**随机信号分析大作业**

****

学生姓名： 吴程锴

学 号： 18029100040

班 级： 1802015

授课教师： 李 琦

提交日期：2020年12月14日

# 实验要求

#### 设有随机初相信号，其中相位是在区间上均匀分布的随机变量。试用MATLAB编程产生其三个样本函数

#### 利用MATLAB程序设计一正弦型信号加高斯白噪声的复合信号

#### 分析复合信号的功率谱密度、幅度分布特性

#### 分析复合信号通过RC积分电路后的功率谱密度和相应的幅度分布特性

#### 分析复合信号通过理想低通系统后的功率谱密度和相应的幅度分布特性

# 设计随机初相信号的三个样本函数

## 原理及代码

### 随机初相的产生

MATLAB中的rand函数能够产生之间均匀分布的随机数，那么为了产生上均匀分布的3个随机变量，只要在由函数生成的3个随机变量后再乘上即可。

### 初相信号的产生

MATLAB采用离散的点来表示函数，本文首先生成从以0.001为步长的时间变量，再将和带入



最终得到初相信号。

### 代码

1. clc,clear
2. close all
3. rng('default')%随机种子
4. t=0:0.001:10;
5. phi=rand(1,3)\*2\*pi;
6. x(1,:)=5\*cos(t+phi(1));
7. x(2,:)=5\*cos(t+phi(2));
8. x(3,:)=5\*cos(t+phi(3));
9. figure()
10. hold on
11. plot(t,x(1,:),'linewidth',2)
12. plot(t,x(2,:),'linewidth',2)
13. plot(t,x(3,:),'linewidth',2)
14. xlabel('时间')
15. ylabel('幅度')
16. grid on
17. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)

