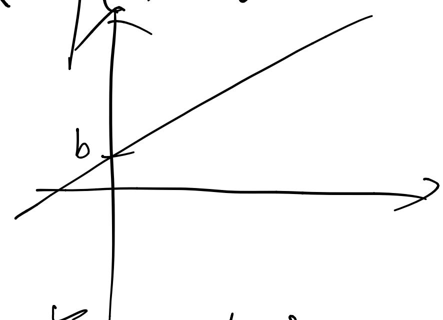
线性模型 (单变量)

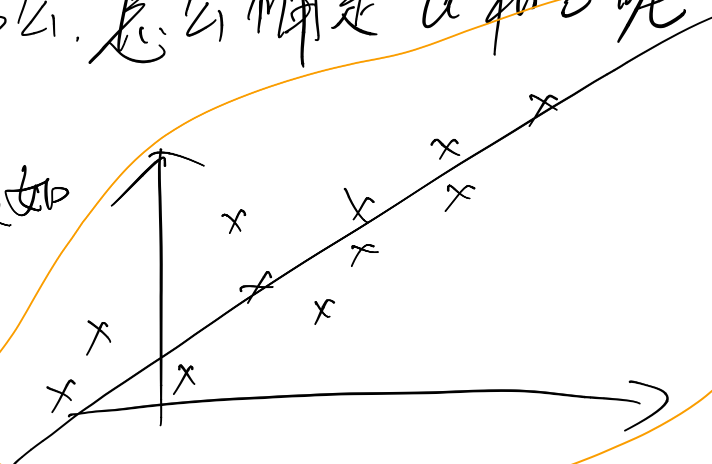
从 $f(x)=ax+b$ 开始 ----



a和b确定之后 模型就可以确定

那么,怎么确定 a和b呢

假如



我们根据散点(数据集)通过最小二乘法 求得的这条直线(模型)就是一个学习过程. 那么 我们可以复习一下这个步骤

假设直线为 $f(x)=\beta_2 x+\beta_1$

对 $(1,1)$ $(2,5)$, $(3,7)$, $(4,10)$ 四点

那么 $\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 = 6 \\ \beta_1 + 2\beta_2 = 5 \\ \beta_1 + 3\beta_2 = 7 \\ \beta_1 + 4\beta_2 = 10 \end{cases}$

最小二乘法,是尽量使等号两边方差最小

也就是说 $\min\left\{[6-(\beta_1+\beta_2)]^2 + [5-(\beta_1+2\beta_2)]^2 + [7-(\beta_1+3\beta_2)]^2 + [10-(\beta_1+4\beta_2)]^2\right\}$

Note ref

为什么?方差忘了? $S^2 = \frac{(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$

S^2 最小,$(x_i-\bar{x})^2$ 最小就可以了.

而在本例中应该已知是 $f(x_i) = \beta_2 x_i + \beta_1$

那么……这个问题就变成了求

二次函数的最小值处的 (β_1, β_2) 取值

最笨的办法应该就是高中的办法了吧!

但是我们是大学生.

由于β_1与β_2不相关，对β_1与β_2求偏导

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial \beta_1} = 0 = 8\beta_1 + 20\beta_2 - 56 \\ \dfrac{\partial S}{\partial \beta_2} = 0 = 20\beta_1 + 60\beta_2 - 154 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 = 3.5 \\ \beta_2 = 1.4 \end{cases}$$