

## 第一题

以  $x_{n+1} = \lambda \sin(\pi x_n)$  为迭代方程:

(1)画出系统状态随参数 $\lambda$ 的变化图, 要求包括定值状态、倍周期分叉和混沌状态;

(2)列出各个倍周期分叉处的 $\lambda$ 值, 求相应的 Feigenbaum 常数。

## 第二题

在复平面上任选一个参数  $C = a + ib$ , 画出该  $C$  值下的Julia集(图形可彩色, 也可黑白或灰度)。

## 第三题

进行单中心扩散限制凝聚 (Diffusion-limited Aggregation, DLA)模型的模拟, 并用两种方法计算模拟得到的DLA图形的分形维数, 求分形维数时需要作出双对数图。

## 第四题

在一正方形盒子中心, 分别取一个圆形区域、正方形区域和六边形区域, 布满相同数目的粒子。按 HPP 模型的规则, 模拟系统随时间的演化过程, 作图显示经过相同演化时间三个图形的差异。

## 第五题

用Schrage方法编写随机数子程序, 用连续两个随机数作为点的坐标值绘出若干点的平面分布图。

## 第六题

用  $\langle x^k \rangle$  测试均匀性 (取不同量级的  $N$  值, 讨论偏差与  $N$  的关系) }、 $C(l)$  测试其二维独立性 (总点数  $N > 10^7$ )。与前面的randomz子程序进行比较 (采用同样的常数以及单精度或双精度实数运算), 总结和评价两个随机数产生器的随机性质量。

## 第七题

在球坐标系  $(\rho, \theta, \phi)$  下产生球面上均匀分布的随机坐标点, 给出其直接抽样方法。

## 第八题

对于球面上均匀分布的随机坐标点, 给出它们在  $(x, y)$  平面上投影的几率分布函数. 并由此验证Marsaglia抽样方法  $x = 2u\sqrt{1-r^2}$ ,  $y = 2v\sqrt{1-r^2}$ ,  $z = 1 - 2r^2$  确为球面上均匀分布的随机抽样。

## 第九题

对两个函数线型 (Gauss 分布和 Lorentz 分布), 设其一为  $p(x)$ , 另一为  $F(x)$ , 用舍选法对  $p(x)$  抽样. 将计算得到的归一化频数分布直方图与理论曲线  $p(x)$  进行比较, 讨论差异. 讨论抽样效率。

$$\text{Gauss: } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right); \text{ Lorentz: } \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

## 第十题

对一个实验谱数值曲线  $p(x)$ ，自设  $F(x)$ ，分别用直接抽样和舍选法对  $p(x)$  抽样。比较原曲线和抽样得到的曲线以验证。讨论抽样效率。

## 第十一题

用Monte Carlo方法计算如下定积分，并讨论有效数字位数。

$$\int_0^1 dx \sqrt{x + \sqrt{x}},$$

$$\int_0^{7/10} dx \int_0^{4/5} dy \int_0^{9/10} dz \int_0^1 du \int_0^{11/10} dv (6 - x^2 - y^2 - z^2 - u^2 - v^2)$$

## 第十二题

自设若干个随机分布（相同或不同分布，它们有相同或不同的  $\mu$  和  $\sigma^2$ ），通过Monte Carlo模拟，验证中心极限定理成立（ $N = 2, 5, 10$ ）。

## 第十三题

[作业13-1] Monte Carlo方法研究正弦外力场  $F \propto \sin \omega t$  中的随机行走。

## 第十四题

[作业14-1] 数值研究  $d$  ( $d = 1, 2, 3$ ) 维空间中随机行走返回原点的几率  $P_d$ ，讨论它随步数  $N$  的变化关系  $P_d(N)$ ，能否定义相关的指数值？

## 第十六题

推导三角格子点阵上座逾渗的重整化群变换表达式  $p' = R(p)$ ，其中端一端连接的条件是3个格点中的2个是占据态，求临界点  $p_c$  与临界指数  $\nu$ ，与正确值（表1.6.1.3-1）相比较。

## 第十九题

设体系的能量为  $H = x^2/2\sigma_x^2 + y^2/2\sigma_y^2$ （以  $kT$  为单位），采用 Metropolis 抽样法计算  $\langle x^2 \rangle, \langle y^2 \rangle, \langle x^2 + y^2 \rangle$ ，并与解析结果进行比较。抽样时在 2 维平面上依次标出 Markov 链点分布，从而形象地理解 Markov 链。

## 第二十题

考虑一维经典粒子组成的理想气体，由于无相互作用，各粒子的能量不依赖于其位置，只需考虑它的动能，因此体系的构型即是各粒子速度坐标值的集合。给定粒子的质量、初始速度、总粒子数、总能、demon能，模拟足够多步后达到平衡时的粒子速度分布。微正则系综中没有定义温度，其数值由  $\frac{1}{2}kT = \frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle$  给出，求平衡时的温度值。