

C.01.01 – Ciclo Otto de Tempo Finito de Adição de Calor

FTHA – Finite-Time Heat Addition Otto Engine Model

Prof. C. Naaktgeboren, PhD


<https://github.com/CNThermSci/AplThermSci>

Compiled on 2020-09-15 00h04m04s UTC



Prof. C. Naaktgeboren, PhD

C.01.01 – Ciclo Otto de Tempo Finito de Adição de Calor



Parte I

Apresentação do Modelo FTHA



Prof. C. Naaktgeboren, PhD

C.01.01 – Ciclo Otto de Tempo Finito de Adição de Calor

Introdução
Modelagem FTHA
Tópicos de LeituraLimitações do Ciclo Otto Ideal
Proposta do Ciclo Otto FTHA

Melhorando o Ciclo Otto Ideal

O ciclo Otto **ideal**, da termodinâmica aplicada:

- Assume todas as hipóteses padrão a ar;
 - Assume entrada de calor isocórica;
 - Possui parâmetros r e k , e
 - Solução analítica, hip. padrão a ar frio:
- $$\eta_i = 1 - r^{1-k} \rightarrow$$
- $\eta_i : \eta_i(r, k)$ apenas!
 - Gás ideal;
 - Processos internamente reversíveis;
 - Entrada de calor modela a combustão;
 - Saída de calor modela a exaustão;
 - Modelo em ciclo fechado;
 - Calores específicos constantes.



Prof. C. Naaktgeboren, PhD

C.01.01 – Ciclo Otto de Tempo Finito de Adição de Calor

Introdução
Modelagem FTHA
Tópicos de LeituraLimitações do Ciclo Otto Ideal
Proposta do Ciclo Otto FTHA

Desvios do ciclo Otto ideal—incluem, mas não limitados a:

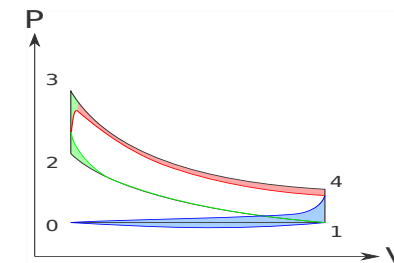


Diagrama $P - V$ ilustrativo de perdas por (i) combustão não instantânea—verde, (ii) transferência de calor—vermelho—e de (iii) bombeamento—azul. Fonte: adaptado de Wikimedia Commons.

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/P-V-diagram-deviations.to.Otto-cycle.svg>.



Prof. C. Naaktgeboren, PhD

C.01.01 – Ciclo Otto de Tempo Finito de Adição de Calor



Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

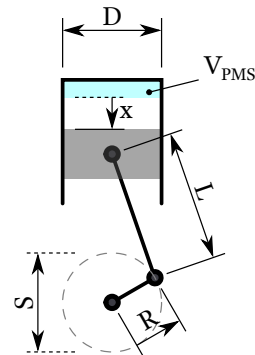
- Modela combustão (adição de calor) de forma não instantânea:
 - Interações simultâneas de calor e trabalho;
 - Tempos de motor discretizados em sub-processos;
 - Elemento computacional: sub-processo localmente politrópico;
 - Remoção de calor permanece isocórica (instantânea).
- Mantém-se como modelo padrão a ar:
 - Transferência de calor para bloco inclui irreversibilidades;
 - Perdas de bombeamento envolvem sistema e ciclo abertos.
- Mantém-se como modelo de substância pura:
 - Evita combustão e equilíbrio químico;
 - Evita modelagem termodinâmica de misturas reativas.

Ciclo Otto padrão a ar de tempo finito de adição de calor—FTHA

- Inclui todos os parâmetros do ciclo Otto ideal:
 - Razão de compressão do motor;
 - Calores específicos do fluido de trabalho.
- Inclui parâmetros construtivos do motor:
 - Conjunto pistão-cilindro;
 - Mecanismo biela-manivela.
- Inclui parâmetros operacionais do motor:
 - Velocidade angular (rotação);
 - Ângulo de ignição e
 - Duração da combustão.