## 仿真结果及分析

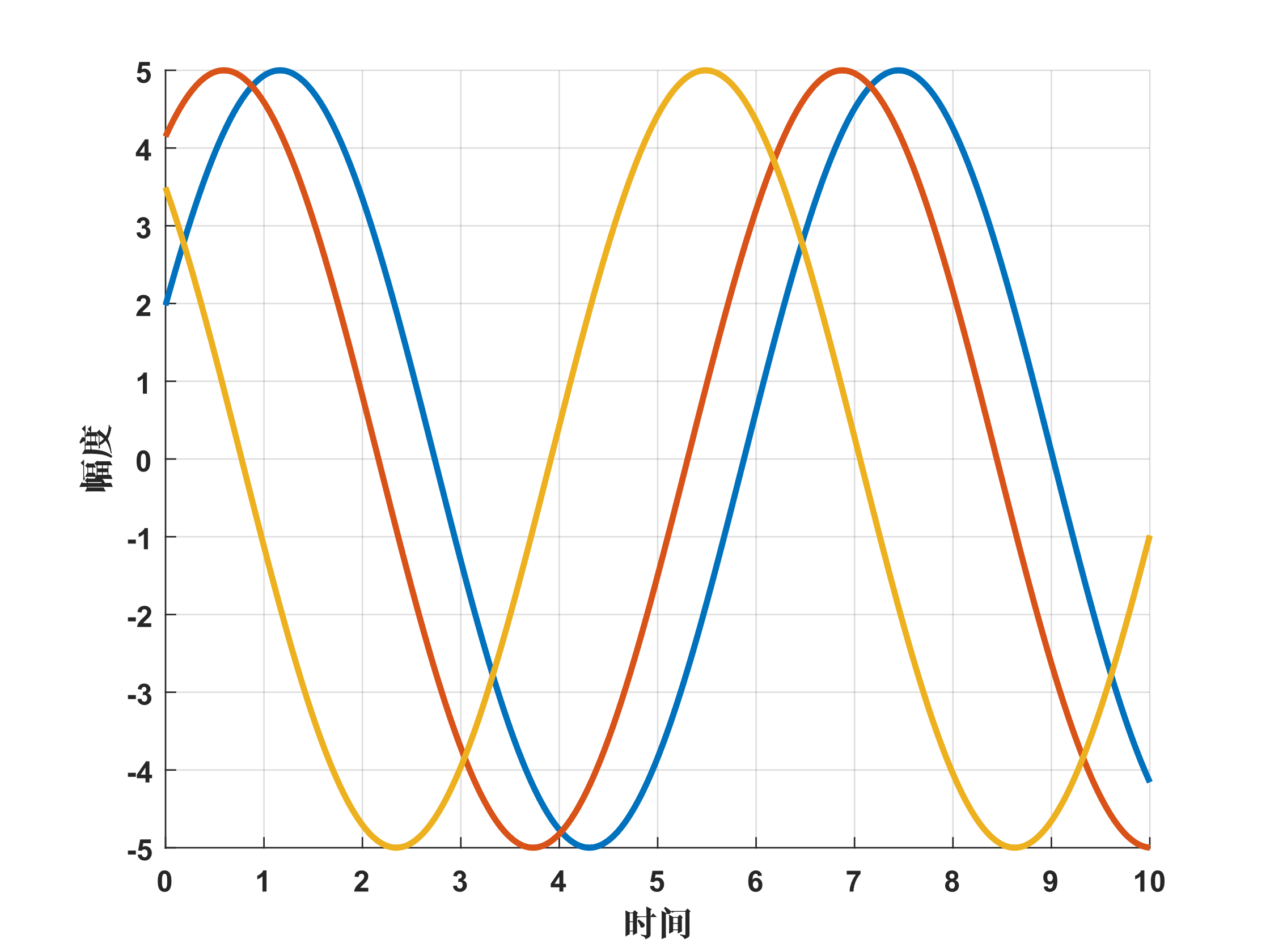


图 1随机初相信号

如图 1所示，产生了初相不同，频率和振幅相同的随机初相信号的3个样本函数，达到了设计要求。

# 设计正弦型信号加高斯白噪声的复合信号

## 原理及代码

### 基本参数的设置

#### 采样点数N=，使后文的离散傅里叶变换能够进行快速傅里叶变换

#### 采样率Fs=10000

#### 信号频率F=100Hz

#### 信号振幅A=5

#### 白噪声增益a=1

### 正弦信号的产生

与上文一样，先生成从，步长为的时间变量，代入



得到正弦型信号。

### 高斯白噪声的产生

使用MATLAB中的randn函数来生成高斯白噪声，噪声长度为2.1.2中的时间变量的长度，再乘以白噪声增益a，最终得到高斯白噪声。

### 信号叠加

将2.1.2生成的正弦型信号及2.1.3产生的高斯白噪声叠加，得到复合信号



### 代码

1. clc,clear
2. close all
3. %% 复合信号
4. N=2^16;%采样点数
5. Fs=10000;%采样率
6. F=100;%信号频率
8. t=0:1/Fs:N/Fs;
9. s=5\*cos(2\*pi\*F\*t);
10. figure()
11. plot(t,s);
12. ylabel('幅度(V)');
13. xlabel('时间(s)');
14. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)
15. axis([-inf inf -6 6])
17. n=1\*randn(size(t));
18. figure()
19. plot(t,n);
20. ylabel('幅度(V)');
21. xlabel('时间(s)');
22. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)
24. x=s+n;
25. figure()
26. plot(t,x);
27. ylabel('幅度(V)');
28. xlabel('时间(s)');
29. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)

