

# C.01.01 – Ciclo Otto de Tempo Finito de Adição de Calor

## FTHA – Finite-Time Heat Addition Otto Engine Model

Prof. C. Naaktgeboren, PhD



<https://github.com/CNThermSci/ApplThermSci>

Compiled on 2020-08-15 00h05m46s UTC

# Sumário da Parte I

- 1 Introdução
  - Limitações do Ciclo Otto Ideal
  - Proposta do Ciclo Otto FTHA
- 2 Modelagem FTHA
  - Modelagem do Motor
  - Modelagem do Ciclo
  - Procedimento de Solução
- 3 Tópicos de Leitura

# Sumário da Parte II

- 4 Validação do Modelo FTHA
- 5 Estudo de Caso com Modelo FTHA
- 6 Tópicos de Leitura

# Parte I

## Apresentação do Modelo FTHA

# Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

# Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as **hipóteses padrão a ar**;

# Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as **hipóteses padrão a ar**;
- Gás **ideal**;

# Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as **hipóteses padrão a ar**;
- Gás **ideal**;
- Processos **internamente reversíveis**;



# Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as **hipóteses padrão a ar**;
- Gás **ideal**;
- Processos **internamente reversíveis**;
- Entrada de **calor** modela a combustão;

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;



O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Assume entrada de calor isocórica;
- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;

# Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Assume entrada de calor isocórica;
- Possui parâmetros  $r$  e  $k$ , e
- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;

# Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
  - Assume entrada de calor isocórica;
  - Possui parâmetros  $r$  e  $k$ , e
  - Solução analítica, hip. padrão a ar frio:
- Gás ideal;
  - Processos internamente reversíveis;
  - Entrada de calor modela a combustão;
  - Saída de calor modela a exaustão;
  - Modelo em ciclo fechado;



# Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as **hipóteses padrão a ar**;
- Assume entrada de calor **isocórica**;
- Possui parâmetros  $r$  e  $k$ , e
- Solução analítica, **hip. padrão a ar frio**:

$$\eta_t = 1 - r^{1-k} \rightarrow$$

- Gás **ideal**;
- Processos **internamente reversíveis**;
- Entrada de **calor** modela a combustão;
- Saída de **calor** modela a exaustão;
- Modelo em **ciclo fechado**;
- Calores específicos **constantes**.



# Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as **hipóteses padrão a ar**;
- Assume entrada de calor **isocórica**;
- Possui parâmetros  $r$  e  $k$ , e
- Solução analítica, **hip. padrão a ar frio**:

$$\eta_t = 1 - r^{1-k} \rightarrow$$

- $\eta_t : \eta_t(r, k)$  **apenas!**

- Gás **ideal**;
- Processos **internamente reversíveis**;
- Entrada de **calor** modela a combustão;
- Saída de **calor** modela a exaustão;
- Modelo em **ciclo fechado**;
- Calores específicos **constantes**.

## Desvios do ciclo Otto ideal—incluem, mas não limitados a:

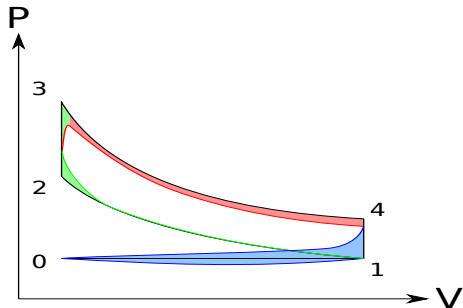


Diagrama  $P - V$  ilustrativo de perdas por (i) combustão não instantânea—verde, (ii) transferência de calor—vermelho—e de (iii) bombeamento—azul. Fonte: adaptado de Wikimedia Commons.

[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/P-V\\_diagram\\_deviations\\_to\\_Otto\\_cycle.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/P-V_diagram_deviations_to_Otto_cycle.svg).

# Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
  - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
  - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;
  - Elemento computacional: sub-processo **localmente politrópico**;

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
  - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;
  - Elemento computacional: sub-processo **localmente politrópico**;
  - **Remoção** de calor permanece **isocórica** (instantânea).

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
  - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;
  - Elemento computacional: sub-processo **localmente politrópico**;
  - **Remoção** de calor permanece **isocórica** (instantânea).
- Mantém-se como modelo **padrão a ar**:



- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
  - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;
  - Elemento computacional: sub-processo **localmente politrópico**;
  - **Remoção** de calor permanece **isocórica** (instantânea).
- Mantém-se como modelo **padrão a ar**:
  - Transferência de calor para bloco inclui **irreversibilidades**;

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
  - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;
  - Elemento computacional: sub-processo **localmente politrópico**;
  - **Remoção** de calor permanece **isocórica** (instantânea).
- Mantém-se como modelo **padrão a ar**:
  - Transferência de calor para bloco inclui **irreversibilidades**;
  - Perdas de bombeamento envolvem **sistema e ciclo abertos**.

