

# Centrális Határeloszlás-tétel (CHT)

Matematikai Statisztika

---

Czibik Lóránt Patrik

2025. február 19.

Miskolci Egyetem

# Bevezetés

---

## A Centrális Határeloszlás-tétel lényege:

- Nagyméretű minták átlaga közelít a normális eloszláshoz.
- Fontos a statisztikában és a valószínűségszámításban.
- Gyakorlati alkalmazások a különböző tudományterületeken.

# Matematikai alapok

---

# A Centrális Határeloszlás-tétel definíciója

**Definíció:** Legyenek  $X_1, X_2, \dots, X_n$  független, azonos eloszlású valószínűségi változók, melyek várható értéke  $\mu$  és szórása  $\sigma$ . Ekkor a megfelelően normált összeg:

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \quad (1)$$

$n \rightarrow \infty$  esetén standard normális eloszlást követ:  $Z_n \sim N(0, 1)$ .

# Alkalmazások

---

- **Statisztikai következtetés:** A CHT alapvető szerepet játszik a mintavételi eloszlások és a hipotézisvizsgálatok területén.
- **Minőségellenőrzés:** Segítségével meghatározhatók a gyártási folyamatok során előforduló variabilitások.
- **Pénzügy:** A részvényhozamok és egyéb pénzügyi mutatók eloszlásának modellezésében is alkalmazzák.

# R nyelv és használt csomagok

---



Az R egy nyílt forráskódú nyelv statisztikai számításokhoz és adatelemzéshez.

## Miért használtam

- Erőteljes statisztikai és grafikai funkciók
- Könnyen bővíthető csomagokkal
- Korábbi tapasztalat

A ggplot2 csomag a grafikonok készítésére szolgál, pl. hisztogramok és sűrűségfüggvények.

## Miért használtam

- Segít a mintaátlagok és normális eloszlás ábrázolásában
- Testreszabható ábrák, pl. színek, jelmagyarázatok

A dplyr csomag az adatok manipulálására (pl. `data.frame`) szolgál.

## Miért használtam

- Megkönnyíti a data frame kezelését és feldolgozását, ami szükséges a bővíthetőséghez
- Hasznos funkciók: szűrés (`filter`), rendezés (`arrange`), stb.

# Szimuláció R-ben

---

# A szimulációk felépítése

- Véletlen számok generálása különböző eloszlásokból.
- Mintavételezés és átlagok kiszámítása.
- Mintaátlagok ábrázolása hisztogram formájában.
- Empirikus sűrűség és normális eloszlás ábrázolása összehasonlításképpen.

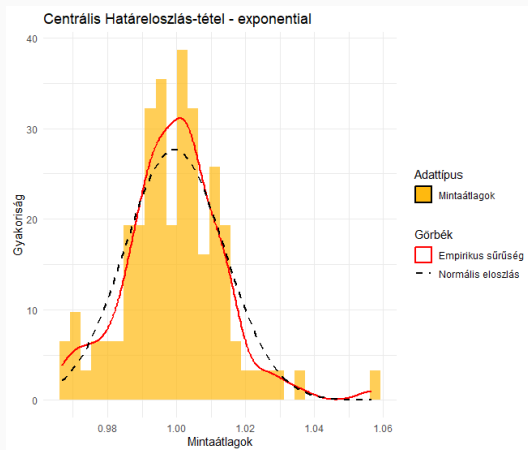
## Megjegyzés

Az alábbi 3 példa bele van hardcode-olva a programba, viszont bővíthető ha a `simulations` listához hozzáadunk elemeket.

# Szimulációs példa 1 | Exponenciális eloszlás

**Példa:** Szimuláljuk a CHT-t exponenciális eloszlású adatokkal.

- Generáljunk **5000** mintát exponenciális eloszlásból ( $\lambda = 1$ ).
- Minden minta **100** elemű.
- Számítsuk ki minden minta átlagát, eloszlásait ábrázoljuk hisztogramon.
- Ábrázoljuk az empirikus sűrűséget és a normális eloszlást.

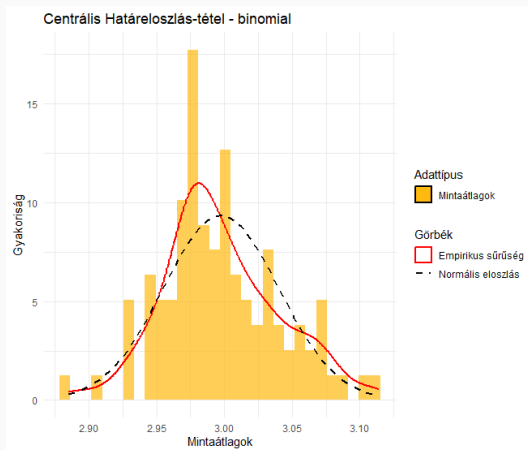


**ábra 1:** A CHT exponenciális eloszlással szemléltetve

## Szimulációs példa 2 | Binomiális eloszlás

**Példa:** Szimuláljuk a CHT-t binomiális eloszlású adatokkal.

- Generáljunk **1000** mintát binomiális eloszlásból ( $n = 10, p = 0.3$ ).
- Minden minta **100** elemű.
- Számítsuk ki minden minta átlagát, eloszlásait ábrázoljuk hisztogramon.
- Ábrázoljuk az empirikus sűrűséget és a normális eloszlást.

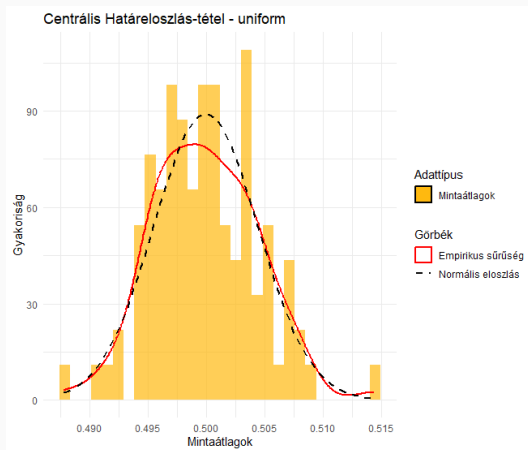


**ábra 2:** A CHT binomiális eloszlással szemléltetve

## Szimulációs példa 3 | Egyenletes eloszlás

**Példa:** Szimuláljuk a CHT-t egyenletes eloszlású adatokkal.

- Generáljunk **5000** mintát egyenletes eloszlásból ( $[0, 1]$ ).
- Minden minta **100** elemű.
- Számítsuk ki minden minta átlagát, eloszlásait ábrázoljuk hisztogramon.
- Ábrázoljuk az empirikus sűrűséget és a normális eloszlást.



**ábra 3:** A CHT egyenletes eloszlással szemléltetve



Köszönöm a figyelmet!

---