Parâmetros do mecanismo

- Diâmetro do pistão/cilindro, D ;
- Raio da manivela, R ;
- Curso do pistão, $S = 2R$;
- Comprimento da biela, L ;
- Volume morto (do PMS), V_{PMS} ;
- Volume máximo (do PMI), V_{PMI} ;
- Razão de compressão, $r = \frac{V_{PMS}}{V_{PMI}}$.

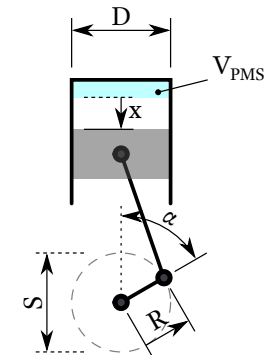


Parâmetros do mecanismo

- Posição do pistão (rel. PMS), x ;
- Ângulo do virabrequim (rel. PMS), α ;
- Volume instantâneo, V ;

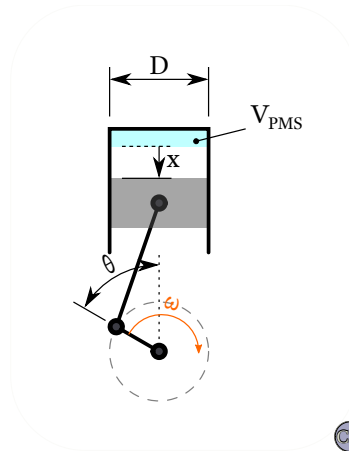
$$x(\alpha) = L \left(1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \alpha} \right) + R(1 - \cos \alpha)$$

$$V(\alpha) = \frac{\pi x(\alpha)}{4} D^2 + V_{PMS} \quad \rightarrow \quad v(\alpha) = \frac{V(\alpha)}{m_0}$$



Parâmetros de tempo do motor

- Ângulo de ignição (rel. PMS), θ ;
- Duração da combustão, Δt_c ;
- Velocidade angular, $\omega \equiv \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi N/60$;
- “Duração angular” da combustão, $\delta = \omega \Delta t_c$;
- Casos de ω constante—discretização em α :
 - Intervalo de simulação: $-\pi \leq \alpha \leq +\pi$;
 - Intervalo de adição de calor: $\theta \leq \alpha \leq \theta + \delta$;
 - $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$, $i \in \mathbb{N}$, $0 \leq i \leq 2I$, with
 - $\Delta\alpha = \pi/I$, $I \in \mathbb{N}^*$.
- Casos de ω variável—discretização em t .

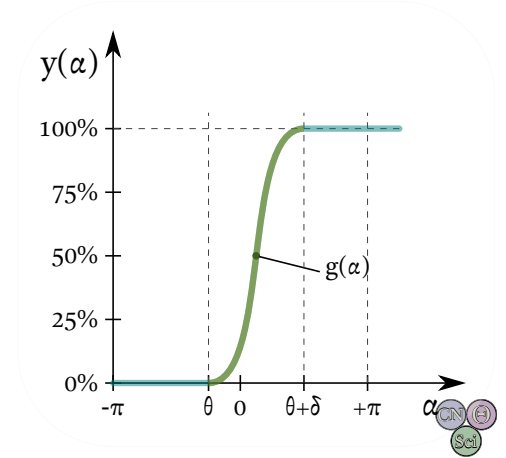


Modelo de Adição de Calor, $q(\alpha)$

$$q(\alpha) = q_{ent} \cdot y(\alpha), \quad \text{com}$$

$$y(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{para } \alpha < \theta, \\ g(\alpha) & \text{para } \theta \leq \alpha \leq \theta + \delta, \\ 1 & \text{para } \alpha > \theta + \delta. \end{cases}$$

- $g(\alpha)$ modela o histórico da ad. de calor:
 - $g(\theta) = 0$ e $g(\theta + \delta) = 1$;
 - Função $g(\alpha)$ deve ser monotônica;
 - $g(\alpha)$ pode basear-se em experimentos;
 - Lit.: $g(\alpha) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\delta}(\alpha - \theta)\right)$.



