

## A.03.04 – Modelos de Propriedades Energéticas (Sistemas Fechados)

Prof. C. Naaktgeboren, PhD



<https://github.com/CNThermSci/ApplThermSci>

Compiled on 2020-09-11 00h07m53s UTC

## 1 Modelos de Propriedades Energéticas

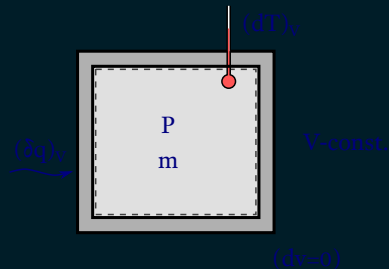
- Energia Interna e Entalpia
- $U$  e  $H$  em Modelos de Substâncias

## 2 Tópicos de Leitura

# Energia Interna – Relação com Temperatura

O sistema fechado de massa  $m$ , ilustrado:

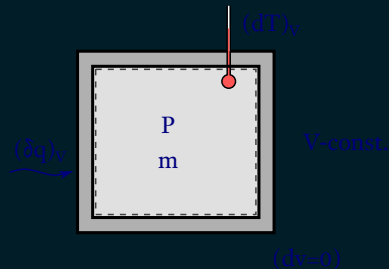
- Recebe uma diferencial de calor a volume constante,  $(\delta q)_V$ ;



# Energia Interna – Relação com Temperatura

O sistema fechado de massa  $m$ , ilustrado:

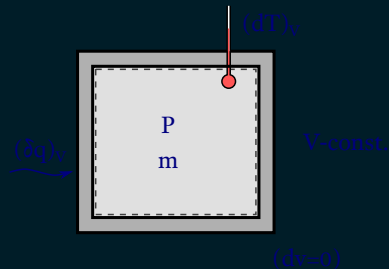
- Recebe uma diferencial de calor a volume constante,  $(\delta q)_V$ ;
- $m$  e  $V$  constantes implicam em  $v \equiv V/m$  constante, tal que  $(\delta q)_V = (\delta q)_v$ ;



# Energia Interna – Relação com Temperatura

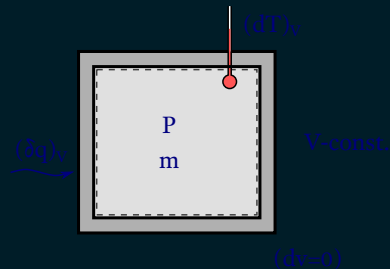
O sistema fechado de massa  $m$ , ilustrado:

- Recebe uma diferencial de calor a volume constante,  $(\delta q)_V$ ;
- $m$  e  $V$  constantes implicam em  $v \equiv V/m$  constante, tal que  $(\delta q)_V = (\delta q)_v$ ;
- A temperatura experimenta uma variação de  $(dT)_v$ .



## Energia Interna – Relação com Temperatura (Cont.)

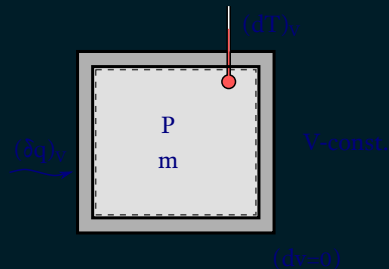
O balanço de energia na forma diferencial do sistema fica:



# Energia Interna – Relação com Temperatura (Cont.)

O balanço de energia na forma diferencial do sistema fica:

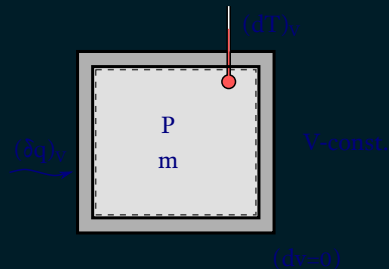
$$\delta e_{ent} - \delta e_{sai} = de_{sist}$$



# Energia Interna – Relação com Temperatura (Cont.)

O balanço de energia na forma diferencial do sistema fica:

$$\delta e_{ent} - \delta e_{sai} = de_{sist} \quad \rightarrow$$
$$(\delta q)_v = du.$$



