

C.01.01 – Ciclo Otto de Tempo Finito de Adição de Calor

FTHA – Finite-Time Heat Addition Otto Engine Model

Prof. C. Naaktgeboren, PhD



<https://github.com/CNThermSci/ApplThermSci>

Compiled on 2020-08-14 02h54m27s UTC

Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as **hipóteses padrão a ar**;
- Assume entrada de calor **isocórica**;
- Possui parâmetros r e k , e
- Solução analítica, **hip. padrão a ar frio**:
- Gás **ideal**;
- Processos **internamente reversíveis**;
- Entrada de **calor** modela a combustão;
- Saída de **calor** modela a exaustão;

$$\eta_t = 1 - r^{1-k} \rightarrow$$

- $\eta_t: \eta_t(r, k)$ **apenas!**
- Modelo em **ciclo fechado**;
- Calores específicos **constantes**.

Desvios do ciclo Otto ideal—incluem, mas não limitados a:

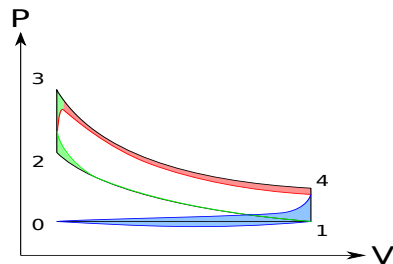


Diagrama $P - V$ ilustrativo de perdas por (i) combustão não instantânea—verde, (ii) transferência de calor—vermelho—e de (iii) bombeamento—azul. Fonte: adaptado de Wikimedia Commons.

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/P-V-diagram.deviation.to.Otto.cycle.svg>.

Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

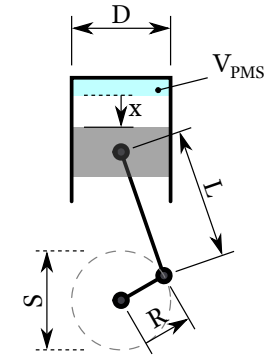
- Modela combustão (adição de calor) de forma **não instantânea**:
 - Interações **simultâneas** de **calor** e **trabalho**;
 - Tempos de motor **discretizados** em **sub-processos**;
 - Elemento computacional: sub-processo **localmente politrópico**;
 - **Remoção** de calor permanece **isocórica** (instantânea).
- Mantém-se como modelo **padrão a ar**:
 - Transferência de calor para bloco inclui **irreversibilidades**;
 - Perdas de bombeamento envolvem **sistema e ciclo abertos**.
- Mantém-se como modelo de **substância pura**:
 - Evita **combustão e equilíbrio químico**;
 - Evita modelagem termodinâmica de **misturas reativas**.

Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do **ciclo Otto ideal**:
 - Razão de compressão do motor;
 - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros **construtivos** do motor:
 - Conjunto pistão-cilindro;
 - Mecanismo biela-manivela.
- Inclui parâmetros **operacionais** do motor:
 - Velocidade angular (rotação);
 - Ângulo de ignição e
 - Duração da combustão.

Parâmetros do mecanismo

- Diâmetro do pistão/cilindro, D ;
- Raio da manivela, R ;
- Curso do pistão, $S = 2R$;
- Comprimento da biela, L ;
- Volume morto (do PMS), V_{PMS} ;
- Volume máximo (do PMI), V_{PMI} ;
- Razão de compressão, $r = \frac{V_{PMS}}{V_{PMI}}$.

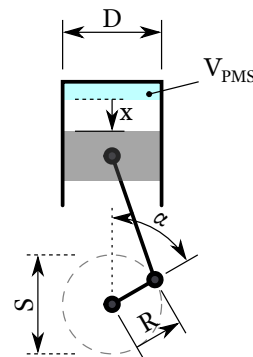


Parâmetros do mecanismo

- Posição do pistão (rel. PMS), x ;
- Ângulo do virabrequim (rel. PMS), α ;
- Volume instantâneo, V ;

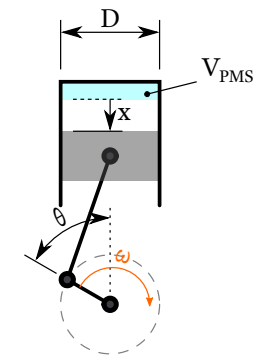
$$x(\alpha) = L \left(1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \alpha} \right) + R(1 - \cos \alpha)$$

$$V(\alpha) = \frac{\pi x(\alpha)}{4} D^2 + V_{PMS} \quad \rightarrow \quad v(\alpha) = \frac{V(\alpha)}{m_0}$$



