624)) = 0.5156

o2 = f(0.5498*0.2 + 0.4750 * (-0.1)) = f(0.0624) = 1/(1 + e^(-0.0624)) = 0.5156

b) Calcule os erros delta para cada unidade de saída e para cada unidade da camada escondida sabendo que a saída pretendida é [1, 1].

delta_o1 = (d – a) * a * (1 – a) = (1 – 0.5156) * 0.5156 * (1 – 0.5156) = 0.12

delta_o2 = (d – a) * a * (1 – a) = (1 – 0.5156) * 0.5156 * (1 – 0.5156) = 0.12

delta_h1 = a * (1 – a) *S = 0.5498 * (1 - 0.5498) * (0.2 * 0.12 + 0.2 * 0.12) = 0.012

delta_h2 = a * (1 – a) *S = 0. 4750* (1 - 0. 4750) * ((-0.1) * 0.12 + (-0.1) * 0.12) = -0.006

c) Usando uma taxa de aprendizagem γ = 0.25, calcule os novos pesos para as ligações.

w_x1h1 = -0.1 + 0.25 * 0.012 * 0 = -0.1

w_x2h1 = 0.2 + 0.25 * 0.012 * 1 = 0.203

w_x1h2 = 0.2 + 0.25 * (-0.006) * 0 = 0.2

w_h2o1 = -0.1 + 0.25 * 0.12 * 0.4750 = …

…

7. Utilizando o algoritmo ID3, construa uma árvore de decisão ótima que permita classificar corretamente os seguintes dados:

	Cor	Peso	Altura	Hastes	Classe
1	castanho	pesado	alto	não	-
2	preto	pesado	alto	sim	+
3	branco	leve	baixo	sim	-
4	branco	pesado	alto	sim	+
5	cinza	leve	baixo	sim	-
6	preto	médio	alto	não	-
7	cinza	pesado	alto	não	-
8	preto	médio	alto	sim	+

Primeiro, calculamos a entropia do conjunto de treino:

E(T) = -3/8 * $\log_2$ 3/8 - 5/8 * $\log_2$ 5/8 = -0.375 * (-1.415) - 0.625 * (-0.678) = 0.954

Agora calculamos o ganho de informação para cada atributo:

Cor

castanho	{1-}	[0+, 1-]	I(0, 1) = 0
preto	{2+, 6-, 8+}	[2+, 1-]	I(2, 1) = -2/3 * $\log_2$ 2/3 - 1/3 * $\log_2$ 1/3 = 0.918
branco	{3-, 4+}	[1+, 1-]	I(1, 1) = 1
cinza	{5-, 7-}	[0+, 2-]	I(0, 2) = 0

G(T, Cor) = 0.954 - (1/8 * 0 + 3/8 * 0.918 + 2/8 * 1 + 2/8 * 0) = 0.359

Peso

leve	{3-, 5-}	[0+, 2-]	I(0, 2) = 0
médio	{6-, 8+}	[1+, 1-]	I(1, 1) = 1
pesado	{1-, 2+, 4+, 7-}	[2+, 2-]	I(2, 2) = 1

G(T, Peso) = 0.954 - (2/8 * 0 + 2/8 * 1 + 4/8 * 1) = 0.204

Altura

alto	{1-, 2+, 4+, 6-, 7-, 8+}	[3+, 3-]	I(3, 3) = 1
baixo	{3-, 5-}	[0+, 2-]	I(0, 2) = 0

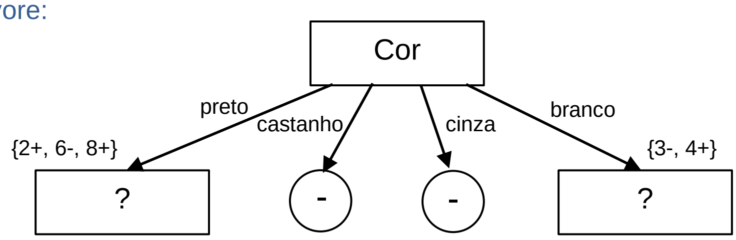
G(T, Altura) = 0.954 - (6/8 * 1 + 2/8 * 0) = 0.204