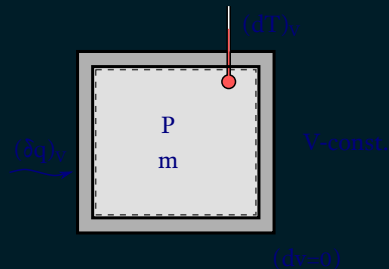


## Energia Interna – Relação com Temperatura (Cont.)

O balanço de energia na forma diferencial do sistema fica:

$$\delta e_{ent} - \delta e_{sai} = de_{sist} \quad \longrightarrow$$
$$(\delta q)_v = du.$$

Assim, o calor transferido a volume constante a um sistema fechado é a variação de sua energia interna!

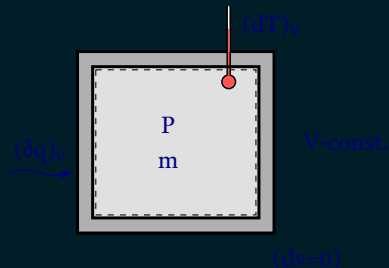


# Energia Interna – Relação com Temperatura (Cont.)

Define-se o **calor específico a volume constante** da substância do sistema,  $c_v$ , como

$$c_v \equiv \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v,$$

uma **propriedade** termodinâmica intensiva.



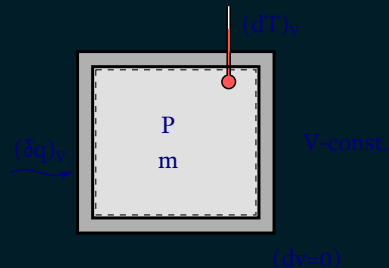
## Energia Interna – Relação com Temperatura (Cont.)

Define-se o **calor específico a volume constante** da substância do sistema,  $c_v$ , como

$$c_v \equiv \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v,$$

uma **propriedade** termodinâmica intensiva.

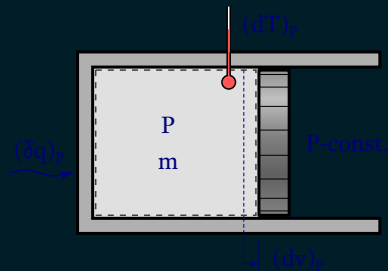
Ainda,  $C_v = (\partial U / \partial T)_v = m c_v$  é a **capacidade térmica a volume constante** do sistema.



# Entalpia – Relação com Temperatura

O sistema fechado de massa  $m$ , ilustrado:

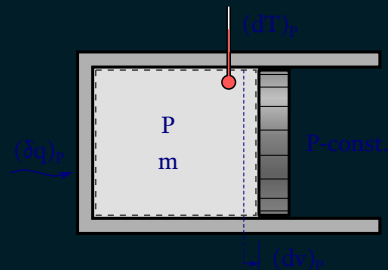
- Recebe uma diferencial de calor a pressão constante,  $(\delta q)_P$ ;



# Entalpia – Relação com Temperatura

O sistema fechado de massa  $m$ , ilustrado:

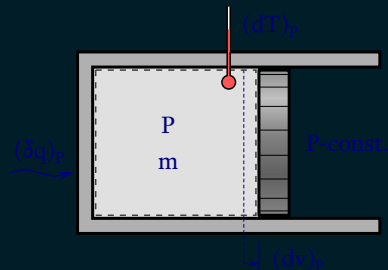
- Recebe uma diferencial de calor a pressão constante,  $(\delta q)_P$ ;
- Realiza uma diferencial de trabalho a pressão constante,  $(\delta w)_P = P dv$ ;



# Entalpia – Relação com Temperatura

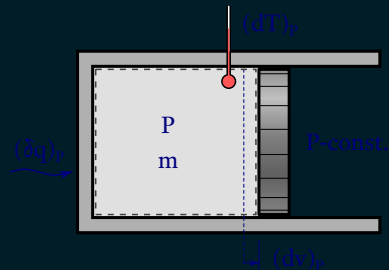
O sistema fechado de massa  $m$ , ilustrado:

- Recebe uma diferencial de calor a pressão constante,  $(\delta q)_P$ ;
- Realiza uma diferencial de trabalho a pressão constante,  $(\delta w)_P = P dv$ ;
- A temperatura experimenta uma variação de  $(dT)_P$ , possivelmente diferente de  $(dT)_v$ .



## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

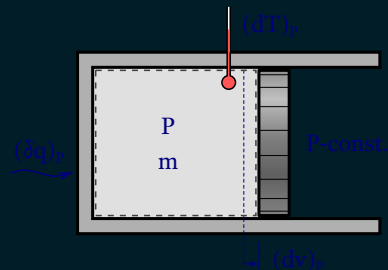
O balanço de energia na forma diferencial do sistema fica:



## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

O balanço de energia na forma diferencial do sistema fica:

$$\delta e_{ent} - \delta e_{sai} = de_{sist}$$

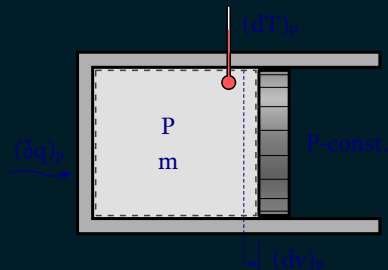




## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

O balanço de energia na forma diferencial do sistema fica:

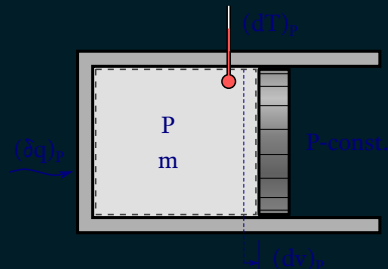
$$\delta e_{ent} - \delta e_{sai} = de_{sist} \quad \rightarrow$$
$$(\delta q)_P - (\delta w)_P = du$$



## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

O balanço de energia na forma diferencial do sistema fica:

$$\begin{aligned}\delta e_{ent} - \delta e_{sai} &= de_{sist} \quad \rightarrow \\ (\delta q)_P - (\delta w)_P &= du \quad \rightarrow \\ (\delta q)_P &= du + P dv = d(u + Pv).\end{aligned}$$

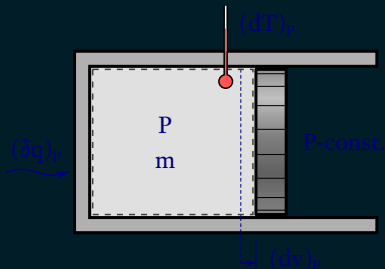


## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

O balanço de energia na forma diferencial do sistema fica:

$$\begin{aligned}\delta e_{ent} - \delta e_{sai} &= de_{sist} \quad \rightarrow \\ (\delta q)_P - (\delta w)_P &= du \quad \rightarrow \\ (\delta q)_P &= du + P dv = d(u + Pv).\end{aligned}$$

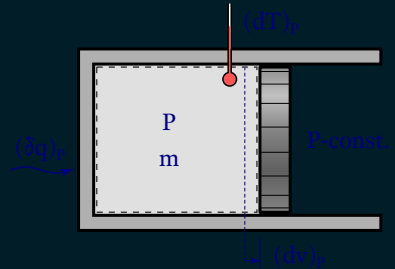
A quantidade  $(u + Pv)$  aparece frequentemente o suficiente para ser definida como uma nova propriedade.



## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

Assim,

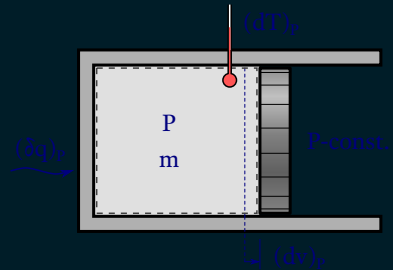
$$H \equiv U + PV \quad [\text{kJ}], \text{ e}$$



## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

Assim,

$$H \equiv U + PV \quad [\text{kJ}], \text{ e}$$
$$h \equiv u + Pv \quad [\text{kJ/kg}],$$



