

Uma Aplicação da Análise Combinatória ao Processo de Composição Musical

Leonardo Pires

Departamento de Matemática e Estatística, Universidade Estadual de Ponta Grossa

Resumo: Neste artigo, faremos uma aplicação da Análise Combinatória no processo de composição e improvisação musical. A aleatoriedade do nosso processo permitirá a composição de um trecho musical de três compassos, utilizando o princípio fundamental da contagem.

Palavras Chaves: Musica e matemática; análise combinatória; modos gregos.

1. Introdução

As semelhanças entre a Matemática e a Música são conhecidas desde o desenvolvimento de ambas, tanto que se creditam a Pitágoras grandes descobertas nessas áreas. Tais semelhanças tornam-se mais evidentes quando colocamos lado a lado um teorema matemático e uma partitura musical. Alguns teoremas assemelham-se a obras de arte, enquanto algumas partituras lembram teoremas em suas simetrias e métricas. No entanto, as relações entre a Matemática e a Música vão além do ponto de vista estético, alcançando também o prático. Como o processo de composição e improvisação musical muitas vezes envolve escolhas de modos e notas, observamos um procedimento aleatório, especialmente no contexto da improvisação. É nesse cenário que a Análise Combinatória se revela interessante, ao apresentar todas as possibilidades de arranjos e combinações ao compor ou improvisar uma música.

No que segue, faremos uma aplicação da Análise Combinatória no processo de composição e improvisação musical. Várias simplificações da teoria musical serão realizadas, algumas até tratadas de maneira informal, visando o entendimento de leitores sem conhecimento musical. O único pré-requisito para este texto é o conhecimento de Matemática básica em nível escolar, com destaque para a Análise Combinatória.

2. Música e Matemática

Uma nota musical pode ser tocada por um instrumento, pode ser resultado de atritos entre objetos, pode ser um pulso elétrico o som do pulso do telefone, por exemplo, vibra na mesma frequência da nota

Lá , ou até mesmo pode ser cantada. Quando ordenadas em sequência, as notas musicais formam uma escala musical. A ordenação a seguir, por exemplo, representa a escala de Dó maior.



Figura 1: Escala Musical

As cinco linhas horizontais paralelas são chamadas de pentagrama, e as duas linhas verticais paralelas dividem o pentagrama em dois compassos. O símbolo no início do pentagrama é chamado de clave de sol, indicando que a segunda linha, de baixo para cima, corresponde à nota Sol. A fração 4/4 indica que cada compasso pode ser preenchido com quatro tempos; observe que cada compasso foi preenchido com quatro notas. Note também que a Figura 1 acima apresenta as notas Dó e dó, que, embora informalmente entendidas como diferentes, representam sons distintos. A nota Dó corresponde a um som mais grave que a nota dó (uma oitava acima).

3. Modos Gregos

No processo de composição e improvisação, seguimos algumas regras inicialmente estabelecidas, assemelhando-se a um processo aritmético. Entre esses processos, utilizaremos aqui o que é conhecido como modos gregos. Basicamente, os modos gregos consistem em dividir a composição em sete modos (ou graus), sendo cada modo derivado da escala da Figura 1 acima, com a adição ou retirada de algumas notas musicais. Para simplificar, apenas retiraremos notas musicais. Os modos gregos podem ser descritos na tabela a seguir.

I	Iônico	Dó Ré Mi Fá Sol Lá Si dó	<u>8</u> notas
II	Dórico	Dó Ré - Fá Sol Lá - dó	<u>6</u> notas
III	Frígio	Dó - - Fá Sol - - dó	<u>4</u> notas
IV	Lídio	Dó Ré Mi - Sol Lá Si dó	<u>6</u> notas
V	Mixolídio	Dó Ré Mi Fá Sol Lá - dó	<u>7</u> notas
VI	Eólio	Dó Ré - Fá Sol - - dó	<u>5</u> notas
VII	Lócrio	Dó - - Fá - - - dó	<u>3</u> notas

Figura 2: Modos Gregos

O próximo passo consiste em escolher os ritmos musicais, que, de forma informal, entendemos como figuras (que restringimos) contendo zero, uma, duas, três ou quatro notas musicais. Com o objetivo de tornar o texto mais elementar, e em conjunto com a tabela acima, utilizaremos apenas os ritmos musicais listados a seguir. Ressaltamos que tais ritmos são usados na música brasileira, como no samba-choro.