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
  - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;
  - Elemento computacional: sub-processo **localmente politrópico**;
  - **Remoção** de calor permanece **isocórica** (instantânea).
- Mantém-se como modelo **padrão a ar**:
  - Transferência de calor para bloco inclui **irreversibilidades**;
  - Perdas de bombeamento envolvem **sistema e ciclo abertos**.
- Mantém-se como modelo de **substância pura**:

# Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
  - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;
  - Elemento computacional: sub-processo **localmente politrópico**;
  - **Remoção** de calor permanece **isocórica** (instantânea).
- Mantém-se como modelo **padrão a ar**:
  - Transferência de calor para bloco inclui **irreversibilidades**;
  - Perdas de bombeamento envolvem **sistema e ciclo abertos**.
- Mantém-se como modelo de **substância pura**:
  - Evita **combustão e equilíbrio químico**;

# Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
  - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
  - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;
  - Elemento computacional: sub-processo **localmente politrópico**;
  - **Remoção** de calor permanece **isocórica** (instantânea).
- Mantém-se como modelo **padrão a ar**:
  - Transferência de calor para bloco inclui **irreversibilidades**;
  - Perdas de bombeamento envolvem **sistema e ciclo abertos**.
- Mantém-se como modelo de **substância pura**:
  - Evita **combustão e equilíbrio químico**;
  - Evita modelagem termodinâmica de **misturas reativas**.

# Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:

# Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
  - **Razão de compressão** do motor;

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.



## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
  - **Razão de compressão** do motor;
  - **Calores específicos** do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros **construtivos** do **motor**:

# Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
  - **Razão de compressão** do motor;
  - **Calores específicos** do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros **construtivos** do **motor**:
  - Conjunto **pistão-cilindro**;

# Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
  - **Razão de compressão** do motor;
  - **Calores específicos** do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros **construtivos** do **motor**:
  - Conjunto **pistão-cilindro**;
  - Mecanismo **biela-manivela**.

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros **construtivos** do **motor**:
  - Conjunto **pistão-cilindro**;
  - Mecanismo **biela-manivela**.
- Inclui parâmetros **operacionais** do **motor**:

# Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
  - **Razão de compressão** do motor;
  - **Calores específicos** do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros **construtivos** do **motor**:
  - Conjunto **pistão-cilindro**;
  - Mecanismo **biela-manivela**.
- Inclui parâmetros **operacionais** do **motor**:
  - **Velocidade angular** (rotação);

# Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros **construtivos** do **motor**:
  - Conjunto **pistão-cilindro**;
  - Mecanismo **biela-manivela**.
- Inclui parâmetros **operacionais** do **motor**:
  - Velocidade angular (rotação);
  - Ângulo de **ignição** e

## Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros **construtivos** do **motor**:
  - Conjunto **pistão-cilindro**;
  - Mecanismo **biela-manivela**.
- Inclui parâmetros **operacionais** do **motor**:
  - Velocidade angular (rotação);
  - Ângulo de ignição e
  - Duração da combustão.

- **Diâmetro** do pistão/cilindro,  $D$ ;

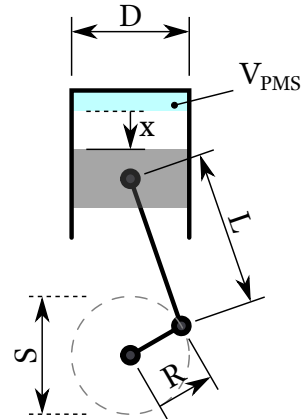




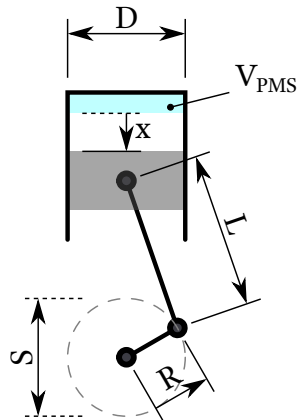


# Parâmetros do mecanismo

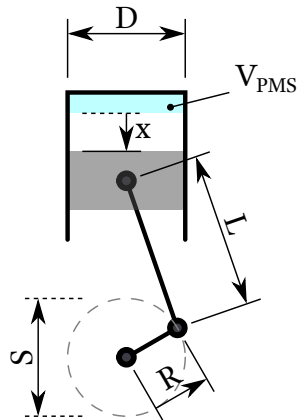
- **Diâmetro** do pistão/cilindro,  $D$ ;
- **Raio** da manivela,  $R$ ;
- **Curso** do pistão,  $S = 2R$ ;



- Diâmetro do pistão/cilindro,  $D$ ;
- Raio da manivela,  $R$ ;
- Curso do pistão,  $S = 2R$ ;
- Comprimento da biela,  $L$ ;

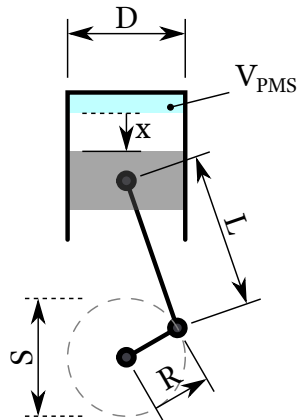


- Diâmetro do pistão/cilindro,  $D$ ;
- Raio da manivela,  $R$ ;
- Curso do pistão,  $S = 2R$ ;
- Comprimento da biela,  $L$ ;
- Volume morto (do PMS),  $V_{\text{PMS}}$ ;