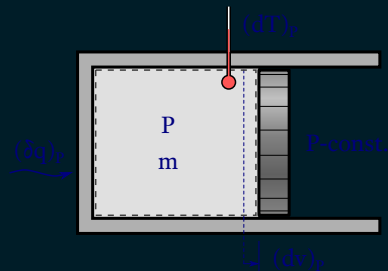
# Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

Assim,

$$H \equiv U + PV \quad [\text{kJ}], \text{ e}$$

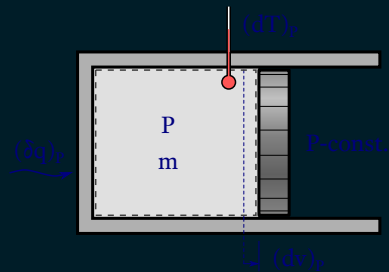
$$h \equiv u + Pv \quad [\text{kJ/kg}],$$

são a **entalpia** e a **entalpia específica**,  
respectivamente: novas propriedades  
termodinâmicas.



## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

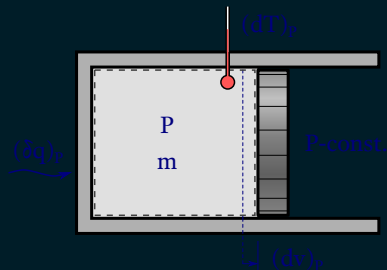
O termo origina do verbo grego “ $\epsilon\nu\theta\acute{\alpha}\lambda\pi\omega$ ”, que significa: “(eu) aqueço”, conforme a própria ilustração.



## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

O termo origina do verbo grego “ $\epsilon\nu\theta\acute{\alpha}\lambda\pi\omega$ ”, que significa: “(eu) aqueço”, conforme a própria ilustração.

Da expressão  $(\delta q)_P = dh$ , tem-se que o calor transferido a pressão constante a um sistema fechado é a variação de sua entalpia!



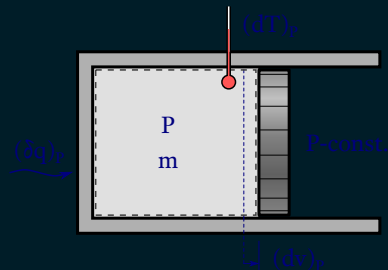


## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

Define-se o **calor específico a pressão constante** da substância do sistema,  $c_P$ , como

$$c_P \equiv \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P,$$

uma **propriedade** termodinâmica intensiva.



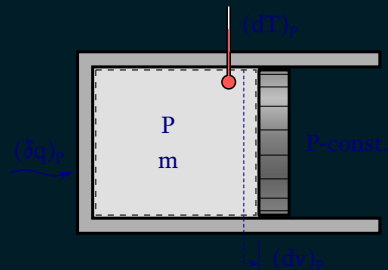
## Entalpia – Relação com Temperatura (Cont.)

Define-se o **calor específico a pressão constante** da substância do sistema,  $c_P$ , como

$$c_P \equiv \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P,$$

uma **propriedade** termodinâmica intensiva.

Ainda,  $C_P = (\partial H / \partial T)_P = m c_P$  é a **capacidade térmica a pressão constante** do sistema.



# Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim,

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim,

$$\delta q - \delta w = du$$

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim,

$$\begin{aligned}\delta q - \delta w &= du \quad \rightarrow \\ (\delta q)_T - (\delta w)_T &= (du)_T = 0\end{aligned}$$

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim,

$$\delta q - \delta w = du \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T - (\delta w)_T = (du)_T = 0 \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T = (\delta w)_T.$$

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim,

$$\delta q - \delta w = du \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T - (\delta w)_T = (du)_T = 0 \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T = (\delta w)_T.$$

A definição de  $c_v$  simplifica para

$$c_v(T) = \frac{du}{dT}$$

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim,

$$\delta q - \delta w = du \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T - (\delta w)_T = (du)_T = 0 \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T = (\delta w)_T.$$

A definição de  $c_v$  simplifica para

$$c_v(T) = \frac{du}{dT} \quad \rightarrow$$

$$u(T) = \int c_v(T) dT.$$



## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim, Ainda,

$$\delta q - \delta w = du \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T - (\delta w)_T = (du)_T = 0 \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T = (\delta w)_T.$$