Equações Termodinâmicas

No i -ésimo (sub-)processo politrópico:

- O sistema evolui do estado- i para o estado- $(i + 1)$.
- Propriedades P_i , T_i , v_i , u_i , etc., definidas nos estados $-i$ e $-(i + 1)$.
- Interações do i -ésimo processo são q_i e w_i .

Balanco de energia de processo:

$$q_i + w_i = \Delta u_i = u_{i+1} - u_i \quad \rightarrow$$

$$u_{i+1} = u_i + q_i + w_i, \quad \text{com,}$$

Equações Termodinâmicas

$$q_i = q_{ent} \cdot (y_{i+1} - y_i) \quad \rightarrow$$

$$q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)], \quad \text{e}$$

$$w_i = \int_{v_i}^{v_{i+1}} (P_i v_i^{n_i}) v^{-n_i} dv, \quad \rightarrow$$

$$w_i = \begin{cases} \frac{P_i v_i}{1 - n_i} \left[1 - \left(\frac{v_i}{v_{i+1}} \right)^{n_i - 1} \right], & \text{para } n_i \neq 1, \\ P_i v_i \ln \frac{v_i}{v_{i+1}}, & \text{para } n_i = 1, \\ 0, & \text{para } v_i \approx v_{i+1} \quad \rightarrow \quad |v_i - v_{i+1}| \leq \epsilon_v. \end{cases}$$

Solução de Sub-Processo

Conjectura (de consistência termodinâmica)

Para uma dada interação de calor, q_i , existe um *único expoente politrópico*, n_i , tal que o processo politrópico $Pv^{n_i} = C_i = \text{const.}$, aplicado entre estados (i) e $(i+1)$ resulta em uma interação de trabalho, w_i , e em uma variação de energia interna, $\Delta u_i = u_{i+1} - u_i$, que é termodinamicamente consistente com a equação P - v - T de estado da substância de trabalho em ambos estados finais e que também satisfaz o balanço de energia do processo.

→ Processo de estimativa (n_i^0) e j -ésima correção (n_i^j) até a convergência.

→ Tolerâncias de convergência ϵ_w e ϵ_u .

Correção do Expoente Politrópico

- Com n_i^j é possível obter w_i^j e u_{i+1}^j por balanço de energia;
- P_{i+1}^j pode ser obtida via u_{i+1}^j e o modelo de substância;
- O novo expoente n_i^{j+1} pode ser achado pelo processo politrópico:

$$P_i v_i^{n_i^{j+1}} = P_{i+1}^j v_{i+1}^{n_i^{j+1}} \quad \rightarrow \quad n_i^{j+1} = \frac{\ln \frac{P_{i+1}^j}{P_i}}{\ln \frac{v_i}{v_{i+1}}}$$

Algoritmo de Inicialização

REQUER: Parâmetros do motor: $\{\omega, D, L, R, V_{\text{PMS}}, \text{ e } V_{du}\}$;
REQUER: Ângulos θ e δ (via Δt_c);
REQUER: Refinamento da discretização, I ;
REQUER: Estado inicial (P_0, T_0) e modelo de substância;
REQUER: Função $g(\alpha)$ e q_{ent} ;
REQUER: Tolerâncias de convergência ϵ_v , ϵ_w e ϵ_u .
 1: Inicializa todas quant. com índice i como vetores vazios: α_i , v_i , q_i , w_i , n_i , P_i , T_i , and u_i ;
 2: Calcula $\Delta\alpha = \pi/I$ e todos $\alpha_i = -\pi + i\Delta\alpha$;
 3: $v_0 \leftarrow$ volume específico, de (P_0, T_0) e equação de estado;
 4: $m \leftarrow V_0/v_0$;
 5: Calcula todos $v_i = V(\alpha_i)/m$;
 6: $i \leftarrow 0$;