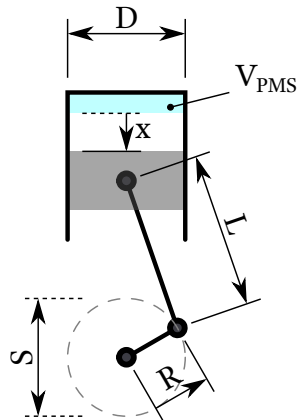
## Parâmetros do mecanismo

- **Diâmetro** do pistão/cilindro,  $D$ ;
- **Raio** da manivela,  $R$ ;
- **Curso** do pistão,  $S = 2R$ ;
- **Comprimento** da biela,  $L$ ;
- **Volume** morto (do PMS),  $V_{PMS}$ ;
- **Volume** máximo (do PMI),  $V_{PMI}$ ;



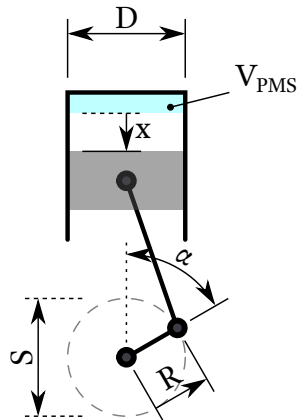
## Parâmetros do mecanismo

- **Diâmetro** do pistão/cilindro,  $D$ ;
- **Raio** da manivela,  $R$ ;
- **Curso** do pistão,  $S = 2R$ ;
- **Comprimento** da biela,  $L$ ;
- **Volume** morto (do PMS),  $V_{PMS}$ ;
- **Volume** máximo (do PMI),  $V_{PMI}$ ;
- **Razão de compressão**,  $r = \frac{V_{PMS}}{V_{PMI}}$ .



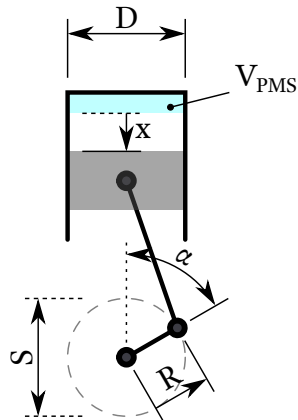
## Parâmetros do mecanismo

- Posição do pistão (rel. PMS),  $x$ ;



## Parâmetros do mecanismo

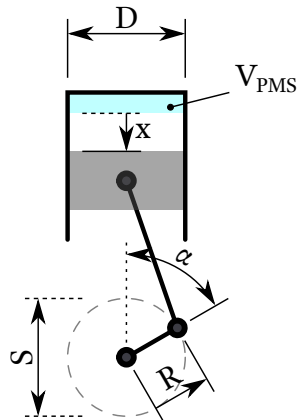
- Posição do pistão (rel. PMS),  $x$ ;
- Ângulo do virabrequim (rel. PMS),  $\alpha$ ;





## Parâmetros do mecanismo

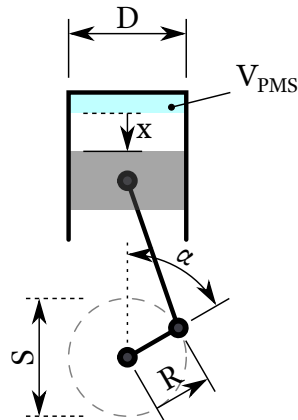
- **Posição** do pistão (rel. PMS),  $x$ ;
- **Ângulo** do virabrequim (rel. PMS),  $\alpha$ ;
- **Volume** instantâneo,  $V$ ;



## Parâmetros do mecanismo

- **Posição** do pistão (rel. PMS),  $x$ ;
- **Ângulo** do virabrequim (rel. PMS),  $\alpha$ ;
- **Volume** instantâneo,  $V$ ;

$$x(\alpha) = L \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \alpha} \right) + R(1 - \cos \alpha)$$

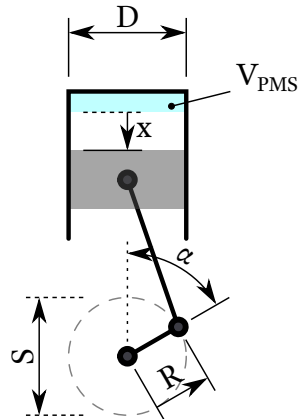


## Parâmetros do mecanismo

- **Posição** do pistão (rel. PMS),  $x$ ;
- **Ângulo** do virabrequim (rel. PMS),  $\alpha$ ;
- **Volume** instantâneo,  $V$ ;

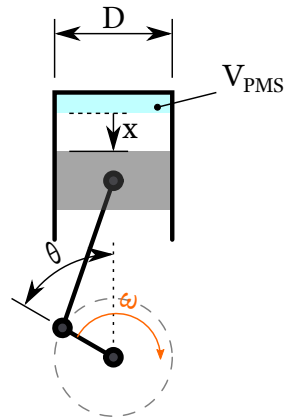
$$x(\alpha) = L \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \alpha} \right) + R(1 - \cos \alpha)$$

$$V(\alpha) = \frac{\pi x(\alpha)}{4} D^2 + V_{\text{PMS}} \quad \rightarrow \quad v(\alpha) = \frac{V(\alpha)}{m_0}$$



## Parâmetros de tempo do motor

- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;



