C.01.01 – Ciclo Otto de Tempo Finito de Adição de Calor

FTHA – Finite-Time Heat Addition Otto Engine Model

Prof. C. Naaktgeboren, PhD

Parte I

Apresentação do Modelo FTHA

Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto ideal, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
- Assume entrada de calor isocórica;
- Possui parâmetros r e k, e
- Solução analítica, hip. padrão a ar frio:

$$\eta_t = 1 - r^{1-k} \quad \rightarrow$$

- $\eta_t : \eta_t(r, k)$ apenas!

- Gás ideal;
- Processos internamente reversíveis;
- Entrada de calor modela a combustão;
- Saída de calor modela a exaustão;
- Modelo em ciclo fechado;
- Calores específicos constantes.

Desvios do ciclo Otto ideal—incluem, mas não limitados a:

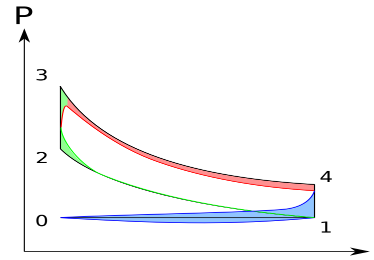


Diagrama $P - V$ ilustrativo de perdas por (i) combustão não instantânea—verde, (ii) transferência de calor—vermelho—e de (iii) bombeamento—azul. Fonte: adaptado de Wikimedia Commons.

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/P-V_diagram_deviations_to_Otto_cycle.svg.

Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

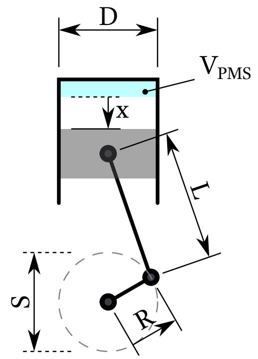
- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
  - Interações simultâneas de calor e trabalho;
  - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
  - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;
  - Remoção de calor permanece isocórica (instantânea).
- Mantém-se como modelo padrão a ar:
  - Transferência de calor para bloco inclui irreversibilidades;
  - Perdas de bombeamento envolvem sistema e ciclo abertos.
- Mantém-se como modelo de substância pura:
  - Evita combustão e equilíbrio químico;
  - Evita modelagem termodinâmica de misturas reativas.

Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
  - Razão de compressão do motor;
  - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros construtivos do motor:
  - Conjunto pistão-cilindro;
  - Mecanismo biela-manivela.
- Inclui parâmetros operacionais do motor:
  - Velocidade angular (rotação);
  - Ângulo de ignição e
  - Duração da combustão.

Parâmetros do mecanismo

- Diâmetro do pistão/cilindro, D;
- Raio da manivela, R;
- Curso do pistão, $S = 2R$;
- Comprimento da biela, L;
- Volume morto (do PMS), V_{PMS};
- Volume máximo (do PMI), V_{PMI};
- Razão de compressão, $r = \dfrac{V_{\text{PMS}}}{V_{\text{PMI}}}$.

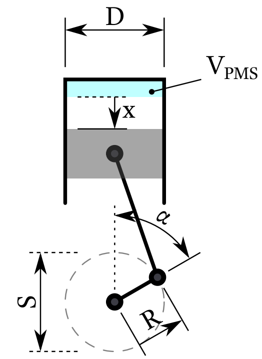


Parâmetros do mecanismo

- Posição do pistão (rel. PMS), x;
- Ângulo do virabrequim (rel. PMS), α;
- Volume instantâneo, V;

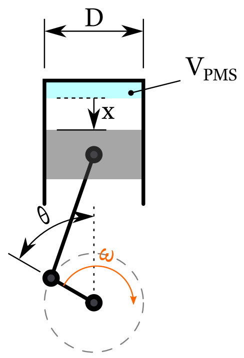
$$x(\alpha) = L\left(1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2\alpha}\right) + R(1 - \cos\alpha)$$

$$V(\alpha) = \frac{\pi x(\alpha)}{4}D^2 + V_{\text{PMS}} \quad \rightarrow \quad v(\alpha) = \frac{V(\alpha)}{m_0}$$