## 仿真结果及分析

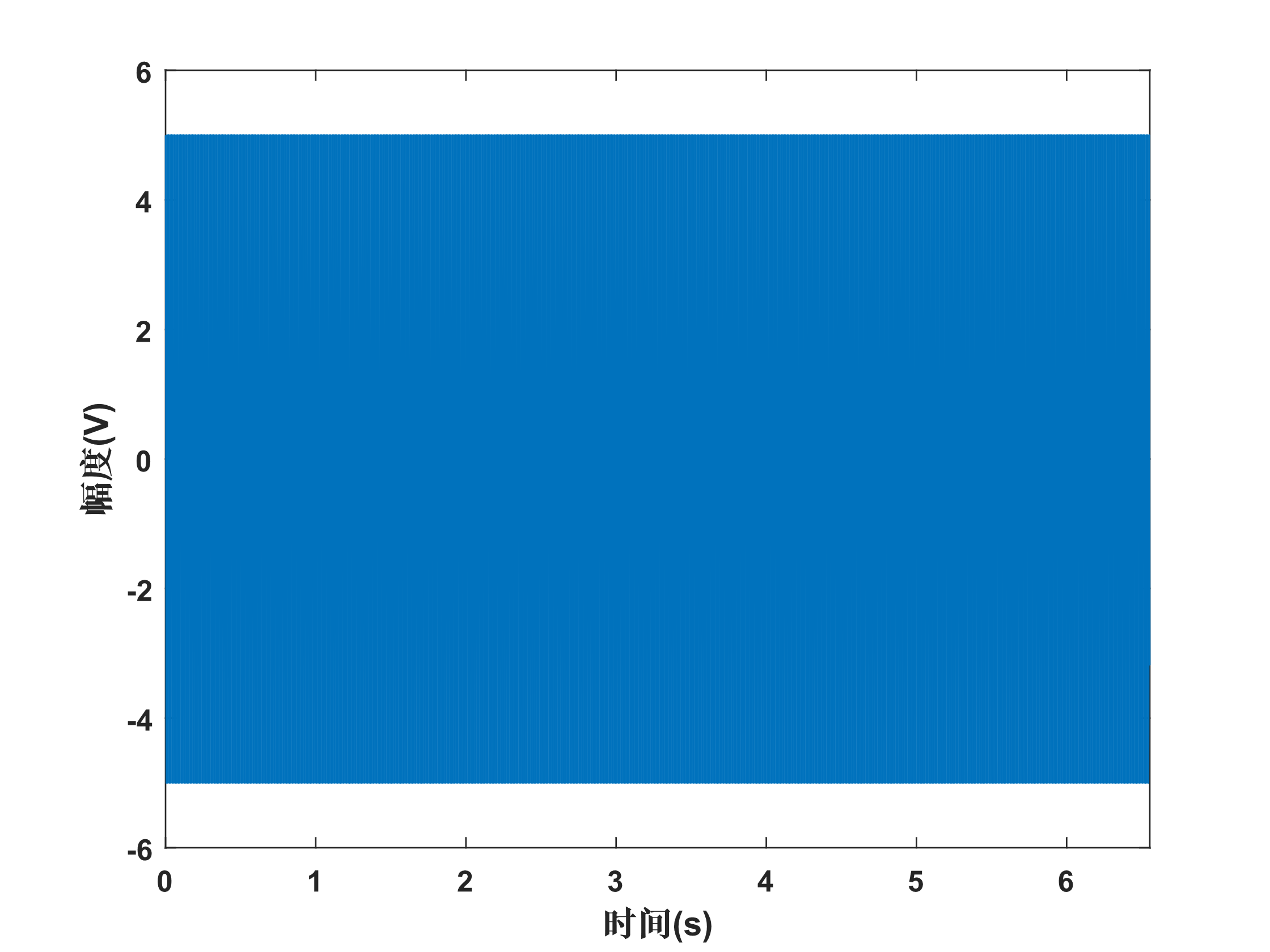


图 2正弦型信号

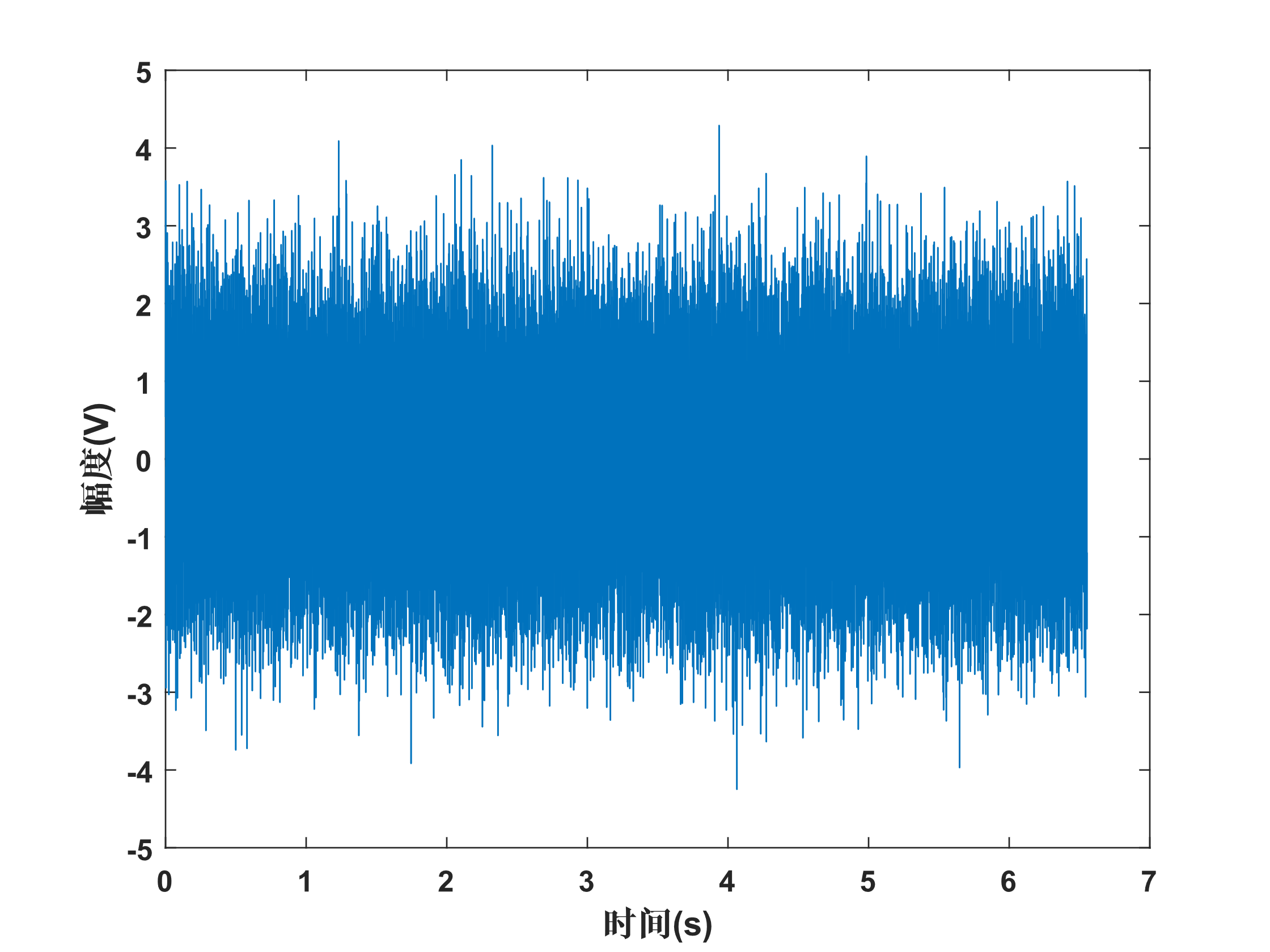


图 3高斯白噪声

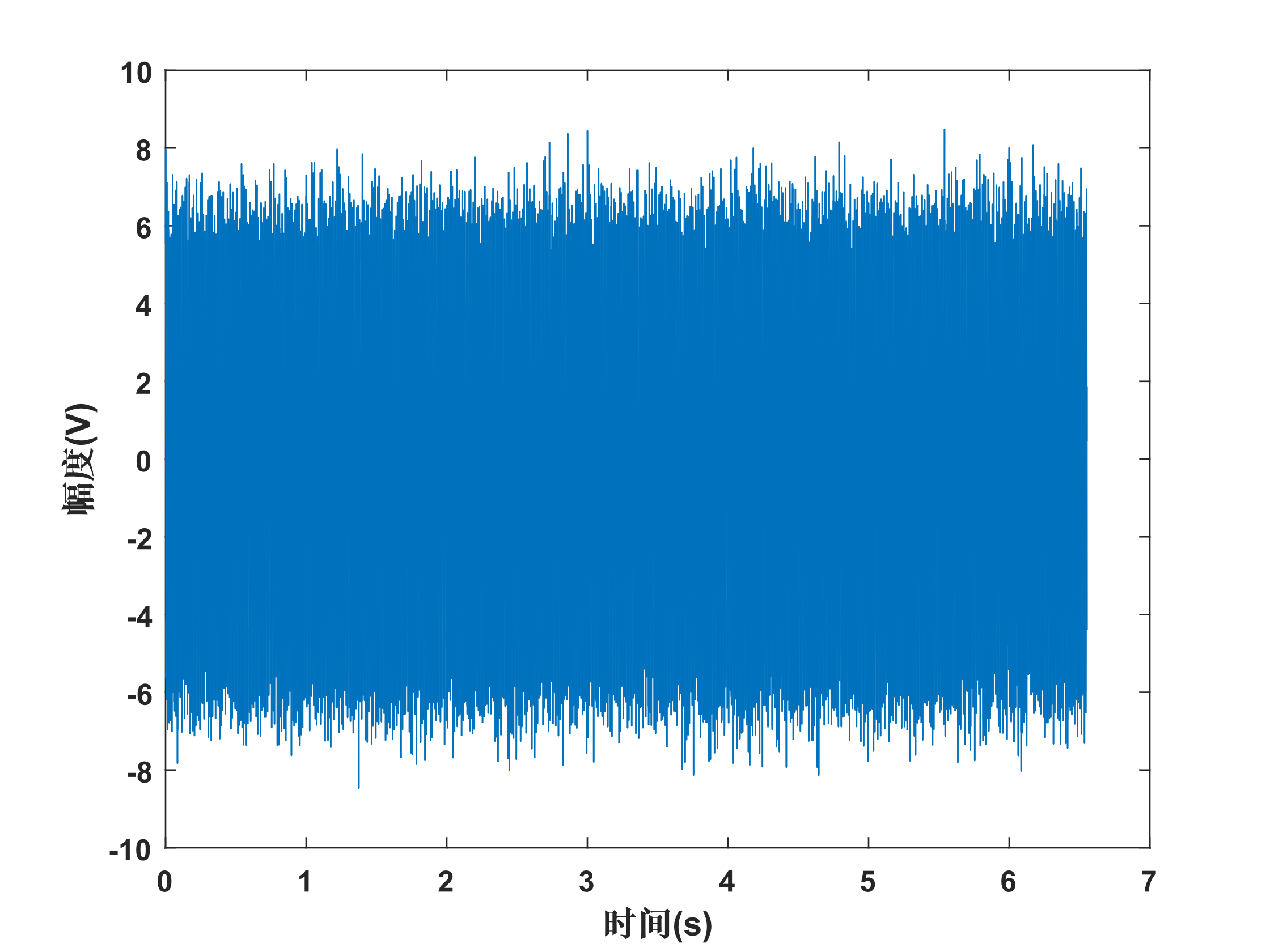


图 4复合信号

使用MATLAB生成的正弦型信号、高斯白噪声及复合信号分别如图 2、图 3和图 4所示，达到了设计要求。

# 分析复合信号的幅度分布特性和功率谱密度

## 原理及代码

### 幅度分布特性

要得到复合信号的幅度分布特性，需要对复合信号进行傅里叶变换，及



再对取绝对值，即可得到复合信号的幅度分布特性。

使用MATLAB中的FFT函数对复合信号进行离散傅里叶变换，返回的DFT点个数为采样点数。

对变换后得到的序列取模即可得到幅值。但作FFT分析时，幅值大小与输入点数有关，要得到真实的幅值大小，只要将变换后的结果除以复合信号的长度（在本文中即采样点数）即可得到的双边谱，再对除直流以外的其他分量乘以2后便可以得到复合信号的单边幅度分布特性。

接下来要得到幅度分布特性每一点对应的频率，只要生成从间隔为1的序列，再乘以采用频率在除以复合信号的长度即可。

### 功率谱密度

根据维纳—辛钦定理可以知道任意一个均值为常数的广义平稳随机过程的功率谱密度是其自相关函数的傅立叶变换。因为复合信号为广义平稳随机过程，所以适用维纳—辛钦定理。那么复合信号功率谱密度的计算可以通过先求出复合信号的自相关函数



之后再对进行傅里叶变换得到。

使用MATLAB中的xcorr函数得到复合信号的自相关函数，之后与3.1.1类似，得到功率谱密度。

### 代码

1. %幅频特性
2. FFTx=fft(x,N);              %离散傅里叶变换
3. A=abs(FFTx)/L;              %转化为幅度
