中山大学本科生期末考试

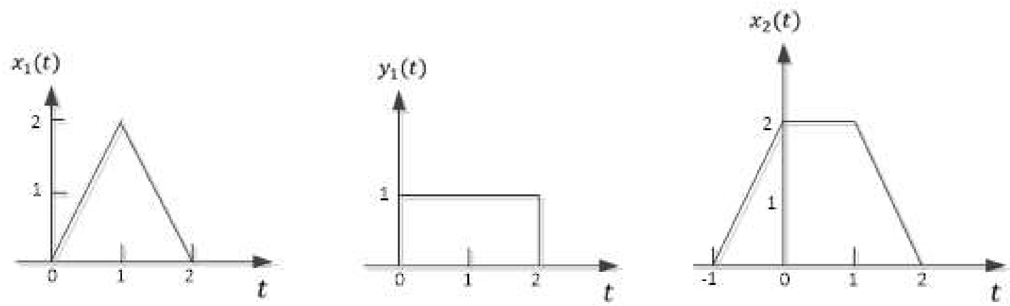
考试科目：《信号与系统》（B 卷）

学年学期:	**2021** 学年第二学期	姓　　名:	______________
开课单位:	计算机学院	学　　号:	______________
考试方式:	闭卷	年　　级:	______________
考试时长:	**120** 分钟	院　　系:	______________

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:“考试作弊者，不授予学士学位。”

————————以下为试题区域，共八道大题，总分 100 分,考生请在答题纸上作答————————

一、（8 分）考虑一个连续时间线性时不变系统，当输入信号$x_1(t)$如题图 1(a)所示时，输出响应$y_1(t)$如题图 1(b)所示。当输入信号为题图 1(c)所示的$x_2(t)$时，请确定并画出该系统对应的响应$y_2(t)$。



(a)　(b)　(c)

题图 1

二、（12 分）已知如下两个线性时不变系统的输入信号和单位冲激响应，求系统的输出信号。

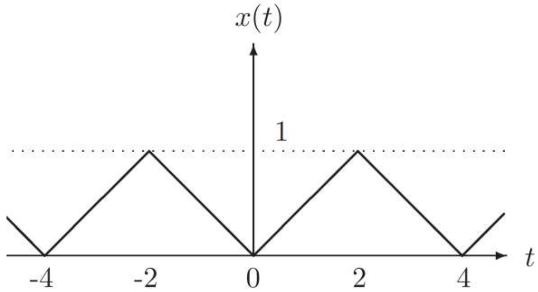
（1）$x(t) = u(t) - u(t-2)$，$h(t) = \mathrm{e}^{2t}u(1-t)$

（2）$x[n] = h[n] = \beta^n u[n-1]$

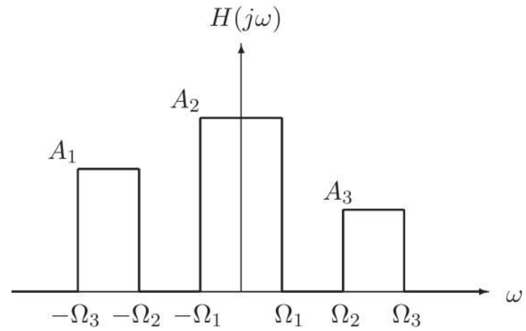
三、（12 分）如题图 2.1 所示的周期性三角波$x(t)$可表示为以下傅里叶级数：

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\omega_0 t}\text{，其中}a_k = \begin{cases} 2\dfrac{\sin(k\pi/2)}{\mathrm{j}(k\pi)^2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\pi/2}, & k \neq 0 \\ \dfrac{1}{2}, & k = 0 \end{cases}$$

将$x(t)$输入某连续时间线性时不变系统，观察发现输出为$y(t) = 1 - \cos(3\pi t/2)$。设该系统的频率响应$H(\mathrm{j}\omega)$如题图 2.2 所示，其中$\Omega_1 = \pi/4$，$\Omega_2 = 5\pi/4$，$\Omega_3 = 7\pi/4$。试确定$A_1$、$A_2$、$A_3$取值。



题图 2.1



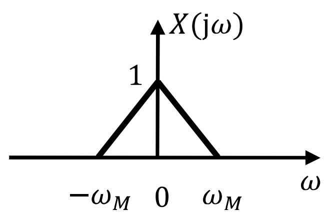
题图 2.2

四、（8 分）某离散时间因果线性时不变系统由如下线性常系数差分方程描述

$$y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]=x[n]+x[n-1]$$

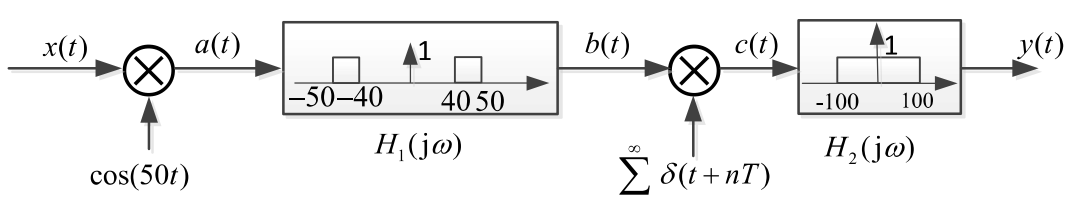
（1）确定该系统的频率响应$H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$；
（2）确定该系统的单位脉冲响应$h[n]$；