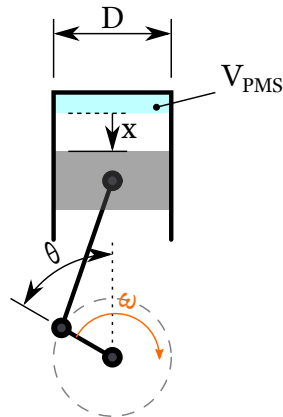
## Parâmetros de tempo do motor

- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;



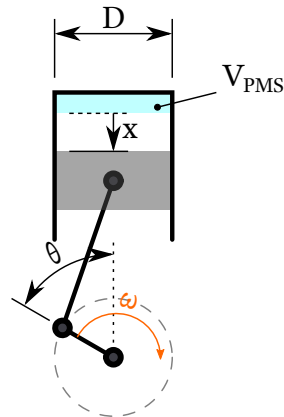
## Parâmetros de tempo do motor

- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;



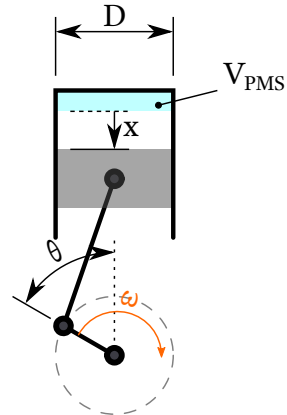
## Parâmetros de tempo do motor

- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- “Duração angular” da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;



## Parâmetros de tempo do motor

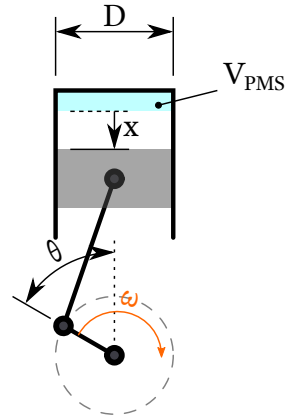
- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- “Duração angular” da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de  $\omega$  constante—discretização em  $\alpha$ :
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \leq \alpha \leq +\pi$ ;





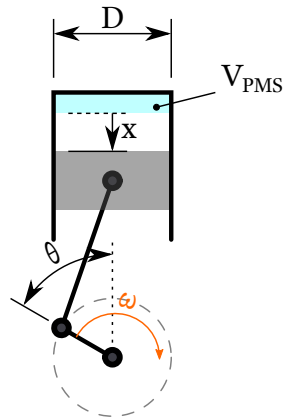
## Parâmetros de tempo do motor

- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- “Duração angular” da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de  $\omega$  constante—discretização em  $\alpha$ :
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \leq \alpha \leq +\pi$ ;
  - Intervalo de adição de calor:  $\theta \leq \alpha \leq \theta + \delta$ .



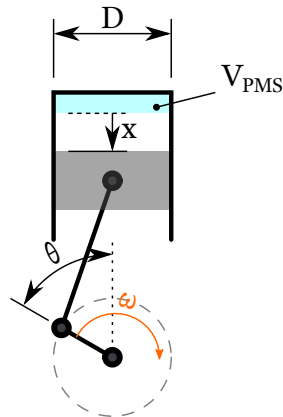
## Parâmetros de tempo do motor

- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- “Duração angular” da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de  $\omega$  constante—discretização em  $\alpha$ :
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \leq \alpha \leq +\pi$ ;
  - Intervalo de adição de calor:  $\theta \leq \alpha \leq \theta + \delta$ .
  - $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$ ,  $i \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq i \leq 2I$ , with



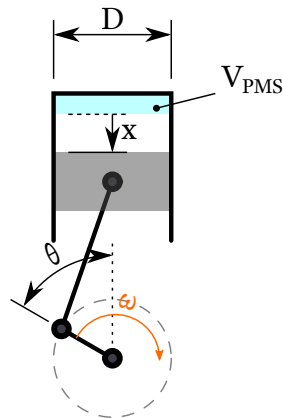
## Parâmetros de tempo do motor

- **Ângulo** de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- **Duração** da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- **Velocidade angular**,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- “**Duração angular**” da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de  **$\omega$  constante**—discretização em  $\alpha$ :
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \leq \alpha \leq +\pi$ ;
  - Intervalo de adição de calor:  $\theta \leq \alpha \leq \theta + \delta$ .
  - $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$ ,  $i \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq i \leq 2I$ , with
  - $\Delta\alpha = \pi/I$ ,  $I \in \mathbb{N}^*$ .



## Parâmetros de tempo do motor

- **Ângulo** de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- **Duração** da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- **Velocidade angular**,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- “**Duração angular**” da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de  $\omega$  **constante**—discretização em  $\alpha$ :
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \leq \alpha \leq +\pi$ ;
  - Intervalo de adição de calor:  $\theta \leq \alpha \leq \theta + \delta$ .
  - $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$ ,  $i \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq i \leq 2I$ , with
  - $\Delta\alpha = \pi/I$ ,  $I \in \mathbb{N}^*$ .
- Casos de  $\omega$  **variável**—discretização em  $t$ .