A definição de  $c_v$  simplifica para

$$c_v(T) = \frac{du}{dT} \quad \rightarrow$$

$$u(T) = \int c_v(T) dT.$$

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim, Ainda,

$$\delta q - \delta w = du \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T - (\delta w)_T = (du)_T = 0 \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T = (\delta w)_T.$$

$$h \equiv u + Pv$$

A definição de  $c_v$  simplifica para

$$c_v(T) = \frac{du}{dT} \quad \rightarrow$$

$$u(T) = \int c_v(T) dT.$$

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim, Ainda,

$$\delta q - \delta w = du \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T - (\delta w)_T = (du)_T = 0 \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T = (\delta w)_T.$$

$$h \equiv u + Pv \quad \rightarrow$$

$$h = u + RT,$$

A definição de  $c_v$  simplifica para

$$c_v(T) = \frac{du}{dT} \quad \rightarrow$$

$$u(T) = \int c_v(T) dT.$$

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim,

Ainda,

$$\begin{aligned}\delta q - \delta w &= du \quad \rightarrow \\ (\delta q)_T - (\delta w)_T &= (du)_T = 0 \quad \rightarrow \\ (\delta q)_T &= (\delta w)_T.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h &\equiv u + Pv \quad \rightarrow \\ h &= u + RT,\end{aligned}$$

fazendo com que  $h:h(T)$ , e ainda

A definição de  $c_v$  simplifica para

$$\begin{aligned}c_v(T) &= \frac{du}{dT} \quad \rightarrow \\ u(T) &= \int c_v(T) dT.\end{aligned}$$

$$c_P(T) = \frac{dh}{dT} = \frac{du + R dT}{dT}$$

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim,

$$\delta q - \delta w = du \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T - (\delta w)_T = (du)_T = 0 \quad \rightarrow$$

$$(\delta q)_T = (\delta w)_T.$$

A definição de  $c_v$  simplifica para

$$c_v(T) = \frac{du}{dT} \quad \rightarrow$$

$$u(T) = \int c_v(T) dT.$$

Ainda,

$$h \equiv u + Pv \quad \rightarrow$$

$$h = u + RT,$$

fazendo com que  $h:h(T)$ , e ainda

$$c_P(T) = \frac{dh}{dT} = \frac{du + R dT}{dT} \quad \rightarrow$$

$$h(T) = \int c_P(T) dT$$

## Gás Ideal — Substância com $Pv = RT$

Experimentos mostraram que  $u:u(T)$ , assim,

Ainda,

$$\begin{aligned}\delta q - \delta w &= du \quad \rightarrow \\ (\delta q)_T - (\delta w)_T &= (du)_T = 0 \quad \rightarrow \\ (\delta q)_T &= (\delta w)_T.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h &\equiv u + Pv \quad \rightarrow \\ h &= u + RT,\end{aligned}$$

fazendo com que  $h:h(T)$ , e ainda

A definição de  $c_v$  simplifica para

$$\begin{aligned}c_v(T) &= \frac{du}{dT} \quad \rightarrow \\ u(T) &= \int c_v(T) dT.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_P(T) &= \frac{dh}{dT} = \frac{du + R dT}{dT} \quad \rightarrow \\ h(T) &= \int c_P(T) dT \quad \text{and} \\ c_P(T) &= c_v(T) + R.\end{aligned}$$