Hastes

Sim	{2+, 3-, 4+, 5-, 8+}	[3+, 2-]	I(3, 2) = -3/5 * $\log_2$ 3/5 - 2/5 * $\log_2$ 2/5 = 0.971
Não	{1-, 6-, 7-}	[0+, 3-]	I(0, 3) = 0

G(T, Hastes) = 0.954 - (5/8 * 0.971 + 3/8 * 0) = 0.347

O atributo Cor tem o maior ganho de informação, por isso, é o atributo escolhido para representar a raiz da árvore:



Vamos analisar primeiro o nó da esquerda com T = {2+, 6-, 8+}

E(T) = 0.918
Peso

leve	{}	[0+, 0-]	I(0, 0) = ?
médio	{6-, 8+}	[1+, 1-]	I(1, 1) = 1
pesado	{2+}	[1+, 0-]	I(1, 0) = 0

G(T, Peso) = 0.918 - (0/3 * ? + 2/3 * 1 + 1/3 * 0) = 0.251

Altura

alto	{2+, 6-, 8+}	[2+, 1-]	I(2, 1) = 0.918
baixo	{}	[0+, 0-]	I(0, 0) = ?

G(T, Altura) = 0.918 - (3/3 0.918 + 0/3 * ?) = 0

Hastes

Sim	{2+, 8+}	[2+, 0-]	I(2, 0) = 0
Não	{6-}	[0+, 1-]	I(0, 1) = 0

G(T, Hastes) = 0.918 - (2/3 * 0 + 1/3 * 0) = 0.918

O atributo Hastes tem o maior ganho de informação, por isso, é o atributo escolhido para representar o nó em estudo:

Vamos agora analisar o nó da direita com T = {3-, 4+}

E(T) = 1

Peso

leve	{3-}	[0+, 1-]	I(0, 1) = 0
médio	{}	[0+, 0-]	I(0, 0) = ?
pesado	{4+}	[1+, 0-]	I(1, 0) = 0

G(T, Peso) = 1 - (1/2 * 0 + 0/2 * ? + 1/2 * 0) = 1

Altura

alto	{4+}	[1+, 0-]	I(1, 0) = 0
baixo	{3-}	[0+, 1-]	I(0, 1) = 0

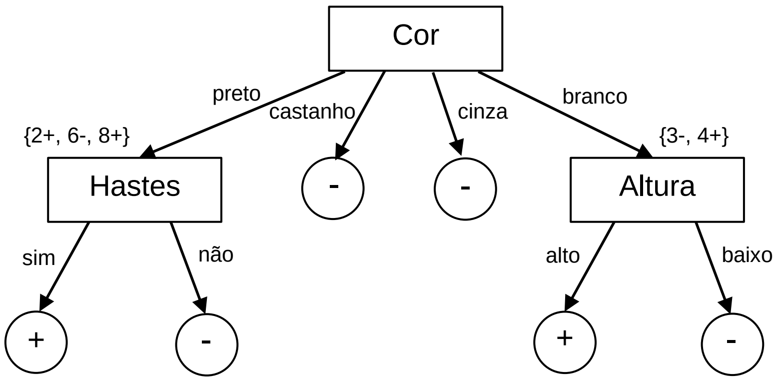
G(T, Altura) = 1 - (1/2 * 0 + 1/2 * 0) = 1

Hastes

Sim	{3-, 4+}	[1+, 1-]	I(1, 1) = 1
Não	{0}	[0+, 0-]	I(0, 0) = ?

