Mapas de Karnaugh

1

Sumário:

- Mapas de karnaugh

Mapas de Karnaugh

2

Mapas de Karnaugh

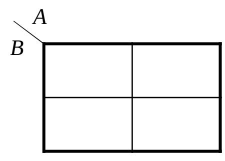
Os mapas de Karnaugh representam um método gráfico que serve para **simplificar as funções obtidas pelas tabelas de verdade** (máximo até 4 variáveis).

Para aplicação dos mapas de Karnaugh é necessário construir um **quadrilátero** que, por sua vez, se divide em $\mathbf{2}^{\text{nº de variáveis da função}}$ quadrados elementares.

Mapa de Karnaugh para uma função lógica com duas variáveis:

N.º de variáveis = 2

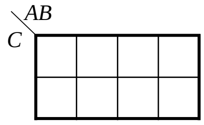
N.º de divisões do quadrilátero = $2^{\text{nº de variáveis da função}} = 2^2 = 4$



Mapas de Karnaugh

3

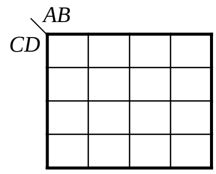
Mapa de Karnaugh para uma função lógica com três variáveis:



N.º de variáveis = 3

N.º de divisões do quadrilátero = $2^{\text{nº de variáveis da função}} = 2^3 = 8$

Mapa de Karnaugh para uma função lógica com quatro variáveis:



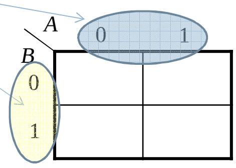
N.º de variáveis = 4

N.º de divisões do quadrilátero = $2^{\text{nº de variáveis da função}} = 2^4 = 16$

Mapas de Karnaugh

4

Nos mapas de Karnaugh em **cima** e à **esquerda** devem aparecer todas as combinações possíveis que as variáveis possam tomar.



Mapa de Karnaugh para uma função lógica com duas variáveis:

A ordem de colocação destas combinações deve ser tal que, de uma variável para a seguinte, varie somente o valor de uma. Diz-se então que entre duas casas consecutivas, existe **adjacência algébrica**.

Mapas de Karnaugh

5

Mapa de Karnaugh para uma função lógica com três variáveis:

C \ AB	00	01	11	10
0				
1				

Mapa de Karnaugh para uma função lógica com quatro variáveis:

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Mapas de Karnaugh

6

Como simplificar uma função lógica (1ª forma canónica) usando os mapas de Karnaugh?

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

1º - Representar a função na primeira forma canónica.

$$F = \overline{A} \bullet \overline{B} \bullet \overline{C} + A \bullet \overline{B} \bullet \overline{C} + A \bullet \overline{B} \bullet C$$

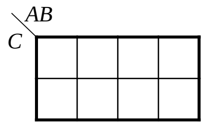
Mapas de Karnaugh

7

2º - Desenhar o quadrilátero conforme o número de variáveis que a função lógica tem.

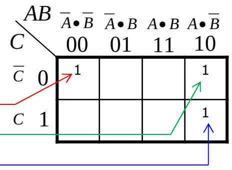
N.º de variáveis = 3

N.º de divisões do quadrilátero = $2^{\text{nº de variáveis da função}} = 2^3 = 8$



3º - Coloca-se um 1 em cada casa onde a função existe.

$$F = \overline{A} \bullet \overline{B} \bullet \overline{C} + A \bullet \overline{B} \bullet \overline{C} + A \bullet \overline{B} \bullet C$$

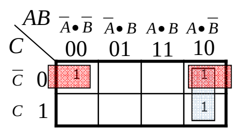


Mapas de Karnaugh

8

4º - Agrupar os 1's em blocos de 2, 4, 8 ou 16 casas.

- Para formar estes grupos é condição obrigatória que os 1's se encontrem em casas adjacentes.
- Um 1 pode pertencer a vários grupos.
- O objectivo é formar o menor número de grupos, em que cada grupo tem o maior número possível de 1's.
- Os mapas de Karnaugh apesar da sua representação gráfica ser plana, na realidade os mapas de Karnaugh são um globo.