# Gás Ideal — Calores Específicos

$$c_P(T) = c_v(T) + R \quad (\text{kJ/kg})$$

# Gás Ideal — Calores Específicos

$$c_P(T) = c_v(T) + R$$

$$(\text{kJ/kg}) \quad \rightarrow$$

$$\bar{c}_P(T) = \bar{c}_v(T) + \bar{R}$$

$$(\text{kJ/kmol})$$



# Gás Ideal — Calores Específicos

$$c_P(T) = c_v(T) + R \quad (\text{kJ/kg}) \quad \rightarrow$$

$$\bar{c}_P(T) = \bar{c}_v(T) + \bar{R} \quad (\text{kJ/kmol})$$

$$\gamma(T) \equiv \frac{c_P(T)}{c_v(T)} = 1 + \frac{R}{c_v(T)} \quad (—)$$

# Gás Ideal — Calores Específicos

$$c_P(T) = c_v(T) + R \quad (\text{kJ/kg}) \quad \rightarrow$$

$$\bar{c}_P(T) = \bar{c}_v(T) + \bar{R} \quad (\text{kJ/kmol})$$

$$\gamma(T) \equiv \frac{c_P(T)}{c_v(T)} = 1 + \frac{R}{c_v(T)} \quad (—)$$

$$\bar{c}_{P,monatom.} = 5/2 \bar{R}$$

# Gás Ideal — Calores Específicos

$$c_P(T) = c_v(T) + R \quad (\text{kJ/kg}) \quad \rightarrow$$

$$\bar{c}_P(T) = \bar{c}_v(T) + \bar{R} \quad (\text{kJ/kmol})$$

$$\gamma(T) \equiv \frac{c_P(T)}{c_v(T)} = 1 + \frac{R}{c_v(T)} \quad (—)$$

$$\bar{c}_{P,monatom.} = 5/2 \bar{R}$$

$$\bar{c}_{P,di-atom.} = 7/2 \bar{R}$$

# Gás Ideal — Calores Específicos

$$c_P(T) = c_v(T) + R \quad (\text{kJ/kg}) \quad \rightarrow$$

$$\bar{c}_P(T) = \bar{c}_v(T) + \bar{R} \quad (\text{kJ/kmol})$$

$$\gamma(T) \equiv \frac{c_P(T)}{c_v(T)} = 1 + \frac{R}{c_v(T)} \quad (—)$$

$$\bar{c}_{P,monatom.} = 5/2 \bar{R}$$

$$\bar{c}_{P,di-atom.} = 7/2 \bar{R}$$

$$\gamma_{He} = 5/3 \approx 1,667$$

# Gás Ideal — Calores Específicos

$$c_P(T) = c_v(T) + R \quad (\text{kJ/kg}) \quad \rightarrow$$

$$\bar{c}_P(T) = \bar{c}_v(T) + \bar{R} \quad (\text{kJ/kmol})$$

$$\gamma(T) \equiv \frac{c_P(T)}{c_v(T)} = 1 + \frac{R}{c_v(T)} \quad (—)$$

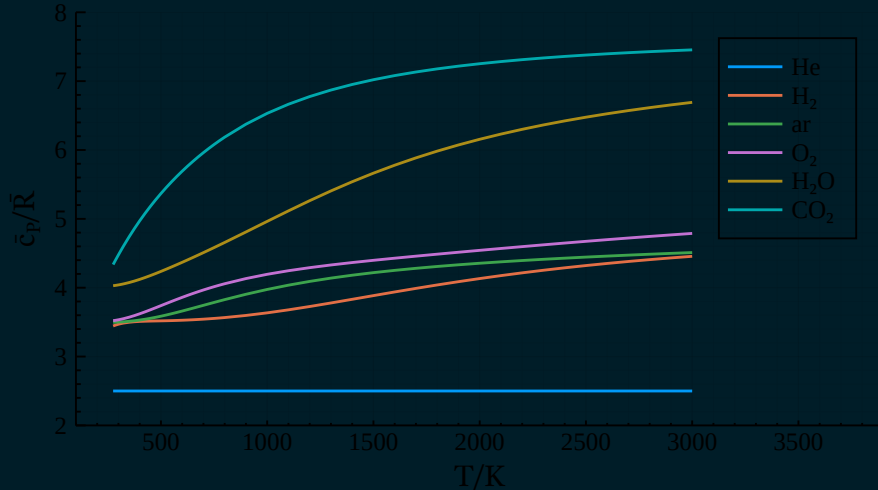
$$\bar{c}_{P,monatom.} = 5/2 \bar{R}$$

$$\bar{c}_{P,di-atom.} = 7/2 \bar{R}$$

$$\gamma_{He} = 5/3 \approx 1,667$$

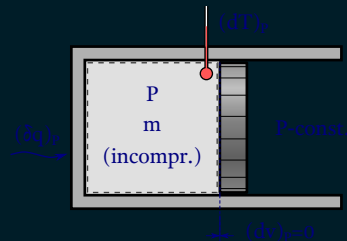
$$\gamma_{ar}(300 \text{ K}) \approx 7/5 = 1,4.$$

