### C.01.01 – Ciclo Otto de Tempo Finito de Adição de Calor

FTHA – Finite-Time Heat Addition Otto Engine Model

Prof. C. Naaktgeboren, PhD



https://github.com/CNThermSci/ApplThermSci Compiled on 2020-08-15 03h06m46s UTC





#### Sumário da Parte I

- 1 Introdução
  - Limitações do Ciclo Otto Ideal
  - Proposta do Ciclo Otto FTHA
- 2 Modelagem FTHA
  - Modelagem do Motor
  - Modelagem do Ciclo
  - Procedimento de Solução
- 3 Tópicos de Leitura







#### Sumário da Parte II

- 4 Validação do Modelo FTHA
- 5 Estudo de Caso com Modelo FTHA
- 6 Tópicos de Leitura





### Parte I

# Apresentação do Modelo FTHA





O ciclo Otto ideal, da termodinâmica aplicada:





40 + 40 + 43 + 43 +

O ciclo Otto ideal, da termodinâmica aplicada:

• Assume todas as hipóteses padrão a ar;







O ciclo Otto ideal, da termodinâmica aplicada:

Assume todas as hipóteses padrão a ar;

• Gás ideal;







O ciclo Otto ideal, da termodinâmica aplicada:

Assume todas as hipóteses padrão a ar;

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;







O ciclo Otto ideal, da termodinâmica aplicada:

Assume todas as hipóteses padrão a ar;

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;







O ciclo Otto ideal, da termodinâmica aplicada:

Assume todas as hipóteses padrão a ar;

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;

40 + 40 + 43 + 43 +

• Saída de calor modela a exaustão;





O ciclo Otto ideal, da termodinâmica aplicada:

Assume todas as hipóteses padrão a ar;

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;







- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Assume entrada de calor isocórica;

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;







- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Assume entrada de calor isocórica;
- Possui parâmetros r e k, e

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;







- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Assume entrada de calor isocórica;
- Possui parâmetros r e k, e
- Solução analítica, hip. padrão a ar frio:

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;







- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Assume entrada de calor isocórica;
- Possui parâmetros r e k, e
- Solução analítica, hip. padrão a ar frio:

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;
- Calores específicos constantes.







- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Assume entrada de calor isocórica;
- Possui parâmetros r e k, e
- Solução analítica, hip. padrão a ar frio:

$$\eta_t = 1 - r^{1-k}$$

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;
- Calores específicos constantes.





O ciclo Otto ideal, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Assume entrada de calor isocórica;
- Possui parâmetros r e k, e
- Solução analítica, hip. padrão a ar frio:

$$\eta_t = 1 - r^{1-k}$$
  $\rightarrow$ 

•  $\eta_t:\eta_t(r,k)$  apenas!

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;
- Calores específicos constantes.





### Desvios do ciclo Otto ideal—incluem, mas não limitados a:



Diagrama P - V ilustrativo de perdas por (i) combustão não instantânea—verde, (ii) transferência de calor—vermelho—e de (iii) bombeamento—azul. Fonte: adaptado de Wikimedia Commons.





• Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:





- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;







- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;







- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
  - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;







- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
  - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;
  - Remoção de calor permanece isocórica (instantânea).







- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
  - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;
  - Remoção de calor permanece isocórica (instantânea).
- Mantém-se como modelo padrão a ar:







- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
  - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;
  - Remoção de calor permanece isocórica (instantânea).
- Mantém-se como modelo padrão a ar:
  - Transferência de calor para bloco inclui irreversibilidades;





- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
  - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;
  - Remoção de calor permanece isocórica (instantânea).
- Mantém-se como modelo padrão a ar:
  - Transferência de calor para bloco inclui irreversibilidades;
  - Perdas de bombeamento envolvem sistema e ciclo abertos.







- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
  - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;
  - Remoção de calor permanece isocórica (instantânea).
- Mantém-se como modelo padrão a ar:
  - Transferência de calor para bloco inclui irreversibilidades;
  - Perdas de bombeamento envolvem sistema e ciclo abertos.
- Mantém-se como modelo de substância pura:





- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
  - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;
  - Remoção de calor permanece isocórica (instantânea).
- Mantém-se como modelo padrão a ar:
  - Transferência de calor para bloco inclui irreversibilidades;
  - Perdas de bombeamento envolvem sistema e ciclo abertos.
- Mantém-se como modelo de substância pura:
  - Evita combustão e equilíbrio químico;





- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
  - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;
  - Remoção de calor permanece isocórica (instantânea).
- Mantém-se como modelo padrão a ar:
  - Transferência de calor para bloco inclui irreversibilidades;
  - Perdas de bombeamento envolvem sistema e ciclo abertos.
- Mantém-se como modelo de substância pura:
  - Evita combustão e equilíbrio químico;
  - Evita modelagem termodinâmica de misturas reativas.





• Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:





- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;







- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.







- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros construtivos do motor:







- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros construtivos do motor:
  - Conjunto pistão-cilindro;







- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros construtivos do motor:
  - Conjunto pistão-cilindro;
  - Mecanismo biela-manivela.







- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros construtivos do motor:
  - Conjunto pistão-cilindro;
  - Mecanismo biela-manivela.
- Inclui parâmetros operacionais do motor:





40 + 40 + 43 + 43 +

### Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros construtivos do motor:
  - Conjunto pistão-cilindro;
  - Mecanismo biela-manivela.
- Inclui parâmetros operacionais do motor:
  - Velocidade angular (rotação);





40 + 40 + 43 + 43 +

### Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros construtivos do motor:
  - Conjunto pistão-cilindro;
  - Mecanismo biela-manivela.
- Inclui parâmetros operacionais do motor:
  - Velocidade angular (rotação);
  - Ângulo de ignição e







### Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros construtivos do motor:
  - Conjunto pistão-cilindro;
  - Mecanismo biela-manivela.
- Inclui parâmetros operacionais do motor:
  - Velocidade angular (rotação);
  - Ângulo de ignição e
  - Duração da combustão.





• Diâmetro do pistão/cilindro, D;







- Diâmetro do pistão/cilindro, D;
- Raio da manivela, *R*;







- Diâmetro do pistão/cilindro, D;
- Raio da manivela, R;
- Curso do pistão, S = 2R;









- Diâmetro do pistão/cilindro, D;
- Raio da manivela, R;
- Curso do pistão, S = 2R;
- Comprimento da biela, *L*;









- Diâmetro do pistão/cilindro, D;
- Raio da manivela, R;
- Curso do pistão, S = 2R;
- Comprimento da biela, *L*;
- Volume morto (do PMS), V<sub>PMS</sub>;









- Diâmetro do pistão/cilindro, D;
- Raio da manivela, *R*;
- Curso do pistão, S = 2R;
- Comprimento da biela, *L*;
- Volume morto (do PMS), V<sub>PMS</sub>;
- Volume máximo (do PMI), V<sub>PMI</sub>;









- Diâmetro do pistão/cilindro, D;
- Raio da manivela, R;
- Curso do pistão, S = 2R;
- Comprimento da biela, *L*;
- Volume morto (do PMS), V<sub>PMS</sub>;
- Volume máximo (do PMI), V<sub>PMI</sub>;
- Razão de compressão,  $r = \frac{V_{\rm PMS}}{V_{\rm PMI}}$ .









• Posição do pistão (rel. PMS), x;







- Posição do pistão (rel. PMS), x;
- Ângulo do virabrequim (rel. PMS), α;









- Posição do pistão (rel. PMS), x;
- Ângulo do virabrequim (rel. PMS), α;
- Volume instantâneo, *V*;









- Posição do pistão (rel. PMS), x;
- Ângulo do virabrequim (rel. PMS), α;
- Volume instantâneo, V;

$$x(\alpha) = L\left(1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2\alpha}\right) + R(1 - \cos\alpha)$$









- Posição do pistão (rel. PMS), x;
- Ângulo do virabrequim (rel. PMS), α;
- Volume instantâneo, *V*;

$$x(\alpha) = L\left(1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2\alpha}\right) + R(1 - \cos\alpha)$$

$$V(\alpha) = \frac{\pi x(\alpha)}{4} D^2 + V_{\text{PMS}} \quad \rightarrow \quad v(\alpha) = \frac{V(\alpha)}{m_0}$$









• Ângulo de ignição (rel. PMS), θ;









- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;









- Ângulo de ignição (rel. PMS), θ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;







- Ângulo de ignição (rel. PMS), θ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- "Duração angular" da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;







- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- "Duração angular" da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de ω constante—discretização em α:
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \le \alpha \le +\pi$ ;



4 D > 4 A > 4 B > 4 B >





- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- "Duração angular" da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de ω constante—discretização em α:
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \le \alpha \le +\pi$ ;
  - Intervalo de adição de calor:  $\theta \le \alpha \le \theta + \delta$ .









