Analyse

Cours complet

Ivan Canet · 8 févr. 2018 (8 févr. 2018)

Ce document a pour intention de résumer toutes les notions, formules et méthodes de résolution vues au cours de ce chapitre.

Table des matières

I. Rappels

1. Valeur absolue

1.1. Propriétés

La valeur absolue d'un réel quelconque x est définie comme le maximum entre x et $-x$.

$$|x| = \mathrm{Max}(x, -x)$$

On peut aussi définir la valeur absolue comme la distance entre deux points :

$$|x-y| = \sqrt{x^2+y^2}$$

On retrouve ensuite les propriétés suivantes :

$$\forall\, x, y, a \in \mathbb{R} - \forall\, z \geq 0$$

$$|0| = 0$$

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

$$x \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$x < a \Rightarrow -a < x < a$$

$$|x+y| \leq |x| + |y|$$

$$|x+y| \leq z \Rightarrow y-z \leq x \leq y+z$$

$$|x+y| < z \Rightarrow y-z < x < y+z$$

$$|x| \geq |y| \Rightarrow x^2 \geq y^2$$

$$|x| = |y| \Rightarrow x^2 = y^2$$

1.2. Résolution

Égalité

On souhaite résoudre l'équation $|x-3| = |x+5|$. Il existe trois méthodes ;

- **Propriété de la distance : $|x-y|$**
  L'équation à résoudre est donc : « la distance entre x et 3 est égale à la distance entre x et -5 » – on en déduit que x est le milieu entre 3 et -5 ; donc $x = \frac{-5+3}{2} = -1$.
- **Propriété du carré : $|x| = |y| \Rightarrow x^2 = y^2$**
  On transforme la valeur absolue en carré puis on résout l'équation.
- **Propriété du signe : $|0| = 0$**
  On remarque que les valeurs absolues changent de signe quand $x = 3$ et $x = -5$; on analyse l'équation sur les intervalles $]-\infty, -5]$, $[-5, 3]$ et $[3, +\infty[$.

Inégalité

On souhaite résoudre l'inéquation $|x-3| \geq |x+5|$.

- **Propriété de la distance : $|x-y|$**
  L'inéquation se traduit par « la distance entre x et 3 est supérieure à la distance entre x et -5 », ce qui signifie que x est sur la demi-droite $[-1, -5]$ donc que $x \leq -1$.

2. Logarithme et fonction exponentielle

2.1. Propriétés

On note la fonction exponentielle e^x et la fonction logarithme népérien $\ln(x)$.

Domaines et limites

Domaines :

$$e^x : \mathbb{R} \to]0, +\infty[- \ln(x) :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$$

Limites :

	$-\infty$	0	$+\infty$
e^x	0	1	$+\infty$
$\ln(x)$		$-\infty$	$+\infty$

Priorité des limites en $+\infty$:

$$\ln(x) \geq x^y \geq e^x$$

Valeurs remarquables

$\forall\, x, y, a \in \mathbb{R} - \forall\, z \geq 0$

$e^0 = 1$	$\ln(1) = 0$
$(e^x)' = e^x$	$\ln(x)' = \frac{1}{x}$
$e^{x+y} = e^x \cdot e^y$	$\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x)$
$(e^x)^a = e^{ax}$	$\ln(x^a) = a\ln(x)$
$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$	$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
$e^{\ln(a)} = \ln(e^a) = a$	$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$
$x^z = e^{z\ln(x)}$	

2.2. Résolution

II. ANNEXES

1. Bibliographie

2. Index lexical