

# Centrális Határeloszlás-tétel (CHT)

Matematikai Statisztika

---

Czibik Lóránt Patrik

2025. február 23.

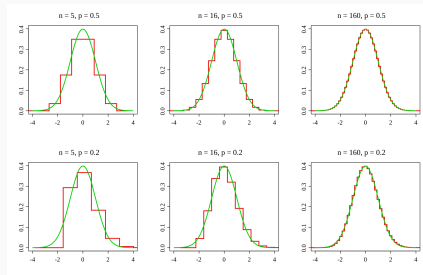
Miskolci Egyetem

# Bevezetés

---

## A Centrális Határeloszlás-tétel lényege:

- Nagyméretű minták átlaga közelít a normális eloszláshoz.
- Fontos a statisztikában és a valószínűségszámításban.
- Gyakorlati alkalmazások a különböző tudományterületeken.



**ábra 1:** A normális eloszlás közelítése binomiális eloszlásokkal

# Matematikai alapok

---

# A Centrális Határeloszlás-tétel definíciója

**Definíció:** Legyenek  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  független, azonos eloszlású valószínűségi változók, melyek várható értéke  $\mu$  és szórása  $\sigma$ . Ekkor a megfelelően normált összeg:

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \quad (1)$$

$n \rightarrow \infty$  esetén standard normális eloszlást követ:  $Z_n \sim N(0, 1)$ .

# Alkalmazások és példák

---

- **Statisztikai elemzés:** Segít megérteni, hogyan viselkednek az átlagok nagyobb minták esetén, például közvélemény-kutatásokban.
- **Minőségellenőrzés:** Gyárakban segít ellenőrizni, hogy a termékek mérete és minősége egyenletes maradjon.
- **Pénzügy:** Használják annak elemzésére, hogyan változnak az árfolyamok és egyéb pénzügyi mutatók az idő múlásával.

Magyarázatot ad arra, hogy sok természetes és mesterséges jelenség **miért követ normális eloszlást**:

- Az emberek magassága
- Az emberek napi kalóriabevitele
- Egy gyártósoron készült alkatrészek mérete (pl. csavarok hossza)
- A vonatok érkezési késései (ez nem vonatkozik a MÁV-ra)



# R nyelv és használt csomagok

---

Az R egy nyílt forráskódú programozási nyelv statisztikai számításokhoz és adatelemzéshez.

## Miért használtam

- Komplex műveletek egyszerűen megvalósíthatóak
- Könnyen bővíthető csomagokkal
- Korábbi tapasztalat

A ggplot2 csomag a grafikonok készítésére szolgál, ebben az esetben például hisztogramokhoz és sűrűségfüggvényekhez.

## Miért használtam

- A mintaátlagok eloszlásának szemléltetésére hisztogramokkal és sűrűségfüggvényekkel.
- A normális eloszlás és az empirikus adatok összehasonlítására.
- Lehetővé teszi az ábrák testreszabását (pl. színek, jelmagyarázat, vonalstílusok).

A dplyr csomag megkönnyíti az adatok átalakítását és feldolgozását, különösen nagyobb adatállományok esetén.

## Miért használtam

- Segít az adatok gyors és egyszerű átalakításában.
- A mintaátlagok kiszámításánál és az adatok előkészítésénél használtam.
- Könnyen kombinálható más csomagokkal, például a ggplot2-vel.

# Szimuláció R-ben

---

# A szimulációk felépítése

- Véletlen számok generálása különböző eloszlásokból.
- Mintavételezés és átlagok kiszámítása.
- Mintaátlagok ábrázolása hisztogram formájában.
- Empirikus sűrűség és normális eloszlás sűrűségfüggvény ábrázolása összehasonlításképpen.