4. A(2:end)=A(2:end)\*2;        %单侧频谱非直流分量要乘2
5. A=A(1:L/2+1);
6. fx=(0:(L/2))\*Fs/N;          %不同点对应的幅值,最多一半，因为奈奎斯特采样定理
7. figure()
8. plot(fx(1:Fs/8),A(1:Fs/8),'linewidth',2)
9. ylabel('幅度(V)');
10. xlabel('频率(Hz)');
11. axis([-inf inf 0 5])
12. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)
14. %自相关函数
15. [Rx,lags]=xcorr(x,'biased');
16. % [Rx,lags]=xcorr(x,'coeff');
17. %功率谱密度
18. Gx=abs(fft(Rx,size(Rx,2))/length(Rx));
19. Gx=Gx(1:length(Rx)/2+1);
20. Gx=[Gx(end:-1:1),Gx];
21. fGx=(0:(length(Rx)/2))\*Fs/length(Rx);
22. fGx=[-fGx(end:-1:1),fGx];
23. bound=[(length(Gx)-1)/2-2000,(length(Gx)-1)/2+2000];
24. figure()
25. plot(fGx(bound(1):bound(2)),Gx(bound(1):bound(2)),'linewidth',2)
26. axis([-150 150 0 4])
27. xlabel("频率(Hz)")
28. ylabel("PSD(W/Hz)")
29. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)