- Ângulo de ignição (rel. PMS), θ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- "Duração angular" da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de ω constante—discretização em α:
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \le \alpha \le +\pi$ ;
  - Intervalo de adição de calor:  $\theta \le \alpha \le \theta + \delta$ .
  - $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$ ,  $i \in \mathbb{N}$ ,  $0 \le i \le 2I$ , with







- Ângulo de ignição (rel. PMS), θ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- "Duração angular" da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de ω constante—discretização em α:
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \le \alpha \le +\pi$ ;
  - Intervalo de adição de calor:  $\theta \le \alpha \le \theta + \delta$ .
  - $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$ ,  $i \in \mathbb{N}$ ,  $0 \le i \le 2I$ , with
  - $\Delta \alpha = \pi/I, I \in \mathbb{N}^*$ .







- Ângulo de ignição (rel. PMS),  $\theta$ ;
- Duração da combustão,  $\Delta t_c$ ;
- Velocidade angular,  $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$ ;
- "Duração angular" da combustão,  $\delta = \omega \Delta t_c$ ;
- Casos de ω constante—discretização em α:
  - Intervalo de simulação:  $-\pi \le \alpha \le +\pi$ ;
  - Intervalo de adição de calor:  $\theta \le \alpha \le \theta + \delta$ .
  - $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$ ,  $i \in \mathbb{N}$ ,  $0 \le i \le 2I$ , with
  - $\Delta \alpha = \pi/I, I \in \mathbb{N}^*$ .
- Casos de ω variável—discretização em t.







$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha)$$
, com





40 ) 40 ) 43 ) 43 )

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$
 
$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leqslant \alpha \leqslant \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$





$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$
 
$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leqslant \alpha \leqslant \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

•  $g(\alpha)$  modela o histórico da ad. de calor:







$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$
 
$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leqslant \alpha \leqslant \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

•  $g(\alpha)$  modela o histórico da ad. de calor:

• 
$$g(\theta) = 0$$
 e  $g(\theta + \delta) = 1$ ;





$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$
 
$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leqslant \alpha \leqslant \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$  modela o histórico da ad. de calor:
  - $g(\theta) = 0$  e  $g(\theta + \delta) = 1$ ;
  - Função  $g(\alpha)$  deve ser monotônica;





$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$
 
$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leqslant \alpha \leqslant \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$  modela o histórico da ad. de calor:
  - $g(\theta) = 0$  e  $g(\theta + \delta) = 1$ ;
  - Função  $g(\alpha)$  deve ser monotônica;
  - $g(\alpha)$  pode basear-se em experimentos;





$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$
 
$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leqslant \alpha \leqslant \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$  modela o histórico da ad. de calor:
  - $g(\theta) = 0$  e  $g(\theta + \delta) = 1$ ;
  - Função  $g(\alpha)$  deve ser monotônica;
  - $g(\alpha)$  pode basear-se em experimentos;

• Lit.: 
$$g(\alpha) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(\frac{\pi}{\delta}(\alpha - \theta))$$
.





No i-ésimo (sub-)processo politrópico:







No *i*-ésimo (sub-)processo politrópico:

• O sistema evolui do estado-i para o estado-(i+1).







No *i*-ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado-i para o estado-(i+1).
- Propriedades  $P_i$ ,  $T_i$ ,  $v_i$ ,  $u_i$ , etc., definidas nos estados -i e -(i+1).







No *i*-ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado-i para o estado-(i+1).
- Propriedades  $P_i$ ,  $T_i$ ,  $v_i$ ,  $u_i$ , etc., definidas nos estados -i e -(i+1).
- Interações do *i*-ésimo processo são  $q_i$  e  $w_i$ .







No *i*-ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado-i para o estado-(i+1).
- Propriedades  $P_i$ ,  $T_i$ ,  $v_i$ ,  $u_i$ , etc., definidas nos estados -i e -(i+1).
- Interações do *i*-ésimo processo são  $q_i$  e  $w_i$ .

Balanço de energia de processo:





40 ) 40 ) 43 ) 43 )

No *i*-ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado-i para o estado-(i+1).
- Propriedades  $P_i$ ,  $T_i$ ,  $v_i$ ,  $u_i$ , etc., definidas nos estados -i e -(i+1).
- Interações do *i*-ésimo processo são  $q_i$  e  $w_i$ .

