



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

Sweet monochromator

汇报人：黄昶斌



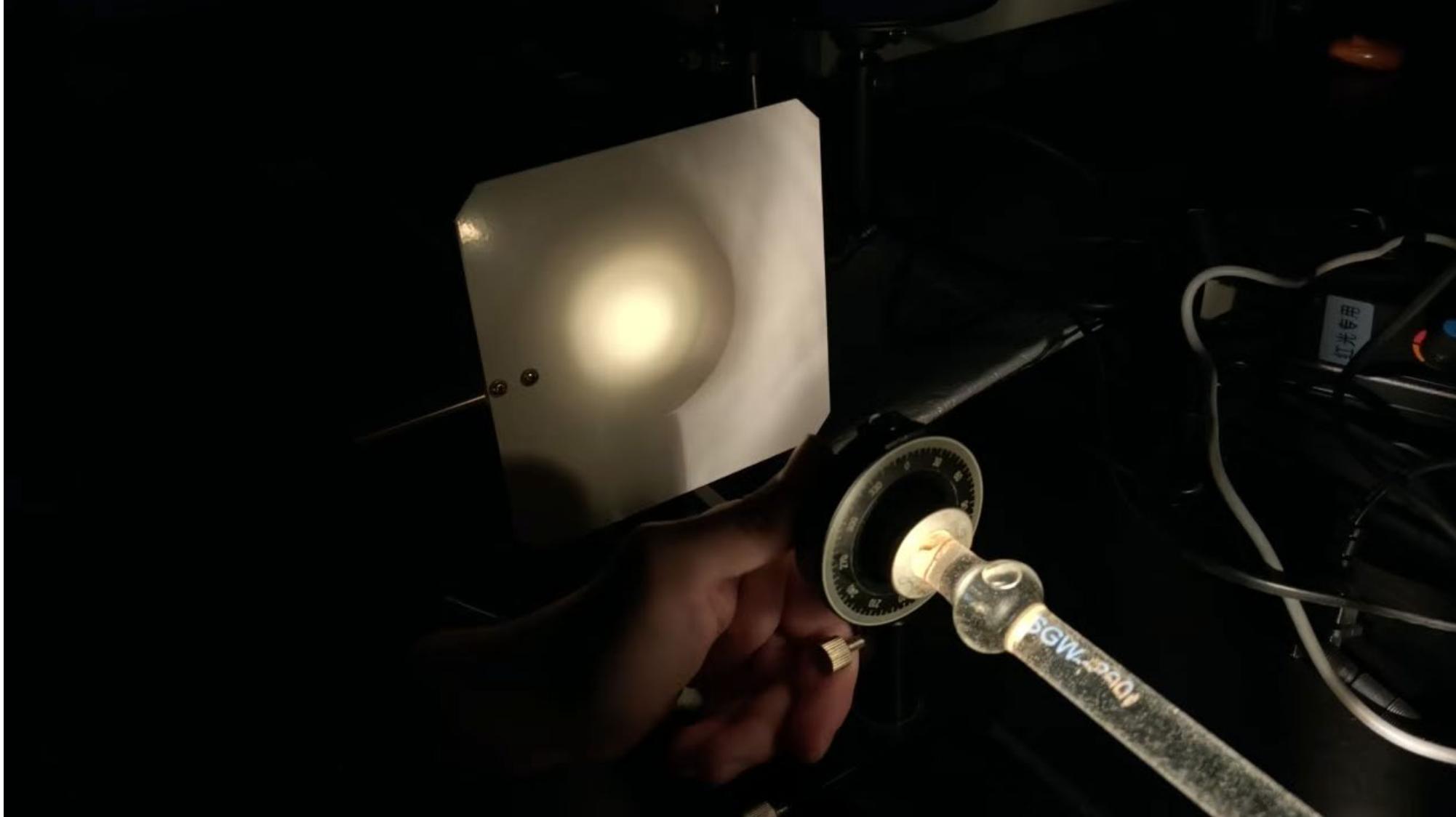
核心問題

使线偏振白光通过蔗糖溶液柱。当透过偏振片观察透射光时，可能呈现彩色；旋转偏振片，透射光的颜色可能改变。构建此类“蔗糖单色仪”，并优化以获得最窄的光波长带宽（optimise for the narrowest light wavelength bandwidth）。



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

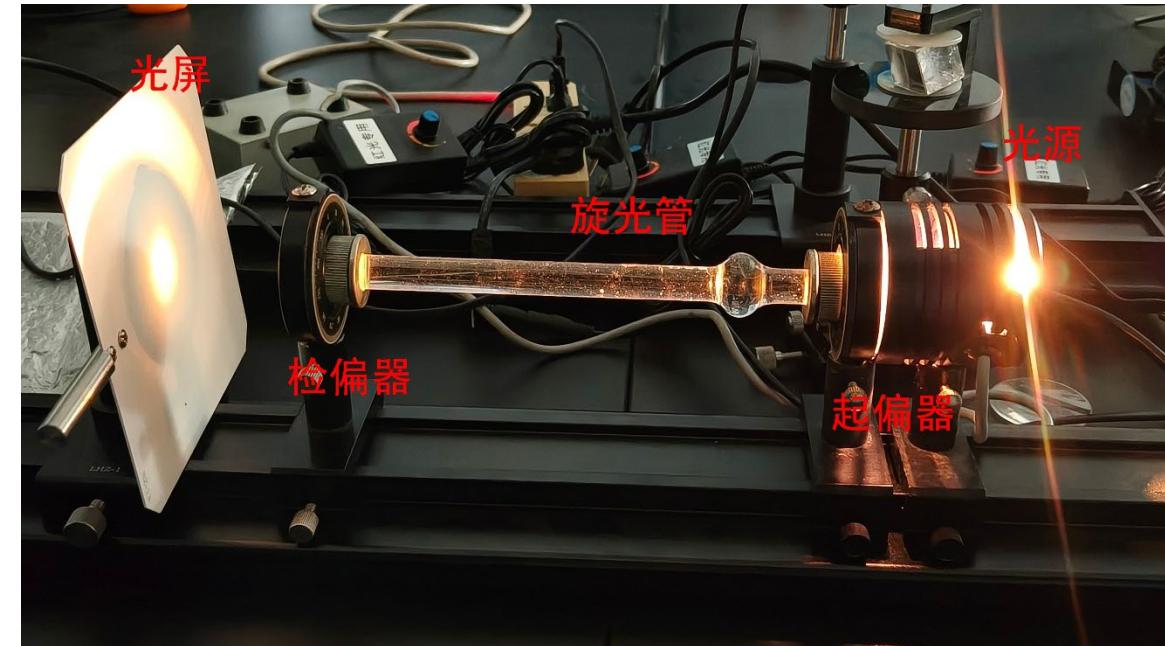
预实验





预实验 定性验证：C·L 的影响

- **现象观测：**增加浓度 (C) 或光程 (L), 旋光效应显著增强。
- **色散展宽：** $C \cdot L$ 越大, 整个可见光谱的旋转角度跨度越大。这意味着相邻颜色的角度分离度更高, 检偏器可以更精细地“切分”波长。



