1 除了很強，只有更強 - 常見資結技巧

1.1 讓資料結構如虎添翼！

前面學過了許多的資料結構，像是線段樹、Treap、Fenwick Tree（只是想要讓你們複習一下 BIT 的另外一個名字）等，雖然可以做一些事，但是還是有許多的不足！可以透過新的概念來幫資料結構們加上裝備，讓他們可以做更多事！這裡的東西會比較難理解，需要慢慢讀文字，仔細思考，一小段可以看一個禮拜，慢慢吸收，慢慢理解。

1.2 懶惰標誌（Lazy Propagation）

就是他！讓我 TLE！

先來看一個經典題，來展現那些資料結構的不足！

習題 1.2.1: 經典題（帶修改區間極值）

給定一個長度為 N 的序列，值分別為 $a_1, a_2, \ldots, a_N$，有 Q 個操作，每一個操作都是以下的其中之一：

1. `1 l r k`，代表在 (l, r) 間的所有值都加 k
2. `2 l r`，請輸出 (l, r) 間所有的值的最大值

($N \leq 10^5$，$Q \leq 10^4$)

不難想到用一個線段樹或維護，這樣子詢問 $O(Q_1 \log N \cdot N + Q_2 \log N)$，就爆掉了！所以一定需要更強大，更好的方法來

資料結構的第一個武器——懶標

我們做事要懶惰一些，幫電腦省事：如果要加的時候發現這整個區間都需要加，那是不是可以直接記錄下來說這個區間加某個數字 k，以後如果需要查詢這

個區間全部的時候，就直接用數學計算就好了，不需要遞迴下去將每一個點弄好呢？沒錯！就是這樣！

那，具體要怎麼實作呀？對於每一個節點，除了維持值、左右方為何之外、還需要維持一個lazy值，代表這個區間每一個值都要加lazy，如果為 0 則代表目前不需要加。為了實施憲法中的明確性，先來看一下我們所用的node長什麼樣吧！

```
struct Node{
    int l, r, val, lazy; //代表這個節點的左，右界、目前的值、和最新的lazy值！
    Node *left, *right; //指向的子節點
}
```

兩把小刀：push 和 pull

對於每一個node，都應該要有兩個函數，pull應該已經看過了，很簡單：

```
void pull(Node* n){
    n->val = n->left->val + n->right->val;
}
```

但是最新進來的捧油push就比較奇特一點了，因應打懶標而出現，也就是將懶標往下打一層，話不多說，直接看程式！

```
void push(Node *n){
    if(!n->lazy) return; //不需要做事
    n->val += n->lazy; //若整個區間都要加lazy，則最大值也會加lazy
    if(n->l + 1 < n->r){ //如果還有在下面的區間，則打下去，注意沒有遞迴！
        n->left->lazy += n->lazy;
        n->right->lazy += n->lazy;
    }
    n->lazy = 0;
}
```

原本的函數要進化了！

現在來示範怎麼修改原本有的query函數和modify函數：

新的query

簡單來說，就是在詢問之前，都要確定沒有懶標需要push了，再查詢！

```
int query(Node *n, int ql, int qr ){
    push(n); //重要重要重要！
    if(ql >= n->r || qr <= n->l) return -INF; //出界
    if(ql <= n->l && n->r <= qr) return n->val; //完全包含
    return max(query(n->l, ql, qr), query(n->r, ql, qr));
}
```

新的modify

其實與query差不多，先記得push之後，修改懶標即可。

```
void modify(Node *n, int ql, int qr, int val){
    push(n); //重要重要重要！
    if(ql >= n->r || qr <= n->l) return; //出界
    if(ql <= n->l && n->r <= qr){ //完全包含
        n->lazy += val;
        return;
    }
    modify(n->l, ql, qr, val);
    modify(n->r, ql, qr, val);
    pull(n); //別忘了

}
```

這就是你的第一個（或是第 k 個，$k \in \mathbb{N} \cap \{0\}$）懶標線段樹了！重點就是，如果遇到一個節點，可以盡量不要修改就不要修改，只是記錄下來，到了真的需要修改再修改之。