Balanço de energia de processo:

$$q_i + w_i = \Delta u_i = u_{i+1} - u_i$$







No *i*-ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado-i para o estado-(i+1).
- Propriedades  $P_i$ ,  $T_i$ ,  $v_i$ ,  $u_i$ , etc., definidas nos estados -i e -(i+1).
- Interações do *i*-ésimo processo são  $q_i$  e  $w_i$ .

Balanço de energia de processo:

$$q_i + w_i = \Delta u_i = u_{i+1} - u_i \quad \rightarrow$$







No *i*-ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado-i para o estado-(i+1).
- Propriedades  $P_i$ ,  $T_i$ ,  $v_i$ ,  $u_i$ , etc., definidas nos estados -i e -(i+1).
- Interações do *i*-ésimo processo são  $q_i$  e  $w_i$ .

Balanço de energia de processo:

$$q_i + w_i = \Delta u_i = u_{i+1} - u_i \longrightarrow u_{i+1} = u_i + q_i + w_i, \quad \text{com},$$







$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i)$$







$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \neg$$





$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \neg$$

$$q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)], \quad \mathbf{e}$$





4 0 1 4 10 1 4 2 1 4 2 1

$$q_{i} = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_{i}) \longrightarrow$$

$$q_{i} = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_{i})], \quad e$$

$$w_{i} = \int_{y_{i}}^{y_{i+1}} (P_{i} y_{i}^{n_{i}}) v^{-n_{i}} dv,$$





$$q_{i} = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_{i}) \longrightarrow$$

$$q_{i} = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_{i})], \quad e$$

$$w_{i} = \int_{v_{i}}^{v_{i+1}} (P_{i}v_{i}^{n_{i}})v^{-n_{i}} dv, \quad \longrightarrow$$





4 0 > 4 1 3 > 4 3 > 4 3 >

$$q_{i} = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_{i}) \quad \neg$$

$$q_{i} = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_{i})], \quad e$$

$$w_{i} = \int_{v_{i}}^{v_{i+1}} (P_{i}v_{i}^{n_{i}})v^{-n_{i}} dv, \quad \neg$$

$$w_{i} = \begin{cases} \frac{P_{i}v_{i}}{1 - n_{i}} \left[1 - \left(\frac{v_{i}}{v_{i+1}}\right)^{n_{i}-1}\right], & \text{para } n_{i} \neq 1, \\ P_{i}v_{i} \ln \frac{v_{i}}{v_{i+1}}, & \text{para } n_{i} = 1, \\ 0, & \text{para } v_{i} \approx v_{i+1} \end{cases}$$



para  $v_i \approx v_{i+1} \quad \rightarrow \quad |v_i - v_{i+1}| \leqslant \varepsilon_v$ .





#### Solução de Sub-Processo

#### Conjectura (de consistência termodinâmica)

Para uma dada interação de calor,  $q_i$ , existe um único expoente politrópico,  $n_i$ , tal que o processo politrópico  $Pv^{n_i} = C_i = \text{const.}$ , aplicado entre estados (i) e (i+1) resulta em uma interação de trabalho,  $w_i$ , e em uma variação de energia interna,  $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$ , que é termodinamicamente consistente com a equação P-v-T de estado da substância de trabalho em ambos estados finais e que também satisfaz o balanço de energia do processo.







#### Solução de Sub-Processo

#### Conjectura (de consistência termodinâmica)

Para uma dada interação de calor,  $q_i$ , existe um único expoente politrópico,  $n_i$ , tal que o processo politrópico  $Pv^{n_i} = C_i = \text{const.}$ , aplicado entre estados (i) e (i+1) resulta em uma interação de trabalho,  $w_i$ , e em uma variação de energia interna,  $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$ , que é termodinamicamente consistente com a equação P-v-T de estado da substância de trabalho em ambos estados finais e que também satisfaz o balanço de energia do processo.

 $\rightarrow$  Processo de estimativa  $(n_i^0)$  e j-ésima correção  $(n_i^j)$  até a convergência.





#### Solução de Sub-Processo

#### Conjectura (de consistência termodinâmica)

Para uma dada interação de calor,  $q_i$ , existe um único expoente politrópico,  $n_i$ , tal que o processo politrópico  $Pv^{n_i} = C_i = \text{const.}$ , aplicado entre estados (i) e (i+1) resulta em uma interação de trabalho,  $w_i$ , e em uma variação de energia interna,  $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$ , que é termodinamicamente consistente com a equação P-v-T de estado da substância de trabalho em ambos estados finais e que também satisfaz o balanço de energia do processo.