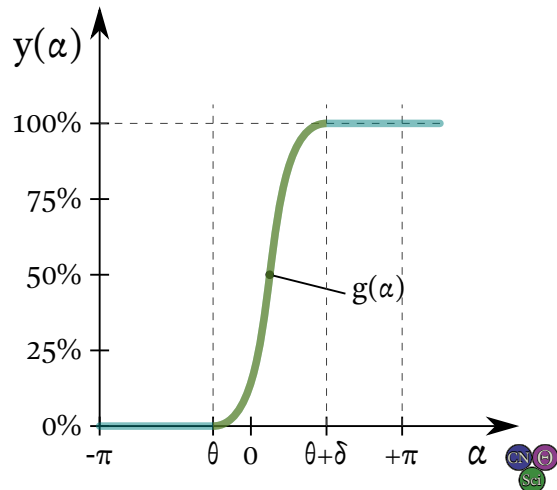
## Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

## Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leq \alpha \leq \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

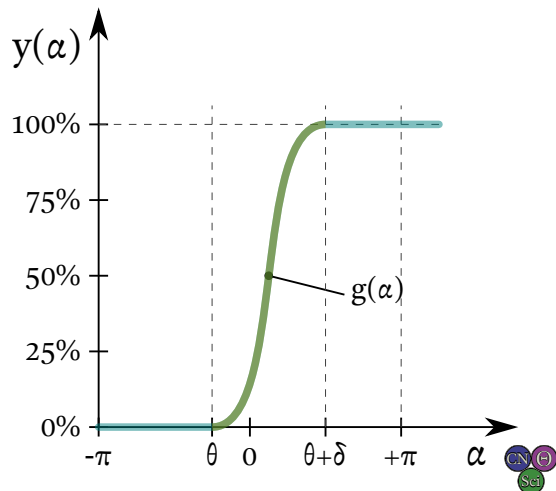


## Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leq \alpha \leq \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$  modela o **histórico** da ad. de calor:

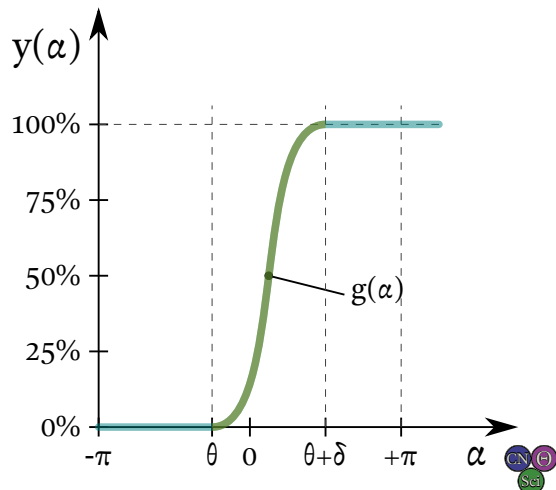


## Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leq \alpha \leq \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$  modela o **histórico** da ad. de calor:
  - $g(\theta) = 0$  e  $g(\theta + \delta) = 1$ ;



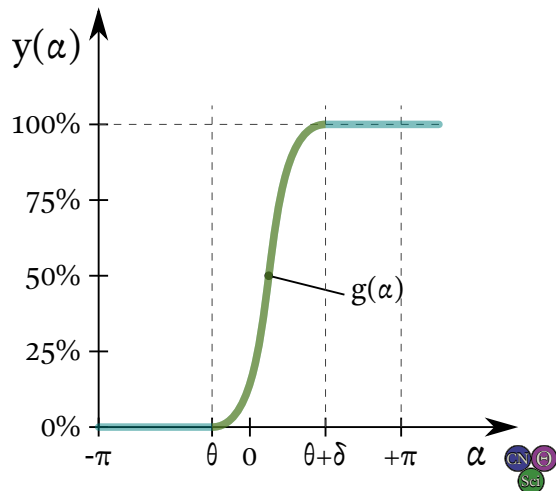


## Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leq \alpha \leq \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$  modela o **histórico** da ad. de calor:
  - $g(\theta) = 0$  e  $g(\theta + \delta) = 1$ ;
  - Função  $g(\alpha)$  deve ser **monotônica**;

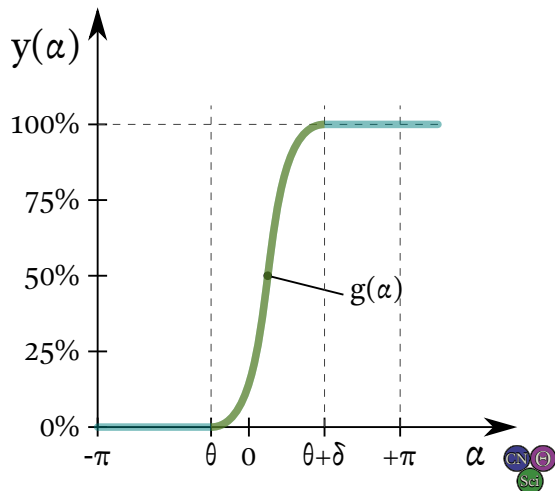


## Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leq \alpha \leq \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$  modela o **histórico** da ad. de calor:
  - $g(\theta) = 0$  e  $g(\theta + \delta) = 1$ ;
  - Função  $g(\alpha)$  deve ser **monotônica**;
  - $g(\alpha)$  pode basear-se em **experimentos**;