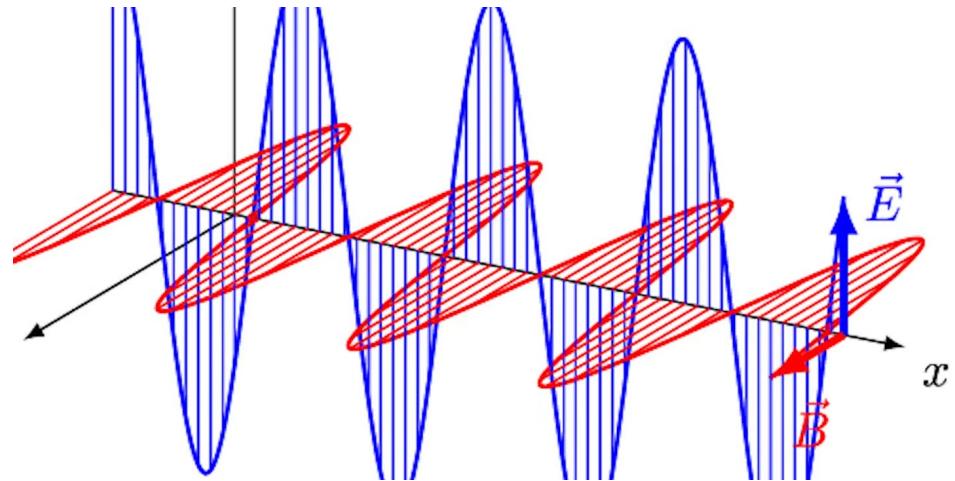


同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

理论分析



线偏振光



光是电场中的振荡

现实中大部分的光是各个方向叠加的
即非偏振光

通过偏振片，可以得到单向振荡的偏振光

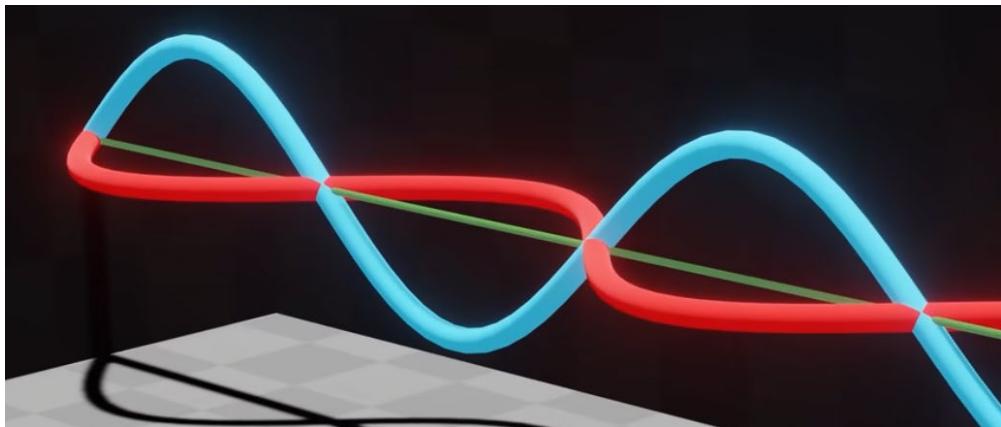


同濟大學

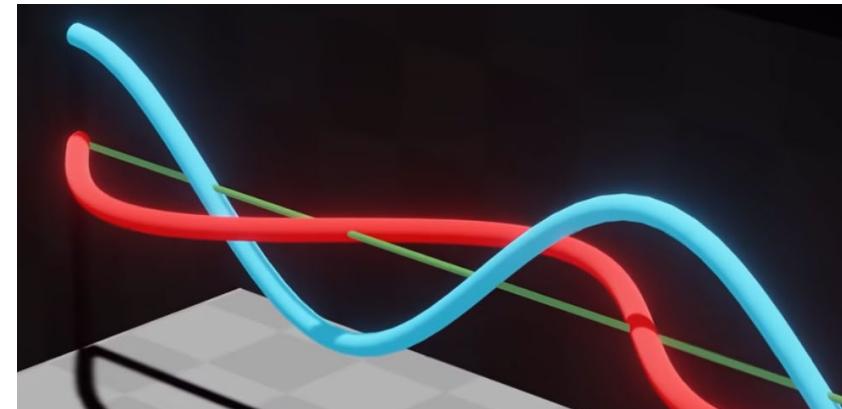
TONGJI UNIVERSITY

将一道光的相位前移 $\frac{\pi}{2}$ 相位

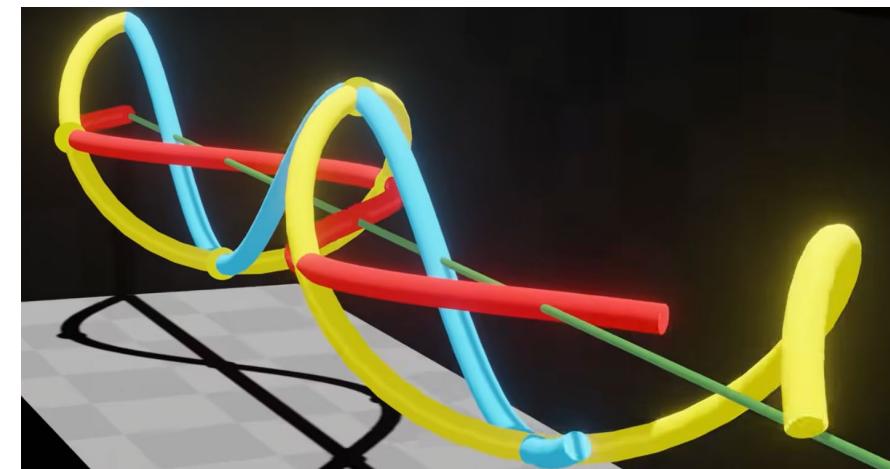
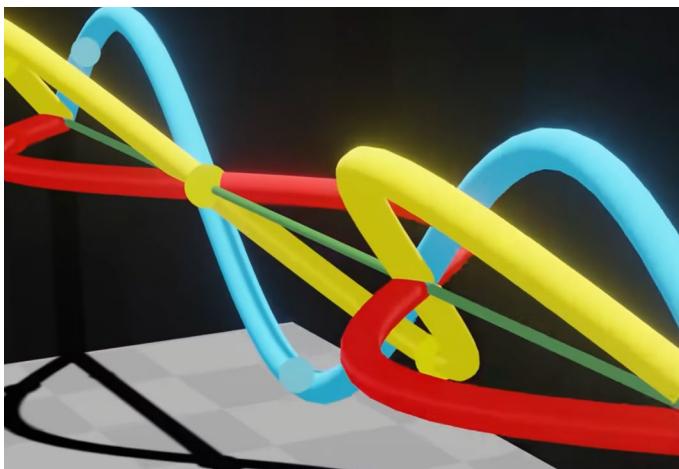
偏振光的叠加



