工程优化问题范例

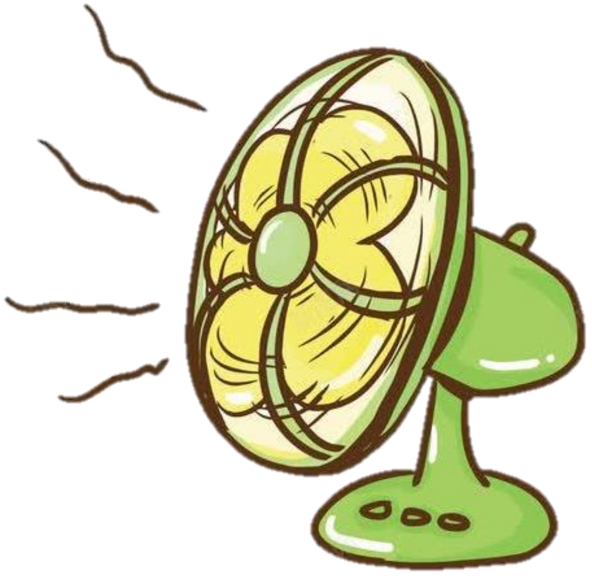
— 控制器参数优化应用

章节课题

- 离散系统仿真 – 电路与状态方程间的关系。
- 自由参数对仿真系统输出的影响。
- Axui_FeedbackGain 子程序的使用方法。
- 工程优化问题结合算法的程序架构。

章节作业

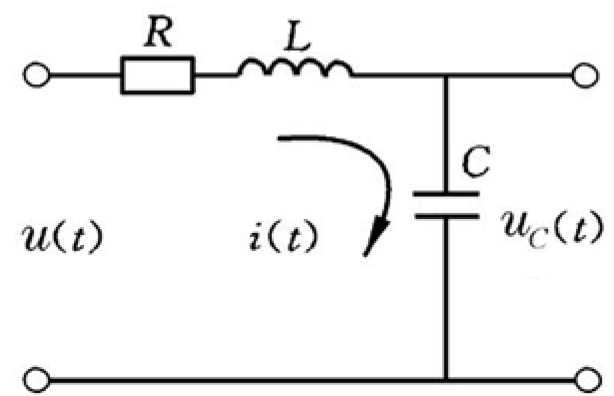
- 实现离散系统仿真。
- 通过PSO对系统的自由参数进行调整。



离散系统仿真 – 电路与状态方程间的关系

$$i(t) = C\frac{du_c(t)}{dt}$$

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + u_c(t) = u(t)$$



$$\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{1}{C}i(t)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{1}{L}u_c(t) + \frac{1}{L}u(t)$$

$$\begin{bmatrix}\dot{u}_c(t)\\ \dot{i}(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & \frac{1}{C}\\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_c(t)\\ i(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{L}\end{bmatrix}u(t)$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{C}\\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix}0\\ 1\\ \overline{L}\end{bmatrix}}_{B}u$$

$$\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}}_{C}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

