

ESERCIZI SULLE DERIVATE

Calcolare la derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{2x}{1-x^2} \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x} \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{\cos x}{2x^2+3} \quad (3)$$

$$f(x) = 3x^4 + 5x + x^{3/2} - 2x^{-3} \quad (4)$$

$$f(x) = e^{-3x}(x^2 + 2x - 1) \quad (5)$$

$$f(x) = x \ln x \quad (6)$$

$$f(x) = e^{2x}(2 \sin 3x - 4 \cos 3x) \quad (7)$$

$$f(x) = \cos 2x - \sin x \quad (8)$$

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} \quad (9)$$

$$f(x) = x\sqrt{1+x^2} \quad (10)$$

$$f(x) = \cot x = \frac{1}{\tan x} \quad (11)$$

$$f(x) = (\sin x)^3 \quad (12)$$

$$f(x) = \exp\left(\frac{x+2}{x-3}\right) \quad (13)$$

$$f(x) = e^{\sqrt{x}} \quad (14)$$

$$f(x) = \frac{x^3-1}{x^2+5} \quad (15)$$

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $y = f(x)$ nel punto $(x_o, f(x_o))$

$$f(x) = \sin x, \quad x_o = \frac{\pi}{3} \quad (16)$$

$$f(x) = 3x^2 + 2x + 1, \quad x_o = 2 \quad (17)$$

$$f(x) = \ln x, \quad x_o = 1 \quad (18)$$

$$f(x) = a^x, \quad x_o = 2 \quad (19)$$

$$f(x) = \cos(\ln x) \quad x_o = e^{\frac{\pi}{2}} \quad (20)$$

$$f(x) = e^{x^2}, \quad x_o = \ln 2 \quad (21)$$

Risolvere i seguenti quesiti

1. Un parallelepipedo di base $1m \times 2m$ e altezza $5m$ è pieno d'acqua. Da un rubinetto posto in prossimità del fondo vengono prelevati 20 litri al minuto. Con quale velocità l'altezza dell'acqua decresce?
2. Qual'è il tasso di variazione del volume di una sfera rispetto al suo raggio. E rispetto all'area? [Sugg. Il volume di una sfera è $V(R) = \frac{4}{3}\pi R^3$, mentre l'area della superficie è $A(R) = 4\pi R^2$, dove R è il raggio della sfera].
3. Sia data la funzione $f(x) = x + \sin x$. Determinare tutti i punti x in cui il grafico della retta tangente abbia coefficiente angolare nullo.
4. Dimostrare che la retta $y = -x$ è tangente al grafico della funzione $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$. Determinare i punti di tangenza. La tangente interseca la curva in qualche altro punto?
5. Sia $f(x) = (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})$ con $x > 0$. Trovare $f'(x)$, $f''(x)$ e $f'''(x)$.
6. Determinare i coefficienti del polinomio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sapendo che $P(0) = P(1) = -2$ e che $P'(0) = -1$, $P''(0) = 10$.
7. Ogni lato di un cubo si allunga alla velocità costante di 1 cm al secondo. A che velocità aumenta il volume del cubo quando la lunghezza di ciascun lato è a) 5 cm , b) 10 cm ?
8. Due automobili iniziano a muoversi dallo stesso punto. Una procede verso nord con velocità 60 km/h , l'altra verso est alla velocità di 25 km/h . A che velocità cresce la loro distanza dopo due ore? Quanto sono distanti dopo tre ore?

9. Una nave si muove parallelamente a una costa rettilinea alla velocità costante di 12 nodi (miglia marine orarie) a una distanza di 4 miglia dalla costa. A che velocità si avvicina a un faro sulla costa nel momento in cui si trova esattamente a 5 miglia di distanza da questo?
10. Un serbatoio d'acqua ha la forma di un cono circolare retto con vertice rivolto verso il basso. La sua altezza è di 10 m, mentre il raggio di base è di 15 m. L'acqua esce dal fondo alla velocità costante di $1 \text{ m}^3/\text{s}$. Altra acqua viene immessa nel serbatoio alla velocità costante $c \text{ m}^3/\text{s}$. Calcolare c in modo che il livello dell'acqua salga alla velocità di 4 metri al secondo nel momento in cui l'acqua nel serbatoio è profonda 2 metri.
11. Una particella si muove lungo la curva $y = x^2$. In che punto della curva l'ascissa e la l'ordinata variano alla stessa velocità?

Per le seguenti funzioni determinare i punti stazionari e studiare il segno di $f'(x)$, in modo da stabilire la natura di tali punti.

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 \quad (22)$$

$$f(x) = x^3 - 4x \quad (23)$$

$$f(x) = (x - 1)^2(x + 2) \quad (24)$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5 \quad (25)$$

$$f(x) = 2 + (x - 1)^4 \quad (26)$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad (27)$$

$$f(x) = x + \frac{1}{x^2} \quad (28)$$

$$f(x) = \frac{1}{(x - 1)(x + 3)} \quad (29)$$

$$f(x) = \frac{x}{1 + x^2} \quad (30)$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} \quad (31)$$

$$f(x) = \sin^2 x \quad (32)$$

$$f(x) = x - \sin x \quad (33)$$

$$f(x) = x + \cos x \quad (34)$$

$$f(x) = \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{12}\cos 2x \quad (35)$$