G(T, Hastes) = 1 - (2/2 * 1 + 0/2 * ?) = 0

Os atributos Peso e Altura têm o maior ganho de informação. Como o atributo Altura leva a uma árvore mais pequena (porque tem apenas dois valores, e o atributo Peso tem três valores; ver também nota no final a resolução), escolhemos esse atributo. A árvore final é a seguinte:



Nota: Se no nó da direita tivéssemos escolhido o atributo Peso em vez da Altura, teríamos três ramos em vez de dois. A folha do ramo "médio" teria que ser etiquetada com a classe mais frequente no conjunto de treino original (classe -) uma vez que não existem exemplos de treino com Cor = branco e Peso = médio. Repare-se que tínhamos mesmo que recorrer à classe mais comum do conjunto de treino original porque o conjunto de exemplos {3-, 4+} tem tantos exemplos positivos como negativos.

8. A NASA pretende ser capaz de distinguir entre Marcianos (M) e Humanos (H) com base nas seguintes características: Verde {S, N}, Pernas {2, 3}, Altura {(B)aixo, (A)lto}, Mal-Cheiroso {S, N}. O conjunto de treino é apresentado abaixo. Determine a árvore de decisão gerada pelo algoritmo ID3 para este conjunto de treino.

Exemplo	Verde	Pernas	Altura	Mal-Cheiroso	"Espécie"
1	S	3	A	N	M
2	S	3	A	N	M
3	N	2	B	N	H
4	N	2	A	N	H
5	N	2	A	S	H
6	N	3	B	S	M
7	N	2	B	S	M
8	N	2	A	S	H
9	S	2	B	N	H
10	S	2	A	N	M

Nota: Vamos considerar que o valor M na classe corresponde a '+' e H a '-'
Primeiro, calculamos a entropia do conjunto de treino:

E(T) = I(5, 5) = 1 (pelas propriedades da entropia, I(m, m) = 1)

Agora calculamos o ganho de informação para cada atributo:
Verde

S	{1+, 2+, 9-, 10+}	[3+, 1-]	$I(3, 1) = -3/4 * \log_2 3/4 - 1/4 * \log_2 1/4 = 0.811$
N	{3-, 4-, 5-, 6+, 7+, 8-}	[2+, 4-]	$I(2, 4) = -2/6 * \log_2 2/6 - 4/6 * \log_2 4/6 = 0.918$

G(T, Verde) = 1 - (4/10 * 0.811 + 6/10 * 0.918) = 0.125

Pernas

2	{3-, 4-, 5-, 7+, 8-, 9-, 10+}	[2+, 5-]	$I(2, 5) = -2/7 * \log_2 2/7 - 5/7 * \log_2 5/7 = 0.863$
3	{1+, 2+, 6+}	[3+, 0-]	I(3, 0) = 0

G(T, Pernas) = 1 - (7/10 * 0.863 + 3/10 * 0) = 0.396

Altura

A	{1+, 2+, 4-, 5-, 8-, 10+}	[3+, 3-]	I(3, 3) = 1
B	{3-, 6+, 7+, 9-}	[2+, 2-]	I(2, 2) = 1

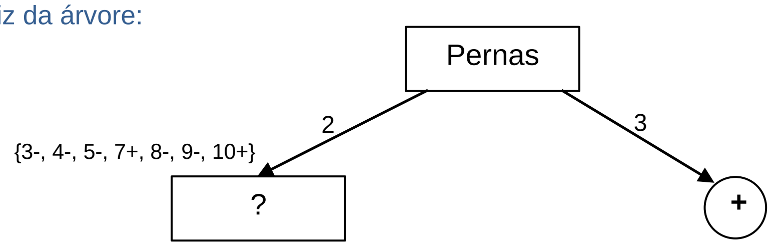
G(T, Altura) = 1 - (6/10 * 1 + 4/10 * 1) = 0

Mal-Cheiroso

S	{5-, 6+, 7+, 8-}	[2+, 2-]	I(2, 2) = 1
N	{1+, 2+, 3-, 4-, 9-, 10+}	[3+, 3-]	I(3, 3) = 1

G(T, Mal-Cheiroso) = 1 - (4/10 * 1 + 6/10 * 1) = 0

O atributo Pernas tem o maior ganho de informação, por isso, é o atributo escolhido para representar a raiz da árvore:



