

persona

签到题。

直接计算是三维偏序，时间复杂度为 $O(n \log^2 n)$ 且常数较大，可能无法通过此题。

考虑降维。如果把 \max 和 \min 分开计算，这没有优化的空间。因此依然需要将所给式子视为一个整体计算。

不妨设 $a \leq b \leq c \leq d$ ，则 $\max(a, b, c, d) + \min(a, b, c, d) = a + d$ 。由于我们需要降维且已经给 a, b, c, d 定序，故我们需要使用 $\max(*, *, *)$, $\min(*, *, *)$ 构造一个**对称式**，使其等于 $a + d$ 。

注意到 $\sum_{sym} \min(a, b, c) = 3a + b$, $\sum_{sym} \max(a, b, c) = c + 3d$ (\sum_{sym} 为对称求和之意)，
则 $a + d = (\sum_{sym} \min(a, b, c) + \sum_{sym} \max(a, b, c) - \sum_{sym} a)/2$ ，成功实现了降维。

当然如果你熟悉 min-max 容斥，你可以跳过以上推导步骤。

接下来的任务是简单的，转化为二维偏序后树状数组维护即可。时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

maze

子任务 1,2

对于静态问题，一个自然的想法是二分答案并验证可行性。建立二分图，左侧对额外残片建一个点，右侧对每个箱子建一个点，每枚额外残片对它能放入的箱子连一条边，则问题转化为每个箱子有容量上限，是否存在完全匹配。使用网络流即可。

每次修改重新二分，时间复杂度 $O(qm\sqrt{m}\log m)$ 。

子任务 3~5

在初始的图上二分得出答案后，由于每次修改只会改变一条边的容量或者建新点，答案的改变量不会超过 1。这提示我们直接在现有的残量网络上进行修改。

有 A 性质时，要么建立新点，要么箱子对应的连边容量 -1 。对于前者，在残量网络上 bfs 看是否能找到从源点到汇点经过该点的路径；对于后者，尝试从该边退流，即从汇点出发寻找一条回到汇点且经过该边的路径。根据 bfs 的结果，相应调整答案及箱子对应边的容量即可。

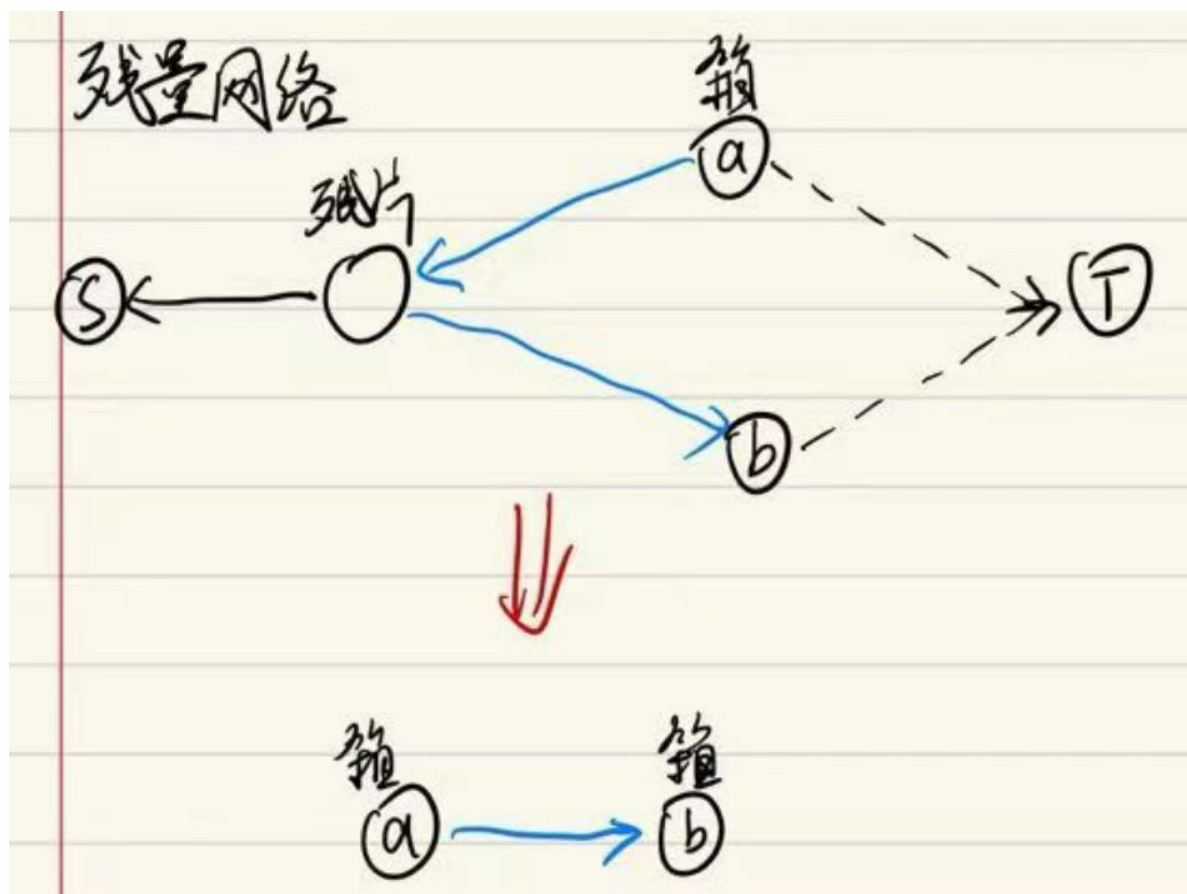
至于 3,4 操作，一种思路是直接线段树分治。但实际上不难发现其和 1,2 操作是相似的，直接在残量网络上进行修改即可，因此不再赘述。