## 仿真结果及分析

仿真结果如图 5和图 6所示

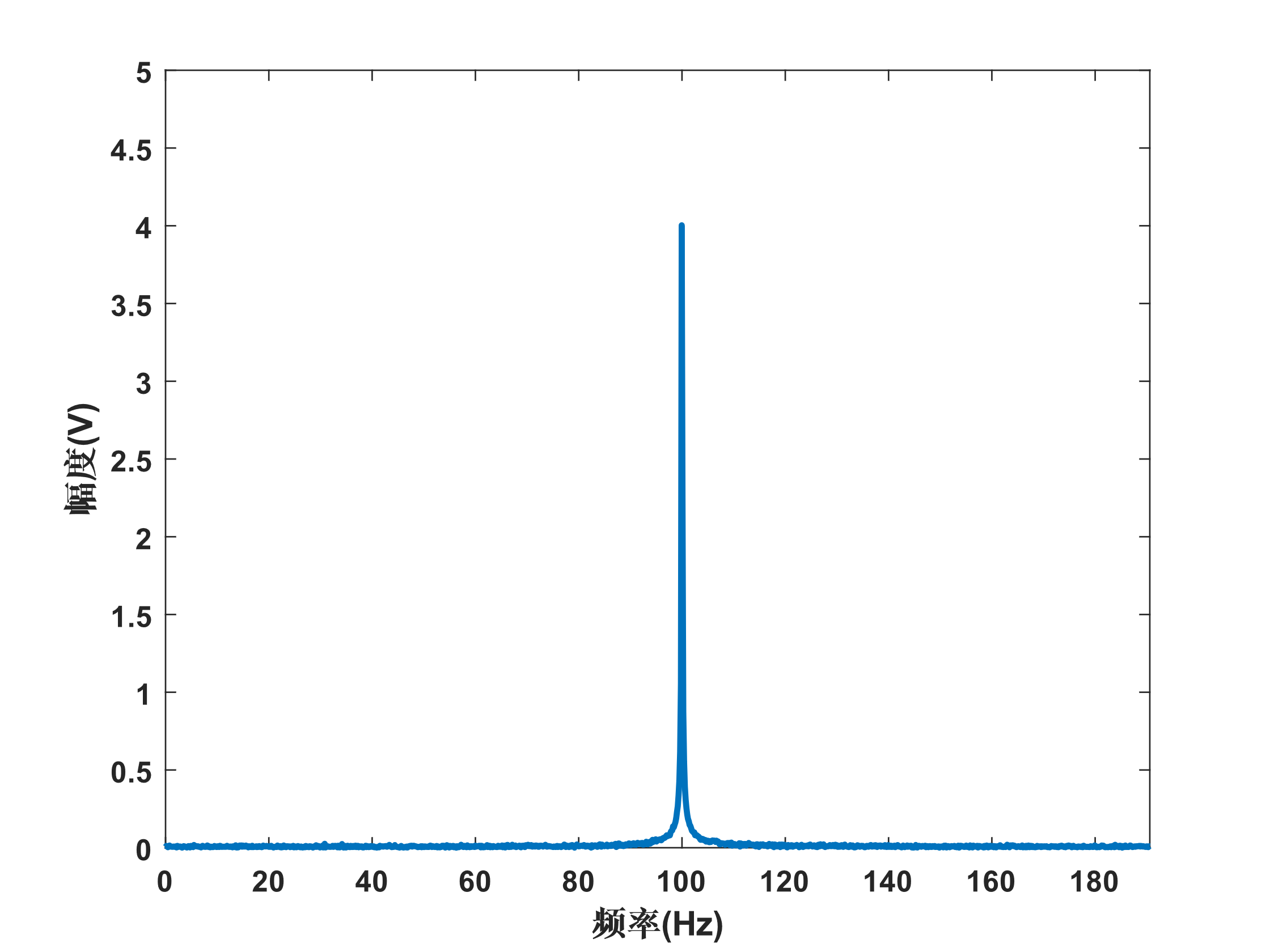


图 5复合信号幅度分布特性

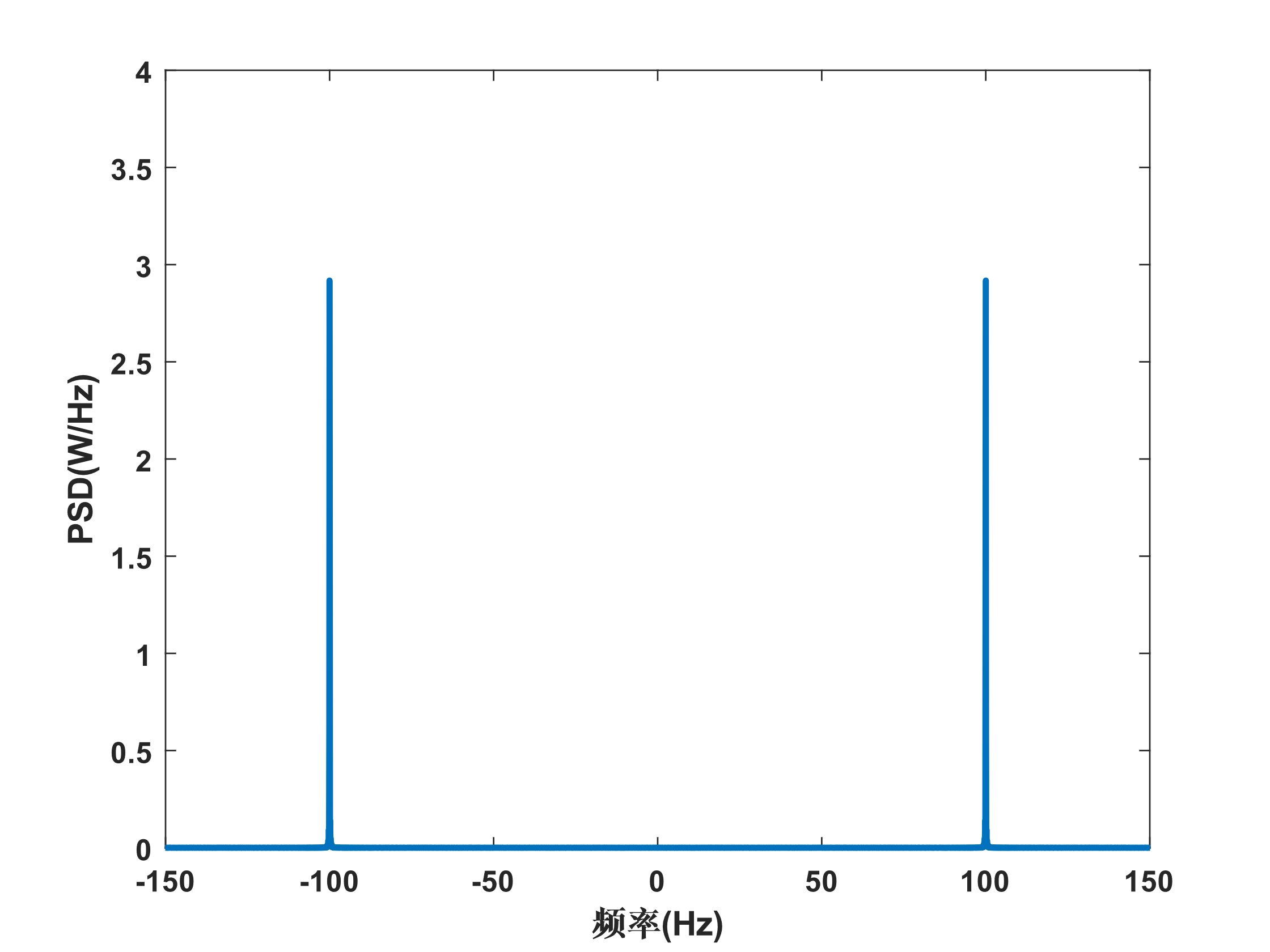


图 6复合信号功率谱密度

通过仿真，我们可以发现，信号的振幅和功率谱只有在100Hz附近有较大分量，其他地方只有较小波动。

# 复合信号通过RC积分电路

## 原理及代码

RC积分电路的冲激响应为



其中，对进行傅里叶变换得到传输函数为



### 幅度分布特性

复合信号同过RC积分电路，输出信号为



对其两边进行傅里叶变换得到



则输出信号的幅频特性为



其中



即



### 功率谱密度

由于复合信号平稳，所以采用频率法来计算功率谱密度。根据公式



即可得到复合信号通过RC积分电路后的功率谱密度为



### 代码

1. R=1;
2. C=1;
3. a=1/(R\*C);
4. %幅频特性
5. H1\_abs=a./sqrt(a^2+fx.^2);
6. A1=A.\*H1\_abs;
7. figure()
8. subplot(2,1,1)
9. plot(fx(1:Fs/8),A1(1:Fs/8),'linewidth',2)
10. ylabel('幅度(V)');
11. xlabel('频率(Hz)');
12. title('通过RC积分电路后的幅频特性');
13. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)
15. %功率谱密度
16. H1\_2=1./(1+(fGx/a).^2);
17. Gy1=Gx.\*H1\_2;
18. % figure()
19. subplot(2,1,2)
20. plot(fGx(bound(1):bound(2)),Gy1(bound(1):bound(2)),'linewidth',2)
21. xlabel('频率(Hz)');
22. ylabel("PSD(W/Hz)")
23. title('通过RC积分电路后的功率谱密度');
24. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)
25. axis([-150 150 0 0.0004])