Parâmetros de tempo do motor

- Ângulo de ignição (rel. PMS), θ;
- Duração da combustão, Δt_c;
- Velocidade angular, $\omega \equiv \dfrac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$;
- "Duração angular" da combustão, $\delta = \omega \Delta t_c$;
- Casos de ω constante—discretização em α:
  - Intervalo de simulação: $-\pi \leqslant \alpha \leqslant +\pi$;
  - Intervalo de adição de calor: $\theta \leqslant \alpha \leqslant \theta + \delta$.
  - $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$, $i \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant i \leqslant 2I$, with
  - $\Delta\alpha = \pi/I$, $I \in \mathbb{N}^*$.
- Casos de ω variável—discretização em t.

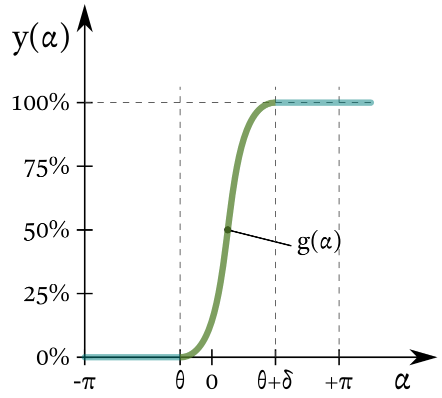


Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leqslant \alpha \leqslant \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$ modela o histórico da ad. de calor:
  - $g(\theta) = 0$ e $g(\theta + \delta) = 1$;
  - Função $g(\alpha)$ deve ser monotônica;
  - $g(\alpha)$ pode basear-se em experimentos;
  - Lit.: $g(\alpha) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{\delta}(\alpha - \theta)\right)$.



Equações Termodinâmicas

No i-ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado-i para o estado-$(i+1)$.
- Propriedades P_i, T_i, v_i, u_i, etc., definidas nos estados -i e -$(i+1)$.
- Interações do i-ésimo processo são q_i e w_i.

Balanço de energia de processo:

$$q_i + w_i = \Delta u_i = u_{i+1} - u_i \quad \rightharpoondown$$

$$u_{i+1} = u_i + q_i + w_i, \quad \text{com,}$$

Equações Termodinâmicas

$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \rightharpoondown$$

$$q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)], \quad \text{e}$$

$$w_i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} (P_i v_i^{n_i}) v^{-n_i} \, dv, \quad \rightharpoondown$$

$$w_i = \begin{cases} \dfrac{P_i v_i}{1 - n_i}\left[1 - \left(\dfrac{v_i}{v_{i+1}}\right)^{n_i - 1}\right], & \text{para } n_i \neq 1, \\ P_i v_i \ln \dfrac{v_i}{v_{i+1}}, & \text{para } n_i = 1, \\ 0, & \text{para } v_i \approx v_{i+1} \quad \rightharpoondown \quad |v_i - v_{i+1}| \leqslant \varepsilon_v. \end{cases}$$

Solução de Sub-Processo

Conjectura (de consistência termodinâmica)

Para uma dada interação de calor, q_i, existe um único expoente politrópico, n_i, tal que o processo politrópico $Pv^{n_i} = C_i = \mathrm{const.}$, aplicado entre estados (i) e $(i+1)$ resulta em uma interação de trabalho, w_i, e em uma variação de energia interna, $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$, que é termodinamicamente consistente com a equação P-v-T de estado da substância de trabalho em ambos estados finais e que também satisfaz o balanço de energia do processo.

$\rightharpoondown$ Processo de estimativa (n_i^0) e j-ésima correção (n_i^j) até a convergência.

$\rightharpoondown$ Tolerâncias de convergência ε_w e ε_u.