如果想将 u_c 与 i 视为输出结果，可以…

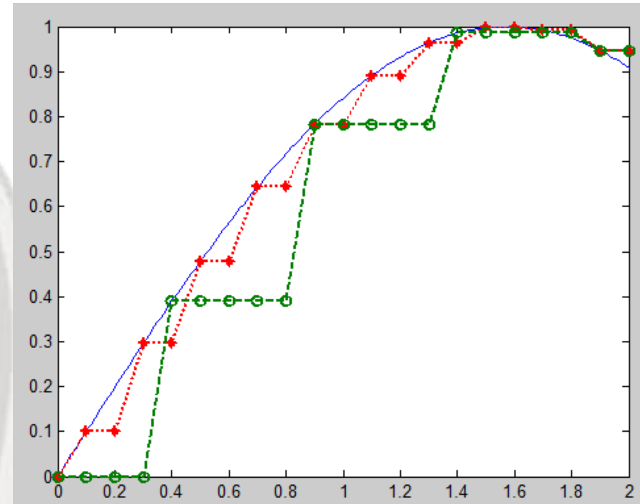
■ 离散系统仿真

连续状态方程

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

$$y(t) = Cx(t)$$

差分
方程



离散方程

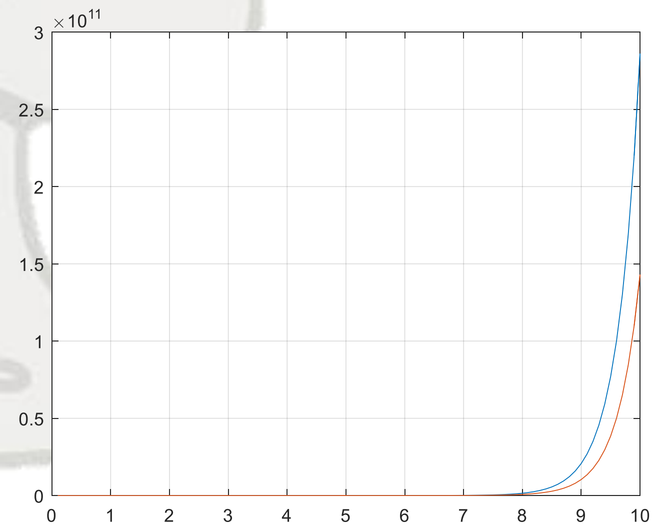
$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{x(k+1) - x(k)}{T} = Ax(k) + Bu(k),$$

$$x(k+1) = T[Ax(k) + Bu(k)] + x(k), \qquad y(k) = Cx(k)$$

■ 仿真范例

$$x(k+1) = T[Ax(k) + Bu(k)] + x(k),$$

$$y(k) = Cx(k),\ T = 0.01.$$



$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

离散系统仿真－矩阵维度相乘说明

$$A=\begin{bmatrix}2&1&1\\1&1&0\\0&1&2\end{bmatrix}_{3\times3},B=\begin{bmatrix}1&2\\3&1\\1&1\end{bmatrix}_{3\times2},C=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}_{2\times3},$$

$$x(k)=\begin{bmatrix}x_1(k)\\x_2(k)\\x_3(k)\end{bmatrix}_{3\times1},y(k)=\begin{bmatrix}y_1(k)\\y_2(k)\end{bmatrix}_{2\times1},u(k)=\begin{bmatrix}u_1(k)\\u_2(k)\end{bmatrix}_{2\times1}$$

系统状态更新公式：$x(k+1)=T\times[Ax(k)+Bu(k)]+x(k)$,

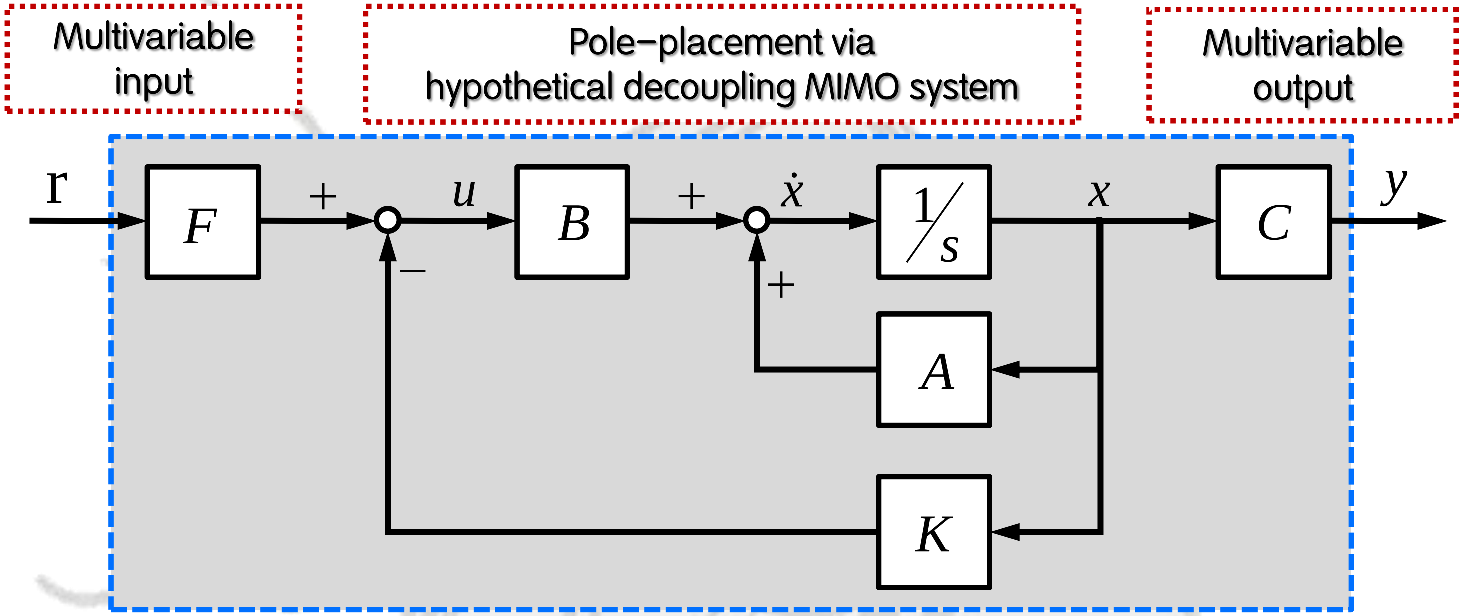
输出状态更新公式：$y(k)=Cx(k)$.