- $\rightarrow$  Processo de estimativa  $(n_i^0)$  e j-ésima correção  $(n_i^j)$  até a convergência.
- $\rightarrow$  Tolerâncias de convergência  $\varepsilon_w$  e  $\varepsilon_u$ .





• Com  $n_i^j$  é possível obter  $w_i^j$  e  $u_{i+1}^j$  por balanço de energia;





40 ) 40 ) 43 ) 43 )

- Com  $n_i^j$  é possível obter  $w_i^j$  e  $u_{i+1}^j$  por balanço de energia;
- $P_{i+1}$  pode ser obtida via  $u_{i+1}^{j}$  e o modelo de substância;





40 + 40 + 43 + 43 +

- Com  $n_i^j$  é possível obter  $w_i^j$  e  $u_{i+1}^j$  por balanço de energia;
- $P_{i+1}$  pode ser obtida via  $u_{i+1}^{j}$  e o modelo de substância;
- O novo expoente  $n_i^{j+1}$  pode ser achado pelo processo politrópico:





- Com  $n_i^j$  é possível obter  $w_i^j$  e  $u_{i+1}^j$  por balanço de energia;
- $P_{i+1}$  pode ser obtida via  $u_{i+1}^{j}$  e o modelo de substância;
- O novo expoente  $n_i^{j+1}$  pode ser achado pelo processo politrópico:

$$P_i v_i^{n_i^{j+1}} = P_{i+1}^j v_{i+1}^{n_i^{j+1}}$$





- Com  $n_i^j$  é possível obter  $w_i^j$  e  $u_{i+1}^j$  por balanço de energia;
- $P_{i+1}$  pode ser obtida via  $u_{i+1}^{j}$  e o modelo de substância;
- O novo expoente  $n_i^{j+1}$  pode ser achado pelo processo politrópico:

$$P_{i}v_{i}^{n_{i}^{j+1}} = P_{i+1}^{j}v_{i+1}^{n_{i}^{j+1}} \quad \rightarrow \quad n_{i}^{j+1} = \frac{\ln\frac{P_{i+1}^{j}}{P_{i}}}{\ln\frac{v_{i}}{v_{i+1}}}.$$





## Algoritmo de Inicialização

```
REQUER: Parâmetros do motor: \{\omega, D, L, R, V_{PMS}, e V_{du}\};
```

**REQUER:** Ângulos  $\theta$  e  $\delta$  (via  $\Delta t_c$ );

**REQUER:** Refinamento da discretização, *I*;

**REQUER:** Estado inicial  $(P_0, T_0)$  e modelo de substância;

**REQUER:** Função  $g(\alpha)$  e  $q_{ent}$ ;

**REQUER:** Tolerâncias de convergência  $\varepsilon_v$ ,  $\varepsilon_w$  e  $\varepsilon_u$ .

1: Inicializa todas quant. com índice i como vetores vazios:  $\alpha_i$ ,  $v_i$ ,  $q_i$ ,  $w_i$ ,  $n_i$ ,  $P_i$ ,  $T_i$ , and  $u_i$ ;

2: Calcula  $\Delta \alpha = \pi/I$  e todos  $\alpha_i = -\pi + i\Delta \alpha$ ;

3:  $v_0 \leftarrow$  volume específico, de  $(P_0, T_0)$  e equação de estado;

4:  $m \leftarrow V_0/v_0$ ;

5: Calcula todos  $v_i = V(\alpha_i)/m$ ;

6:  $i \leftarrow 0$ ;





## Algoritmo de Laço do Ciclo

```
    PARA i = 0 até 2I FAÇA
    Calcula q<sub>i</sub> = q<sub>ent</sub> · [y(α<sub>i+1</sub>) − y(α<sub>i</sub>)];
    Resolve para w<sub>i</sub>, n<sub>i</sub>, u<sub>i+1</sub>, P<sub>i+1</sub> e T<sub>i+1</sub> via algoritmo de solução de sub-processo;
    FIM
    i ← i+1;
    q<sub>i</sub> ← u<sub>0</sub> − u<sub>i</sub>;
    w<sub>i</sub> ← 0;
    Estado-(i) = Estado-0; {Para todas as funções de estado rastreadas}
```