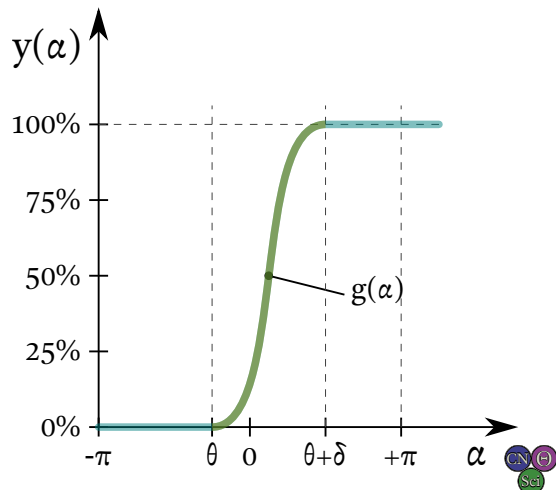


## Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leq \alpha \leq \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$  modela o **histórico** da ad. de calor:
  - $g(\theta) = 0$  e  $g(\theta + \delta) = 1$ ;
  - Função  $g(\alpha)$  deve ser **monotônica**;
  - $g(\alpha)$  pode basear-se em **experimentos**;
  - Lit.:  $g(\alpha) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\delta}(\alpha - \theta)\right)$ .



# Equações Termodinâmicas

No  $i$ -ésimo (sub-)processo politrópico:

# Equações Termodinâmicas

No  $i$ -ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do **estado- $i$**  para o **estado- $(i + 1)$** .

## Equações Termodinâmicas

No  $i$ -ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado- $i$  para o estado- $(i + 1)$ .
- Propriedades  $P_i, T_i, v_i, u_i$ , etc., definidas nos estados  $-i$  e  $-(i + 1)$ .

## Equações Termodinâmicas

No  $i$ -ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado- $i$  para o estado- $(i + 1)$ .
- Propriedades  $P_i, T_i, v_i, u_i$ , etc., definidas nos estados  $-i$  e  $-(i + 1)$ .
- Interações do  $i$ -ésimo processo são  $q_i$  e  $w_i$ .





# Equações Termodinâmicas

No  $i$ -ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do **estado- $i$**  para o **estado- $(i + 1)$** .
- **Propriedades**  $P_i, T_i, v_i, u_i$ , etc., definidas nos **estados**  $-i$  e  $-(i + 1)$ .
- **Interações** do  $i$ -ésimo **processo** são  $q_i$  e  $w_i$ .

Balanço de energia de processo:

$$q_i + w_i = \Delta u_i = u_{i+1} - u_i$$

# Equações Termodinâmicas

No  $i$ -ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do **estado- $i$**  para o **estado- $(i + 1)$** .
- **Propriedades**  $P_i, T_i, v_i, u_i$ , etc., definidas nos **estados**  $-i$  e  $-(i + 1)$ .
- **Interações** do  $i$ -ésimo **processo** são  $q_i$  e  $w_i$ .

Balanço de energia de processo:

$$q_i + w_i = \Delta u_i = u_{i+1} - u_i \quad \rightarrow$$

# Equações Termodinâmicas

No  $i$ -ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do **estado- $i$**  para o **estado- $(i + 1)$** .
- **Propriedades**  $P_i, T_i, v_i, u_i$ , etc., definidas nos **estados**  $-i$  e  $-(i + 1)$ .
- **Interações** do  $i$ -ésimo **processo** são  $q_i$  e  $w_i$ .

Balanco de energia de processo:

$$q_i + w_i = \Delta u_i = u_{i+1} - u_i \quad \rightarrow$$

$$u_{i+1} = u_i + q_i + w_i, \quad \text{com,}$$

# Equações Termodinâmicas

$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i)$$

# Equações Termodinâmicas

$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \rightarrow$$

# Equações Termodinâmicas

$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \rightarrow$$

$$q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)], \quad \text{e}$$

## Equações Termodinâmicas

$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \rightarrow$$

$$q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)], \quad \text{e}$$

$$w_i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} (P_i v_i^{n_i}) v^{-n_i} dv,$$

## Equações Termodinâmicas

$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \rightarrow$$

$$q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)], \quad \text{e}$$

$$w_i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} (P_i v_i^{n_i}) v^{-n_i} dv, \quad \rightarrow$$



# Equações Termodinâmicas

$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \rightarrow$$

$$q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)], \quad \text{e}$$

$$w_i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} (P_i v_i^{n_i}) v^{-n_i} dv, \quad \rightarrow$$

$$w_i = \begin{cases} \frac{P_i v_i}{1 - n_i} \left[ 1 - \left( \frac{v_i}{v_{i+1}} \right)^{n_i - 1} \right], & \text{para } n_i \neq 1, \\ P_i v_i \ln \frac{v_i}{v_{i+1}}, & \text{para } n_i = 1, \\ 0, & \text{para } v_i \approx v_{i+1} \quad \rightarrow \quad |v_i - v_{i+1}| \leq \varepsilon_v. \end{cases}$$

# Solução de Sub-Processo

## Conjectura (de consistência termodinâmica)

*Para uma dada interação de calor,  $q_i$ , existe um **único expoente politrópico,  $n_i$** , tal que o processo politrópico  $Pv^{n_i} = C_i = \text{const.}$ , aplicado entre estados  $(i)$  e  $(i+1)$  resulta em uma interação de trabalho,  $w_i$ , e em uma variação de energia interna,  $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$ , que é **termodinamicamente consistente com a equação  $P$ - $v$ - $T$  de estado da substância de trabalho em ambos estados finais e que também satisfaz o balanço de energia do processo.***