Algoritmo de Laço do Ciclo

1: **PARA** $i = 0$ até $2I$ **FAÇA**
 2: Calcula $q_i = q_{ent} \cdot [y(\alpha_{i+1}) - y(\alpha_i)]$;
 3: Resolve para w_i , n_i , u_{i+1} , P_{i+1} e T_{i+1} via algoritmo de solução de sub-processo;
 4: **FIM**
 5: $i \leftarrow i + 1$;
 6: $q_i \leftarrow u_0 - u_i$;
 7: $w_i \leftarrow 0$;
 8: Estado- (i) = Estado-0; {Para todas as funções de estado rastreadas}

Algoritmo de Finalização

```

1:  $w_{ent} \leftarrow \sum w_i \geq 0$ ; {Trabalho que entra no sistema em um ciclo}
2:  $w_{out} \leftarrow -\sum w_i < 0$ ; {Trabalho realizado pelo sistema em um ciclo}
3:  $w_{net} \leftarrow w_{out} - w_{ent}$ ; {Trabalho líquido realizado pelo sistema no ciclo}
4:  $q_{ent} \leftarrow \sum q_i \geq 0$ ; {Calor que entra no sistema em um ciclo}
5:  $q_{rej} \leftarrow -\sum q_i < 0$ ; {Calor rejeitado pelo sistema em um ciclo}
6:  $\eta_t \leftarrow w_{net}/q_{ent}$ ; {Eficiência térmica}
7:  $r_{bw} \leftarrow w_{ent}/w_{out}$ ; {Razão de consumo de trabalho}
8:  $MEP \leftarrow w_{net}/(V_{du}/m)$ ; {Pressão média efetiva}
9: Salva dados da simulação para o pós-processamento (relatório).

```

Algoritmo de Solução de Sub-Processo

```

1: SE  $|v_i - v_{i+1}| \leq \epsilon_v$  ENTÃO
2:   {Processo isocórico}
3:    $u_{i+1} \leftarrow u_i + q_i$ ;
4:   Calcula  $T_{i+1}$  via  $u_{i+1}$  pelo modelo (biblioteca) de substância;
5:   Calcula  $P_{i+1}$  pela equação de estado;
6:   Calcula  $n_i$  pelo processo politrópico ou faz  $n_i \leftarrow +\infty$  em caso de excessão;
7: SENÃO
8:   {Processo politrópico}
9:   ...
10: FIM

```



Algoritmo de Solução de Sub-Processo Politrópico

```

1:  $j \leftarrow 0$ ;
2: Inicializa vetores  $n_i, w_i, u_{i+1}, T_{i+1}$  e  $P_{i+1}$ ;
3:  $n_i^j \leftarrow 1 + R_{gas}/c_v(T_i)$ ; {Chute inicial isentrópico}
4: Calcula  $w_i^j$  com  $n_i = n_i^j$ ;
5: ENQUANTO  $j = 0$  OU  $|w_i^{j-1} - w_i^j| \geq \epsilon_w$  FAÇA
6:    $u_{i+1}^j \leftarrow u_i + q_i + w_i^j$  com  $w_i = w_i^j$ ;
7:   Calcula  $T_{i+1}$  via  $u_{i+1}$  pelo modelo (biblioteca) de substância;
8:   Calcula  $P_{i+1}$  pela equação de estado;
9:   Corrige  $n_i^{j+1}$  pelo processo politrópico;
10:   $j \leftarrow j + 1$ ;
11:  Calcula  $w_i^j$  com  $n_i = n_i^j$ ;
12: FIM
13:  $n_i, w_i, u_{i+1}, T_{i+1}$  e  $P_{i+1} \leftarrow$  seus últimos elementos  $j$ ; {Reverte vetores (linha 2)}

```

Tópicos de Leitura I

-  Çengel, Y. A. e Boles, M. A.
Termodinâmica 7ª Edição. Seções 9–3 a 9–5.
AMGH. Porto Alegre. ISBN 978-85-8055-200-3.
-  Naaktgeboren, C.
An air-standard finite-time heat addition Otto engine model.
Int. J. Mech. Eng. Educ. 45 (2), 2017.
DOI 10.1177/0306419016689447.