1.3 另外一種寫法

會有人覺得，修改的時候沒有修改到東西不夠爽，所以就出現了另外一種寫的方法，可以供參考：想法就是，lazy代表**子樹**所需要修改的東西，自己則是修改完了！這樣，push會變成

```
void update(Node *n, int val) { //helper function
    n->v += val, n->lazy += val;
}
void push(Node *n){
    if(!n->lazy || n->l+1 >= r) return;
    update(n->left,n->lazy);
    update(n->right,n->lazy);
    n->lazy = 0;
}
```

至於modify，也會變乾淨：

```
void modify(Node *n, int ql, int qr, int val) {
    push(n); //重要重要重要！
    if(ql >= n->r || qr <= n->l) return; //出界
    if(ql <= n->l && n->r <= qr){ //完全包含
        update(n, val);
        return;
    }
    modify(n->l, ql, qr, val);
    modify(n->r, ql, qr, val);
    pull(n); //別忘了
}
```

習題

來練習一下新學到的技巧吧！

習題 1.3.1: Ahoy Pirates! (UVa 11402)

給定一個長度為 N，且由 0 和 1 組成的序列，請支援 Q 個操作，每一個都是以下操作之一：

1. `F a b`：請把第 a 個到第 b 個位置的數字都變成 1
2. `E a b`：請把第 a 個到第 b 個位置的數字都變成 0
3. `I a b`：請把第 a 個到第 b 個位置的數字，0 變成 1，1 變成 0
4. `S a b`：請輸出第 a 個到第 b 個位置的數字總共有幾個 1

($N \leq 10^6$，$Q \leq 10^5$)

習題 1.3.2: Circular RMQ (CF 52C)

給定一個長度為 N 的環形（也就是最後一項和第一項相鄰）序列 $a_0, a_1, \cdots, a_{N-1}$，和有 Q 筆操作，都是以下的兩個其中之一：

1. $\text{inc}(lf, rg, v)$：將 $[lf, rg]$ 內的數字全部加 v
2. $\text{rmq}(lf, rg)$：請輸出 $[lf, rg]$ 中最小的數字

($1 \leq N \leq 200000$，$0 \leq Q \leq 200000$，$|v|, |a_i| \leq 10^6$)

習題 1.3.3: 矩形覆蓋面積計算 (TIOJ 1224)

很經典的一題：給你平面上 N 個矩形，請求那些矩形所覆蓋出來的面積為何？(如果多個矩形蓋到同一個地方，只能算一次) $N \leq 10^5$，且矩形的 x, y 座標皆為在 0 和 10^6 之間的整數。

習題 1.3.4: 《Φ》序章·IV　生活作息 (ZJ c251)

給定一個長度為 N 的序列 S，有 Q 次如下的操作：

1. `0 L R`：輸出 $[L, R]$ 中有幾種不同的數字
2. `1 L R P`：把 $[L, R]$ 中所有數字修改為 P

($Q, N \leq 2^{15}$，$S_i \leq \min(N, 2^5)$，輸入有至多 2^5 筆測資)

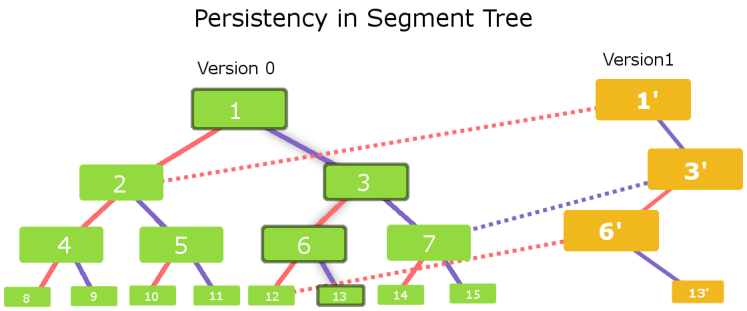
1.4 持久化資料結構（Persistent Data Structure）

會不會 Cmd + Z 啊？

有時候，在修改資料結構的時候，會想要同時保存舊的版本和新的版本，但是如果整個再複製一次，這樣子記憶體會用的很兇（又不是 Google Code Jam 給 10GB ‽），所以必須用到持久化的概念來將記憶體壓回正常的範圍。