## Solução de Sub-Processo

### Conjectura (de consistência termodinâmica)

*Para uma dada interação de calor,  $q_i$ , existe um **único expoente politrópico**,  $n_i$ , tal que o processo politrópico  $Pv^{n_i} = C_i = \text{const.}$ , aplicado entre estados  $(i)$  e  $(i+1)$  resulta em uma interação de trabalho,  $w_i$ , e em uma variação de energia interna,  $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$ , que é **termodinamicamente consistente** com a **equação P-v-T de estado** da substância de trabalho em ambos estados finais e que também satisfaz o **balanço de energia** do processo.*

→ Processo de **estimativa** ( $n_i^0$ ) e  $j$ -ésima **correção** ( $n_i^j$ ) até a convergência.

## Solução de Sub-Processo

### Conjectura (de consistência termodinâmica)

*Para uma dada interação de calor,  $q_i$ , existe um **único expoente politrópico**,  $n_i$ , tal que o processo politrópico  $Pv^{n_i} = C_i = \text{const.}$ , aplicado entre estados  $(i)$  e  $(i+1)$  resulta em uma interação de trabalho,  $w_i$ , e em uma variação de energia interna,  $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$ , que é **termodinamicamente consistente** com a **equação P-v-T de estado** da substância de trabalho em ambos estados finais e que também satisfaz o **balanço de energia** do processo.*

- Processo de **estimativa** ( $n_i^0$ ) e  $j$ -ésima **correção** ( $n_i^j$ ) até a convergência.
- Tolerâncias de convergência  $\epsilon_w$  e  $\epsilon_u$ .

## Correção do Expoente Politrópico

- Com  $n_i^j$  é possível obter  $w_i^j$  e  $u_{i+1}^j$  por **balanço de energia**;



## Correção do Expoente Politrópico

- Com  $n_i^j$  é possível obter  $w_i^j$  e  $u_{i+1}^j$  por **balanço de energia**;
- $P_{i+1}$  pode ser obtida via  $u_{i+1}^j$  e o **modelo de substância**;
- O novo expoente  $n_i^{j+1}$  pode ser achado pelo **processo politrópico**:





## Correção do Expoente Politrópico

- Com  $n_i^j$  é possível obter  $w_i^j$  e  $u_{i+1}^j$  por **balanço de energia**;
- $P_{i+1}$  pode ser obtida via  $u_{i+1}^j$  e o **modelo de substância**;
- O novo expoente  $n_i^{j+1}$  pode ser achado pelo **processo politrópico**:

$$P_i v_i^{n_i^{j+1}} = P_{i+1}^j v_{i+1}^{n_i^{j+1}} \quad \rightarrow \quad n_i^{j+1} = \frac{\ln \frac{P_{i+1}^j}{P_i}}{\ln \frac{v_i}{v_{i+1}}}.$$

## Algoritmo de Inicialização

**REQUER:** Parâmetros do motor:  $\{\omega, D, L, R, V_{PMS}, \text{ e } V_{du}\}$ ;

**REQUER:** Ângulos  $\theta$  e  $\delta$  (via  $\Delta t_c$ );

**REQUER:** Refinamento da discretização,  $I$ ;

**REQUER:** Estado inicial  $(P_0, T_0)$  e modelo de substância;

**REQUER:** Função  $g(\alpha)$  e  $q_{ent}$ ;

**REQUER:** Tolerâncias de convergência  $\varepsilon_v$ ,  $\varepsilon_w$  e  $\varepsilon_u$ .

- 1: Inicializa todas quant. com índice  $i$  como vetores vazios:  $\alpha_i$ ,  $v_i$ ,  $q_i$ ,  $w_i$ ,  $n_i$ ,  $P_i$ ,  $T_i$ , and  $u_i$ ;
- 2: Calcula  $\Delta\alpha = \pi/I$  e todos  $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$ ;
- 3:  $v_0 \leftarrow$  volume específico, de  $(P_0, T_0)$  e equação de estado;
- 4:  $m \leftarrow V_0/v_0$ ;
- 5: Calcula todos  $v_i = V(\alpha_i)/m$ ;
- 6:  $i \leftarrow 0$ ;

## Algoritmo de Laço do Ciclo

- 1: **PARA**  $i = 0$  até  $2I$  **FAÇA**
- 2:   Calcula  $q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)]$ ;
- 3:   Resolve para  $w_i, n_i, u_{i+1}, P_{i+1}$  e  $T_{i+1}$  via algoritmo de solução de sub-processo;
- 4: **FIM**
- 5:  $i \leftarrow i + 1$ ;
- 6:  $q_i \leftarrow u_0 - u_i$ ;
- 7:  $w_i \leftarrow 0$ ;
- 8: Estado-( $i$ ) = Estado-0; {Para todas as funções de estado rastreadas}

