

第七次直播课

习题讲解

李嘉政

Dec 2023

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算
- 5 异或森林
- 6 位移
- 7 笨笨的机器人
- 8 选题
- 9 迷失之数
- 10 小蓝的旅行

Table of Contents

1 最小的或运算

2 简单的异或难题

3 出列

4 小蓝学位运算

5 异或森林

6 位移

7 笨笨的机器人

8 选题

9 迷失之数

10 小蓝的旅行

Solution

$a \vee x$ 肯定要等于 $a \vee b$, 此时 x 需要填补上 a, b 分别缺少的 1, 所以 $x = ((a \vee b) \oplus a) \vee ((a \vee b) \oplus b)$ 。

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算
- 5 异或森林
- 6 位移
- 7 笨笨的机器人
- 8 选题
- 9 迷失之数
- 10 小蓝的旅行

Solution

异或的最大特性就是两个相同的数异或后等于 0，所以这题等价于区间异或和，预处理出前缀异或和即可。时间复杂度 $\mathcal{O}(n + m)$ 。

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算
- 5 异或森林
- 6 位移
- 7 笨笨的机器人
- 8 选题
- 9 迷失之数
- 10 小蓝的旅行

Solution

越南战俘 XXX 出列!

每次出列后，剩下的人的编号等价于整除 2，所以最后一个人一定会是最大的 2 的幂次。时间复杂度 $\mathcal{O}(\log)$ 或者 $\mathcal{O}(1)$ 。

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算**
- 5 异或森林
- 6 位移
- 7 笨笨的机器人
- 8 选题
- 9 迷失之数
- 10 小蓝的旅行

Solution

异或是两个相同的数异或等于 0。注意到它要将所有区间异或相乘，而区间异或转化成两个前缀异或和的异或，那么此时如果有两个前缀异或和相等，则答案为 0。前缀异或和一共有 $n+1$ 个，值域是 8192，所以只需要 $n > 8192$ 时答案一定为零，否则直接暴力循环。时间复杂度 $\mathcal{O}(A^2 + n)$ ，其中 A 为值域。

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算
- 5 异或森林**
- 6 位移
- 7 笨笨的机器人
- 8 选题
- 9 迷失之数
- 10 小蓝的旅行

Solution

什么时候因子数为奇数？假设 $x = \prod p_i^{e_i}$ ，则因子数为 $\prod (e_i + 1)$ 。若因子数为奇数，则 e_i 全是偶数，也就是说 x 是完全平方数。区间异或和可以改写成前缀异或和，所以只需要枚举右端点，再枚举区间异或和的值即可。时间复杂度 $\mathcal{O}(n\sqrt{n})$ 。

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算
- 5 异或森林
- 6 位移**
- 7 笨笨的机器人
- 8 选题
- 9 迷失之数
- 10 小蓝的旅行

Solution

注意到右移和左移有长度限制，于是去掉 a, b 的末尾零之后，等价于找 a 是否有子串是 b ，暴力扫描即可。时间复杂度 $\mathcal{O}(T \log^2)$ 。

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算
- 5 异或森林
- 6 位移
- 7 笨笨的机器人**
- 8 选题
- 9 迷失之数
- 10 小蓝的旅行

Solution

位运算枚举集合，题意等价于在加减之后是 7 的倍数即可。注意四舍五入（正赛一定会有 spj 的）。时间复杂度 $\mathcal{O}(n2^n)$ 。

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算
- 5 异或森林
- 6 位移
- 7 笨笨的机器人
- 8 选题**
- 9 迷失之数
- 10 小蓝的旅行

Solution

和上一题没有区别。时间复杂度 $\mathcal{O}(n2^n \log n)$ 。

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算
- 5 异或森林
- 6 位移
- 7 笨笨的机器人
- 8 选题
- 9 迷失之数**
- 10 小蓝的旅行

Solution

(题意暂时有问题，可能也已经修改了)

一个暴力的想法就是，每次找到当前能时或起来的最大数即可。这个做法复杂度看起来是 $\mathcal{O}(n^2)$ ，实际上由于变大的次数不超过 $\mathcal{O}(\log)$ ，所以暴力的复杂度就是 $\mathcal{O}(n \log A)$ 了。

Table of Contents

- 1 最小的或运算
- 2 简单的异或难题
- 3 出列
- 4 小蓝学位运算
- 5 异或森林
- 6 位移
- 7 笨笨的机器人
- 8 选题
- 9 迷失之数
- 10 小蓝的旅行

Solution

dfs 求出 1 到 x 的距离即可。时间复杂度 $\mathcal{O}(n)$ 。