subtask1

模拟,时间复杂度 $O(n^2)$ 。

subtask2

线段树维护,信息是每种数字是否在当前区间里出现过,标记要记录对于每个i,区间里所有数字i变成了数字 p_i 。 总时间复杂度 $O(nm\log n)$,其中 $m=\max a_i$

subtask3

对时间分块,把数字分为会被修改的O(B)个特殊数字,和剩余剩余普通数字。对于普通数字可以转化为一个静态问题。静态情况下是一个经典问题,可以转化为二位数点。区别是时间分块之后修改数量为O(n)个,查询为O(B)个,因此数据结构不要树状数组而是分块做根号平衡。对于特殊的数字,我们维护 $a_{i,j}$ 表示前i个块里有多少个数字j。修改的时候只需要重新计算 $a_{x,*}$ 和 $a_{y,*}$ 即可。当一轮重构结束时,我们需要求出操作后的a序列,因此还要对每个块维护 $p_{i,j}$ 表示第i个块里数字j变成了数字什么。令 $B=\sqrt{n}$,时间复杂度 $O(n\sqrt{n})$ 。

subtask4

对于每个数字,我们开一个平衡树维护其位置。每当修改的时候,我们取出来两个平衡树对应区间,并尝试合并他们。但问题在于这两个平衡树的值域有交。于是考虑一下方法来合并两个平衡树

- 1. 令x为 T_1 中最小的元素,y为 T_2 中最小的元素,不妨设x < y。
- 2. 把 T_1 中小于x的元素分裂出来记为 T_2
- 3. 把 T_3 变成 T_3 合并T,并重复第一步。

通过类似于归并的方式,我们把 T_1 和 T_2 合并到 T_3 了,不难这个过程的时间复杂度为 $O(n \log n)$,其中m为合并后的序列里,来源相同的连续段数量。

令势能函数 $\Phi(T)=\sum \ln(x_i-x_{i-1})$,其中 x_i 为平衡树T里的元素。考虑经过上述合并后,势能会有什么样的变化。我们直接考虑势能变化最小的情况,即合并后的来源为 $12121\cdots$ 交替状物,设合并后的相邻间距为 d_i ,则势能变化量为:

$$\sum_{i=2}^m \ln(d_i + d_{i-1}) - \sum_{i=1}^m \ln(d_i)$$

由于log的凸性, $\log(\frac{a+b}{2}) \geq \frac{1}{2}(\log a + \log b)$,因此:

$$egin{split} \Delta \Phi(T) & \geq \sum_{i=2}^m \ln 2 + \ln(rac{d_i + d_{i-1}}{2}) - \sum_{i=1}^m \ln(d_i) \ & = (\ln 2)m - rac{1}{2}(\ln d_1 + \ln d_m) \ & = \Theta(m) - O(\log n) \end{split}$$

初始势能最多为 $O(n \log n)$,每次操作最多增加 $O(\log n)$,因此势能总量为 $O(n \log n)$ 。我们用 $O(m \log n)$ 的时间使得势能减少了O(m),因此平衡树的总时间复杂度为 $O(n \log^2 n)$ 。

为了计算答案,我们要维护所有的 $(i,next_i)$ 二元组, $next_i$ 表示下一个与 a_i 相同的位置。注意到每次操作,只有O(m)个二元组会发生变化,因为连续的一段内部不会有变化。根据前面的势能分析,我们知道了所有的 $(i,next_i)$ 二元组变化量为 $O(n\log n)$ 的。因此我们可以提取出 $O(n\log n)$ 个插入删除点的修改操作,和O(n)个查询二维数点的查询操作。直接离线用cdq分治实现是 $O(n\log^3 n)$ 的,但实际上由于修改和查询数量级不对等,我们可以改用 $\log n$ 叉树状数组,在 $O(\frac{\log n}{\log\log n})$ 时间内修改和 $O(\frac{\log^2 n}{\log\log n})$ 时间里查询,最终得到时间复杂度为 $O(n\frac{\log^3 n}{\log\log n})$ 。