## Algoritmo de Finalização

```
    w<sub>ent</sub> ← ∑w<sub>i</sub> ≥ 0; {Trabalho que entra no sistema}
    w<sub>out</sub> ← −∑w<sub>i</sub> < 0; {Trabalho realizado pela sistema}</li>
    w<sub>net</sub> ← w<sub>out</sub> − w<sub>ent</sub>; {Trabalho líquido realizado pelo sistema}
    q<sub>ent</sub> ← ∑q<sub>i</sub> ≥ 0; {Calor que entra no sistema}
    q<sub>rej</sub> ← −∑q<sub>i</sub> < 0; {Calor rejeitado pelo sistema}</li>
    η<sub>t</sub> ← w<sub>net</sub>/q<sub>ent</sub>; {Eficiência térmica}
    r<sub>bw</sub> ← w<sub>ent</sub>/w<sub>out</sub>; {Fração de consumo de trabalho}
    MEP ← w<sub>net</sub>/(V<sub>du</sub>/m); {Pressão média efetiva}
    Salva dados da simulação para o pós-processamento (relatório).
```





# Algoritmo de Solução de Sub-Processo

```
    SE |v<sub>i</sub> - v<sub>i+1</sub>| ≤ ε<sub>ν</sub> ENTÃO
    {Processo isocórico}
    u<sub>i+1</sub> ← u<sub>i</sub> + q<sub>i</sub>;
    Calcula T<sub>i+1</sub> via u<sub>i+1</sub> pelo modelo (biblioteca) de substância;
    Calcula P<sub>i+1</sub> pela equação de estado;
    SENÃO
    {Processo politrópico}
    ...
    FIM
```







## Algoritmo de Solução de Sub-Processo Politrópico

```
1: i \leftarrow 0;
2: Inicializa vetores n_i, w_i, u_{i+1}, T_{i+1} e P_{i+1};
3: n_i^j \leftarrow 1 + R_{gas}/c_v(T_i); {Chute inicial isentrópico}
4: Calcula w_i^j com n_i = n_i^j;
5: ENQUANTO j = 0 OU |w_i^{j-1} - w_i^j| \ge \varepsilon_w FACA
       u_{i+1}^j \leftarrow u_i + q_i + w_i^j \text{ com } w_i = w_i^j;
        Calcula T_{i+1} via u_{i+1} pelo modelo (biblioteca) de substância;
        Calcula P_{i+1} pela equação de estado;
      Corrige n_i^{j+1} pelo processo politrópico;
10:
     j \leftarrow j + 1;
       Calcula w_i^j com n_i = n_i^j:
12: FIM
13: n_i, w_i, u_{i+1}, T_{i+1} \in P_{i+1} \leftarrow \text{seus últimos elementos } j; {Reverte vetores (linha 2)}
```





#### Tópicos de Leitura I

Çengel, Y. A. e Boles, M. A. *Termodinâmica* 7ª *Edição*. Seções 9–3 a 9–5. AMGH. Porto Alegre. ISBN 978-85-8055-200-3.

Naaktgeboren, C.

An air-standard finite-time heat addition Otto engine model.

Int. J. Mech. Eng. Educ. 45 (2), 2017.

DOI 10.1177/0306419016689447.







#### Parte II

# Validação e Estudo de Caso com FTHA





• Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;





- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;







- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;







- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;
- O modelo matemático é a descrição do modelo físico;







- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;
- O modelo matemático é a descrição do modelo físico;
- O modelo físico vêm da teoria;







- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;
- O modelo matemático é a descrição do modelo físico;
- O modelo físico vêm da teoria;
- A teoria advém de hipóteses formuladas e testadas por cientistas;







- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;
- O modelo matemático é a descrição do modelo físico;
- O modelo físico vêm da teoria;
- A teoria advém de hipóteses formuladas e testadas por cientistas;
- As hipóteses são formuladas da observação da realidade.





- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;
- O modelo matemático é a descrição do modelo físico;
- O modelo físico vêm da teoria;
- A teoria advém de hipóteses formuladas e testadas por cientistas;
- As hipóteses são formuladas da observação da realidade.
- : há um longo caminho entre a realidade e a solução numérica!





- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;
- O modelo matemático é a descrição do modelo físico;
- O modelo físico vêm da teoria;
- A teoria advém de hipóteses formuladas e testadas por cientistas;
- As hipóteses são formuladas da observação da realidade.
- : há um longo caminho entre a realidade e a solução numérica!
- Como saber se a solução numérica não retorna "garbage"?





40 + 40 + 43 + 43 +

- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;
- O modelo matemático é a descrição do modelo físico;
- O modelo físico vêm da teoria;
- A teoria advém de hipóteses formuladas e testadas por cientistas;
- As hipóteses são formuladas da observação da realidade.
- : há um longo caminho entre a realidade e a solução numérica!
- Como saber se a solução numérica não retorna "garbage"? → Validação!