Vamos analisar o nó da esquerda com T = {3-, 4-, 5-, 7+, 8-, 9-, 10+}

E(T) = 0.863

Verde

S	{9-, 10+}	[1+, 1-]	I(1, 1) = 1
N	{3-, 4-, 5-, 7+, 8-}	[1+, 4-]	I(1, 4) = -1/5 * $\log_2$ 1/5 - 4/5 * $\log_2$ 4/5 = 0.722

G(T, Verde) = 0.863 - (2/7 * 1 + 5/7 * 0.722) = 0.062

Altura

A	{4-, 5-, 8-, 10+}	[1+, 3-]	I(1, 3) = -1/4 * $\log_2$ 1/4 - 3/4 * $\log_2$ 3/4 = 0.811
B	{3-, 7+, 9-}	[1+, 2-]	I(1, 2) = -1/3 * $\log_2$ 1/3 - 2/3 * $\log_2$ 2/3 = 0.918

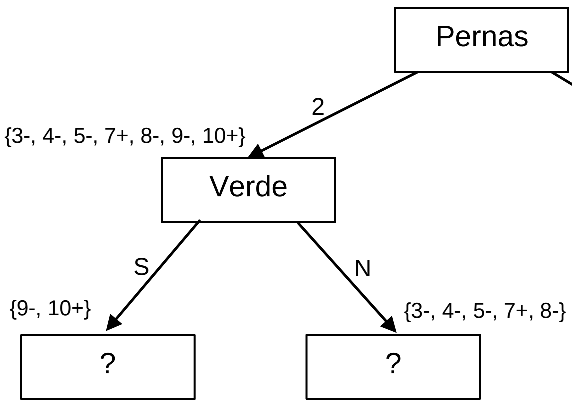
G(T, Altura) = 0.863 - (4/7 * 0.811 + 3/7 * 0.918) = 0.006

Mal-Cheiroso

S	{5-, 7+, 8-}	[1+, 2-]	I(1, 2) = -1/3 * $\log_2$ 1/3 - 2/3 * $\log_2$ 2/3 = 0.918
N	{3-, 4-, 9-, 10+}	[1+, 3-]	I(1, 3) = -1/4 * $\log_2$ 1/4 - 3/4 * $\log_2$ 3/4 = 0.811

G(T, Mal-Cheiroso) = 0.863 - (3/7 * 0.918 + 4/7 * 0.811) = 0.006

O atributo Verde tem o maior ganho de informação, por isso, é o atributo escolhido para representar o nó em estudo:



Vamos analisar primeiro o nó da esquerda com T = {9-, 10+}

E(T) = 1

Altura

A	{10+}	[1+, 0-]	I(1, 0) = 0
B	{9-}	[0+, 1-]	I(0, 1) = 0

G(T, Altura) = 1 - (1/2 * 0 + 1/2 * 0) = 1

Mal-Cheiroso

S	{}	[0+, 0-]	I(0, 0) = ?
N	{9-, 10+}	[1+, 1-]	I(1, 1) = 1

G(T, Mal-Cheiroso) = 1 - (0/2 * ? + 2/2 * 1) = 0

O atributo Altura tem o maior ganho de informação, por isso, é o atributo escolhido para representar o nó em estudo.