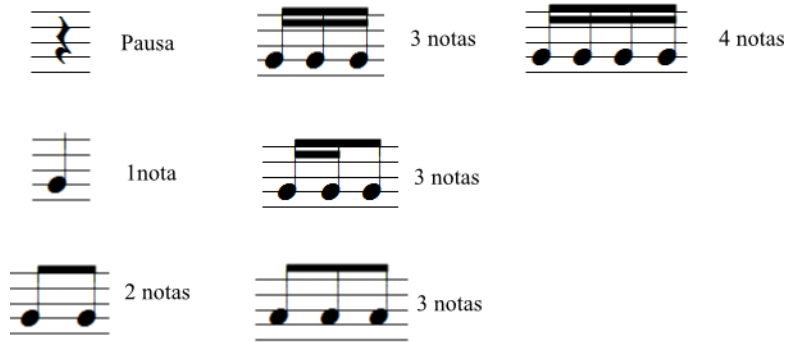


Figura 3: Ritmos Musicais

4. Análise Combinatória

Por fim, utilizaremos a Análise Combinatória para compor uma música de forma praticamente aleatória. Faremos um exemplo na composição de uma música, demonstrando como o processo pode ser aplicado.

Nossa composição consistirá em preencher os três compassos abaixo, combinando as notas da Figura 2 com os ritmos da Figura 3.

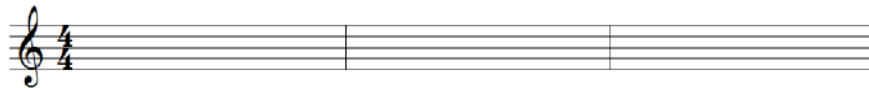


Figura 4: Três Compassos

Inicialmente, devemos escolher três modos gregos para preencher os três compassos, e é permitido que ocorram repetições; portanto, utilizaremos o Princípio Fundamental da Contagem.

Se uma decisão D_1 pode ser tomada de x maneiras e, uma vez tomada a decisão D_1 , a decisão D_2 puder ser tomada de y maneiras, então o número de maneiras de se tomarem as decisões D_1 e D_2 é xy .

Como temos 7 modos gregos, o total de possibilidades para completar os 3 compassos é $7 \times 7 \times 7 = 343$ possibilidades. Escolhemos aleatoriamente uma das opções; suponhamos *II*, *V* e *I*.



Figura 5: Primeira Escolha

Agora precisamos escolher os ritmos na Figura 3. Cada compasso deve ser completado com 4 figuras. Para esta etapa, podemos utilizar combinações simples.

De quantos modos podemos escolher 4 ritmos musicais distintos entre 7 ritmos musicais distintos dados?

Sendo assim, temos um total de 35 possibilidades para cada compasso, pois:

$$\binom{7}{4} = \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{5040}{24 \cdot 6} = 35.$$

Portanto, para completarmos os 3 compassos, temos um total de $35 \times 35 \times 35 = 42.875$ possibilidades. Novamente, escolhemos aleatoriamente os ritmos; ou seja, supomos que a seguinte combinação foi escolhida.



Figura 6: Segunda Escolha

Agora, devemos escolher as notas da Figura 2 correspondentes aos modos *II*, *V* e *I* escolhidos. No primeiro compasso, temos o modo Dórico, com ritmos que exigem 7 notas, as quais devem ser escolhidas entre as 6 notas da segunda linha da Tabela da Figura 2. Aqui, são permitidas repetições; assim, utilizando o Princípio Fundamental da Contagem, temos $6^7 = 279.936$ possibilidades para as notas do primeiro compasso. Supomos que as notas escolhidas sejam:

Ré - Dó - Fá - Sol - Lá - Lá - Lá

Já para o segundo compasso, temos o modo Mixolídio, com ritmos que exigem 8 notas que devem ser escolhidas entre as 7 da quinta linha da Figura 2; portanto, há um total de $7^8 = 5.764.801$ possibilidades para o segundo compasso. Supomos que as notas escolhidas sejam:

Mi, Fá, Sol, Lá, Dó, Lá, Mi, Ré

Finalmente, para o terceiro compasso, temos o modo Iônico, com ritmos que necessitam de 6 notas escolhidas entre as 8 notas da primeira linha da Figura 2; portanto, há um total de $8^6 = 262.144$ possibilidades para o terceiro compasso. Supomos que as notas escolhidas sejam:

Dó, Ré, Dó, Lá, Lá, Mi

Pronto! Escrevendo no pentagrama, temos a seguinte composição musical:



Figura 7: Composição Musical

5. Conclusão

A Figura 7 é apenas uma escolha dentre as milhões de possibilidades descritas acima. Os valores obtidos nos cálculos e a aleatoriedade de nossas escolhas mostram quão criativo pode ser o processo de composição musical. Com o auxílio da Análise Combinatória, vemos que, de fato, Música e Matemática possuem relações que ultrapassam o campo estético. A composição da Figura 7 pode ser ouvida em: <http://www.youtube.com/watch?v=Y1lPuuA4Vaw&feature=youtu.be>

Referências

- [1] Morgado, A.C.O., Carvalho, J.B.P., Carvalho P.C.P., Fernandez, P. *Análise Combinatória e Probabilidade*, Coleção do Professor de Matemática-SBM.
- [2] Chediak, A. *Harmonia e improvisação*, Vol. 2, Lumiar Editora.