Parâmetros de tempo do motor

- Ângulo de ignição (rel. PMS), θ ;
- Duração da combustão, Δt_c ;
- Velocidade angular, $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$;
- “Duração angular” da combustão, $\delta = \omega \Delta t_c$;
- Casos de ω constante—discretização em α :
 - Intervalo de simulação: $-\pi \leq \alpha \leq +\pi$;
 - Intervalo de adição de calor: $\theta \leq \alpha \leq \theta + \delta$.
 - $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$, $i \in \mathbb{N}$, $0 \leq i \leq 2I$, with
 - $\Delta\alpha = \pi/I$, $I \in \mathbb{N}^*$.
- Casos de ω variável—discretização em t .

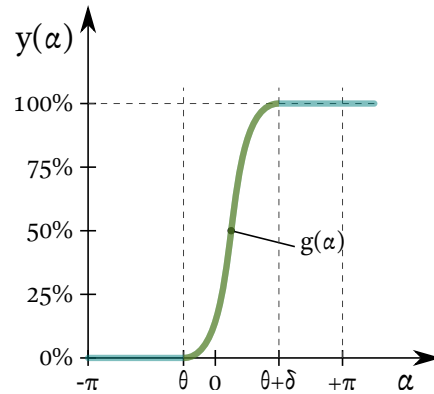


Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leq \alpha \leq \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$ modela o histórico da ad. de calor:
 - $g(\theta) = 0$ e $g(\theta + \delta) = 1$;
 - Função $g(\alpha)$ deve ser monotônica;
 - $g(\alpha)$ pode basear-se em experimentos;
 - Lit.: $g(\alpha) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\delta}(\alpha - \theta)\right)$.



Equações Termodinâmicas

No i -ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado- i para o estado- $(i + 1)$.
- Propriedades P_i, T_i, v_i, u_i , etc., definidas nos estados $-i$ e $-(i + 1)$.
- Interações do i -ésimo processo são q_i e w_i .

Balanco de energia de processo:

$$q_i + w_i = \Delta u_i = u_{i+1} - u_i \quad \rightarrow$$

$$u_{i+1} = u_i + q_i + w_i, \quad \text{com,}$$

Equações Termodinâmicas

$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \rightarrow$$

$$q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)], \quad \text{e}$$

$$w_i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} (P_i v_i^{n_i}) v^{-n_i} dv, \quad \rightarrow$$

$$w_i = \begin{cases} \frac{P_i v_i}{1 - n_i} \left[1 - \left(\frac{v_i}{v_{i+1}} \right)^{n_i - 1} \right], & \text{para } n_i \neq 1, \\ P_i v_i \ln \frac{v_i}{v_{i+1}}, & \text{para } n_i = 1, \\ 0, & \text{para } v_i \approx v_{i+1} \quad \rightarrow \quad |v_i - v_{i+1}| \leq \varepsilon_v. \end{cases}$$

Solução de Sub-Processo

Conjectura (de consistência termodinâmica)

Para uma dada interação de calor, q_i , existe um único expoente politrópico, n_i , tal que o processo politrópico $P v^{n_i} = C_i = \text{const.}$, aplicado entre estados (i) e $(i + 1)$ resulta em uma interação de trabalho, w_i , e em uma variação de energia interna, $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$, que é termodinamicamente consistente com a equação P - v - T de estado da substância de trabalho em ambos estados finais e que também satisfaz o balanço de energia do processo.

\rightarrow Processo de estimativa (n_i^0) e j -ésima correção (n_i^j) até a convergência.

\rightarrow Tolerâncias de convergência ε_w e ε_u .

Correção do Expoente Politrópico

- Com n_i^j é possível obter w_i^j e u_{i+1}^j por **balanço de energia**;
- P_{i+1} pode ser obtida via u_{i+1}^j e o **modelo de substância**;
- O novo expoente n_i^{j+1} pode ser achado pelo **processo politrópico**:

$$P_i v_i^{n_i^{j+1}} = P_{i+1}^j v_{i+1}^{n_{i+1}^{j+1}} \rightarrow n_i^{j+1} = \frac{\ln \frac{P_{i+1}^j}{P_i}}{\ln \frac{v_i}{v_{i+1}}}.$$