什麼是持久化？

持久化的精神就是：**每次修改之後，只新複製出被動到的地方，其餘都和原本的共用**，如果不清楚，就看圖吧！如果太多搞不清楚了，就看天吧！



這裡，我們要對原本的線段樹（Version 0）做修改，而我們要修改編號為 13 的節點。所以呢，沿路會動到 $1, 3, 6, 13$ 這四個節點，只需要新建立出 $1', 3', 6', 13'$ 這四個節點成為 Version 1，其他的就可以與舊的 Version 0 共用了！這樣，新增的空間複雜度就從原本的 $O(n)$ 變成 $O(\log n)$ 了！

實作方法——來種一棵持久化線段樹吧！

其實重點就是要存那些新的根節點，用一個陣列存就可以了！先來看struct Node長什麼樣子吧！

```
struct Node{
    static int size; //整個線段樹所代表的範圍有size這麼大
    int val;
    Node *l, *r;
    Node(int val): val(val), l(nullptr), r(nullptr){}
    Node(Node *l,Node *r): l(l), r(r){ pull(); }
    void pull() { if(l&&r) val = l->val + r->val; }
};
int Node::size; //static member 必須這樣宣告！否則吃CE
```

除了modify以外的函數都和原本的線段樹差不多，可以明顯的看到，我們在做修改的時候都是新建一個Node，而不會動到原本的！這樣就可以完整的保存修改的歷史（悠久的文化呀）版本了！

```
Node *modify(Node *o, int pos, int dif,
                        int l=0, int r = Node::size){
    if(l+1 >= r) return new Node(o->val + dif);
    int mid = l + (r-l>>1); //好習慣，防止(l + r)溢位
    if(pos < mid)
        return new Node(modify(o->l,pos,dif,l,mid), o->r);
    else
        return new Node(o->l, modify(o->r,pos,dif,mid,r));
    //其中一個變成新的，另外一個不用修改，指回原本的
}
```

剩下的就是一般的線段樹就好了（至少會和講義中的函數差不多），不需要變！每一次modify的時候，就將回傳的新Node小心翼翼地將它放進去存的地方，如陣列或 BIT（真的）等。

其他資料結構的持久化

不只線段樹可以持久化，只要你想要，都可以持久化，只是比較難：幾乎所有的樹狀結構都可以持久化，像是 Treap、Trie、左偏樹（可合併的 heap）、Linked List、並查集（當然，就不能路徑壓縮了，複雜度退化成 $O(\log n)$）等都可以寫成持久化，甚至序列看成 Treap 也可以持久化！可以去看 CodeChef 上有一篇文章叫做「Persistence Made Simple」（URL），寫得很好，將持久化的精神解釋的很清楚。

1.5 動態開點

有時候因為題目的範圍非常的大，又不能（或不想）事先離散化，就必須用到動態開點的技巧！具體上就是沒碰到的點就讓他是空的，當查詢或修改必須用到時再為他開空間便可，和持久化的寫法很相似。這邊用偽指標的方法寫一份包含懶標的區間加值 RMQ 當作範例（沒有東西的話 default 會是 0）。

```
struct Segtree {
    struct node {
        int mx, lz;
        int l, r;
    } M[N*4];
    int tot;
    void pull(int p) {
        M[p].mx = max(M[M[p].l].mx, M[M[p].r].mx);
    }
    void upd(int p, int x) {
        M[p].mx += x, M[p].lz += x;
    }
    void push(int p) {
        if(!M[p].lz) return;
        if(!M[p].l) M[p].l = ++tot;
        if(!M[p].r) M[p].r = ++tot;
```

```
17          upd(M[p].l, M[p].lz);
18          upd(M[p].r, M[p].lz);
19          M[p].lz = 0;
20      }
21      void add(int &now, int ql, int qr, int x, int l, int r) {
22          if(l >= qr || r <= ql) return;
23          if (!now) now = ++tot;
24          push(now);
25          if(ql <= l && r <= qr) {
26              upd(now, x);
27              return;
28          }
29          int m = l+(r-l)/2;
30          add(M[now].l, ql, qr, x, l, m);
31          add(M[now].r, ql, qr, x, m, r);
32          pull(now);
33      }
34      int query(int now, int ql, int qr, int l, int r) {
35          if(l >= qr || r <= ql || !now) return 0;
36          push(now);
37          if(ql <= l && r <= qr) return M[now].mx;
38          int m = l+(r-l)/2;
39          return max(query(M[now].l, ql, qr, l, m),
40              query(M[now].r, ql, qr, m, r));
41      }
42  } sgt;
43
44  int main() {
45      int root = 0;
46      // add(root, ql, qr, x, 0, 1000000000);
47      // query(root, ql, qr, 0, 1000000000);
48  }
```