## 仿真结果及分析

### 参数设置R=C=1

设置电容容值和和电阻阻值为1，得到输出信号的幅度分布特性和功率谱密度如图 7所示

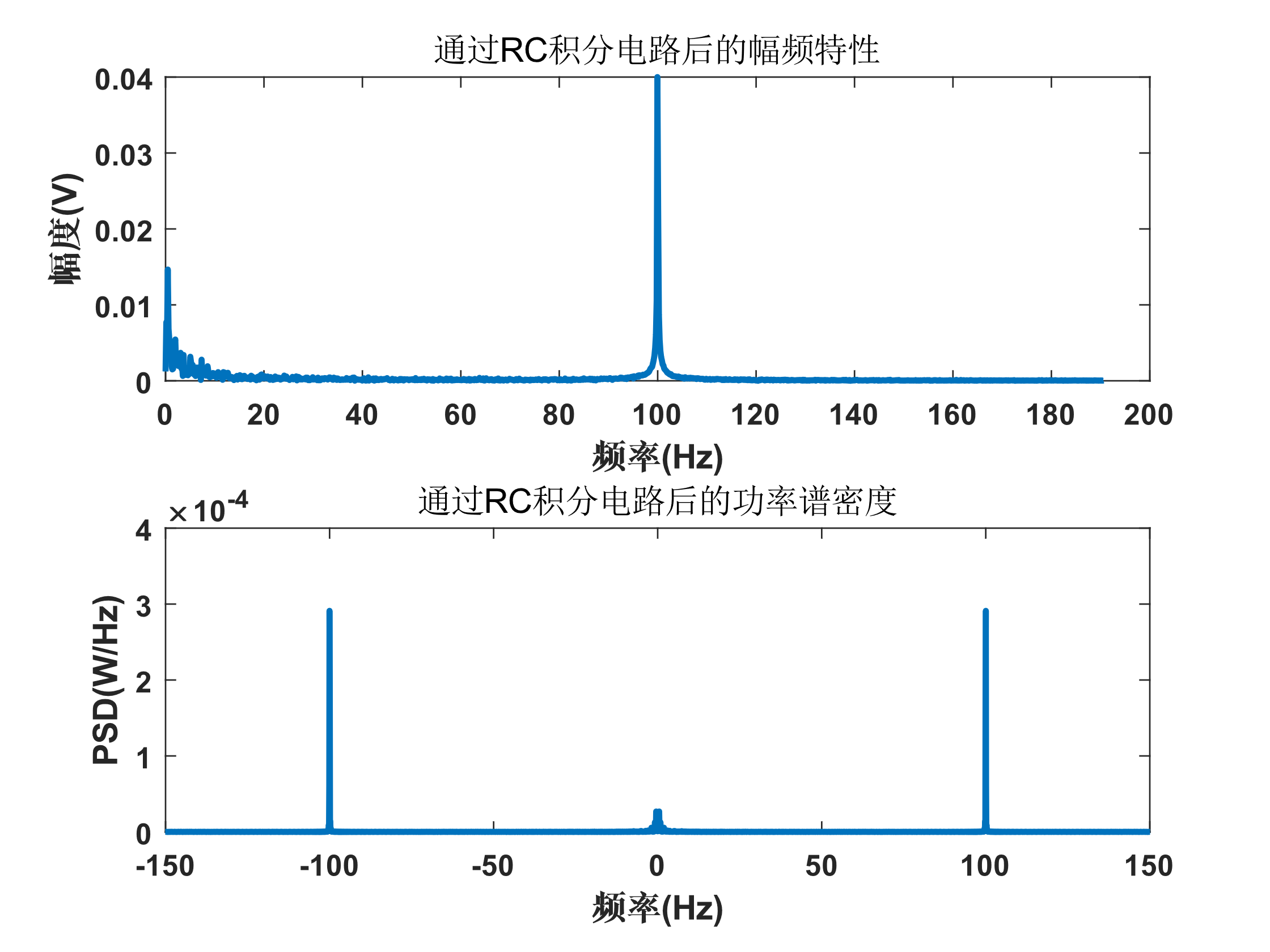


图 7R=C=1

### 参数设置R=C=2

增大电容容值和和电阻阻值，设置电容容值和和电阻阻值为2，得到输出信号的幅度分布特性和功率谱密度如图 8所示

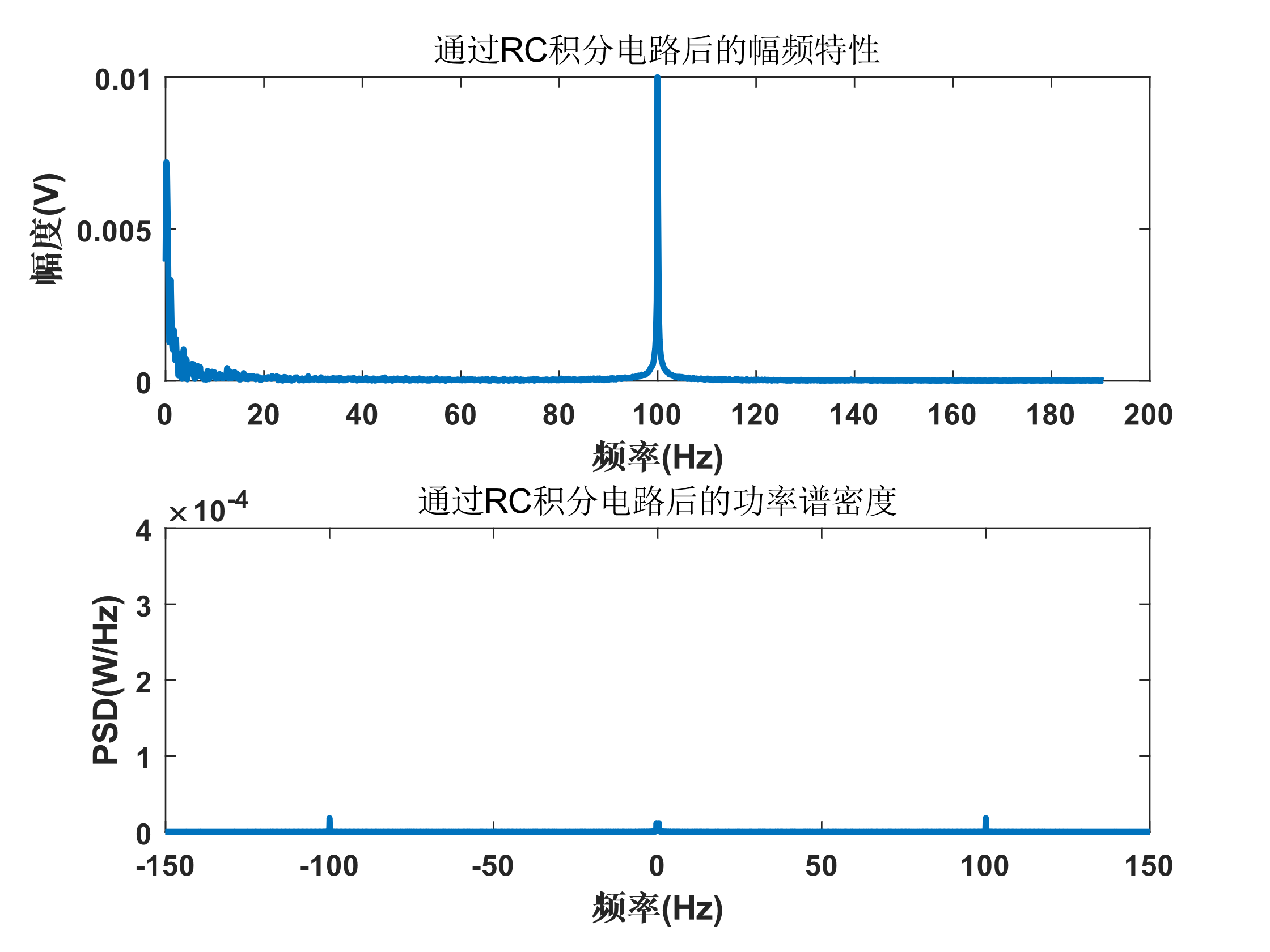


图 8R=C=2

### 分析

通过仿真，我们可以看到，复合信号通过RC积分电路后，低频的噪声被放大，幅频特性的低频分量变大，在功率谱密度在0Hz处出现了一些能量。

增大的值后，幅频特性在100Hz处的振幅变小，功率谱密度在100Hz处的功率谱密度也变得更小，接近0。

# 复合信号通过理想低通系统

理想低通系统的幅频特性为



其中为截止角频率，为滤波器增益。

## 原理及代码

### 幅度分布特性

与4.1.1类似，得到复合信号通过理想低通系统的幅度分布特性为



### 功率谱密度

与4.1.2类似，得到复合信号通过理想低通系统的功率谱密度为



### 代码

1. Fc=150;  %截止频率
2. K0=1;
3. H2=fx;
4. H2(H2<=Fc)=1;
5. H2(H2>Fc)=0;
6. H2=H2\*K0;
7. %%幅频特性
8. H2\_abs=H2;
9. A2=A.\*H2\_abs;
10. figure()
11. % subplot(2,1,1)
12. plot(fx(1:Fs/8),A2(1:Fs/8));
13. ylabel('幅度(V)');
14. xlabel('频率(Hz)');
15. title('通过理想低通滤波器后的幅频特性');
16. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)
18. %功率谱密度
19. H2=fGx;
20. H2(abs(H2)<=Fc)=1;
21. H2(abs(H2)>Fc)=0;
22. H2=H2\*K0;
23. H2\_2=H2.^2;
24. Gy2=Gx.\*H2\_2;
25. % subplot(2,1,2)
26. figure()
27. plot(fGx(bound(1):bound(2)),Gy2(bound(1):bound(2)),'linewidth',2)
28. xlabel('频率(Hz)');
29. ylabel("PSD(W/Hz)")
30. title('通过理想低通滤波器后的功率谱密度');
31. set(gca,'FontWeight','bold','FontSize',10)
32. axis([-150 150 0 4])