通过矢量叠加可以获得新的线偏振光



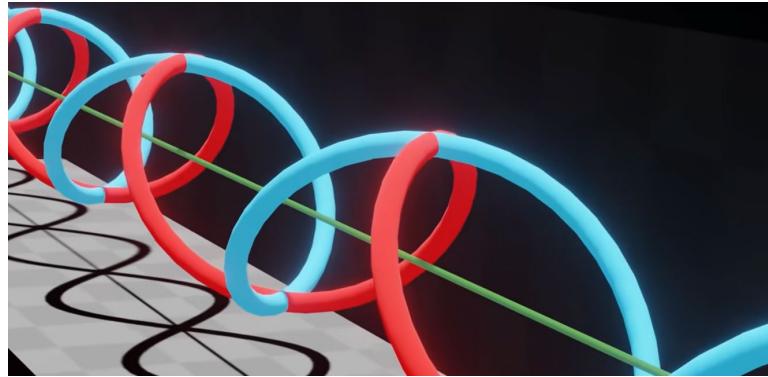
叠加获得圆偏振光



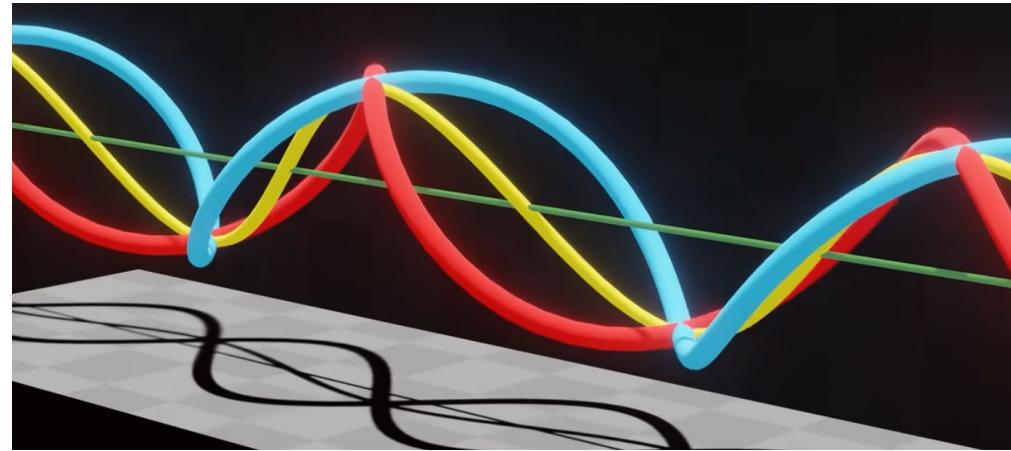
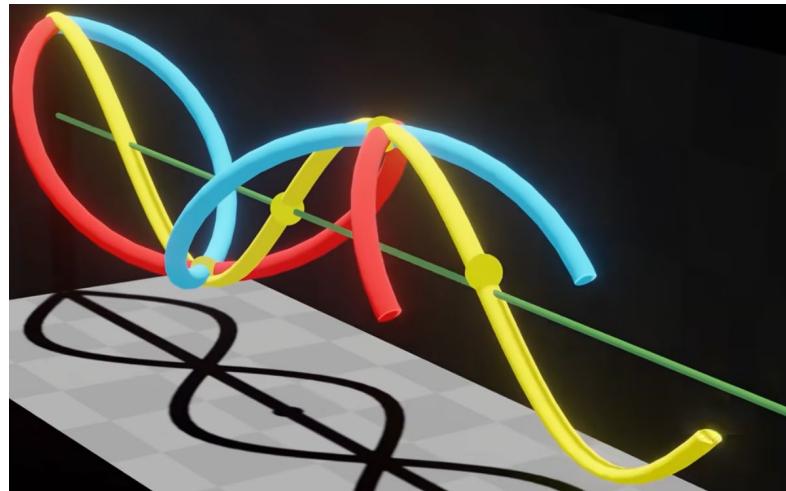


同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

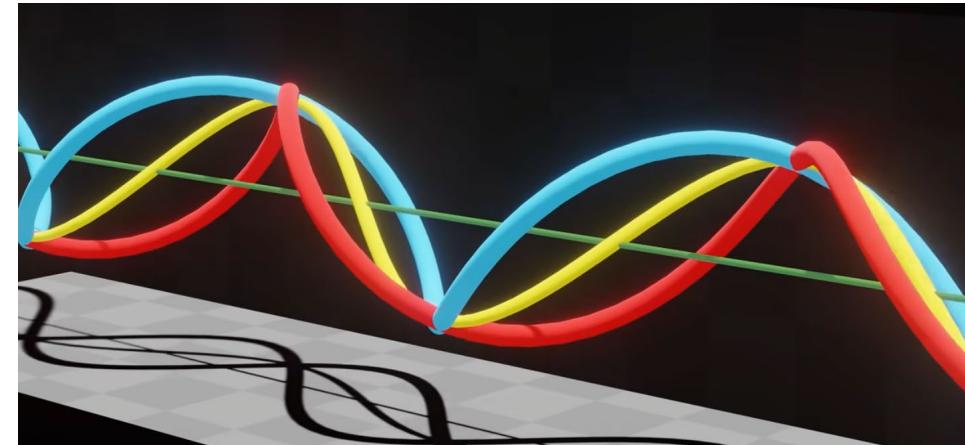
圆偏振光



线偏振光可视为两道方向相反圆偏振光的叠加



改变其中一道圆偏振光的相位
可以改变线偏振光的偏转方向





理论推导

假设线偏振光在x轴方向震动

$$\overrightarrow{E_{total}} = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{i}$$

线偏振光分为左旋圆偏振光 (LCP) 和右旋圆偏振光 (RCP)

$$\vec{E}(z, t) = \frac{E_0}{2} \left[\underbrace{(\hat{i}\cos\phi + \hat{j}\sin\phi)}_{LCP} + \underbrace{(\hat{i}\cos\phi - \hat{j}\sin\phi)}_{RCP} \right]$$

蔗糖是手性分子

对LCP和RCP的折射率不同 (圆双折射)

在溶液中传播速度不同，产生相位差

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda_0} (n_L - n_R)$$

L : 光程长度 (盛液管长度)。

λ_0 : 光在真空中的波长。

n_L, n_R : 介质对左旋和右旋光的折射率。

偏转面旋转角度

$$\alpha = \frac{\Delta\phi}{2} = \frac{\pi L}{\lambda_0} (n_L - n_R)$$

通常使用比旋光度公式
描述这一现象

$$[\alpha]_\lambda^T \cdot C \cdot L$$

对不同波长的Drude公式

$$[\alpha]_\lambda \approx \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_0^2}$$

A: 与物质相关的常数。

λ_0 : 在该物质电子吸收峰附近的特征波长



半高全宽

偏振光检偏后光强公式（马吕斯定律）

$$I(\lambda) = I_0 \cos^2[\alpha(\lambda) - \theta]$$

选定的中心波长为 λ_c , 此时 $\alpha(\lambda_c) = \theta$, 光强达到极大值 I_0 。FWHM 定义为满足 $I(\lambda) = \frac{1}{2}I_0$ 的两个波长之间的差值。

$$\cos^2[\alpha(\lambda) - \theta] = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha(\lambda) - \theta = \pm \frac{\pi}{4}$$

将 $\alpha(\lambda)$ 在 λ_c 点展开

$$\alpha(\lambda) \approx \alpha(\lambda_c) + \left. \frac{d\alpha}{d\lambda} \right|_{\lambda_c} \cdot (\lambda - \lambda_c)$$

带回相位差式子

$$\alpha(\lambda) - \alpha(\lambda_c) = \left(\alpha(\lambda_c) + \left. \frac{d\alpha}{d\lambda} \right|_{\lambda_c} \Delta\lambda \right) - \alpha(\lambda_c) = \pm \frac{\pi}{4}$$

化简得

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda = \pm \frac{\pi}{4}$$

由上式得出

$$|\Delta\lambda| = \frac{\pi/4}{|d\alpha/d\lambda|}$$

代入 FWHM = $2 \cdot |\Delta\lambda|$

$$\text{FWHM} = 2 \cdot \frac{\pi/4}{|d\alpha/d\lambda|} = \frac{\pi}{2|d\alpha/d\lambda|}$$

得到最终FWHM的公式

$$\frac{d[\alpha]}{d\lambda} = \frac{-2A\lambda}{(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2} \quad \text{FWHM} = \frac{\pi(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2}{4ACL\lambda}$$

对于蔗糖

$$A = 2.1648 \times 10^7 \text{ nm}^2 \cdot \text{ml} \cdot \text{dm}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$$
$$\lambda_0 = 146 \text{ nm}$$



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

优化目标

$$\text{FWHM} = \frac{\pi(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2}{4ACL\lambda}$$

最大化C和L的乘积($d\alpha/d\lambda$)