樹堆 Treap

2

2.1 前言

treap=tree(binary search tree)+heap，是一種隨機平衡二元搜尋樹，對於任意的序列，他的插入、刪除、查詢操作期望複雜度皆為 $O(\log N)$。一般的 BST 雖然期望深度也是 $O(\log N)$，但是只要刻意餵給他排序好的序列，就一定會退化成鍊狀，這就是為什麼我們需要 treap 了。因為其期望複雜度低且程式碼相對簡單，故有些時候能拿來代替自平衡二元搜尋樹。

2.2 原理

treap 不同於一般二元搜尋樹的是，每個節點除了紀錄這個節點的數字（我們稱之為 key 值）外，同時會記錄一個 pri 值，struct大概長這樣：

```
int randseed=7122;
int rand(){return randseed=randseed*randseed%0xdefaced;}
struct node{
    int key,pri;
    node *l,*r;
    node(){};
    node(int _key):key(_key),pri(rand()){l=r=nullptr;}
};
```

樹中的 key 值會保持 BST 的性質（所以他是一種二元搜尋樹），pri 值則會保持 heap（二叉堆）的性質。這樣可以幹嘛呢 ??? 我們先對這個結構熟悉一下：

唯一性

在介紹二元搜尋樹時，我們知道對於同一組數字建立二元搜尋樹，他可以有很多種不同的樣子。但在 treap 中當每對 key,pri 都固定時，其建構出來的 treap 是唯一的。你可以想像，BST 的性質當中可以固定左右的關係（左邊的 key 值一定小於右邊），而 heap 的性質中可以固定上下的關係（上面的 pri 值一定小於下面），上下左右關係都固定的情形下，這棵 treap 自然就固定了啊！(你說這樣一點都不嚴謹？講的好像我知道怎麼嚴謹證明一樣)

當 pri 值 $=1\sim n$ 時

這個情況下，我們可以想像一棵最普通的二元搜尋樹（只有 key 值），我們依原本節點 pri 值從 $1\sim n$ 的順序一一插入，因為越後面插入的節點一定在越下面，因此 pri 值（$=$ 插入時間）大的一定在越下面。如此一來，tree 和 heap 的性質就同時都滿足了。換句話說，每個 $1\sim n$ 的排列各自代表一種插入順序。

當 pri 值隨機時

根據上面的結論，pri 值的大小可以視為插入時間的先後，那如果 pri 值隨機的話，不就是隨機順序插入的意思嗎？而我們都知道，隨機順序插入的二元搜尋樹，其期望深度 $O(\log N)$（深度超過 $2\log N$ 的機率是 $\frac{1}{n^2}$），這也就是為什麼他的操作都可以 $O(\log N)$ 達成了。