当 $k=1$,

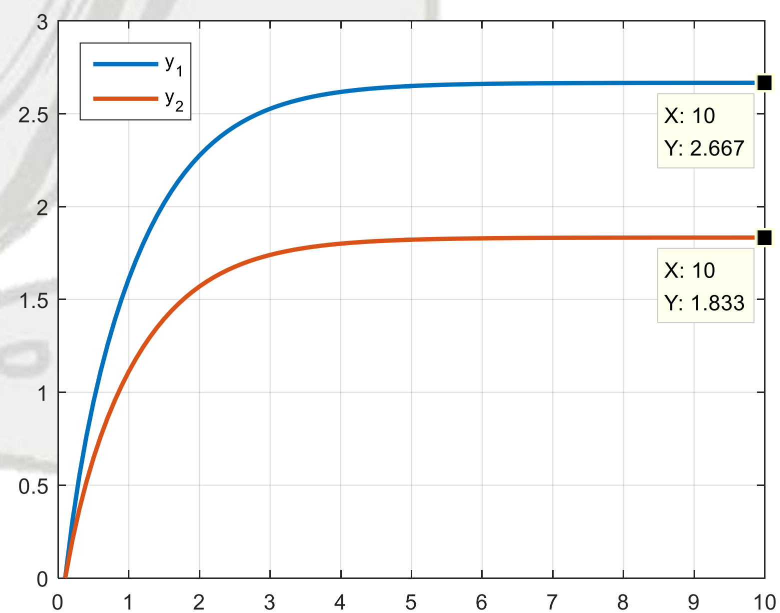
$$\begin{bmatrix}x_1(2)\\x_2(2)\\x_3(2)\end{bmatrix}_{3\times1}=T\times\left(\begin{bmatrix}2&1&1\\1&1&0\\0&1&2\end{bmatrix}_{3\times3}\begin{bmatrix}x_1(1)\\x_2(1)\\x_3(1)\end{bmatrix}_{3\times1}+\begin{bmatrix}1&2\\3&1\\1&1\end{bmatrix}_{3\times2}\begin{bmatrix}u_1(1)\\u_2(1)\end{bmatrix}_{2\times1}\right)+\begin{bmatrix}x_1(1)\\x_2(1)\\x_3(1)\end{bmatrix}_{3\times1}$$

$$\begin{bmatrix}y_1(1)\\y_2(1)\end{bmatrix}_{2\times1}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}_{2\times3}\begin{bmatrix}x_1(1)\\x_2(1)\\x_3(1)\end{bmatrix}_{3\times1}$$

范例仿真 – 控制器的功能



- $x(k+1) = T[Ax(k) + Bu(k)] + x(k),$
- $u(k) = \boldsymbol{-Kx(k) + Fr(k)}$
- $y(k) = Cx(k),\ T = 0.01.$
- $K = \begin{bmatrix} -3.000 & 1.000 & 5.000 \\ 6.222 & 0.111 & -6.556 \end{bmatrix},$
- $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{1} \end{bmatrix}$