Correção do Expoente Politrópico

- Com n_i^j é possível obter w_i^j e u_{i+1}^j por balanço de energia;
- P_{i+1}^j pode ser obtida via u_{i+1}^j e o modelo de substância;
- O novo expoente n_i^{j+1} pode ser achado pelo processo politrópico:

$$P_i v_i^{n_i^{j+1}} = P_{i+1}^j v_{i+1}^{n_i^{j+1}} \quad \rightharpoondown \quad n_i^{j+1} = \frac{\ln \dfrac{P_{i+1}^j}{P_i}}{\ln \dfrac{v_i}{v_{i+1}}}.$$

Algoritmo de Inicialização

REQUER: Parâmetros do motor: $\{\omega, D, L, R, V_{\mathrm{PMS}}, \text{ e } V_{du}\}$;
REQUER: Ângulos θ e δ (via Δt_c);
REQUER: Refinamento da discretização, I;
REQUER: Estado inicial (P_0, T_0) e modelo de substância;
REQUER: Função $g(\alpha)$ e q_{ent};
REQUER: Tolerâncias de convergência ε_v, ε_w e ε_u.
1: Inicializa todas quant. com índice i como vetores vazios: α_i, v_i, q_i, w_i, n_i, P_i, T_i, and u_i;
2: Calcula $\Delta\alpha = \pi/I$ e todos $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$;
3: $v_0 \leftarrow$ volume específico, de (P_0, T_0) e equação de estado;
4: $m \leftarrow V_0/v_0$;
5: Calcula todos $v_i = V(\alpha_i)/m$;
6: $i \leftarrow 0$;

Algoritmo de Laço do Ciclo

1: **PARA** $i = 0$ até $2I$ **FAÇA**
2: Calcula $q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)]$;
3: Resolve para w_i, n_i, u_{i+1}, P_{i+1} e T_{i+1} via algoritmo de solução de sub-processo;
4: **FIM**
5: $i \leftarrow i+1$;
6: $q_i \leftarrow u_0 - u_i$;
7: $w_i \leftarrow 0$;
8: Estado-(i) = Estado-0; {Para todas as funções de estado rastreadas}

Algoritmo de Finalização

$w_{ent} \leftarrow \sum w_i \geqslant 0$; {Trabalho que entra no sistema em um ciclo}
$w_{out} \leftarrow -\sum w_i < 0$; {Trabalho realizado pelo sistema em um ciclo}
$w_{net} \leftarrow w_{out} - w_{ent}$; {Trabalho líquido realizado pelo sistema no ciclo}
$q_{ent} \leftarrow \sum q_i \geqslant 0$; {Calor que entra no sistema em um ciclo}
$q_{rej} \leftarrow -\sum q_i < 0$; {Calor rejeitado pelo sistema em um ciclo}
$\eta_t \leftarrow w_{net}/q_{ent}$; {Eficiência térmica}
$r_{bw} \leftarrow w_{ent}/w_{out}$; {Razão de consumo de trabalho}
MEP $\leftarrow w_{net}/(V_{du}/m)$; {Pressão média efetiva}
Salva dados da simulação para o pós-processamento (relatório).

Algoritmo de Solução de Sub-Processo

SE $|v_i - v_{i+1}| \leqslant \varepsilon_v$ **ENTÃO**
    {Processo isocórico}
    $u_{i+1} \leftarrow u_i + q_i$;
    Calcula T_{i+1} via u_{i+1} pelo modelo (biblioteca) de substância;
    Calcula P_{i+1} pela equação de estado;
    Calcula n_i pelo processo politrópico ou faz $n_i \leftarrow +\infty$ em caso de excessão;
SENÃO
    {Processo politrópico}
    ...
FIM

