

 <div> <div>ESCOLA</div> <div>SUPERIOR</div> <div>DE TECNOLOGIA</div> <div>E GESTÃO</div> </div>	Tipo de Prova Teste 1 (Avaliação Contínua)	Ano letivo 2022/2023	Data 02/12/2022
	Curso LEI e LSIRC	Hora 14h	
	Unidade Curricular Álgebra Linear e Geometria Analítica	Duração 1h(+15m)	

Observações

1. Para a realização da prova de avaliação o estudante pode usar máquina de calcular;
2. Na resposta às questões deve apresentar todos os cálculos que efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Supondo possíveis todas as operações e considerando a seguinte equação matricial, onde I é uma matriz identidade:

$$(ABC)^{-1} - XI = B^{-1}A^{-1}.$$

- a) [2,50] Mostre que $X = (C^{-1} - I)(AB)^{-1}$.
 - b) [3,00] Determine X sabendo que $C^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$.
2. [2,50] Considere o código Scilab, onde A é a matriz dos coeficientes, B é o vetor dos termos independentes e (x, y, z, t) é o vetor das incógnitas, de um sistema de equações lineares:

```
--> rref([A B])
ans =

1.    1.    0.    1.    4.
0.    0.    1.    1.    5.
0.    0.    0.    0.    0.
0.    0.    0.    0.    0.
```

Classifique o sistema, justificando convenientemente e, se possível, determine uma solução numérica do mesmo.

3. Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + y - \beta z = 0 \\ -3x - y + \beta^2 z = \beta, & \beta \in \mathbb{R} \\ -2y + 2z = -1 \end{cases}$$

- a) [3,50] Discuta o sistema, em função do parâmetro real β , por condensação da matriz ampliada.
 - b) [2,50] Considere $\beta = 3$, resolva o sistema.
 - c) [2,50] Considere $\beta = 1$, resolva o sistema homogéneo associado.
4. [3,50] Seja A uma matriz quadrada de ordem 3, tal que:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & (b+1)a & b \\ a & 1 & a \\ b & (b+1)a & 1 \end{bmatrix}, a, b \in \mathbb{R}.$$

Utilizando apenas as propriedades dos determinantes, determine para que valores de $a, b \in \mathbb{R}$, a matriz A admite inversa (pode condensar determinantes, utilizando a propriedade $l_i \rightarrow l_i + kl_j$).

Boa Sorte e Bom Trabalho.