Parte II

Validação e Estudo de Caso com FTHA

Importância da Validação

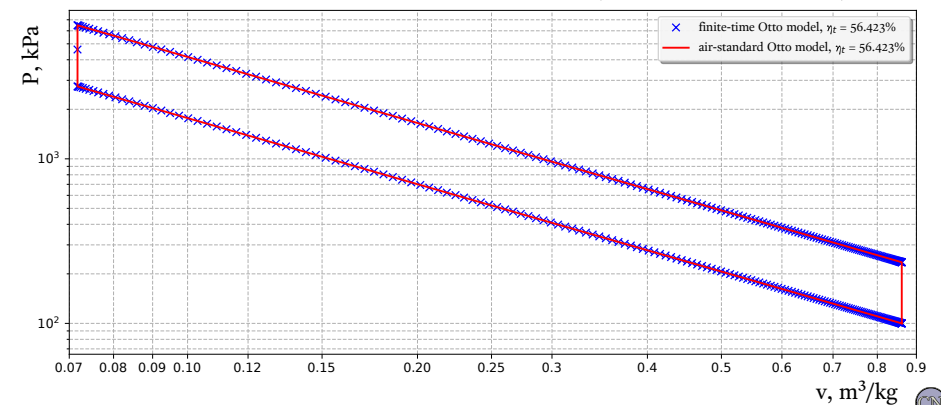
- Uma solução numérica é o resultado de muitas operações;
- Tais operações seguem um algoritmo implementado;
- O algoritmo é a estratégia de solução do modelo matemático;
- O modelo matemático é a descrição do modelo físico;
- O modelo físico vem da teoria;
- A teoria advém de hipóteses formuladas e testadas por cientistas;
- As hipóteses são formuladas da observação da realidade.
- \therefore há um longo caminho entre a realidade e a solução numérica!
- Como saber se a solução numérica não retorna “garbage”? \rightarrow Validação!

O que é Validação?

Resultados de um modelo numérico só são confiáveis se o modelo for validado:

- Ajusta-se parâmetros do modelo, tal que represente algo com solução conhecida.
- Tal solução conhecida deve ser confiável:
 - Seja por ter uma relação mais direta com a realidade, a saber: experimentos;
 - Seja por comprovada exatidão, a saber: solução analítica do mesmo modelo matemático;
- O FTHA melhora o ciclo Otto ideal e pode ser reduzido a ele, via $\delta = 0$;
- O ciclo Otto ideal (padrão a ar frio) possui solução exata!
- FTHA é validado caso produza resultado próximo da solução exata!
- Quanto mais casos de validação forem feitos, melhor!

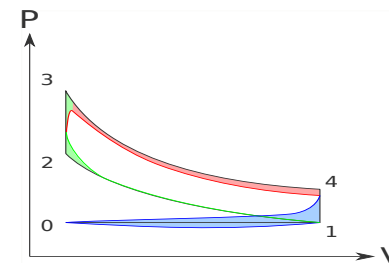
Model validation for $r = 12$ and $k = 1.3343$ (constant c_v for hot air)