Algoritmo de Solução de Sub-Processo Politrópico

1: $j \leftarrow 0$;
2: Inicializa vetores n_i, w_i, u_{i+1}, T_{i+1} e P_{i+1};
3: $n_i^j \leftarrow 1 + R_{gas}/c_v(T_i)$; {Chute inicial isentrópico}
4: Calcula w_i^j com $n_i = n_i^j$;
5: **ENQUANTO** $j = 0$ **OU** $|w_i^{j-1} - w_i^j| \geqslant \varepsilon_w$ **FAÇA**
6:     $u_{i+1}^j \leftarrow u_i + q_i + w_i^j$ com $w_i = w_i^j$;
7:     Calcula T_{i+1} via u_{i+1} pelo modelo (biblioteca) de substância;
8:     Calcula P_{i+1} pela equação de estado;
9:     Corrige n_i^{j+1} pelo processo politrópico;
10:     $j \leftarrow j + 1$;
11:     Calcula w_i^j com $n_i = n_i^j$;
12: **FIM**
13: n_i, w_i, u_{i+1}, T_{i+1} e $P_{i+1} \leftarrow$ seus últimos elementos j; {Reverte vetores (linha 2)}

Tópicos de Leitura I

Çengel, Y. A. e Boles, M. A.
Termodinâmica 7ª Edição. Seções 9–3 a 9–5.
AMGH. Porto Alegre. ISBN 978-85-8055-200-3.

Naaktgeboren, C.
An air-standard finite-time heat addition Otto engine model.
Int. J. Mech. Eng. Educ. 45 (2), 2017.
DOI 10.1177/0306419016689447.

Parte II

Validação e Estudo de Caso com FTHA

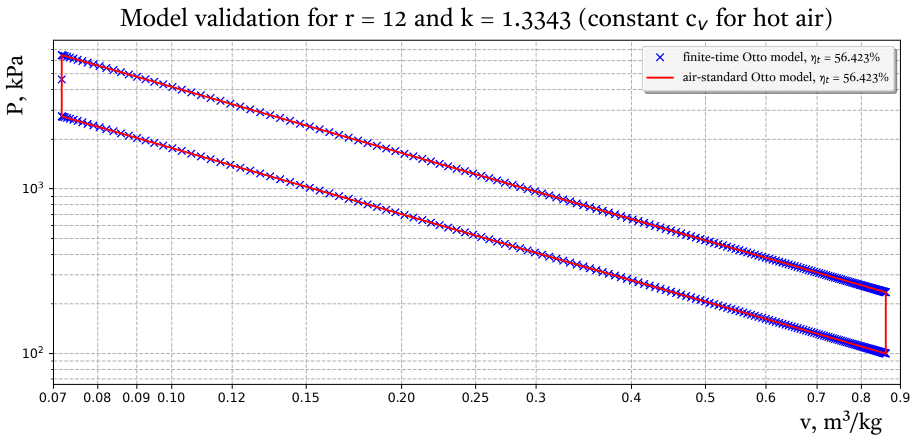
Importância da Validação

- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;
- O modelo matemático é a descrição do modelo físico;
- O modelo físico vêm da teoria;
- A teoria advém de hipóteses formuladas e testadas por cientistas;
- As hipóteses são formuladas da observação da realidade.
- $\therefore$ há um longo caminho entre a realidade e a solução numérica!
- Como saber se a solução numérica não retorna “*garbage*”? $\rightharpoondown$ Validação!

O que é Validação?

Resultados de um modelo numérico só são confiáveis se o modelo for validado:

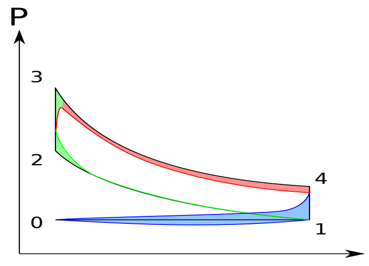
- Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.
- Tal solução conhecida deve ser confiável:
  - Seja por ter uma relação mais direta com a realidade, a saber: experimentos;
  - Seja por comprovada exatidão, a saber: solução analítica do mesmo modelo matemático;
- O FTHA melhora o ciclo Otto ideal e pode ser reduzido a ele, via $\delta = 0$;
- O ciclo Otto ideal (padrão a ar frio) possui solução exata!
- FTHA é validado caso produza resultado próximo da solução exata!
- Quanto mais casos de validação forem feitos, melhor!