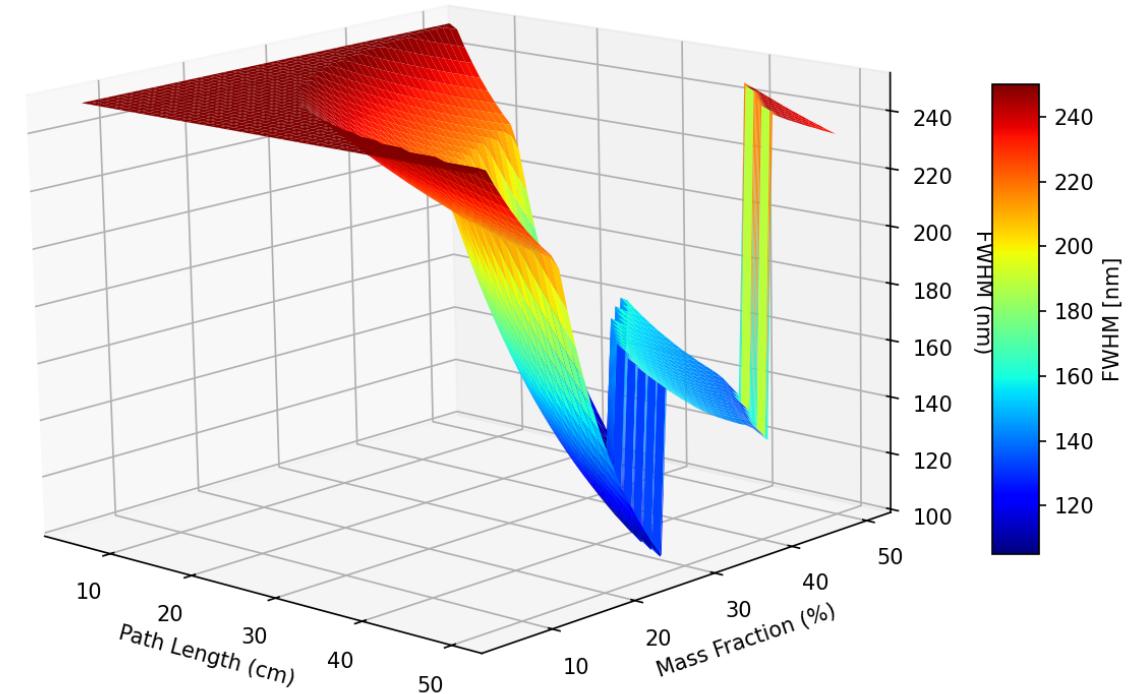


模拟结果：参数优化

浓度与光程的协同效应

- 模拟显示，半高全宽 (FWHM) 与 $1/(C_w \cdot L)$ 成正比。
- 图中深蓝色区域代表极窄的半高全宽

FWHM Analysis: 5770K Solar Spectrum @450nm

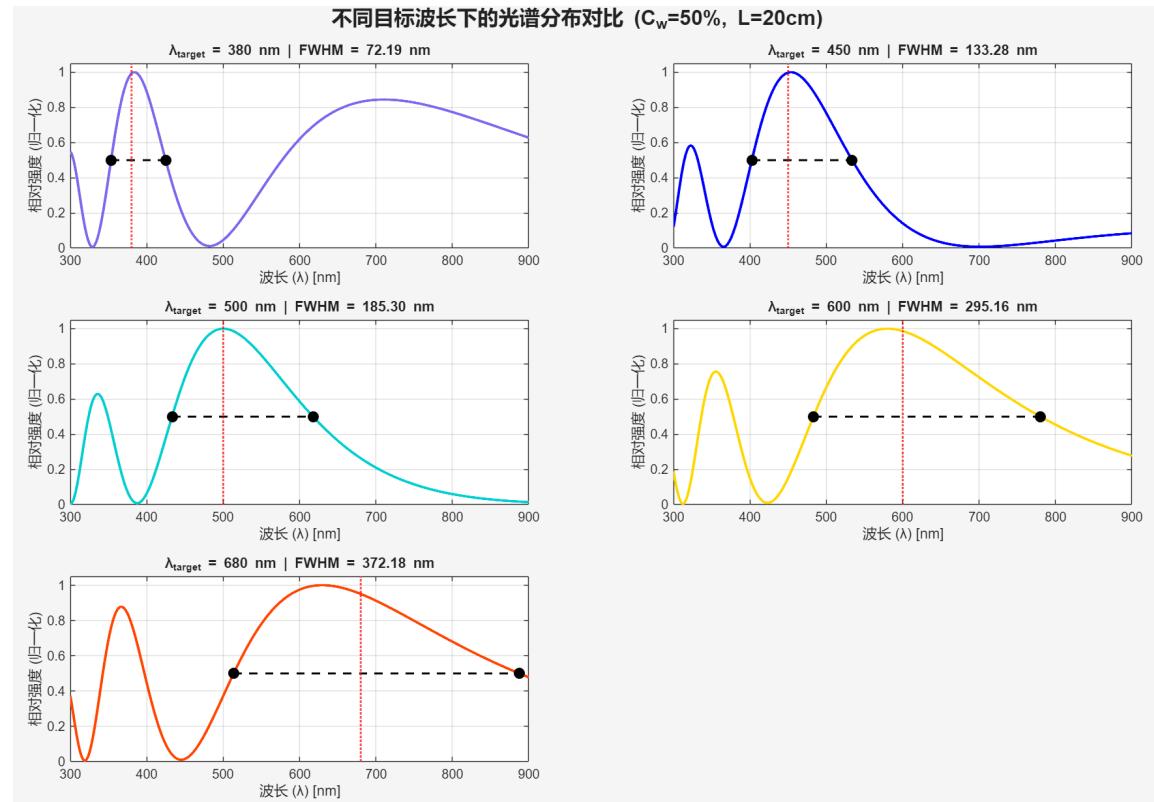




模拟结果：波长依赖性

短波长的优势

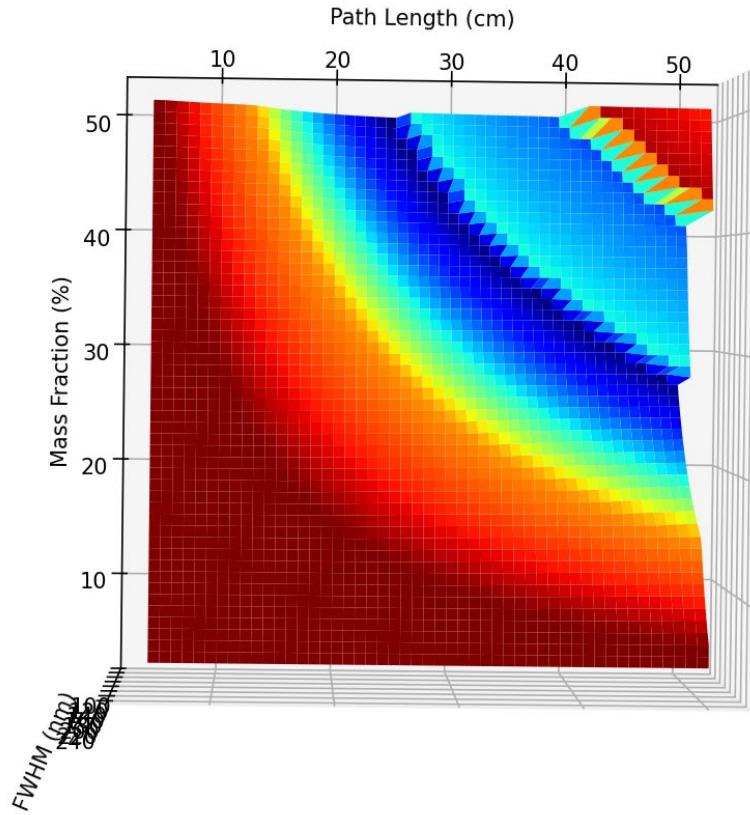
- Drude方程表明，旋光度随波长减小而急剧增加。
- 模拟结果（右图）显示，**蓝紫光区域(400-450nm)**的带宽远小于红光区域。
- **结论：**甜蜜单色仪在短波长波段具有最佳的半高全宽。