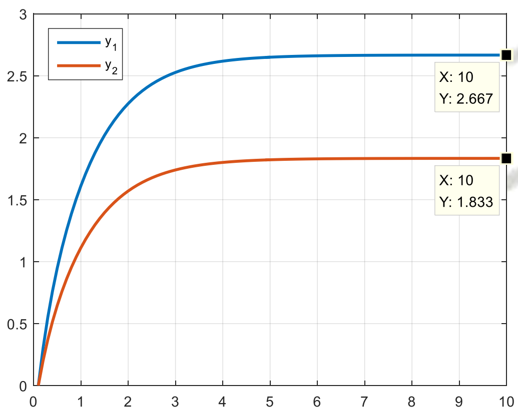


自由参数对仿真系统输出的影响

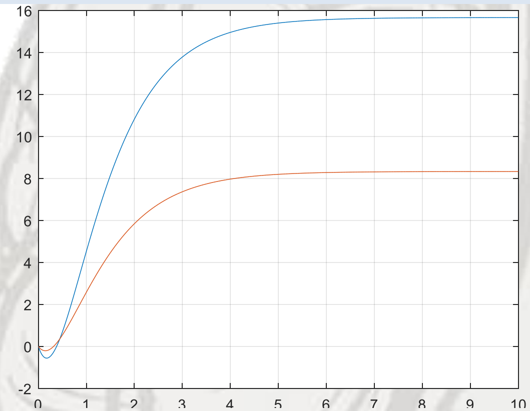
- 简化控制公式的计算过程
- 副程式输入的部份称之“**自由因子**”，没有任何限制
- 不同的“**自由因子**”会影响输出结果