# Algoritmo de Finalização

- 1:  $w_{ent} \leftarrow \sum w_i \geq 0$ ; {Trabalho que entra no sistema}
- 2:  $w_{out} \leftarrow -\sum w_i < 0$ ; {Trabalho realizado pela sistema}
- 3:  $w_{net} \leftarrow w_{out} - w_{ent}$ ; {Trabalho líquido realizado pelo sistema}
- 4:  $q_{ent} \leftarrow \sum q_i \geq 0$ ; {Calor que entra no sistema}
- 5:  $q_{rej} \leftarrow -\sum q_i < 0$ ; {Calor rejeitado pelo sistema}
- 6:  $\eta_t \leftarrow w_{net}/q_{ent}$ ; {Eficiência térmica}
- 7:  $r_{bw} \leftarrow w_{ent}/w_{out}$ ; {Fração de consumo de trabalho}
- 8:  $MEP \leftarrow w_{net}/(V_{du}/m)$ ; {Pressão média efetiva}
- 9: Salva dados da simulação para o pós-processamento (relatório).

## Algoritmo de Solução de Sub-Processo

- 1: **SE**  $|v_i - v_{i+1}| \leq \epsilon_v$  **ENTÃO**
- 2:   {Processo isocórico}
- 3:    $u_{i+1} \leftarrow u_i + q_i$ ;
- 4:   Calcula  $T_{i+1}$  via  $u_{i+1}$  pelo modelo (biblioteca) de substância;
- 5:   Calcula  $P_{i+1}$  pela equação de estado;
- 6: **SENÃO**
- 7:   {Processo politrópico}
- 8:   ...
- 9: **FIM**

## Algoritmo de Solução de Sub-Processo Politrópico

- 1:  $j \leftarrow 0$ ;
- 2: Inicializa vetores  $n_i$ ,  $w_i$ ,  $u_{i+1}$ ,  $T_{i+1}$  e  $P_{i+1}$ ;
- 3:  $n_i^j \leftarrow 1 + R_{gas}/c_v(T_i)$ ; {Chute inicial isentrópico}
- 4: Calcula  $w_i^j$  com  $n_i = n_i^j$ ;
- 5: **ENQUANTO**  $j = 0$  **OU**  $|w_i^{j-1} - w_i^j| \geq \varepsilon_w$  **FAÇA**
- 6:      $u_{i+1}^j \leftarrow u_i + q_i + w_i^j$  com  $w_i = w_i^j$ ;
- 7:     Calcula  $T_{i+1}$  via  $u_{i+1}$  pelo modelo (biblioteca) de substância;
- 8:     Calcula  $P_{i+1}$  pela equação de estado;
- 9:     Corrige  $n_i^{j+1}$  pelo processo politrópico;
- 10:     $j \leftarrow j + 1$ ;
- 11:    Calcula  $w_i^j$  com  $n_i = n_i^j$ ;
- 12: **FIM**
- 13:  $n_i$ ,  $w_i$ ,  $u_{i+1}$ ,  $T_{i+1}$  e  $P_{i+1} \leftarrow$  seus últimos elementos  $j$ ; {Reverte vetores (linha 2)}

# Tópicos de Leitura I



Çengel, Y. A. e Boles, M. A.

*Termodinâmica 7ª Edição. Seções 9–3 a 9–5.*

AMGH. Porto Alegre. ISBN 978-85-8055-200-3.



Naaktgeboren, C.

*An air-standard finite-time heat addition Otto engine model.*

*Int. J. Mech. Eng. Educ.* 45 (2), 2017.

DOI 10.1177/0306419016689447.

A wide-angle photograph capturing a sunset or sunrise over a vast body of water. The horizon line divides the frame roughly in half. Above it, a dense layer of dark, textured clouds dominates the upper portion of the sky. A bright patch of sunlight is visible where the sun has set or risen, casting rays of golden light through the cloud layers. This light creates shimmering reflections across the surface of the water below. In the bottom left corner, there are some dark, silhouetted rocks.

Photo by Josh Sorenson from Pexels

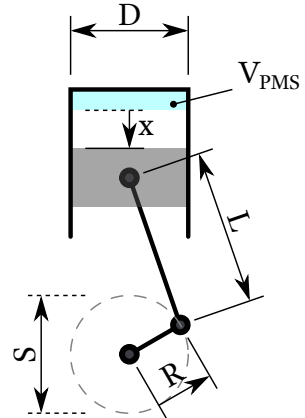


## Parte II

# Validação e Estudo de Caso com FTHA

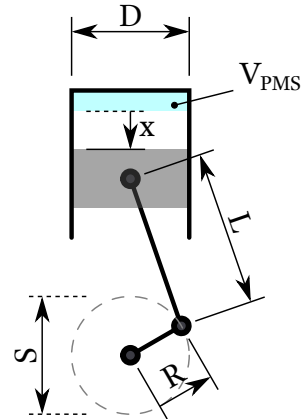
# Title

- Template de slide;



# Title

- Template de slide;



# Tópicos de Leitura I



Çengel, Y. A. e Boles, M. A.

*Termodinâmica 7ª Edição. Seções 9–3 a 9–5.*

AMGH. Porto Alegre. ISBN 978-85-8055-200-3.



Naaktgeboren, C.

*An air-standard finite-time heat addition Otto engine model.*

*Int. J. Mech. Eng. Educ.* 45 (2), 2017.

DOI 10.1177/0306419016689447.



Photo by Paul Basel from Pexels