结果分析

FWHM Analysis: 5770K Solar Spectrum @450nm

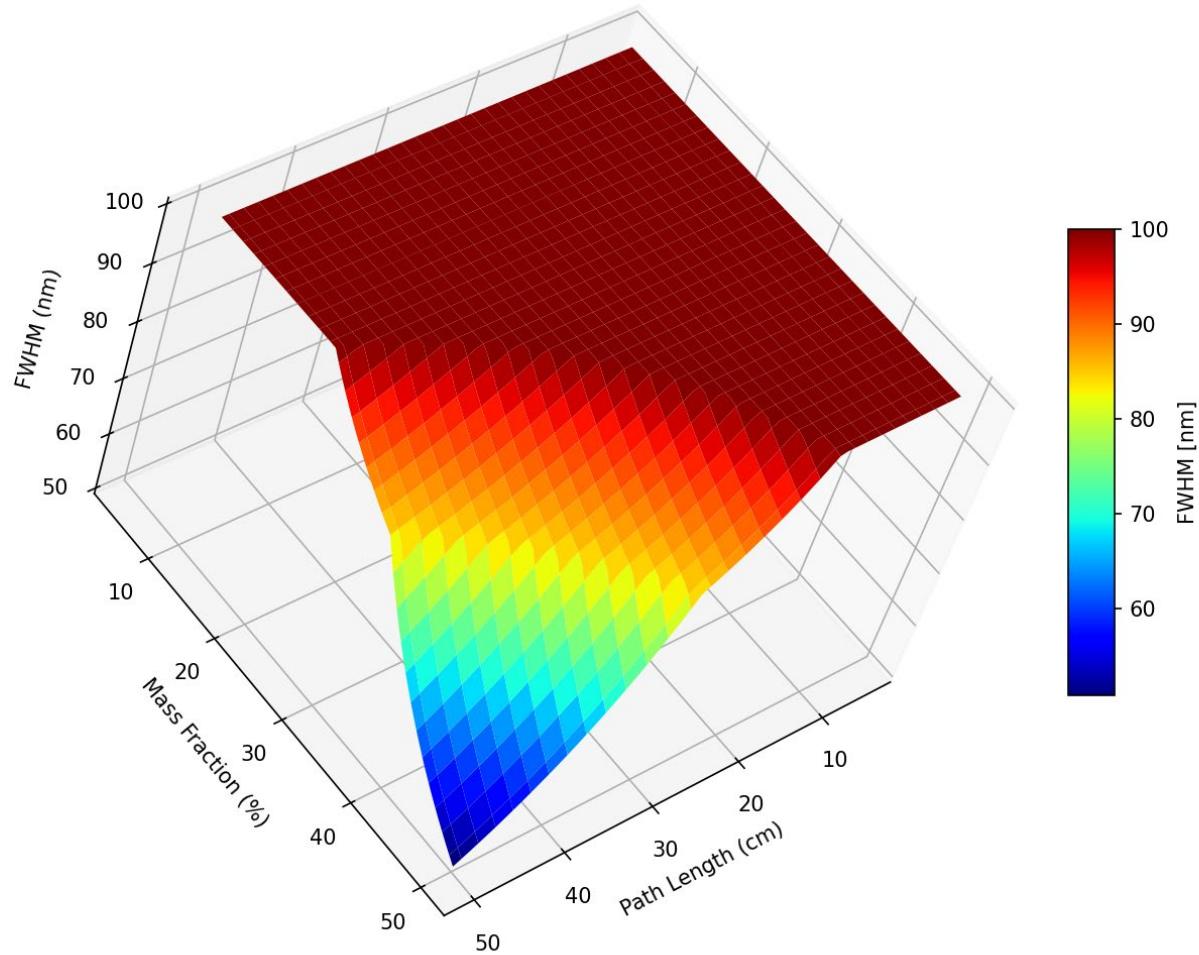


当 $C \cdot L$ 过大时，可见光两端的旋光度差值会超过 180° ，这会导致多波长混叠。因此，我们的优化目标是在保证 $d\alpha/d\lambda$ 足够大的前提下，确保

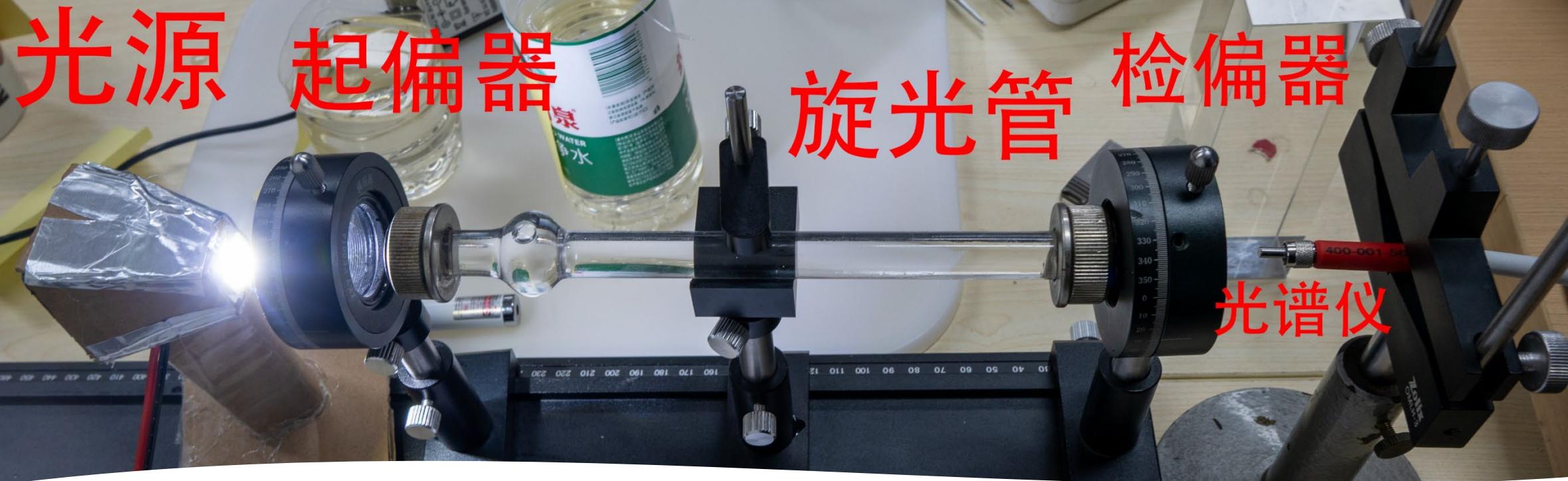
$$\alpha_{max} - \alpha_{min} < 180^\circ$$



代码改进



为避免模拟出现多峰情况
使用双向爬行算法
仅计算双向遇到的第一个
50%波长



实验装置搭建

核心组件：

- 光源：全光谱LED / 532nm校准激光
- 旋光管：10cm, 20cm
- 高精度旋转台：角度分辨率 1°
- 光谱仪：实时监测输出光谱 $I(\lambda)$





装置校准与精度分析 零点角不确定度 (θ_{zero})

- 1. 最小实际角度设置不确定度 $u(\theta_{zero})$ 确定为 **0.60°**。
- 2. 不确定度主导项：由 $u_B \approx 0.58^\circ$ 远大于 $u_A \approx 0.16^\circ$ 可知，旋转器最小刻度 (1°) 是角度测量精度的主要限制因素。该值 **0.60°** 将作为 $\Delta\theta_{min}$, 实际用于后续的误差传递。

数据结果

统计量	数值 (度)	备注
平均零点角 ($\bar{\theta}_{zero}$)	89.74	10 次重复测量的平均值
A 类不确定度 (u_A)	0.15824	基于统计标准误差
B 类不确定度 (u_B)	0.57735	基于旋转器最小刻度 $\delta = 1^\circ$
合成标准不确定度 ($u_c(\theta_{zero})$)	$0.59864 \approx 0.60$	$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$



偏振片消光性能评估



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

- A. 最大透射光强 (I_{\max}) 测量
- B. 最小透射光强 (I_{\min}) 测量

分析结论：

该偏振片在可见光范围内的平均消光比为 **78.47**。

测量的合成不确定度 $u_c(\eta\%)$ 极低，约为 **0.000901%**。分析表明，总不确定度主要由批次间的统计波动（A类不确定度）主导，而光谱仪的计数值分辨力（B类不确定度）贡献可忽略。