2.3 實作方法

聽到這裡，你可能會想說：講那麼多，到底要怎麼在操作的同時保持這些性質啊？事實上，維持這個性質的方法有很多，主要有 merge-split treap 和旋轉式 treap。這邊要介紹的是 merge-split treap，因為這種方法好刻 code 又短。

merge-split tree 顧名思義，需要有 merge（合併）、split（分裂）兩個主要操作。而這兩個操作的實作方法其實就是遞迴，要詳細解釋也沒什麼意思，所以就直接切到程式碼的部分吧。

merge

這個操作是要將 a,b 兩個 treap 合併成一個，**其中 a 的所有 key 值都小於 b**。

```
node *merge(node *a,node *b){ //將根節點為a,b的treap合併
    if(!a) return b; //base case
    if(!b) return a; //base case
    if(a->pri<b->pri){
        a->r=merge(a->r,b);
        return a;
    }else{
        b->l=merge(a,b->l);
        return b;
    } //pri值小的當父節點，大的當子節點。
}
```

split

這個操作是要將一個 treap 的 key 值 $\le k$ 的都丟到 a，其餘 $>k$ 的丟到 b。

```
void split(node *s,node *&a,int k,node *&b){
    if(!s) a=b=nullptr; //base case
```

```
    else if(s->key<=k) //s的key較小，故s和其左子樹都在左邊
        a=s,split(s->r,k,a->r,b); //分割右子樹
    else
        b=s,split(s->l,k,a,b->l); //分割左子樹
}
```

2.4 延伸操作

上面兩個操作看起來實在是沒有什麼實際用途，所以我們要來介紹一下利用它們組合而成的延伸操作。

insert

insert的做法只需要先將原本的 treap 拆開，再把左、新節點、右依序合併就好了。以下是程式碼：

```
void insert(node *&root,int t){
    node *a,*b;
    split(root,a,t,b);
    root=merge(merge(a,new node(t)),b);
}
```

erase

erase基本上就是反著做insert就好了。以下為程式碼：

```
void erase(node *&root,int t){
    node *a,*b,*c;
    split(root,a,t,b);
    root=b;
    split(root,b,t,c);
    root=merge(a,c);
}
```

2.5 比set更強大的功能

treap 是一個進階版的 BST，因此能改裝成具有更多功能的東西。其中，treap 最吸引人的功能就是 merge 和 split 了。不過我們先從一些初階的東西開始講起。

記錄 size

要記錄每個子樹的 size，就是自己的 size= 左子樹的 size+ 右子樹的 size+1。這簡單的運算一切就交給遞迴就好了（事實上就是線段樹的懶標）。這邊就不附上 code 了（後面會有）。

名次樹（rank tree）

rank tree 就是要能查詢各個 rank 的值以及每個值得 rank。在 search by key 時，可以用兩種方式（假設要查詢 key= k 的 rank）：

1. 將 key$\leq k$ 的 split 出來，最後根節點的 size 就是 rank 了。
2. 同 BST 的查詢，一開始 rank= 1，每次若不是向左子樹走時 rank+= 左子樹的 size。

而 search by rank 時，假設要查詢 rank= k 的 key 值，從根節點開始：如果左子樹的 size+1 =rank，代表此節點的 key 值就是答案；如果 size$\geq$rank, 則向左子樹遞迴；如果 size+1 <rank，則向右子樹遞迴，並且 rank-= 左子樹的 size+1。

split by rank

既然可以 search br rank，下一步就可以 split by rank 了！作法其實都一樣，只是要記的在遞迴後面加上 pull()，才能保持住正確的 size。

剛剛講了這麼多，重點就是為了下面這個神奇的東西：

序列轉 treap

什麼是序列轉 treap 呢 ??? 一般而言 treap 當中都是按照數字大小作為 key 值，達到 BST 的效果。然而現在，我們希望這棵 treap 中序尋訪的結果恰好就是原序列；也就是以 index 值作為 key 值。然而我們會知道，其實這邊的 key 值恰好就會是他的 rank，在查詢、split 時都可以用 rank 來進行就好，所以我們通常將 key 值省略不記（到後面你就會知道記與不記的差別了）。

懶人標記（lazy tag）

懶標你們一定不陌生，沒錯，他就是在線段樹上出現過的東西。這裡的 treap 恰好也是紀錄一個序列，所以，當然也可以使用懶標啦！假設我現在要對 $[l, r)$ 進行區間加值，我們可以先利用 split by rank 將整棵 treap 進行 split，分成 $[0, l)$，$[l, r)$，$[r, n)$ 這三棵 treap，然後在 $[l, r)$ 這棵 treap 的根上打懶標，最後再 merge 回去，就完成區間加值了。