## 仿真结果及分析

### 截止频率小于信号频率

设置截止频率为50Hz，得到输出信号的幅度分布特性和功率谱密度如图 9所示

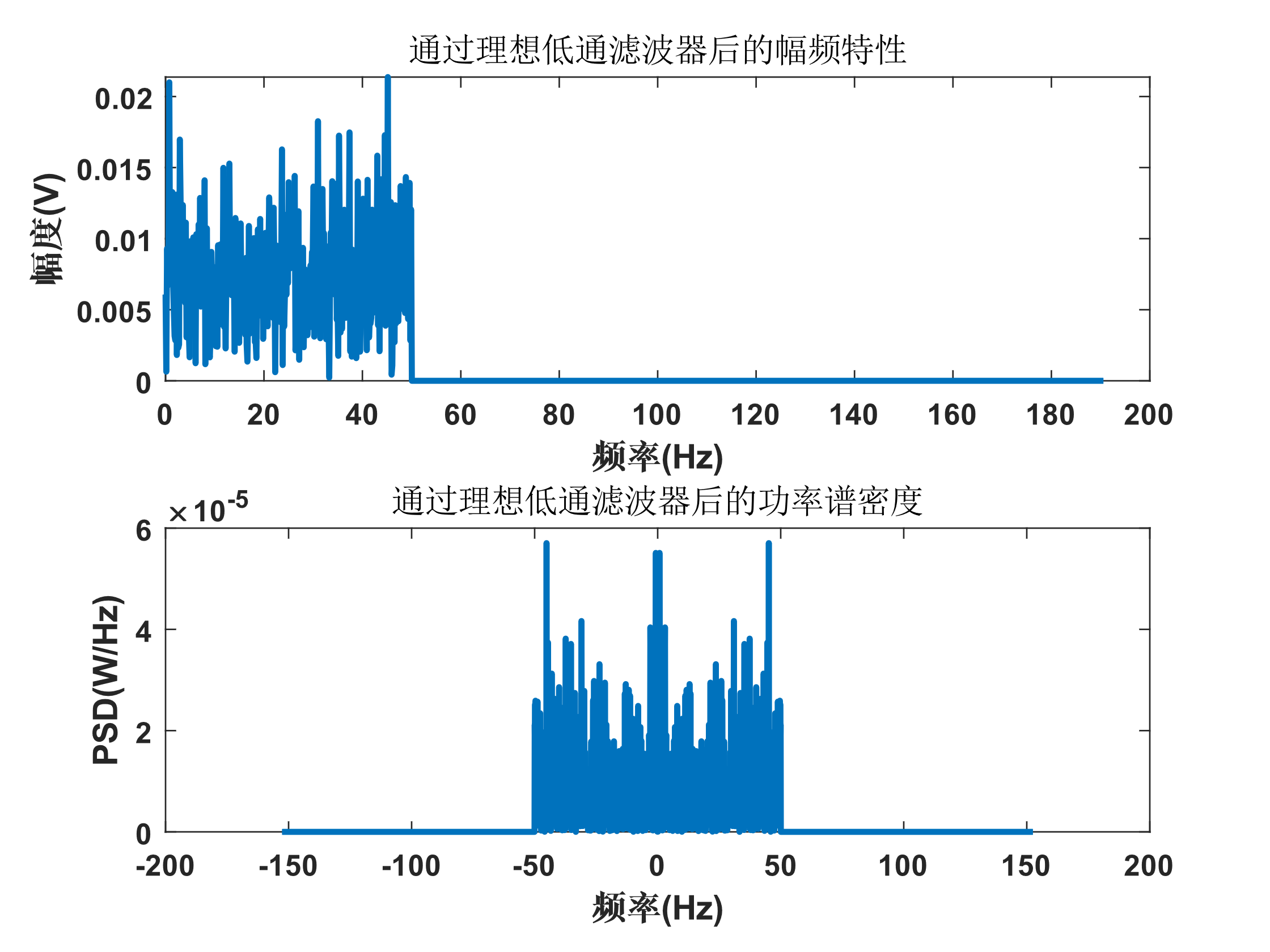


图 9截止频率50Hz

### 截止频率大于信号频率

设置截止频率为150Hz，得到输出信号的幅度分布特性和功率谱密度如图 10所示

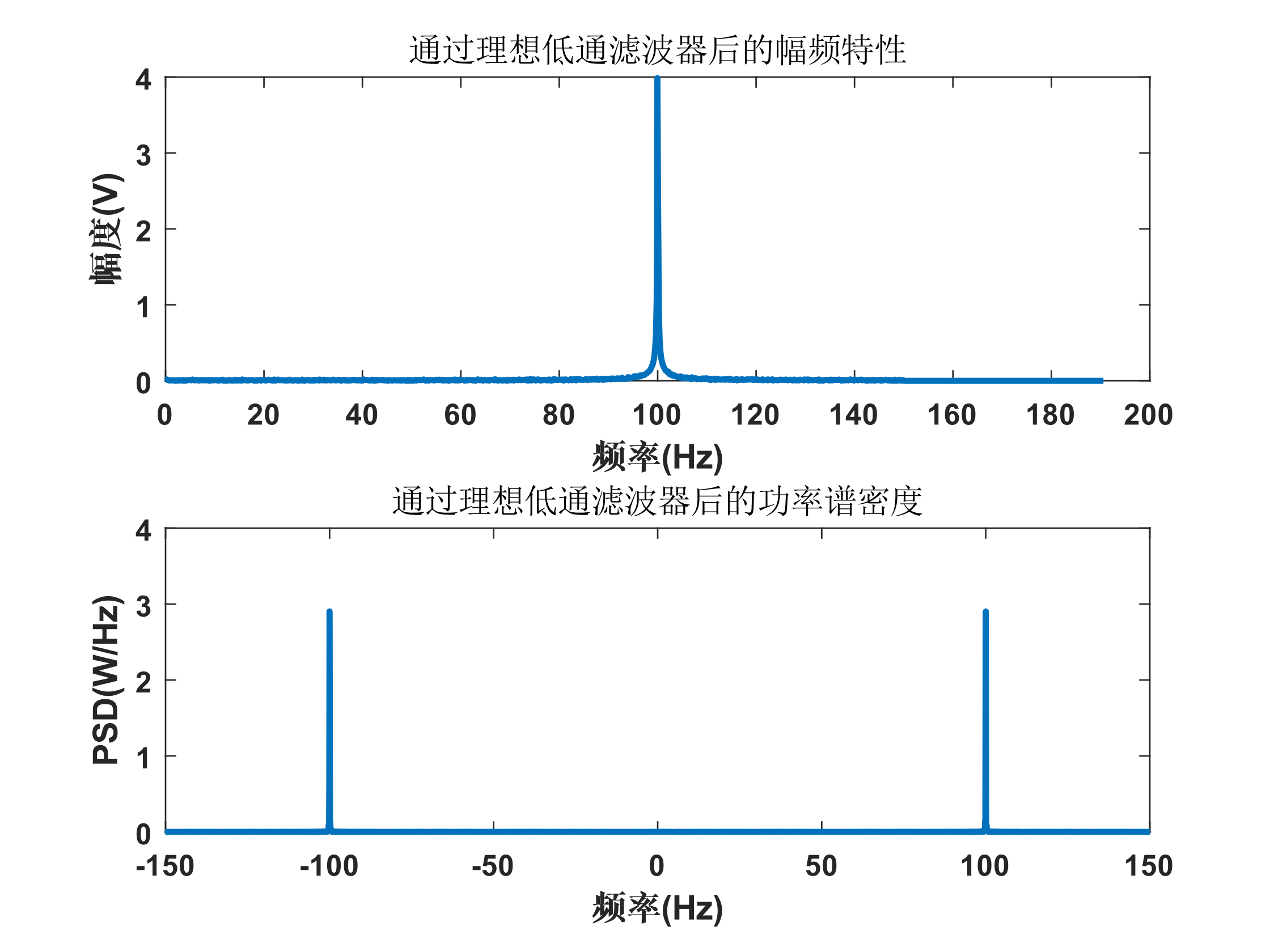


图 10截止频率150Hz

### 分析

通过仿真，我们可以发现，当理想低通系统的截止频率低于正弦型信号的频率时，输出信号的振幅分布特性和功率谱密度都只有微弱的低频分量。当理想低通系统的截止频率高于正弦型信号的频率时，输出信号的振幅分布特性和功率谱密度在正弦型信号频率100Hz处有较大分量。

# 总结

通过这次作业，我对复合信号及其分别通过RC积分电路和理想低通系统后的幅度分布特性和功率谱密度有了更加深刻直观的理解。并且对MATLAB中的fft傅里叶变换函数有了更加深刻的理解。