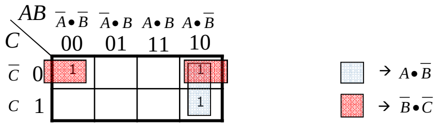


Mapas de Karnaugh

9

5º - A cada grupo de 1's corresponde um termo.

- Eliminam-se, em cada grupo, as variáveis que intervêm com os seus dois valores.



6º - Juntar os termos dos grupos e obtemos a nossa função.

$$F = A\bullet\overline{B}+\overline{B}\bullet\overline{C}$$

Mapas de Karnaugh

10

Como simplificar uma função lógica (2ª forma canónica) usando os mapas de Karnaugh?

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

1º - Representar a função na segunda forma canónica.

$$F=\left(A+B+\overline{C}\right)\bullet\left(A+\overline{B}+C\right)\bullet\left(A+\overline{B}+\overline{C}\right)\bullet\left(\overline{A}+\overline{B}+C\right)\bullet\left(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}\right)$$

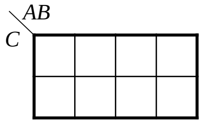
Mapas de Karnaugh

11

2º - Desenhar o quadrilátero conforme o número de variáveis que a função lógica tem.

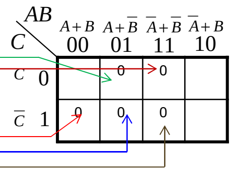
N.º de variáveis = 3

N.º de divisões do quadrilátero = $2^{\text{nº de variáveis da função}} = 2^3 = 8$



3º - Coloca-se um 0 em cada casa onde a função existe.

$$F = \left(A+B+\overline{C}\right)\bullet\left(A+\overline{B}+C\right)\bullet\left(A+\overline{B}+\overline{C}\right)\bullet\left(\overline{A}+\overline{B}+C\right)\bullet\left(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}\right)$$

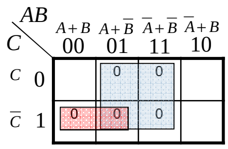


Mapas de Karnaugh

12

4º - Agrupar os 0's em blocos de 2, 4, 8 ou 16 casas.

- Para formar estes grupos é condição obrigatória que os 0's se encontrem em casas adjacentes.
- Um 0 pode pertencer a vários grupos.
- O objectivo é formar o menor número de grupos, em que cada grupo tem o maior número possível de 0's.
- Os mapas de Karnaugh apesar da sua representação gráfica ser plana, na realidade os mapas de Karnaugh são um globo.



Mapas de Karnaugh

13

5º - A cada grupo de 0's corresponde um termo.

- Eliminam-se, em cada grupo, as variáveis que intervêm com os seus dois valores.

$C \backslash AB$	$A+B$ 00	$A+\overline{B}$ 01	$\overline{A}+\overline{B}$ 11	$\overline{A}+B$ 10
C 0		0	0	
$\overline{C}$ 1	0	0	0	

→ $\overline{B}$

→ $A+\overline{C}$

6º - Juntar os termos dos grupos e obtemos a nossa função.

$$F = \left(A+\overline{C}\right) \bullet \overline{B}$$

Mapas de Karnaugh

14

Dos exemplos apresentados podemos concluir que existem quatro formas diferentes de representação da mesma função lógica:

$$F = \overline{A} \bullet \overline{B} \bullet \overline{C} + A \bullet \overline{B} \bullet \overline{C} + A \bullet \overline{B} \bullet C \quad = \quad F = A \bullet \overline{B} + \overline{B} \bullet \overline{C}$$

$$=$$

$$F = \left(A+B+\overline{C}\right) \bullet \left(A+\overline{B}+C\right) \bullet \left(A+\overline{B}+\overline{C}\right) \bullet \left(\overline{A}+\overline{B}+C\right) \bullet \left(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}\right) \quad = \quad F = \left(A+\overline{C}\right) \bullet \overline{B}$$