#### O que é Validação?

Resultados de um modelo numérico só são confiáveis se o modelo for validado:





Resultados de um modelo numérico só são confiáveis se o modelo for validado:

• Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.





- Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.
- Tal solução conhecida deve ser confiável:







- Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.
- Tal solução conhecida deve ser confiável:
  - Seja por ter uma relação mais direta com a realidade, a saber: experimentos;







- Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.
- Tal solução conhecida deve ser confiável:
  - Seja por ter uma relação mais direta com a realidade, a saber: experimentos;
  - Seja por comprovada exatidão, a saber: solução analítica do mesmo modelo matemático;







- Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.
- Tal solução conhecida deve ser confiável:
  - Seja por ter uma relação mais direta com a realidade, a saber: experimentos;
  - Seja por comprovada exatidão, a saber: solução analítica do mesmo modelo matemático;
- O FTHA melhora o ciclo Otto ideal e pode ser reduzido a ele, via  $\delta = 0$ ;







- Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.
- Tal solução conhecida deve ser confiável:
  - Seja por ter uma relação mais direta com a realidade, a saber: experimentos;
  - Seja por comprovada exatidão, a saber: solução analítica do mesmo modelo matemático;
- O FTHA melhora o ciclo Otto ideal e pode ser reduzido a ele, via  $\delta = 0$ ;
- O ciclo Otto ideal (padrão a ar frio) possui solução exata!







- Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.
- Tal solução conhecida deve ser confiável:
  - Seja por ter uma relação mais direta com a realidade, a saber: experimentos;
  - Seja por comprovada exatidão, a saber: solução analítica do mesmo modelo matemático;
- O FTHA melhora o ciclo Otto ideal e pode ser reduzido a ele, via  $\delta = 0$ ;
- O ciclo Otto ideal (padrão a ar frio) possui solução exata!
- FTHA é validado caso produza resultado próximo da solução exata!



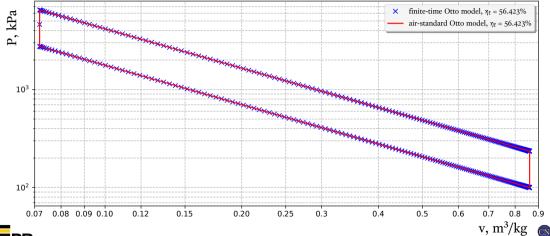


- Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.
- Tal solução conhecida deve ser confiável:
  - Seja por ter uma relação mais direta com a realidade, a saber: experimentos;
  - Seja por comprovada exatidão, a saber: solução analítica do mesmo modelo matemático;
- O FTHA melhora o ciclo Otto ideal e pode ser reduzido a ele, via  $\delta = 0$ ;
- O ciclo Otto ideal (padrão a ar frio) possui solução exata!
- FTHA é validado caso produza resultado próximo da solução exata!
- Quanto mais casos de validação forem feitos, melhor!





### Model validation for r = 12 and k = 1.3343 (constant $c_V$ for hot air)







• Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:







- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
  - É onde se coleta as previsões do modelo!







- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
  - É onde se coleta as previsões do modelo!
  - É onde expectativas educadas podem ser ou não confirmadas!







- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
  - É onde se coleta as previsões do modelo!
  - É onde expectativas educadas podem ser ou não confirmadas!
  - É de onde se aprende com o modelo, pela análise das previsões.







- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
  - É onde se coleta as previsões do modelo!
  - É onde expectativas educadas podem ser ou não confirmadas!
  - É de onde se aprende com o modelo, pela análise das previsões.
- O artigo que traz o FTHA contém um estudo de caso, um teste de rotação:







- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
  - É onde se coleta as previsões do modelo!
  - É onde expectativas educadas podem ser ou não confirmadas!
  - É de onde se aprende com o modelo, pela análise das previsões.
- O artigo que traz o FTHA contém um estudo de caso, um teste de rotação:
  - Para  $\Delta t_c$  fixo,  $\delta$  aumenta com a rotação.







- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
  - É onde se coleta as previsões do modelo!
  - É onde expectativas educadas podem ser ou não confirmadas!
  - É de onde se aprende com o modelo, pela análise das previsões.
- O artigo que traz o FTHA contém um estudo de caso, um teste de rotação:
  - Para  $\Delta t_c$  fixo,  $\delta$  aumenta com a rotação.
  - Espera-se ciclos parecidos com o Otto ideal para baixos valores de  $\delta$ ;







- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
  - É onde se coleta as previsões do modelo!
  - É onde expectativas educadas podem ser ou não confirmadas!
  - É de onde se aprende com o modelo, pela análise das previsões.
- O artigo que traz o FTHA contém um estudo de caso, um teste de rotação:
  - Para  $\Delta t_c$  fixo,  $\delta$  aumenta com a rotação.
  - Espera-se ciclos parecidos com o Otto ideal para baixos valores de  $\delta$ ;
  - Espera-se desvios progressivos e queda na eficiência com aumento de δ;







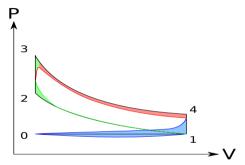
- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
  - É onde se coleta as previsões do modelo!
  - É onde expectativas educadas podem ser ou não confirmadas!
  - É de onde se aprende com o modelo, pela análise das previsões.
- O artigo que traz o FTHA contém um estudo de caso, um teste de rotação:
  - Para  $\Delta t_c$  fixo,  $\delta$  aumenta com a rotação.
  - Espera-se ciclos parecidos com o Otto ideal para baixos valores de  $\delta$ ;
  - Espera-se desvios progressivos e queda na eficiência com aumento de δ;
  - Espera-se diagramas *P-v* parecidos com o ilustrado anteriormente:







### Recapitulando: Desvios do ciclo Otto ideal

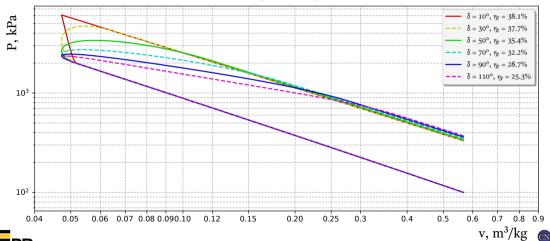


Espera-se que o FTHA prediga ciclos incorporando efeitos de combustão não instantânea—verde, e não os demais efeitos de transferência de calor—vermelho—e de bombeamento—azul. Fonte: adaptado de Wikimedia Commons. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/P-V\_diagram\_deviations\_to\_otto\_cycle.svg.





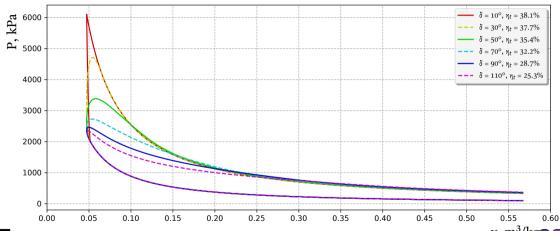
Tests for r = 12,  $\theta = -10^{\circ}$ , and variable  $\delta$ 







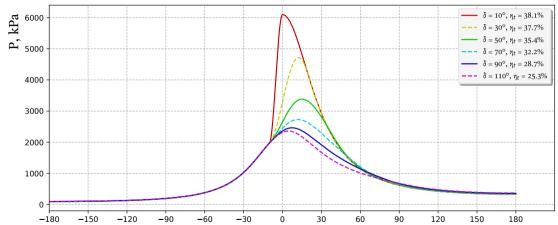
Tests for r = 12,  $\theta = -10^{\circ}$ , and variable  $\delta$ 







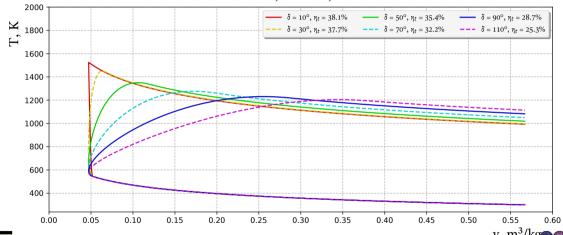
Tests for r = 12,  $\theta = -10^{\circ}$ , and variable  $\delta$ 







### Tests for r = 12, $\theta = -10^{\circ}$ , and variable $\delta$







# Tópicos de Leitura I

Çengel, Y. A. e Boles, M. A. *Termodinâmica* 7ª *Edição*. Seções 9–3 a 9–5. AMGH. Porto Alegre. ISBN 978-85-8055-200-3.

Naaktgeboren, C.

An air-standard finite-time heat addition Otto engine model.

Int. J. Mech. Eng. Educ. 45 (2), 2017.

DOI 10.1177/0306419016689447.





4 D > 4 A > 4 B > 4 B >