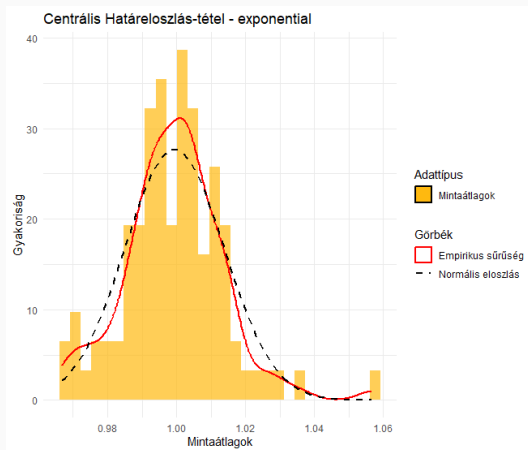
## Megjegyzés

Az alábbi 3 példa futtatható a demo (1) opció kiválasztásával, viszont a felhasználó konzolos bemenetről tetszőleges paraméterekkel is indíthat szimulációt a (2) opcióval. A jobb oldalon látható képeket a program generálta.

# Szimulációs példa 1 | Exponenciális eloszlás

**Példa:** Szimuláljuk a CHT-t exponenciális eloszlású adatokkal.

- Generáljunk **5000** mintát exponenciális eloszlásból ( $\lambda = 1$ ).
- Minden minta **100** elemű.
- Számítsuk ki minden minta átlagát, eloszlásait ábrázoljuk hisztogramon.
- Ábrázoljuk az empirikus sűrűséget és a normális eloszlást.

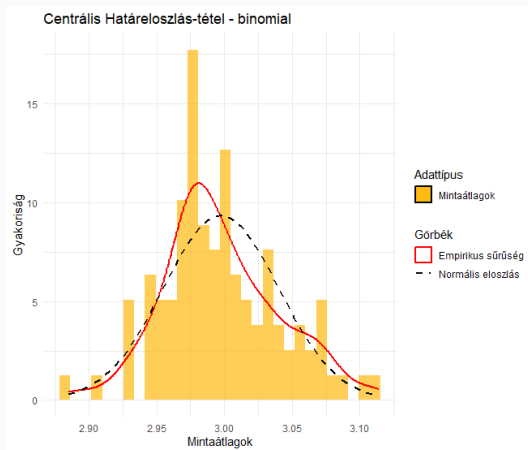


**ábra 2:** CHT exponenciális eloszlás példa

## Szimulációs példa 2 | Binomiális eloszlás

**Példa:** Szimuláljuk a CHT-t binomiális eloszlású adatokkal.

- Generáljunk **1000** mintát binomiális eloszlásból ( $n = 10, p = 0.3$ ).
- Minden minta **100** elemű.
- Számítsuk ki minden minta átlagát, eloszlásait ábrázoljuk hisztogramon.
- Ábrázoljuk az empirikus sűrűséget és a normális eloszlást.



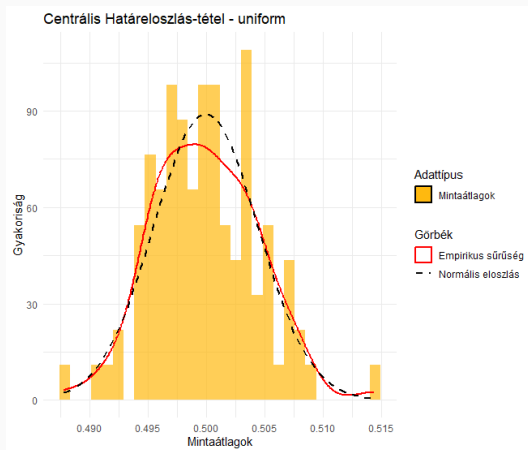
**ábra 3:** CHT binomiális eloszlás példa



## Szimulációs példa 3 | Egyenletes eloszlás

**Példa:** Szimuláljuk a CHT-t egyenletes eloszlású adatokkal.

- Generáljunk **5000** mintát egyenletes eloszlásból ( $[0, 1]$ ).
- Minden minta **100** elemű.
- Számítsuk ki minden minta átlagát, eloszlásait ábrázoljuk hisztogramon.
- Ábrázoljuk az empirikus sűrűséget és a normális eloszlást.



ábra 4: CHT egyenletes eloszlás példa

Köszönöm a figyelmet!

---