Estudos de Caso

- Estudos de caso é a aplicação do modelo em situações desejadas:
 - É onde se coleta as previsões do modelo!
 - É onde expectativas educadas podem ser ou não confirmadas!
 - É de onde se aprende com o modelo, pela análise das previsões.
- O artigo que traz o FTHA contém um estudo de caso, um teste de rotação:
 - Para Δt_c fixo, δ aumenta com a rotação.
 - Espera-se ciclos parecidos com o Otto ideal para baixos valores de δ ;
 - Espera-se desvios progressivos e queda na eficiência com aumento de δ ;
 - Espera-se quedas progressivas na pressão máxima com aumento de δ ;
 - Espera-se diagramas P - v parecidos com o ilustrado anteriormente:

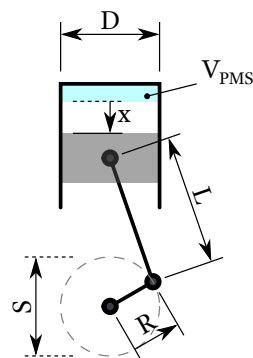
Recapitulando: Desvios do ciclo Otto ideal



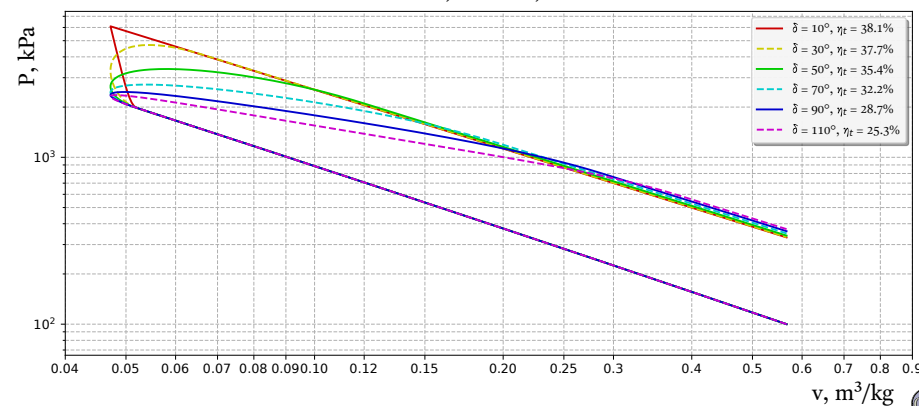
Espera-se que o FTHA prediga ciclos incorporando efeitos de combustão não instantânea—verde, e não os demais efeitos de transferência de calor—vermelho—e de bombeamento—azul. Fonte: adaptado de Wikimedia Commons. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/6c/P-V_diagram_deviations_to_Otto_cycle.svg.

Estudo de Caso

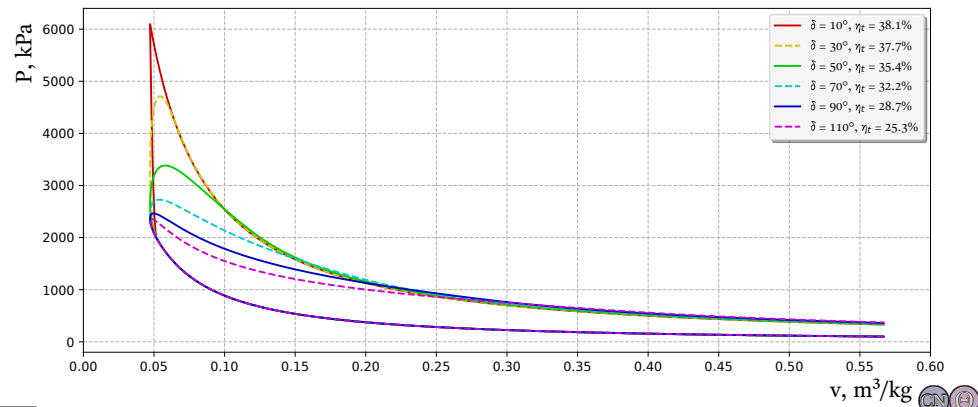
- Motor quadrado, $S = D$, com
- $V_{du} = 250 \text{ cm}^3$, $L/R = 5$ e $r = 12:1$;
- Fluido de trabalho CO_2 como gás ideal e
- $\bar{c}_v(T)$ como polinômio de 5º grau;
- $\Delta\alpha = 0.5^\circ$ na adição de calor $q_{ent} = 1000 \text{ kJ/kg}$;
- Ignição $\theta = -10^\circ$ em todos os casos;
- Variação de δ em $\{10^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 70^\circ, 90^\circ, 110^\circ\}$.
- Caso $\delta = 10^\circ$: adição de calor termina no PMS!



