

# 第十六次直播课

## 习题讲解

李嘉政

Dec 2023

# Table of Contents

- 1 获胜的概率 2
- 2 加 kIII
- 3 球形空间产生器
- 4 行列式求值
- 5 阶乘的约数和
- 6 欧拉求和

# Table of Contents

1 获胜的概率 2

2 加 kIII

3 球形空间产生器

4 行列式求值

5 阶乘的约数和

6 欧拉求和

# Solution

设  $f_{i,j}$  表示第  $i$  轮在  $j$  手上的概率，注意到转移可被矩阵表达，矩阵快速幂即可。时间复杂度  $\mathcal{O}(n^3 \log k)$ 。

# Table of Contents

1 获胜的概率 2

2 加 klll

3 球形空间产生器

4 行列式求值

5 阶乘的约数和

6 欧拉求和

# Solution

设  $cnt_{i,j}$  表示第  $i$  轮，数字  $j$  的出现次数，注意到转移是矩阵形式，矩阵快速幂即可。时间复杂度  $\mathcal{O}(Td^3 \log k)$ ，其中  $d = 10$ 。

# Table of Contents

1 获胜的概率 2

2 加 klll

3 球形空间产生器

4 行列式求值

5 阶乘的约数和

6 欧拉求和

# Solution

对球体方程差分后，就是简单的线性方程组，高斯消元即可。时间复杂度  $\mathcal{O}(n^3)$ 。



# Table of Contents

1 获胜的概率 2

2 加 klll

3 球形空间产生器

4 行列式求值

5 阶乘的约数和

6 欧拉求和

# Solution

消成上三角矩阵即可，时间复杂度  $\mathcal{O}(n^3)$ 。

# Table of Contents

1 获胜的概率 2

2 加 kIII

3 球形空间产生器

4 行列式求值

5 阶乘的约数和

6 欧拉求和

# Solution

约数的和考虑每个质因子贡献即可，即若  $n = \prod p_i^{e_i}$ ，则  $n$  的因数和为  $\prod \frac{p_i^{e_i+1} - 1}{p_i - 1}$ 。每个质因子在  $n!$  中的出现次数是容易  $\mathcal{O}(\log n)$  之内求出的，随便一种筛法都可以求出所有质因子，所以总时间复杂度为  $\mathcal{O}(n + C(n))$ ， $C(n)$  为选择的筛法时间复杂度。

# Table of Contents

1 获胜的概率 2

2 加 klll

3 球形空间产生器

4 行列式求值

5 阶乘的约数和

6 欧拉求和

# Solution

有十万种求法，比如杜教筛等。这里使用最基础的欧拉筛。时间复杂度  $\mathcal{O}(n)$ 。