HW6

吴程锴 ckwu1201@163.com

一、轨迹优化

在 MINIMUM SNAP 的基础上，

- **使用贝塞尔曲线来表示轨迹**
- **保证每段贝塞尔曲线的交界处位于相邻两个走廊交界处**
- **保证所有位置、速度和加速度控制点都在走廊内**

根据贝塞尔曲线的凸包性质，求解得到的轨迹一定是安全的（除了极少数的特殊情况）。

二、使用 quadprog 求解器

quadprog 主要是用来求解形如

$$\min\ \frac{1}{2}x^TQx + c^Tx$$

$$\begin{cases} Ax = b \\ d \leqslant Cx \leqslant f \\ l \ll x \ll u \end{cases}$$

的凸优化问题。

三、将问题转化为代码

3.1 Q 矩阵

最小化 jerk 的平方和，将其写成二次型的形式$J_j = p_j^TQ_jp_j$的形式，其中Q_j为第 j 段轨迹的 jerk 系数。使用 block 对 Q 矩阵按不同轨迹段进行分块赋值。根据贝塞尔曲线控制点与多项式系数之间的关系$p_j = Mc_j$，从而

$$J_j = p_j^TQ_jp_j = (Mc_j)^TQ_jMc_j = c_j^TM^TQ_jMc_j$$

$$Q_j^{'} = M^TQ_jM$$

3.2 等式约束

3.2.1 首尾等式约束

$$
\begin{aligned}
& A_j p_j = d_j \\
& \Rightarrow \left[\cdots \frac{i!}{(i-k)} T_j^{i-k} \cdots \right] \begin{bmatrix} \vdots \\ p_{j,i} \\ \vdots \end{bmatrix} = x_{T,j}^{(k)}
\end{aligned}
$$

3.2.2 连续性等式约束

$$
\begin{aligned}
& [A_j - A_{j-1}] \begin{bmatrix} p_j \\ p_{j+1} \end{bmatrix} = 0 \\
& \Rightarrow \left[\cdots \quad \frac{i!}{(i-k)} T_j^{i-k} \quad \cdots \quad - \frac{l!}{(l-k)} T_j^{l-k} \quad \cdots \right] \begin{bmatrix} \vdots \\ p_{j,i} \\ \vdots \\ p_{j+1,i} \\ \vdots \end{bmatrix} = 0
\end{aligned}
$$

3.2.3 转化为控制点

根据贝塞尔曲线控制点与多项式系数之间的关系$p_j = Mc_j$，从而

$$
A_j p_j = Mc_j = d_j
$$

$$
A_j^{'} = A_j M
$$

3.3 不等式约束

3.3.1 保证每段贝塞尔曲线的交界处位于相邻两个走廊交界处

将前后两段走廊的横或纵坐标从小到大排序，则交界处控制点要大于第二大的坐标，小于第三大的坐标。

3.3.2 保证所有位置、速度和加速度控制点都在走廊内

对于位置控制点保证在走廊内只需要令每段控制点都保持在该段控制点对应的走廊即可。

速度和加速度控制点的不等式约束利用贝塞尔曲线的性质：贝塞尔曲线的导数的控制点为贝塞尔曲线的阶数乘以原曲线前后两个控制点之差。得到速度和加速度的控制点后和位置控制点一样限制在最大最小值之间就好了。

四、结果