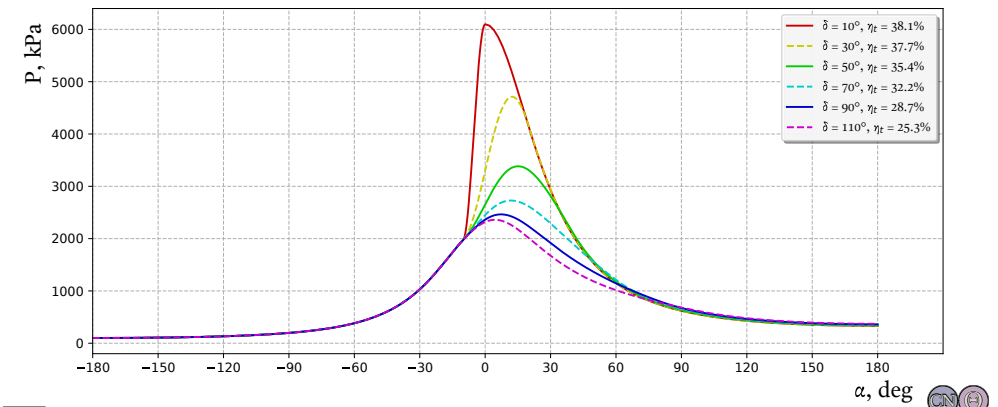
Tests for $r = 12$, $\theta = -10^\circ$, and variable δ



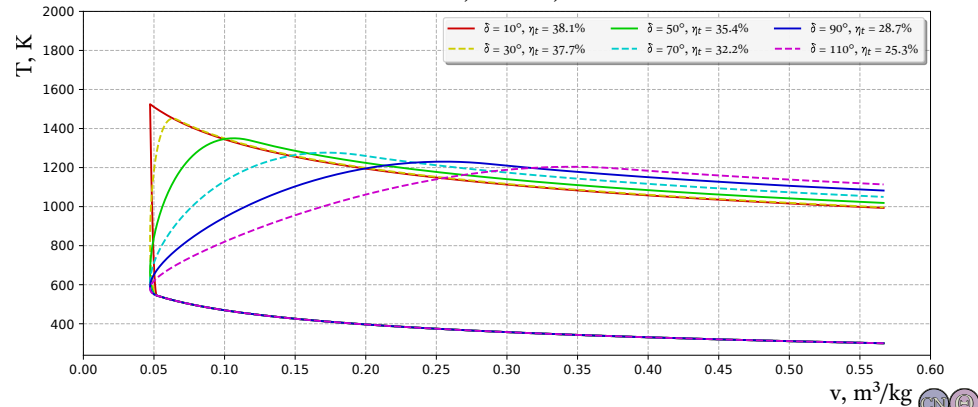
Tests for $r = 12$, $\theta = -10^\circ$, and variable δ



Tests for $r = 12$, $\theta = -10^\circ$, and variable δ



Tests for $r = 12$, $\theta = -10^\circ$, and variable δ



Tópicos de Leitura I



Brunetti, F.

Motores de combustão interna. Capítulos 1 e 2.

Blücher. São Paulo. ISBN 978-85-2120-708-5.



Naaktgeboren, C.

An air-standard finite-time heat addition Otto engine model.

Int. J. Mech. Eng. Educ. 45 (2), 2017.

DOI 10.1177/0306419016689447.