Estudos de Caso

- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
  - É onde se coleta as previsões do modelo!
  - É onde expectativas educadas podem ser ou não confirmadas!
  - É de onde se aprende com o modelo, pela análise das previsões.
- O artigo que traz o FTHA contém um estudo de caso, um teste de rotação:
  - Para Δt_c fixo, δ aumenta com a rotação.
  - Espera-se ciclos parecidos com o Otto ideal para baixos valores de δ;
  - Espera-se desvios progressivos e queda na eficiência com aumento de δ;
  - Espera-se quedas progressivas na pressão máxima com aumento de δ;
  - Espera-se diagramas P-v parecidos com o ilustrado anteriormente:

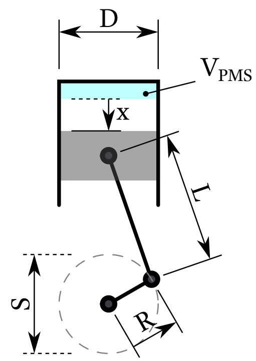
Recapitulando: Desvios do ciclo Otto ideal

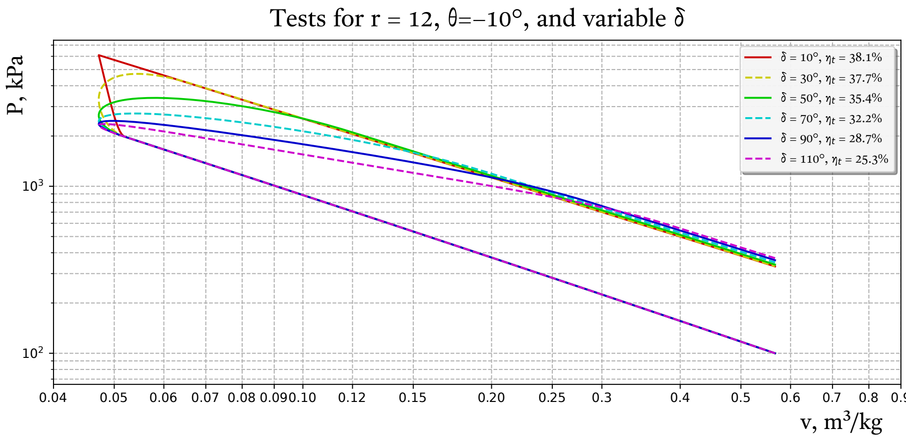


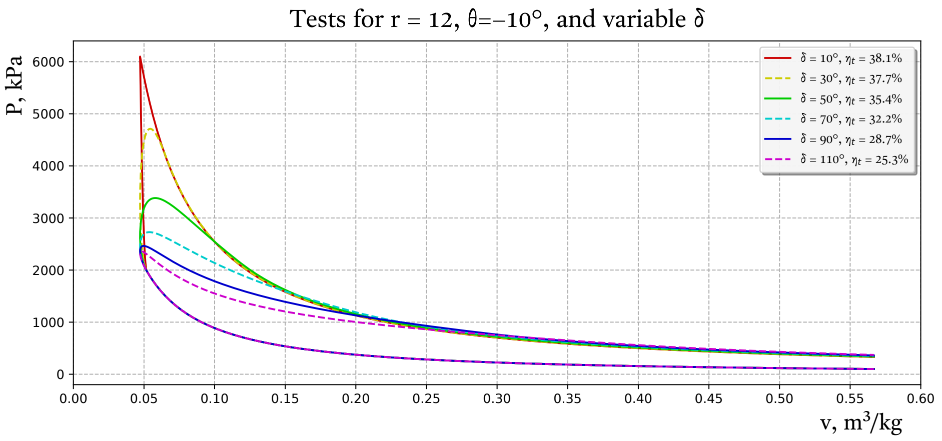
Espera-se que o FTHA prediga ciclos incorporando efeitos de combustão não instantânea—verde, e não os demais efeitos de transferência de calor—vermelho—e de bombeamento—azul. Fonte: adaptado de Wikimedia Commons. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/P-V_diagram_deviations_to_Otto_cycle.svg.