區間操作

從上面的例子你應該可以發現，在 treap 當中我們可以在 $\log N$ 的時間內切出任意的區間，因此讓區間操作變得非常容易。這邊我們就舉交換區間的例子來讓大家更深刻體會 treap 的美妙吧！

習題 2.5.1: 交換區間

給定一序列及兩種操作：

1. 將 $[l_1, r_1)$，$[l_2, r_2)$ 兩個區間的位置交換。
2. 查詢序列第 k 的數字是多少。

每次都要搬動一個區間非常麻煩，但使用 treap 的話，只要切成 $[0, l_1)$，$[l_1, r_1)$，$[r_1, l_2)$，$[l_2, r_2)$，$[r_2, n)$ 五段，再依 $[0, l_1)$，$[l_2, r_2)$，$[r_1, l_2)$，$[l_1, r_1)$，$[r_2, n)$ 的順序 merge 回來就好了！是不是很簡單？我們來看 code 吧：

```
int rs=1e9+7;
int rand(){return rs=(rs*rs)%0xdefaced;}
struct node;
int s(node *a);
struct node{
    int a,pri,si;
    node *l,*r;
    node(){}
    node(int _a):a(_a),si(1),pri(rand()){l=r=nullptr;}
    void pull(){si=s(l)+s(r)+1;}
};
int s(node *a){return a?a->si:0;}
node *merg(node *a,node *b){
    if(!a) return b;
    if(!b) return a;
    if(a->pri<b->pri)
        return a->r=merg(a->r,b),a->pull(),a;
    else
        return b->l=merg(a,b->l),b->pull(),b;
}
void split(node *n,node *&a,int k,node *&b){
    if(!n) return a=b=nullptr,void();
    if(k>s(n->l)+1){
        a=n;
        split(n->r,a->r,k-s(n->l)-1,b);
        a->pull();
    }else{
        b=n;
        split(n->l,a,k,b->l);
        b->pull();
    }
}
int query(node *n,int k){ //0-base
    if(s(n->l)+1==k) return n->a;
    if(s(n->l)+1<k) return k-=s(n->l)+1,query(n->r,k);
    else return query(n->l,k);
}
void change(node *&n,int l1,int r1,int l2,int r2){
```

```
39      //0-base,[)
40      node *a,*b,*c,*d,*e;
41      split(n,a,l1,b);n=b;
42      split(n,b,r1-l1+1,c);n=c;
43      split(n,c,l2-r1+1,d);n=d;
44      split(n,d,r2-l2+1,e);
45      n=merg(merg(merg(merg(a,d),c),b),e);
46  }
```

時間線段樹 3

3.1 例題

來看看萬年的唯一例題 (?)

習題 3.1.1: 【Gate】這個笑容由我來守護（TIOJ 1890）

給定一張 N 個點 M 條邊的圖，之後有 Q 次修改每次修改可能是新增一條邊，或者是刪除已經存在的一條邊對於每次修改後，請輸出這張圖當時的連通塊數量

如果現在題目只有加邊，那麼大家應該都會想到用 DSU 去處理吧！當題目只有刪邊，應該也可以很容易的想到可以時間倒過來用同樣的作法處理。

具體來說時間線段樹是什麼呢？我們可以發現，每條邊有特定的一些存活時間，在時間上對應的是一段區間，若我們離線將修改都讀進來，就能對時間這條軸開一棵線段樹表示，每個節點存這個點代表的區間被哪些邊的存活時間完整覆蓋。