时间复杂度 $O(m\sqrt{m}\log m + qm)$ 。

子任务 6~10

发现瓶颈在于 bfs。但由于点数、边数为 $O(m)$ 规模，因此需要对图进行压缩。

注意到每枚残片恰能放进 2 个箱子，因此满流时残量网络一定如图所示，故可以压缩：



进一步，初始残片可以视为自环，这样 3,4 操作就转化为了 1,2 操作。

将子任务 3~5 的思路迁移过来，发现 A 性质（仅操作 1）变成了这样：

- 设要加入边 (a, b) 。
- 尝试分别从 a, b 出发，寻找一条路径，到达一个尚未放满的箱子。
- 若从 a 出发找到了，则加入边 $a \rightarrow b$ ；若从 b 出发找到了，加入边 $b \rightarrow a$ 。同时，将路径上的边全部反向。
- 若没有找到路径，答案 $+1$ 并更新箱子容量。

上述思路也可以直接通过反悔贪心想到。

对于操作 2，如果是网络流迁移的思路，可以自然地想到如下操作：

- 设要删除边 (a, b) 。
- 若存在 $b \rightarrow a$ 的边，寻找剩余容量最小的箱子且可达 a ；若存在 $a \rightarrow b$ 的边，箱子需要可达 b ；
- 两者选择剩余容量最小的箱子出发进行退流（过程类似操作 1），更新答案与边的方向。

正确性通过网络流模型不难验证。而如果是通过反悔贪心想到的思路，可能会考虑直接线段树分治解决（子任务 6），而想到上述操作可能需要一点大胆猜想。

由于点的规模降到了 $O(n)$ ，故采用 `bitset` 优化，一次 bfs 时间复杂度为 $O(\frac{n^2}{\omega})$ 。

总时间复杂度 $O(\frac{n^2}{\omega}(m + q))$ 。

flyburg

定义两行的位置差为 $\sum_{i=1}^c |p_{l,i} - p_{l-1,i}|$, $p_{l,i}$ 为第 l 行第 i 个 1 的位置, 则要求所有位置差 $\leq k$ 。

首先可以猜想由于要组成一条链, 实际上相邻两行的位置差应该不会太大, 进而实际所用的列数也应该不会太大。

考虑枚举限定的列数 m 。由于 m 较小, 使用状压 DP。设状态 (d, S, bl, deg) 表示当前矩阵中度数为 1 的点有 d 个, 最后一行选择 1 的位置集合为 S , 每个 1 属于联通块的编号数组为 bl 、度数数组为 deg 。

转移过程比较平凡, 在此不多赘述。

状态数量看似很多, 实际上有效且可达的状态数并不多。通过 bfs + Hash 表建有限状态自动机, 当 $c = 8, m = 14, k = 9$ 时, 有效状态数、转移边数量为 141316, 791740。

同时可以发现, 由于题目中 $k > c$ 的限制, 在 m 不太大的时候, 就可以构造出任意行数的矩阵。例如当 $c = 8$ 时, $m = 14$ 就可以构造出任意行数的矩阵。

于是可以得到算法: 从小到大枚举列数限制 m , 对每个 m 分别预处理出 DP 的状态自动机, 直至任意行数的矩阵都可以被构造。询问 n, m 时, 直接在查询即可。

直接实现, 应该可以通过 $n \leq 6$ 的部分。以下为 std 采用的优化手段:

- k 过大时, 实际上枚举了相当多无用的状态与转移边。可以考虑在 m 较大、已经可以构造任意矩阵时, 对 k 的范围进行限制。
- 枚举转移边时, 有很多转移边是无需计算转移后状态就可以知道其不合法的, 直接跳过即可。如 1 形成田字、丁形状等。
- 实际上我们并不需要完整的状态自动机的信息, 只保留部分点与边也可能可以构造出合法矩阵。可以设置只枚举前若干条转移边。经过实践, 枚举的转移边 (指尝试转移, 并不一定是合法转移) 不超过 4×10^7 时可以保证正确性。

代码实现较为繁琐。