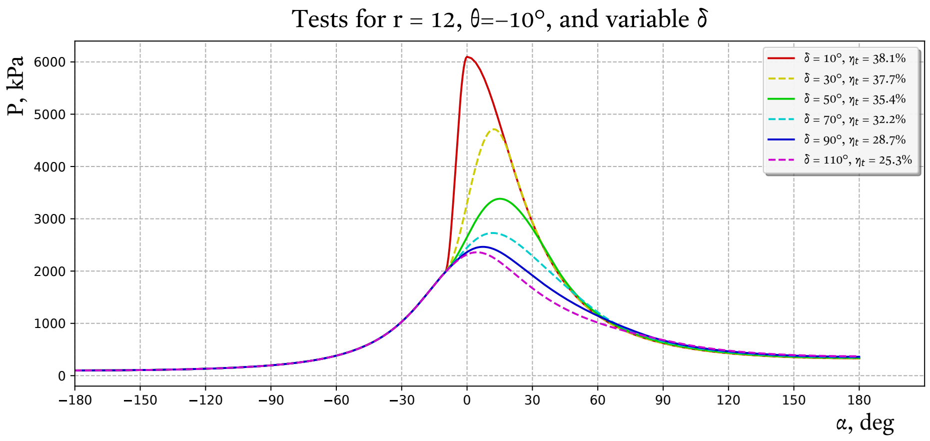
Estudo de Caso

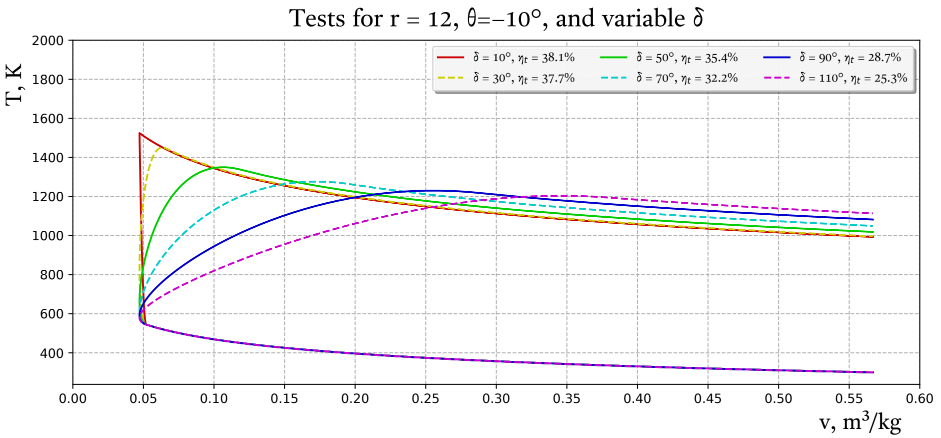
- Motor quadrado, $S = D$, com
- $V_{du} = 250\,\mathrm{cm}^3$, $L/R = 5$ e $r = 12{:}1$;
- Fluido de trabalho CO_2 como gás ideal e
- $\bar{c}_v(T)$ como polinômio de 5^o grau;
- $\Delta\alpha = 0.5^\circ$ na adição de calor $q_{ent} = 1000\,\mathrm{kJ/kg}$;
- Ignição $\theta = -10^\circ$ em todos os casos;
- Variação de δ em $\{10^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ, 110^\circ\}$.
- Caso $\delta = 10^\circ$: adição de calor termina no PMS!











Tópicos de Leitura I

Brunetti, F.
Motores de combustão interna. Capítulos 1 e 2.
Blücher. São Paulo. ISBN 978-85-2120-708-5.

Naaktgeboren, C.
An air-standard finite-time heat addition Otto engine model.
Int. J. Mech. Eng. Educ. 45 (2), 2017.
DOI 10.1177/0306419016689447.