A.07.01 – Relações de Propriedades Termodinâmicas

Relações Gerais

Prof. C. Naaktgeboren, PhD

https://github.com/CNThermSci/ApplThermSci

Compiled on 2020-12-04 21h24m03s UTC

1. Relações das Propriedades u, h, s, c_P e c_v
   - Relações para du, dh e ds
   - Relações para Calores Específicos
2. Relações de Outras Propriedades

Relações para a Energia Interna – I

Tomando-se $u : u(T, v)$, tem-se termos em dT e em dv:

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv \qquad \rightharpoondown$$

$$du = c_v \, dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv.$$

Tomando-se $s : s(T, v)$, tem-se termos em dT e em dv:

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T dv.$$

Relações para a Energia Interna – II

Tomando $du = Tds - Pdv$ e agrupando termos em dT e em dv:

$$du = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v dT + \left[T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - P\right] dv, \qquad \text{que é}$$

$$du = c_v\, dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv.$$

Relações para a Energia Interna – III

Igualando os coeficientes de dT e dv:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_v = \frac{c_v}{T},$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - P.$$

Relações para a Energia Interna – IV

Finalmente, pela Equação de Maxwell baseada na energia de Helmholtz, tem-se:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T - P,$$
$$= T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P.$$

O que conduz a

$$du = c_v\,dT + \left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P\right]dv.$$

Relações para a Energia Interna – V

Assim, a variação de $\Delta u_{12} = u_2 - u_1$ entre estados (T_2, v_2) e (T_1, v_1) é:

$$\Delta u_{12} = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v \, dT + \int_{v_1}^{v_2} \left[T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right] dv.$$

Relações para a Entalpia – I

Tomando-se $h : h(T, P)$, tem-se termos em dT e em dP:

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP \quad \rightarrow$$

$$dh = c_P\, dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP$$

Tomando-se $s : s(T, P)$, tem-se termos em dT e em dP:

$$ds = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T dP.$$

Relações para a Entalpia – II

Tomando $dh = Tds + vdP$ e agrupando termos em dT e em dP:

$$dh = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P dT + \left[T\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T + v\right] dP, \qquad \text{que é}$$

$$dh = c_P\, dT + \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T dP.$$

Relações para a Entalpia – III

Igualando os coeficientes de dT e dP:

$$\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_P = \frac{c_P}{T},$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T + v.$$

Relações para a Entalpia – IV

Finalmente, pela Equação de Maxwell baseada na energia de Gibbs, tem-se:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T = T\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T + v,$$
$$= v - T\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T.$$

O que conduz a

$$dh = c_P\, dT + \left[v - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P\right] dP.$$

Relações para a Entalpia – V

Assim, a variação de $\Delta h_{12} = h_2 - h_1$ entre estados (T_2, P_2) e (T_1, P_1) é:

$$\Delta h_{12} = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p \, dT + \int_{P_1}^{P_2} \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \right] dP.$$

Relações para a Entropia – I

Tomando-se $s : s(T, v)$, como na dedução de du e a relação de Maxwell com base na energia de Helmholtz, tem-se:

$$ds = \frac{c_v}{T}\,dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv,$$

e assim:

$$\Delta s_{12} = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_v}{T}\,dT + \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv.$$

Tópicos de Leitura – I

- Çengel, Y. A. e Boles, M. A.
  Termodinâmica 7ª *Edição*. Seções 12-4 a 12-5.
  AMGH. Porto Alegre. ISBN 978-85-8055-200-3.
- Naaktgeboren, C.
  Thermodynamic Properties Relations (Handout). Seções 5 e 6.
  Disponibilizado no AVA.

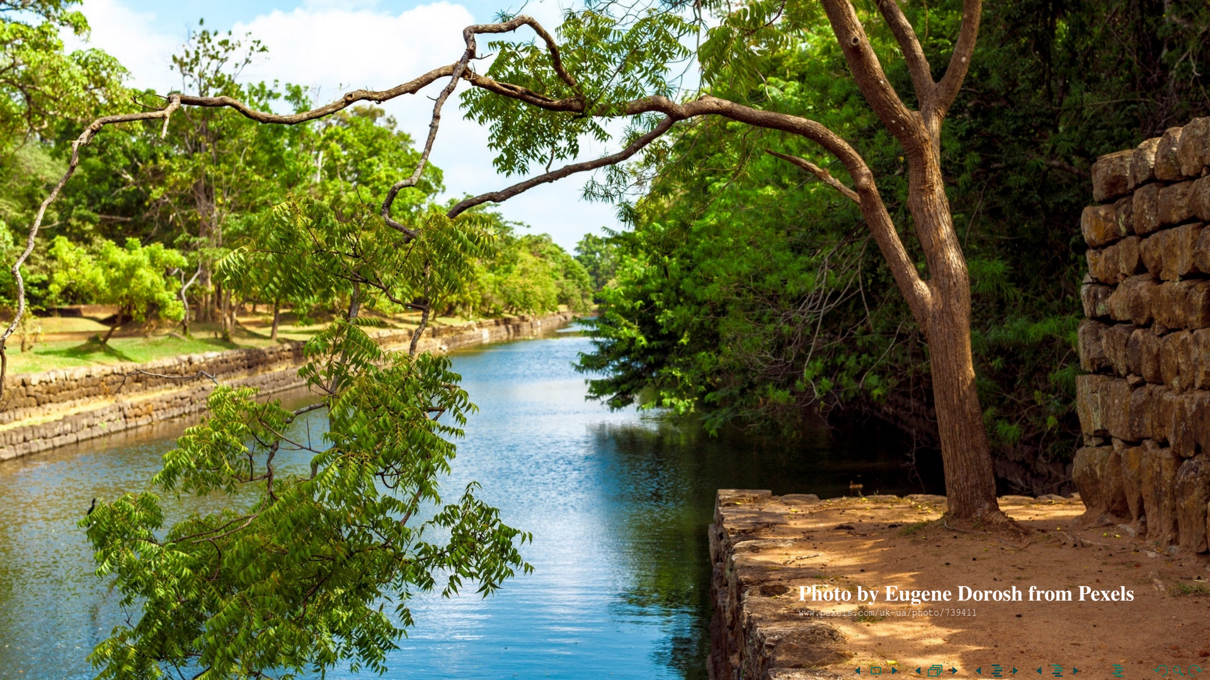

Photo by Eugene Dorosh from Pexels
www.pexels.com/uk-ua/photo/739411