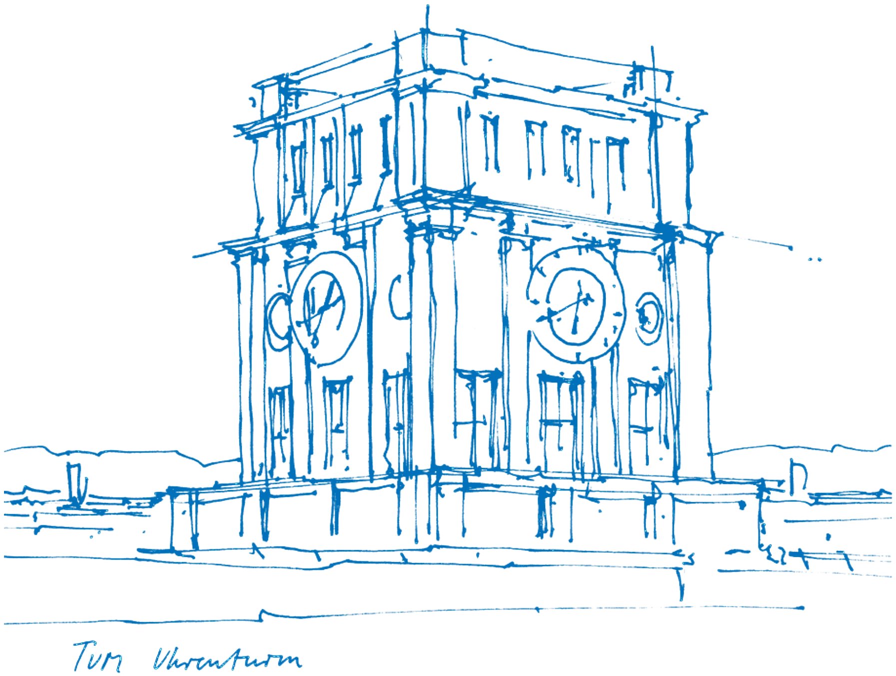
Diskrete Strukturen Tutorium

Jay Zhou
Technische Universität München
Garching b. München, 6. November 2023



Relationen — Äquivalenzrelationen

Reflexiv

$\mathrm{Id}_A \subseteq \equiv_f$

Symmetrisch

$a \equiv_f b \iff f(a) = f(b) \iff b \equiv_f a$

Transitiv

$(m_1, m_2) \in \equiv_f$ und $(m_2, m_3) \in \equiv_f \iff (m_1, m_3) \in \equiv_f$

aka. $m_1 \equiv_f m_3$

Relationen — Äquivalenzrelationen

Repräsentantensystem

− Eine Teilmenge, die für jede Äquivalenzklasse genau ein Element aus dieser Klasse hat

repräsentieren

Beispiel

− mod 3: $\{0,1,2\}$ 3 4 5 ...

− $L((ab)\Sigma^*)$: $\{[\epsilon], [a], [ab], [b]\}$

Relationen — Ordnungsrelation

Partielle Ordnung
− Reflexiv, antisymmetrisch und transitiv

Totale Ordnung
− Partielle Ordnung
− Je zwei beliebige a, b stets bzgl. R in Relation stehen (mindestens aRb oder bRa gilt)

Relationen — Ordnungsrelation

Reflexiv

$\mathrm{Id}_A \subseteq \equiv_f$

Antisymmetrisch

$\forall m_1 \neq m_2 \,.\, (m_1, m_2) \in \equiv_f \rightarrow (m_2, m_1) \notin \equiv_f$

Transitiv

$(m_1, m_2) \in \equiv_f$ und $(m_2, m_3) \in \equiv_f \iff (m_1, m_3) \in \equiv_f$

aka. $m_1 \equiv_f m_3$

Relationen — Ordnungsrelation

Hasse Diagram

− eine bestimmte graphische Darstellung endlicher halbgeordnete Menge

− Jede partielle Ordnung über einer Menge kann man ein eindeutiges Hasse Diagram zuordnen.

Quiz: Hasse Diagram über Teilmenge auf $P([3])$? Und über Teilbarkeit auf 60?

$\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}$

$$\{\} \preceq \begin{array}{c}\{1\}\\ \{2\}\\ \{3\}\end{array} \preceq \begin{array}{c}\{1,2\}\\ \{1,3\}\\ \{2,3\}\end{array} \preceq \{1,2,3\} \quad \Rightarrow$$

$$\begin{tikzcd}
 & \{1\} \arrow[r] \arrow[dr] & \{1,2\} \arrow[dr] & \\
\{\} \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & \{2\} \arrow[ur] \arrow[dr] & \{1,3\} \arrow[r] & \{1,2,3\} \\
 & \{3\} \arrow[ur] \arrow[r] & \{2,3\} \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Relationen — Ordnungsrelation

Hasse Diagram
− eine bestimmte graphische Darstellung endlicher halbgeordnete Menge
− Jede partielle Ordnung über einer Menge kann man ein eindeutiges Hasse Diagram zuordnen.

Quiz: Hasse Diagram über Teilmenge auf $P([3])$? Und über Teilbarkeit auf 60?

Primfaktorzerlegung

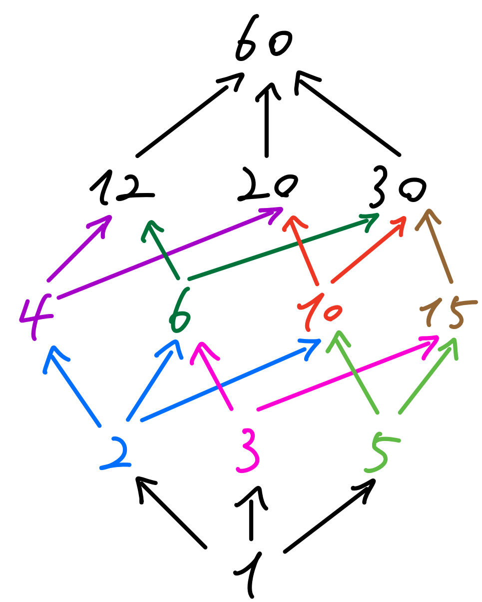
$$\begin{array}{r|l} 2 & 60 \\ 2 & 30 \\ 3 & 15 \\ & 5 \end{array} \qquad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

4 Stammelemente
2, 2, 3, 5

$\Rightarrow$

1	$\preceq$	2, 3, 5	$\preceq$	4, 6, 10, 15	$\preceq$	12, 20, 30	$\preceq$	60
0 Elem. multiplizieren einander ($= n^0 = 1$)		1 Elem. multiplizieren einander		2 Elem. multiplizieren einander		3 Elem. multiplizieren einander		4 Elem. multiplizieren einander

$\Rightarrow$



Fragen?