Vamos agora analisar o nó da direita com T = {3-, 4-, 5-, 7+, 8-}

E(T) = 0.722

Altura

A	{4-, 5-, 8-}	[0+, 3-]	I(0, 3) = 0
B	{3-, 7+}	[1+, 1-]	I(1, 1) = 1

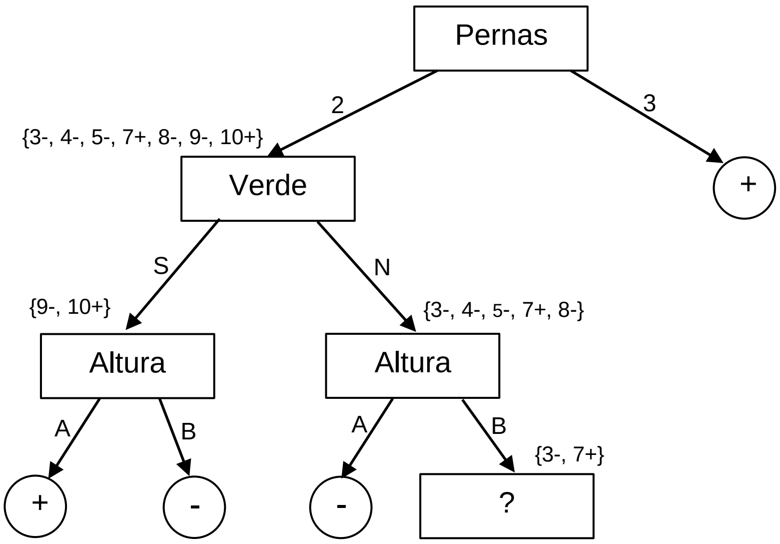
G(T, Altura) = 0.722 - (3/5 * 0 + 2/5 * 1) = 0.322

Mal-Cheiroso

S	{5-, 7+, 8-}	[1+, 2-]	I(1, 2) = -1/3 * $\log_2$ 1/3 - 2/3 * $\log_2$ 2/3 = 0.918
N	{3-, 4-}	[0+, 2-]	I(0, 2) = 0

G(T, Mal-Cheiroso) = 0.722 - (3/5 * 0.918 + 2/5 * 0) = 0.171

O atributo Altura tem o maior ganho de informação, por isso, é o atributo escolhido para representar o nó em estudo.



Vamos analisar o nó da direita com T = {3-, 7+}. Apesar de restar apenas um atributo, vamos calcular o seu ganho e verificar como divide os exemplos para podermos definir a árvore final.

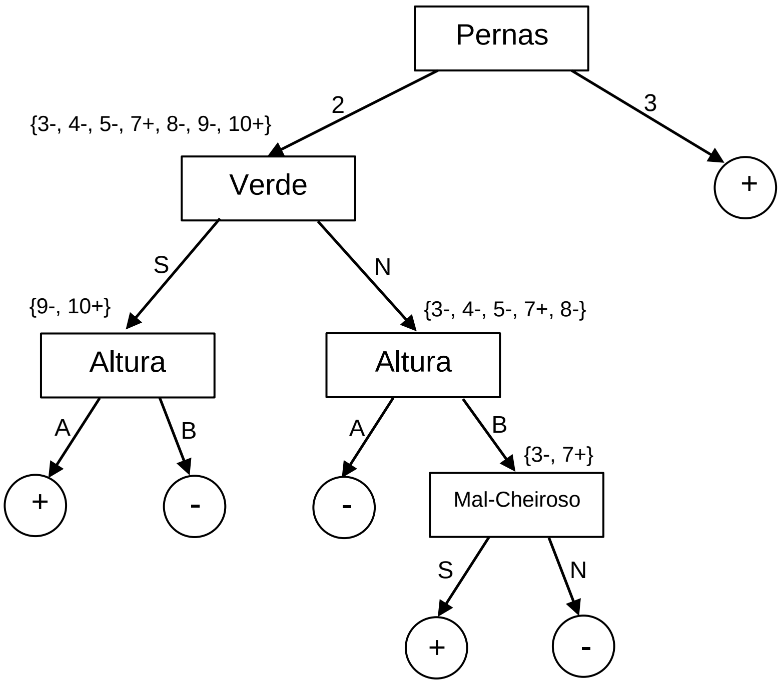
E(T) = 1

Mal-Cheiroso

S	{7+}	[1+, 0-]	I(1, 0) = 0
N	{3-}	[0+, 1-]	I(0, 1) = 0

G(T, Mal-Cheiroso) = 1 - (1/2 * 0 + 1/2 * 0) = 1

A árvore resultante é a seguinte:



9. Considere o seguinte conjunto de exemplos de treino que descreve o conceito **Reação**. Cada exemplo descreve as características de um filme e a reação de uma pessoa a esse filme. As características consideradas são: Categoria, Duração, Ano e se é a cores ou não.

