



Figure 1: UMSA

DESAFIO, MAT-117

Darío Choque L.

12 de April 2024

1 DESAFIO

1.1 Medida

- Por *espacio medible* entendemos un par ordenado (Ω, B) que consta de un conjunto Ω y un σ -álgebra B de subconjuntos de Ω . Un conjunto A de Ω se llama *medible* si $A \in B$.
- Una *medida* μ en un espacio medible (Ω, B) es una función $\mu: B \rightarrow [0, \infty]$ que satisface:

$$\mu(\emptyset) = 0$$

$$\mu\left(\bigcup_i E_i\right) = \sum_i \mu(E_i)$$

para cualquier sucesión E_i de conjuntos medibles disjuntos, es decir $E_i \cap E_j = \emptyset, E_i \in B, i \neq j$.

- (Ω, B, μ) se llama *espacio de medida*.

2 DESAFIO

Teorema 1 *Las siguientes afirmaciones son equivalentes para un grupo G .*

- | | |
|--------------------|-------------------------------------|
| 1. $P(G) = 1$ | 4. $G' = 1$ |
| 2. G es abeliano | 5. $C_G(a) = G$ para todo $a \in G$ |
| 3. $Z(G) = G$ | 6. $G/G' \cong G$. |

Demostración. Si $P(G) = 1$, entonces $|L(G)| = |G|^2$. Luego $L(G) = G^2$, y esto significa $xy = yx$ para todo $x, y \in G$. Así G es un grupoabeliano. Es inmediatoobservar que el razonamiento inverso tambien es cierto, lo que prueba que 1, es equivalente a 2.

■

Segun este resultado, para tener grados de conmutatividad diferentes de 1 debemos analizar grupos no abelianos.