五、（16 分）设$x(t)$为频带有限信号，最高频率为$\omega_M=4$，其频谱$X(\mathrm{j}\omega)$如下面题图 5 所示。
（1）在采样定理中，采样频率必须要超过的那个频率叫奈奎斯特率。求$x(t)$的奈奎斯特率ω_s及其对应的采样间隔T_s；
（2）设用采样序列$\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_s)$对信号$x(t)$进行采样，得到采样输出信号$x_s(t)$，画出$x_s(t)$的频谱$X_s(\mathrm{j}\omega)$在频率区间$[-16,16]$的示意图；
（3）若用同一个$\delta_T(t)$对$x(2t)$进行采样，试画出采样输出信号的频谱图。

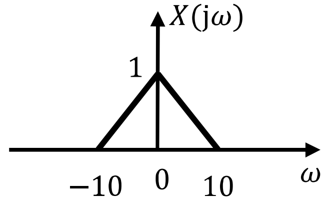


题图 5

六、（16 分）某系统组成如题图 6.1 所示，其中$H_1(\mathrm{j}\omega)$和$H_2(\mathrm{j}\omega)$为对应子系统的频率响应，$T=0.04\pi$，输入信号$x(t)$的频谱$X(\mathrm{j}\omega)$如题图 6.2 所示。请分别画出系统中$a(t)$、$b(t)$、$c(t)$以及输出$y(t)$对应的频谱$A(\mathrm{j}\omega)$、$B(\mathrm{j}\omega)$、$C(\mathrm{j}\omega)$以及$Y(\mathrm{j}\omega)$，需标注频谱横、纵坐标刻度和取值。



题图 6.1



题图 6.2

七、（16 分）对连续时间线性时不变系统，已知当$t > 0$时输入信号$x(t) = 0$，且$x(t)$的双边拉普拉斯变换表达式为

$$X(s) = \frac{s+3}{s-4}$$

对应的输出信号为

$$y(t) = -\frac{2}{5}\mathrm{e}^{4t}u(-t) + \frac{1}{5}\mathrm{e}^{-2t}u(t)$$

（1）求该系统的系统函数$H(s)$及其收敛域；
（2）求系统的单位冲激响应$h(t)$；
（3）若输入为

$$x(t) = \mathrm{e}^{3t}, -\infty < t < \infty$$

求系统输出$y(t)$。

八、（12 分）利用指定的方法，求下列各z变换所对应的时域序列：

（1）部分分式展开法，$X(z) = \frac{1-\frac{1}{3}z^{-1}}{(1-z^{-1})(1+2z^{-1})}$， $|z| > 2$；

（2）长除法，$X(z) = \frac{1+z^{-1}}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}$，$|z| < \frac{1}{3}$。

常用信号变换对

基本傅里叶变换对

信号	傅里叶变换	信号	傅里叶变换
$x(t)=1$	$2\pi\delta(\omega)$	$\delta(t-t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$
$x(t)=\begin{cases}1,\|t\|<T_1\\0,\|t\|>T_1\end{cases}$	$\frac{2\sin\omega T_1}{\omega}$	$e^{-\alpha t}u(t),\mathrm{Re}\{\alpha\}>0$	$\frac{1}{\alpha+j\omega}$
$\frac{\sin Wt}{\pi t}$	$X(j\omega)=\begin{cases}1,\|\omega\|<W\\0,\|\omega\|>W\end{cases}$	$te^{-\alpha t}u(t),\mathrm{Re}\{\alpha\}>0$	$\frac{1}{(\alpha+j\omega)^2}$
$u(t)$	$\frac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}u(t),\mathrm{Re}\{\alpha\}>0$	$\frac{1}{(\alpha+j\omega)^n}$
$\delta(t)$	1		

基本拉普拉斯变换对

信号	变换	收敛域	信号	变换	收敛域
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\{s\}>0$	$-u(-t)$	$\frac{1}{s}$	$\mathrm{Re}\{s\}<0$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}u(t)$	$\frac{1}{s^n}$	$\mathrm{Re}\{s\}>0$	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}u(-t)$	$\frac{1}{s^n}$	$\mathrm{Re}\{s\}<0$
$e^{-\alpha t}u(t)$	$\frac{1}{s+\alpha}$	$\mathrm{Re}\{s\}>-\alpha$	$-e^{-\alpha t}u(-t)$	$\frac{1}{s+\alpha}$	$\mathrm{Re}\{s\}<-\alpha$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}u(t)$	$\frac{1}{(s+\alpha)^n}$	$\mathrm{Re}\{s\}>-\alpha$	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}u(-t)$	$\frac{1}{(s+\alpha)^n}$	$\mathrm{Re}\{s\}<-\alpha$
$\delta(t)$	1	全部 s			

基本 z 变换对

信号	变换	收敛域	信号	变换	收敛域
$\delta[n]$	1	全部 z	$\delta[n-m]$	z^{-m}	全部 z，除去 0 或 ∞
$u[n]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\|z\|>1$	$-u[-n-1]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\|z\|<1$
$\alpha^n u[n]$	$\frac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\|z\|>\alpha$	$-\alpha^n u[-n-1]$	$\frac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\|z\|<\alpha$
$n\alpha^n u[n]$	$\frac{\alpha z^{-1}}{(1-\alpha z^{-1})^2}$	$\|z\|>\alpha$	$-n\alpha^n u[-n-1]$	$\frac{\alpha z^{-1}}{(1-\alpha z^{-1})^2}$	$\|z\|<\alpha$