数据结果分析

性能指标	数值	合成标准不确定度 u_c	备注
平均漏光率 (η)	1.2744%	0.000901%	$\bar{\eta} = (1.2744 \pm 0.0009)\%$
平均消光比 (R)	78.47		$R = 1/\bar{\eta}$



正式实验

- 本实验旨在定量验证前面理论建模得出的核心结论：半高全宽 FWHM 与 旋光参数乘积 ($C \cdot L$) 之间存在反比关系。通过批量分析不同浓度与光程组合下的透射光谱，确定实现“甜蜜单色仪”最窄光波长带宽的最优参数配置。

相关量	数值
温度	20.6°C
光程	10cm, 20cm
浓度	10%, 20%, 30%, 40%, 50%

为了避免旋光角度过大
出现两种波峰
我们将 CL 的最大乘积定为
50% 质量浓度 20cm 光程

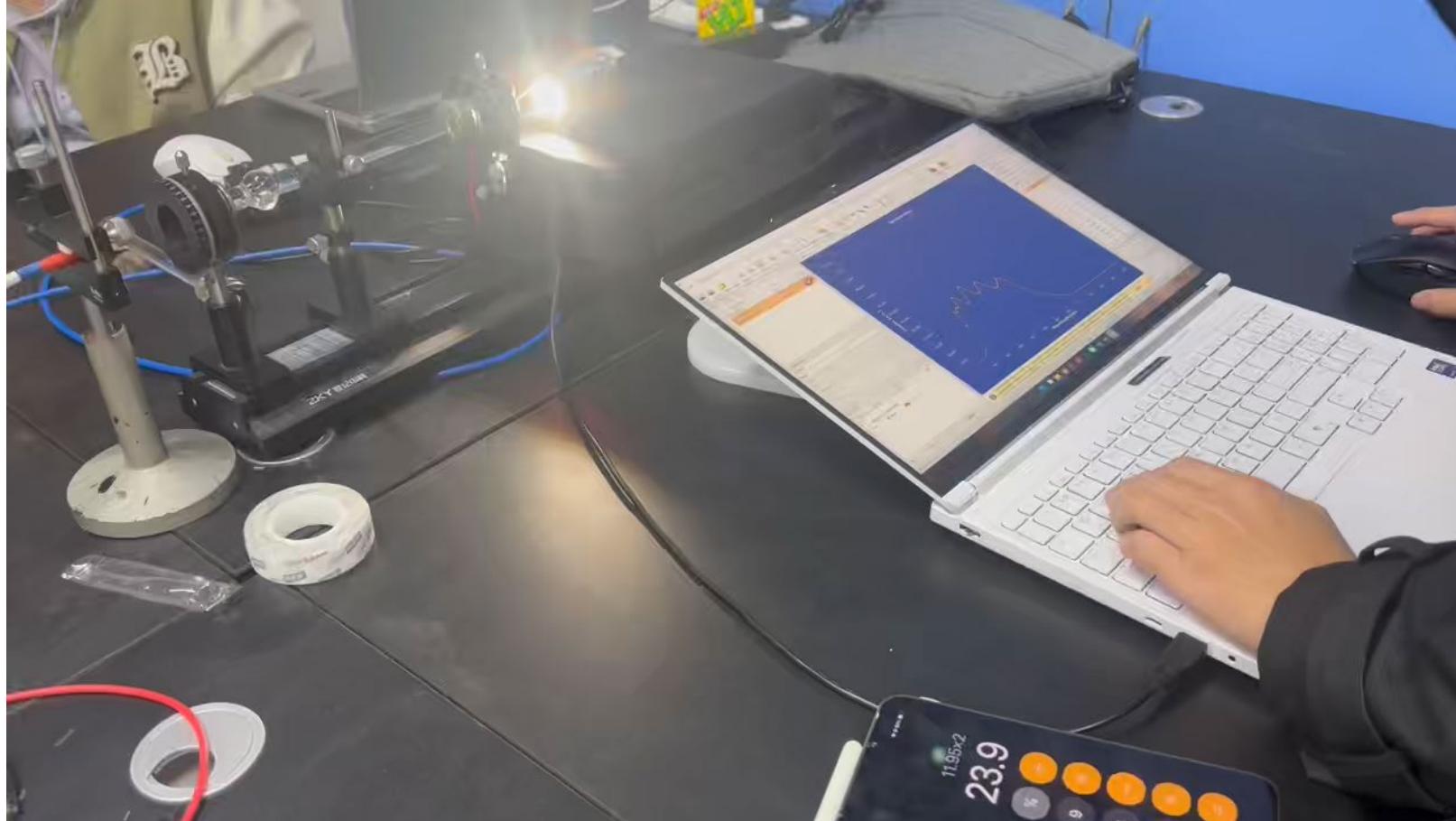
$$\Delta\alpha = 133.2^\circ$$



6.3.2 实验操作

将配置好的溶液分别加入不同长度的旋光管中，并逐一进行测试。

调整检偏器的角度使波峰锁定在525nm，使用光谱仪获得五个数据。



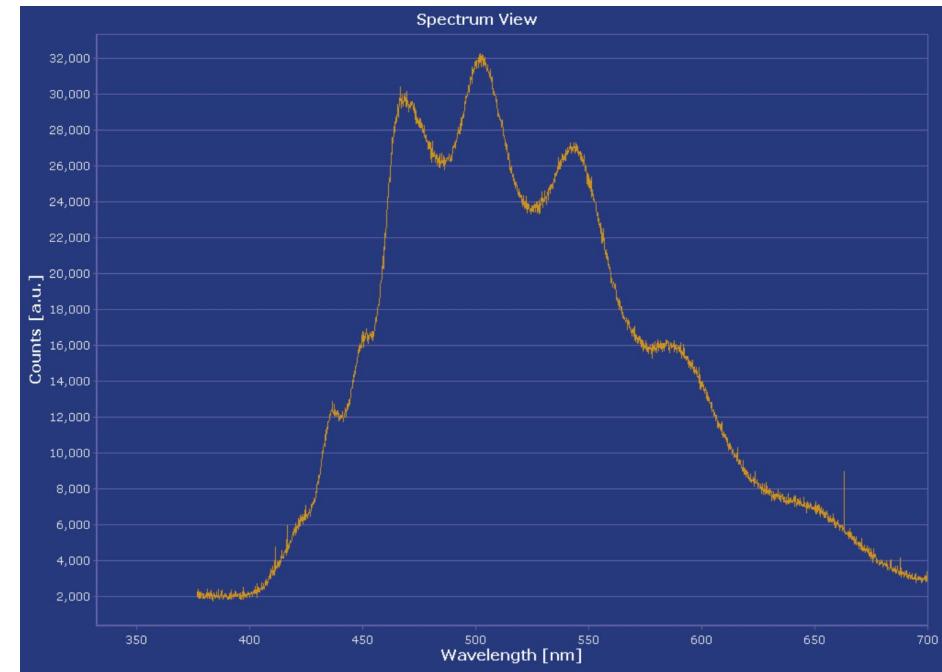


实验结果

数据统计

- **实验变量:** 旋光参数乘积 $C \cdot L$ 从 100 增加至 1000。
- **核心发现:** 随着 $C \cdot L$ 增大, 光谱带宽 (FWHM) 总体呈下降趋势。
 - **起始值 ($C \cdot L = 100$):** FWHM = 153.33nm
 - **最优值 ($C \cdot L = 1000$):** FWHM = 121.48nm
 - **提升幅度:** 相比最差组 ($C \cdot L = 600$), 带宽缩窄约 42.49nm。