接著，按照時間順序 DFS，並跟著維護 DSU，在遞迴到葉節點的時候就能得知該時間點的答案，但是在過程中我們會遇到必須要將 DSU 的合併動作「回復」，也就是說 DFS 離開某個節點的時候必須撤銷某個節點造成的影響，但只要把每個修改操作都記錄下來就能，這時候路徑壓縮的優化就會失效了（可以想想為什麼），但啟發式

```
#pragma GCC optimize ("Ofast")
#include <iostream>
#include <vector>
#include <utility>
#include <map>
#include <algorithm>
#include <deque>
#include <numeric>
#define pii pair<int,int>
#define piii pair<int,pair<int,int> >
#define piiii pair<pii, pii>
#define F first
#define S second
#define ericxiao ios_base::sync_with_stdio(0);cin.tie(0);
```

```cpp
#define endl '\n'
using namespace std;

const int maxN = 6e5;

int T, N, M, Q, a, b, cc, ans[maxN + 10], dsu[maxN + 10], rk[maxN + 10];
char com;

vector<pii>seg[maxN * 4];


inline void init();
int  Find(int a);
inline piiii Merge(int a, int b);

void ins(int id, int l, int r, int ql, int qr, pii p){
    if(qr <= l || ql >= r) return;
    if(ql <= l && r <= qr){
        seg[id].push_back(p);
        return;
    }
    ins(2 * id + 1, l, (l + r)/2, ql, qr, p);
    ins(2 * id + 2, (l + r)/2, r, ql, qr, p);
}


void dfs(int id, int l, int r){
    vector<piiii> v;
    for(auto p : seg[id]){
        //do and record
        v.push_back(Merge(p.F, p.S));
    }
    vector<pii>().swap(seg[id]);
    //recurse
    if(l + 1 < r){
        dfs(2 * id + 1, l, (l + r) / 2);
        dfs(2 * id + 2, (l + r) / 2, r);
    } else {
        ans[l] = cc;
    }
    //undo
    reverse(v.begin(), v.end());
    for(piiii p : v){
        dsu[p.F.F] = p.F.F;
        cc += p.F.S;
        rk[p.S.F] = p.S.S;
    }
    vector<piiii>().swap(v);
```

```
63 }
64
65 int main(){
66     ericxiao;
67     cin >> T;
68     while(T--){
69         cin >> N >> M >> Q;
70         init();
71         int ct = 0;
72         map<pii,deque<int> > mp;
73         for(int i = 0; i < M; ++i){
74             cin >> a >> b;
75             if(a > b) swap(a, b);
76             mp[{a, b}].push_back(0);
77             ct++;
78         }
79         /*
80         com:
81         N new edge
82         D del edge
83         */
84         for(int i = 0; i < Q; ++i){
85             cin >> com >> a >> b;
86             if(a > b) swap(a, b);
87             if(com == 'N'){
88                 mp[{a, b}].push_back(ct);
89             } else if(com == 'D') {
90                 ins(0, 0, (M + Q), mp[{a, b}].front(), ct, {a
                        , b});
91                 mp[{a,b}].pop_front();
92             }
93             ct++;
94         }
95
96         for(auto p : mp){
97             if(p.S.empty()) continue;
98             while(p.S.size()){
99                 ins(0, 0, (M + Q), p.S.front(), ct, p.F);
100                p.S.pop_front();
101            }
102        }
103        //cout << "Ct = " << ct << endl;
104        dfs(0, 0, (M + Q));
105        for(int i = 0; i < Q; ++i){
106            cout << ans[i + M] << '\n';
107        }
108    }
109 }
110
```

```
111 inline void init(){
112     iota(dsu, dsu + N, 0);
113     fill(rk, rk + N, 1);
114     cc = N;
115 }
116
117 int Find(int a){
118     if(dsu[a] == a) return a;
119     return Find(dsu[a]);
120 }
121
122 inline piiii Merge(int a, int b){
123     //cout << "Gonna merge " << a << " and " << b << endl;
124     //cout << "Find(a) = " << Find(a) << " and Find(b) = " <<
            Find(b) << endl;
125     if(Find(a) == Find(b)) return {{Find(a), 0}, {Find(b), rk
           [Find(b)]}};
126     if(rk[Find(a)] > rk[Find(b)]) swap(a, b);
127     piiii res = {{Find(a), 1}, {Find(b), rk[Find(b)]}};
128     if(rk[Find(a)] == rk[Find(b)]) rk[Find(b)]++;
129     //cout << "Merging " << a << " and " << b << endl;
130     cc--;
131     dsu[ Find(a) ] = Find(b);
132     return res;
133 }
```