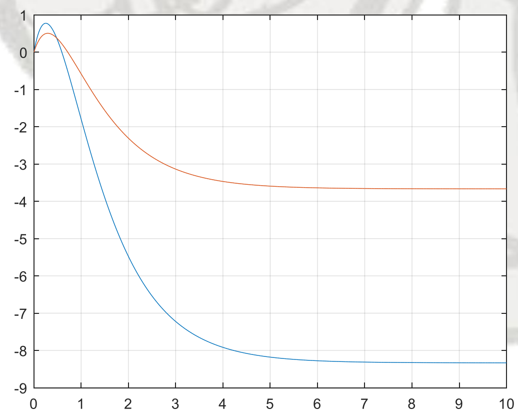
$[K,F] = Axui\_FeedbackGain(0{,}0)$

$[K,F] = Axui\_FeedbackGain(0{,}0)$



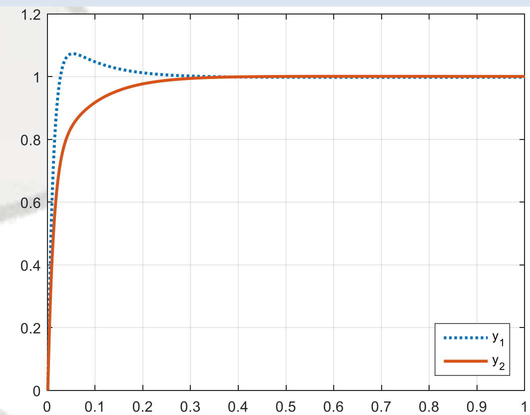
$[K,F] = Axui\_FeedbackGain(5,-3)$





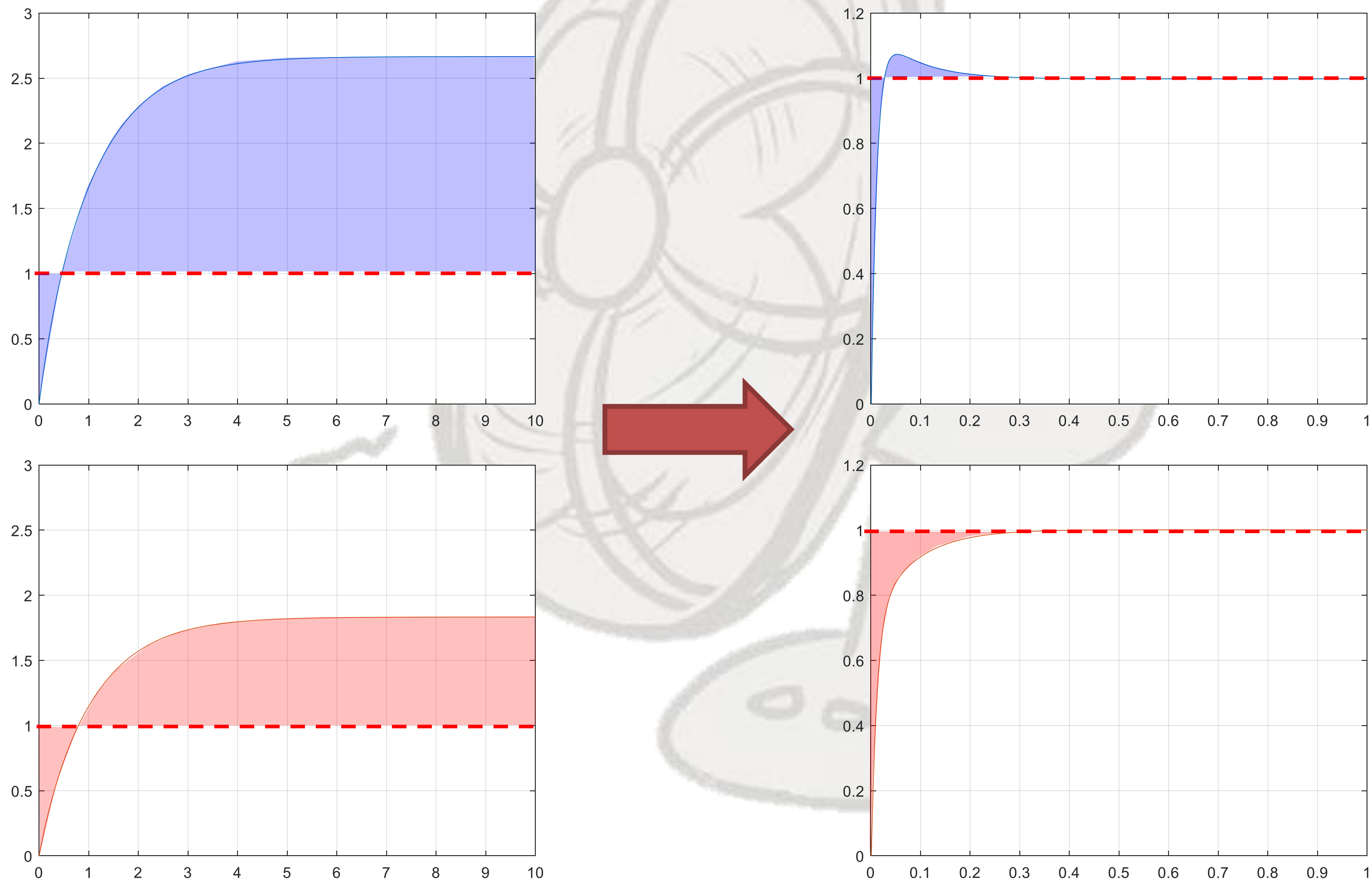
$[K,F] = Axui\_FeedbackGain(-2{,}7)$

$[K,F] = Axui\_FeedbackGain(?,?)$

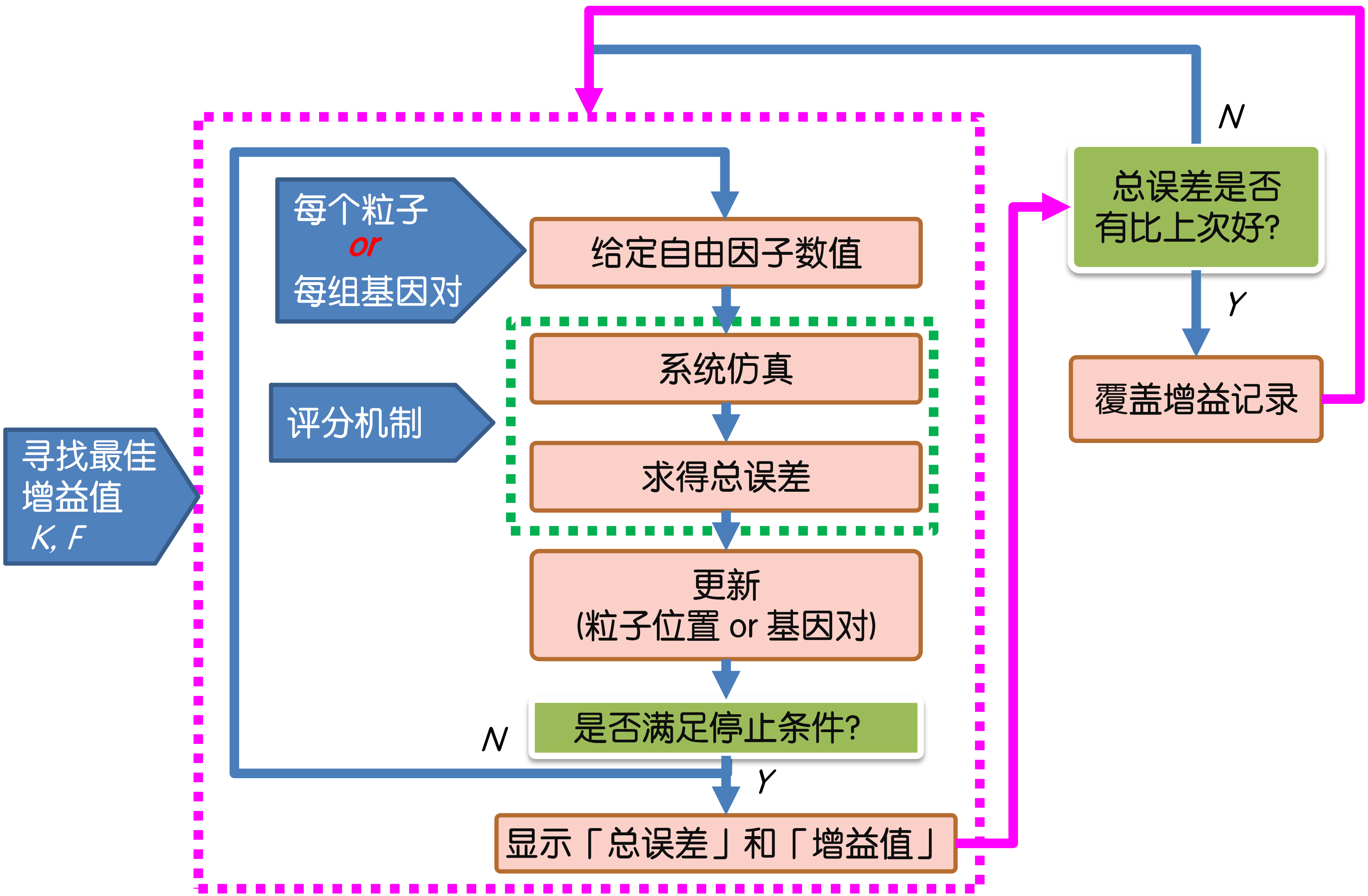


适应值 – 仿真系统输出误差

- 「输出误差」=「输出」与「期望值」间的差。
- 希望输出能与期望值相同，就是输出曲线与期望值之间的面积总和越小越好。



三重回圈 – (系统仿真, 粒子算法, 数据统计比较)



作业 – 离散系统最优化控制器设计

- 请试着利用「粒子群聚演算法」搜寻最佳的自由参数，使其输出尽可能靠近为 1 ，相关条件如下：
  - ☐ 最佳解搜寻范围为±100
  - ☐ 粒子数(40), 权重值(0.5,1.0,1.5)
  - ☐ 演算总次数为 200 次
  - ☐ 请列出最佳解的控制增益 K 与 F
  - ☐ 请列出总误差量是多少
  - ☐ 请绘制输出曲线 y_1, y_2

$$[K, F] = Axui\_FeedbackGain(?, ?)$$