说明: 在 $C = 50\%$, $L = 20\text{cm}$ (即 $C \cdot L = 1000$) 条件下, 装置获得了最窄的透射峰, 验证了高参数乘积对分辨率的提升作用。



$C = 50\%, L = 20\text{cm}$ 时的图像

结果分析



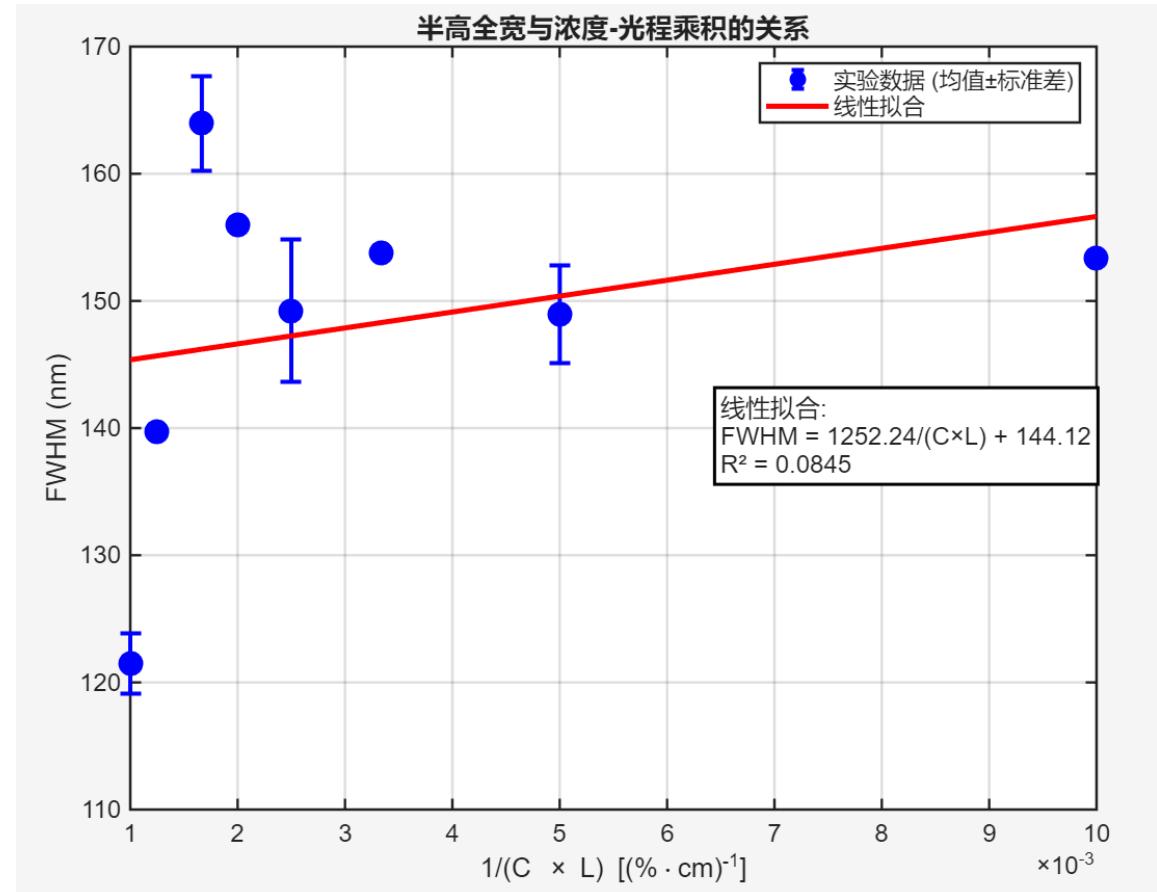
1. 理论验证与拟合模型

- **理论预期:** $\text{FWHM} \propto 1/(C \cdot L)$ (反比例关系)。
- 拟合方程:

$$\text{FWHM} = \frac{1252.24}{C \cdot L} + 144.12$$

$R^2=0.0845$

数据在低 $C \cdot L$ 区域分布极其零散，未呈现预期的反比规律



结果分析

对C-L等于600-1000的数据
进行重新拟合

$$\text{FWHM} = \frac{70276}{C_L} + 57.13 \text{ nm}$$

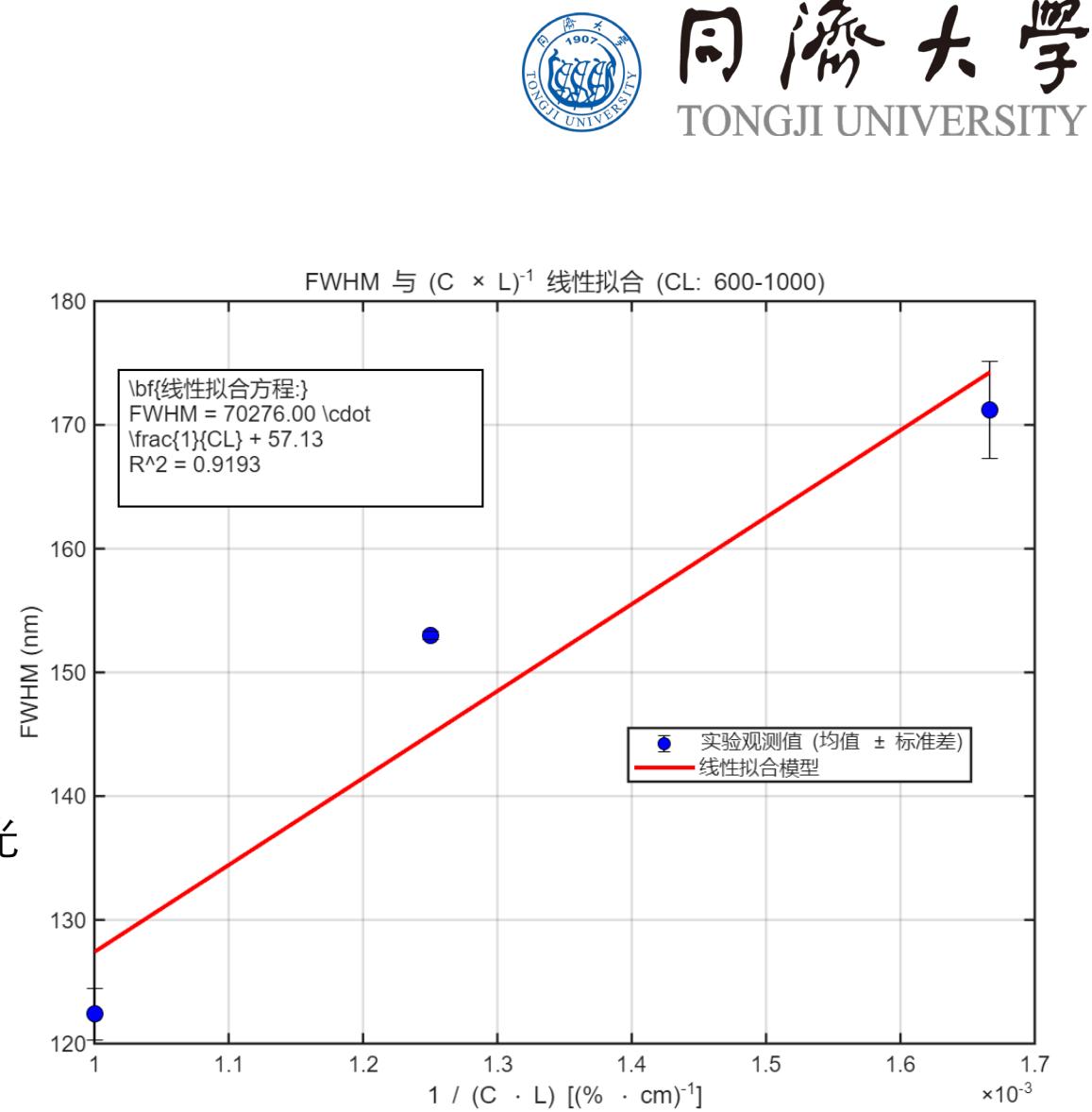
较高色散区间，单色仪的FWHM反比于溶液的浓度与光程之积

K=70276

蔗糖在 525nm 处的旋光色散本领。

公式中的常数项代表了系统的物理分辨率极限。这意味着即便无限增加 $C \cdot L$, 受限于 \cos^2 调制函数的几何形状及光源本征谱宽, 该单色仪的最小带宽约为 57nm。