Filme	Categoria	Duração	Ano	A cores	Reação
1	Ação	Longa	1950	Sim	**Gostou**
2	Romance	Média	1950	Não	**Não gostou**
3	Ação	Média	1960	Sim	**Gostou**
4	Terror	Longa	1970	Sim	**Não gostou**
5	Ação	Longa	1970	Não	**Não gostou**

a) Calcule a Entropia deste conjunto de treino relativamente ao conceito **Reação**.

b) Calcule o Ganho de Informação para o atributo **Categoria**.

10.Considere o seguinte conjunto de treino:

exemplo	sexo	idade<26	tem_carro	cliente?
1	m	sim	não	**sim**
2	m	sim	sim	**sim**
3	f	sim	sim	**não**
4	m	não	sim	**não**
5	f	sim	não	**não**
6	m	sim	não	**sim**
7	m	não	não	**não**
8	f	não	não	**não**
9	f	sim	não	**não**
10	f	não	sim	**não**

Qual a árvore de decisão gerada pelo algoritmo ID3 para este conjunto de treino?

11.Utilize o algoritmo ID3 para construir uma árvore de decisão que modele a função A V B Λ C.

Primeiro, temos que construir a tabela de verdade da função:

Exemplo	A	B	C	A V B Λ C
1	F	F	F	F
2	F	F	V	F
3	F	V	F	F
4	F	V	V	V
5	V	F	F	V
6	V	F	V	V
7	V	V	F	V
8	V	V	V	V

Agora aplicaríamos o algoritmo ID3 como de costume.

12.Utilize o algoritmo ID3 para construir uma árvore de decisão que modele a função A Λ B V C Λ D.

13.O algoritmo ID3 pode ser estendido para lidar com valores numéricos. A ideia é a seguinte: Suponha que num dado atributo X os valores fornecidos foram, para cada exemplo, 1, 4 e 9. Então, criam-se novos atributos booleanos do tipo X<3 e X<7 de tal forma que o espaço de valores possíveis fique dividido em dois. Use esta variante do ID3 para calcular a árvore de decisão a partir dos exemplos:

altura	peso	classe
30	30	+
70	70	+
40	40	-
90	50	-

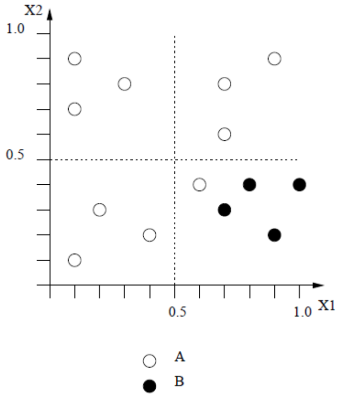
Admita que a gama de valores para o peso e a altura é [0..100].

Primeiro, reconstruímos a tabela de verdade segundo as instruções do enunciado:

Exemplo	Altura < 35	Altura < 55	Altura < 80	Peso < 35	Peso < 45	Peso < 60	Classe
1	V	V	V	V	V	V	+
2	F	F	V	F	F	F	+
3	F	V	V	F	V	V	-
4	F	F	F	F	F	V	-

Agora aplicaríamos o algoritmo ID3 como de costume.

14.Considere o espaço de instâncias definido no espaço retangular [0.0, 1.0] x [0.0, 1.0]. Cada instância neste espaço é representada por um par de números decimais do intervalo [0.0, 1.0], arredondados às décimas. Neste espaço, suponha que lhe é dado o seguinte conjunto de treino:



Que árvore de decisão seria obtida com o algoritmo ID3 (ver exercício anterior) se cada nó da árvore executar um teste do tipo $x_i \geq z$, onde z é um número no intervalo [0.0, 1.0] com uma casa decimal?