# Gás Ideal — Comportamento de $\bar{c}_P(T)$



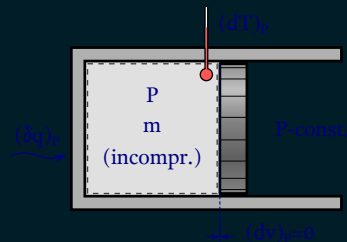
## Substância Incompressível — com $dv = 0$

- Comportamento *aproximado* por **sólidos** e **líquidos**;



## Substância Incompressível — com $dv = 0$

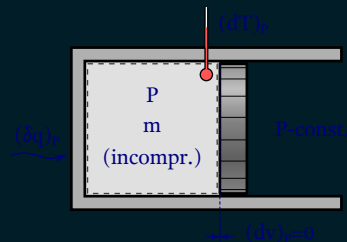
- Comportamento *aproximado* por **sólidos** e **líquidos**;
- Processos a  **$P$ -const.** idênticos aos a  **$v$ -const.**;





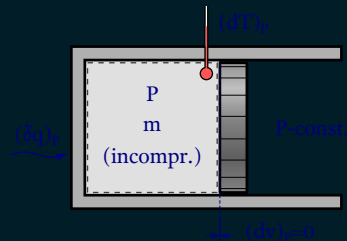
## Substância Incompressível — com $dv = 0$

- Comportamento *aproximado* por **sólidos** e **líquidos**;
- Processos a  **$P$ -const.** idênticos aos a  **$v$ -const.**;
- Portanto:  $c_P = c_v = c$  o **calor específico de substância incompressível**;



## Substância Incompressível — com $dv = 0$

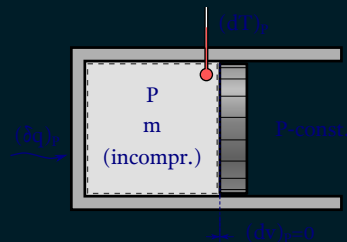
- Comportamento *aproximado* por **sólidos** e **líquidos**;
- Processos a  **$P$ -const.** idênticos aos a  **$v$ -const.**;
- Portanto:  $c_P = c_v = c$  o **calor específico de substância incompressível**;
- Tem-se  $c:c(T)$ ,  $u:u(T)$ , porém  $h:h(T,P)$ .



## Substância Incompressível — com $dv = 0$

- Comportamento *aproximado* por **sólidos** e **líquidos**;
- Processos a  **$P$ -const.** idênticos aos a  **$v$ -const.**;
- Portanto:  $c_P = c_v = c$  o **calor específico de substância incompressível**;
- Tem-se  $c:c(T)$ ,  $u:u(T)$ , porém  $h:h(T,P)$ .

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c(T) dT,$$

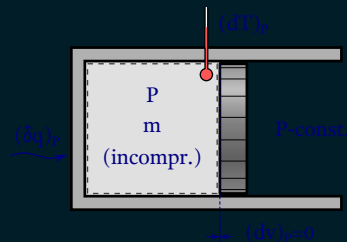


## Substância Incompressível — com $dv = 0$

- Comportamento *aproximado* por **sólidos** e **líquidos**;
- Processos a  **$P$ -const.** idênticos aos a  **$v$ -const.**;
- Portanto:  $c_P = c_v = c$  o **calor específico de substância incompressível**;
- Tem-se  $c:c(T)$ ,  $u:u(T)$ , porém  $h:h(T,P)$ .

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c(T) dT,$$

$$\Delta h = \Delta u + v\Delta P.$$



# Tópicos de Leitura I



Çengel, Y. A. e Boles, M. A.

*Termodinâmica 7ª Edição. Seções 4-3 a 4-5.*

AMGH. Porto Alegre. ISBN 978-85-8055-200-3.



Photo by Emiliano Arano from Pexels