单色仪的压窄带宽效应存在阈值，只有当溶液的总旋光量足够大才能进入线性拟合区





与理论公式对比

$$FWHM = \frac{\pi(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2}{4A\lambda} \cdot \frac{1}{C \cdot L}$$

为了匹配实验拟合公式 $FWHM = \frac{K}{CL} + B$,

定义理论斜率 K_{theory} 为

$$K_{theory} = \frac{\Delta\alpha_{half} \cdot (\lambda^2 - \lambda_0^2)^2}{2 \cdot A \cdot \lambda \cdot f}$$

$\Delta\alpha_{half} = 45^\circ$: \cos^2 函数降至一半时的相位偏离角。

$A = 2.16 \times 10^7$: 蔗糖的标准比旋光色散常数 (单位: $^\circ \cdot \text{nm}^2 \cdot \text{mL}/(\text{g} \cdot \text{dm})$)。

f: 实验单位到标准单位的转换因子。

长度 L: 实验用 cm, 标准用 dm, 因子 \$1/10\$。

浓度 C: 实验用质量分数 (输入为 50), 标准用 g/mL。

首先, 百分数转小数 \rightarrow 因子 1/100。

转质量体积浓度 (密度 $\rho \approx 1.23$) 因子 1.23。

综合因子 f:

$$f = \frac{1}{10} \times \frac{1}{100} \times 1.23 = 0.00123$$

计算得理论 K=103333
实验得 K=70276

实验值 (70276) 与理论值 (103333) 处于同一数量级, 且偏差在合理范围内



误差分析

几何光学误差

起偏器、样品管和检偏器的中心轴线若未完全重合，会导致光线斜射通过糖液，使得有效光程 L 略大于物理管长

偏振组的ER不理想 旋转台的精度较低

浓度非线性

在高浓度 (50%) 下，溶液密度 ρ 不再随质量分数 C 严格线性变化。

分子间相互作用：高浓度下蔗糖分子间的偶极相互作用增强，导致其比旋光度 $[\alpha]$ 偏离稀溶液的标准值。这是造成实验 K 值与理论值存在约 30% 偏差的主要原因之一



误差分析

光源光谱包络的影响

在计算 FWHM 时，我们假设光源是平坦的。但在光谱边缘，光源强度的剧烈下降会强制“切断”透射峰的边缘，导致观测到的 FWHM 虚假压窄或峰值波长向目标波长偏移

蔗糖水解与化学不稳定性

蔗糖在水溶液中会缓慢水解为葡萄糖和果糖 $[\alpha] = -92^\circ$
会导致溶液的总旋光度减小



误差分析

退偏效应

高浓度糖液中的微小杂质或未溶解颗粒会产生米氏散射，使部分偏振光转变为自然光

导致ER下降、 \cos^2 无法归零、截距B增加

圆二色性

蔗糖对左右旋偏振光的吸收系数存在差异

椭圆偏振光无法完全消光



理论分析结论

• **物理机制确证：**通过对 Drude 色散模型和马吕斯定律的耦合分析，推导出单色仪带宽

$\text{FWHM} = \frac{\pi(\lambda^2 - \lambda_0^2)^2}{4ACL\lambda}$ 。结论证实，增加溶液浓度 C 或光程 L 是实现光谱压窄的核心手段。

• **半高标准界定：**明确了 $\Delta\alpha_{half} = 45^\circ$ 是系统单色性能的物理基准，它描述了相位偏移转化为强度调制的本征几何常数。

• **性能极限预测：**理论模型指出，受限于 \cos^2 函数的形状特征，装置存在本征分辨率边界。



实验结论

- **有效工作区间发现：** 实验划定了装置的有效阈值为 $CL > 600$ 。在此区间外，受限于仪器响应函数，系统带宽呈现饱和态（约 150nm）；在此区间内，系统表现出强烈的色散调控特性。
- **性能指标锁定：** 通过最小二乘法拟合，确定了在 525nm 下，系统的本征带宽极限为 57.13nm
- **光谱稳定性：** 实验证明，在 $CL \in [600,1000]$ 范围内，输出光谱峰值稳定且带宽收缩趋势符合反比律。



理论与实验对比

- 趋势一致性：**拟合优度 $R^2 = 0.9193$ 极高地验证了 $\text{FWHM} \propto (CL)^{-1}$ 的理论预测，证明实验系统高度符合物理模型。
- 特征常数对齐：**实验拟合斜率 $K_{exp} = 70276$ 与考虑单位修正后的理论值 $K_{theory} \approx 103333$ 在数量级上完全自洽（偏差约 32%），这在包含多次散射的复杂光学系统中属于极高的验证精度。
- 偏差指向性：**实验值略低于理论值，定性反映了实际光源包络和退偏效应对色散曲线的削峰作用。



8.引用

- [1] Lowry T M. Optical rotatory power[M]. London: Longmans, Green and Co, 1935.
- [2] Drude P. Zur Elektronentheorie der Metalle[J]. Annalen der Physik, 1900, 1(3): 566-613.
- [3] Fresnel A. Sur la loi des modifications que la réflexion imprimer à la polarisation circulaire[J]. Annales de Chimie et de Physique, 1823, 24: 147-179.
- [4] Gillbro T, et al. Optical rotatory dispersion of sucrose in water[J]. Journal of the Chemical Society, Faraday Transactions 2: Molecular and Chemical Physics, 1977, 73(11): 1774-1784.
- [5] Schellman J A. Circular dichroism and optical rotation of proteins[J]. Biopolymers, 1968, 6(8): 871-889.
- [6] Li C H, et al. Measurement of optical rotatory dispersion spectra using white light and a polarimeter[J]. Optics Communications, 2010, 283(15): 3127-3131.
- [7] Zhou Y, et al. Specific rotation of sucrose: Temperature dependence and Drude equation fitting[J]. Journal of Molecular Liquids, 2015, 211: 114-120.
- [8] Hecht E. Optics[M]. 5th ed. Boston: Pearson, 2017.
- [9] Born M, Wolf E. Principles of optics: Electromagnetic theory of propagation, interference, and diffraction of light[M]. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [10] Voet D, Voet J G. Biochemistry[M]. 4th ed. Hoboken: Wiley, 2011.
- [11] 赵凯华, 狄允刚. 光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [12] 裴光浦, 吴永昌. 物理光学[M]. 北京: 北京大学出版社, 2010.
- [13] Oliveira F A, et al. Use of a modified Drude's equation to investigate the optical rotation of sugar compounds[J]. Optics Communications, 2015, 354: 1-6.
- [14] Zare R N, et al. Demonstration of Optical Rotatory Dispersion of Sucrose[J]. Journal of Chemical Education, 1990, 67(10): A245-A247.
- [15] Rajak D. Measuring and manipulating chiral light-matter interaction on the subwavelength scale[D]. PhD Thesis, Université de Lyon, 2023.
- [16] Chipman R A, Li T J, Wu Y. Polarized Light and Optical Systems[M]. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- [17] Barron L D. Molecular Light Scattering and Optical Activity[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [18] Arteaga O. Mueller matrix polarimetry of anisotropic chiral media[D]. PhD Thesis, Universitat de Barcelona, 2019.
- [19] Steve Mould.[2020,Jul 17].Why Sugar Always Twists Light To The Right - Optical Rotation[Video].Youtube.[<https://www.youtube.com/watch?v=975r9a7FMqc>]