Algoritmo de Inicialização

REQUER: Parâmetros do motor: $\{\omega, D, L, R, V_{PMS}, \text{ e } V_{du}\}$;
REQUER: Ângulos θ e δ (via Δt_c);
REQUER: Refinamento da discretização, I ;
REQUER: Estado inicial (P_0, T_0) e modelo de substância;
REQUER: Função $g(\alpha)$ e q_{ent} ;
REQUER: Tolerâncias de convergência ε_v , ε_w e ε_u .
 1: Inicializa todas quant. com índice i como vetores vazios: $\alpha_i, v_i, q_i, w_i, n_i, P_i, T_i$, and u_i ;
 2: Calcula $\Delta\alpha = \pi/I$ e todos $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$;
 3: $v_0 \leftarrow$ volume específico, de (P_0, T_0) e equação de estado;
 4: $m \leftarrow V_0/v_0$;
 5: Calcula todos $v_i = V(\alpha_i)/m$;
 6: $i \leftarrow 0$;

Algoritmo de Laço do Ciclo

1: **PARA** $i = 0$ até $2I$ **FAÇA**
 2: Calcula $q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)]$;
 3: Resolve para $w_i, n_i, u_{i+1}, P_{i+1}$ e T_{i+1} via algoritmo de solução de sub-processo;
 4: **PRÓXIMO**
 5: $i \leftarrow i + 1$;
 6: $q_i \leftarrow u_0 - u_i$;
 7: $w_i \leftarrow 0$;
 8: Estado-(i) = Estado-0; {Para todas as funções de estado rastreadas}

Algoritmo de Finalização

1: $w_{ent} \leftarrow \sum w_i \geq 0$; {Trabalho que entra no sistema}
 2: $w_{out} \leftarrow -\sum w_i < 0$; {Trabalho realizado pela sistema}
 3: $w_{net} \leftarrow w_{out} - w_{ent}$; {Trabalho líquido realizado pelo sistema}
 4: $q_{ent} \leftarrow \sum q_i \geq 0$; {Calor que entra no sistema}
 5: $q_{rej} \leftarrow -\sum q_i < 0$; {Calor rejeitado pelo sistema}
 6: $\eta_t \leftarrow w_{net}/q_{ent}$; {Eficiência térmica}
 7: $r_{bw} \leftarrow w_{ent}/w_{out}$; {Fração de consumo de trabalho}
 8: $MEP \leftarrow w_{net}/(V_{du}/m)$; {Pressão média efetiva}
 9: Salva dados da simulação para o pós-processamento (relatório).


Algoritmo de Solução de Sub-Processo


```
1: SE  $|v_i - v_{i+1}| \leq \varepsilon_v$  ENTÃO  
2:   {Processo isocórico}  
3:    $u_{i+1} \leftarrow u_i + q_i$ ;  
4:   Calcula  $T_{i+1}$  via  $u_{i+1}$  pelo modelo (biblioteca) de substância;  
5:   Calcula  $P_{i+1}$  pela equação de estado;  
6: SENÃO  
7:   {Processo politrópico}  
8:   ...  
9: FIM SE
```

Algoritmo de Solução de Sub-Processo Politrópico

```
1:  $j \leftarrow 0$ ;  
2: Inicializa vetores  $n_i, w_i, u_{i+1}, T_{i+1}$  e  $P_{i+1}$ ;  
3:  $n_i^j \leftarrow 1 + R_{gas}/c_v(T_i)$ ; {Chute inicial isentrópico}  
4: Calcula  $w_i^j$  com  $n_i = n_i^j$ ;  
5: ENQUANTO  $j = 0$  OU  $|w_i^{j-1} - w_i^j| \geq \varepsilon_w$  FAÇA  
6:    $u_{i+1}^j \leftarrow u_i + q_i + w_i^j$  com  $w_i = w_i^j$ ;  
7:   Calcula  $T_{i+1}$  via  $u_{i+1}$  pelo modelo (biblioteca) de substância;  
8:   Calcula  $P_{i+1}$  pela equação de estado;  
9:   Corrige  $n_i^{j+1}$  pelo processo politrópico;  
10:   $j \leftarrow j + 1$ ;  
11:  Calcula  $w_i^j$  com  $n_i = n_i^j$ ;  
12: REVEJA  
13:  $n_i, w_i, u_{i+1}, T_{i+1}$  e  $P_{i+1} \leftarrow$  seus últimos elementos  $j$ ; {Reverte vetores (linha 2)}
```

Tópicos de Leitura I

 Çengel, Y. A. e Boles, M. A.
Termodinâmica 7ª Edição. Seções 9–3 a 9–5.
AMGH. Porto Alegre. ISBN 978-85-8055-200-3.

 Naaktgeboren, C.
An air-standard finite-time heat addition Otto engine model.
Int. J. Mech. Eng. Educ. 45 (2), 2017.
DOI 10.1177/0306419016689447.