École Nationale des Sciences
Appliquées d'Al Hoceima

Série 1

Exercice 1

On donne le champ de vecteurs $\vec{E} = (2x - y)\,\vec{i} + (2y - x)\,\vec{j} - 4z\,\vec{k}$ et la fonction scalaire par $f(x,y,z) = \frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$ avec $(x,y,z) \neq (0,0,0)$

1. Calculer $div\vec{E}$ et $\overrightarrow{rot}\vec{E}$;
2. Calculer $\overrightarrow{grad}f$

Exercice 2

Soient deux point $A(a,c,0)$ et $B(b,d,0)$ d'un référentiel $R(O;x,y,z)$ les quantités a, b, c et d sont des constantes positives. Un champ de vecteur $\vec{F} = -Kx\vec{e_x} + \frac{K'}{y^2}\vec{e_y}$, avec K et K' sont des constantes positives.

1. Calculer la circulation du champ de vecteurs $\vec{F}$ dans le déplacement de :
   (a) $A(a,c,0)$ à $B(b,d,0)$;
   (b) $B(b,d,0)$ à $A(a,c,0)$;
   (c) Le long d'un contour fermé ABA;
2. Conclusion.

Exercice 3

1. Calculer la surface d'un disque de centre O et de rayon R, en utilisant les coordonnées polaires et les coordonnées cartésiennes;
2. Utiliser les coordonnées cylindriques pour calculer l'aire de la portion de surface d'un cylindre circulaire droit de rayon r et de hauteur h, limité à $\pi/6 \leq \theta \leq \pi/3$;
3. En utilisant les coordonnées sphériques, calculer la surface et le volume d'une sphère de centre O et de rayon R ;
4. Calculer, en utilisant les coordonnées sphériques, l'aire de la calotte sphérique définie par : $0 \leq \theta \leq \alpha$ et $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, découpée sur la surface d'une sphère de centre O et de rayon R ;

Exercice 4

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_0^1 dx \int_x^1 (x+y)\,dy$
2. $\int\int_D (y + \sqrt{1+x^2})\,dxdy$, le domaine d'intégration D est limité par l'hyperbole : $y^2 - x^2 = 1$ et par les deux droites $x = -2$ et $x = 2$;
3. $\int\int\int_D (x^3y^2z)\,dxdydz$, le domaine D est défini par les inégalités : $0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq x \quad 0 \leq z \leq xy$

4. $\int\int_D \sqrt{1-x^2-y^2}\ dxdy$, D est le disque de centre O et de rayon $R=1$, utiliser les coordonnées polaires ;

5. $\int\int\int_D z\ dxdydz$, D est la demi-sphère supérieur de centre O et de rayon R, utiliser les coordonnées cylindriques;

6. $\int\int\int_D \sqrt{x^2+y^2+z^2}\ dxdydz$, D est la sphère de centre O et de rayon R, utiliser les coordonnées sphériques.

Exercice 5

Deux sphères métalliques très petites A et B identiques, de même masse $m=1\ g$, sont suspendues en un point O par deux fils isolants de masse négligeable et de même longueur $l=10\ cm$. On les charge avec un bâton de verre frotté sur de la laine. A l'équilibre l'angle entre les deux fils est 60 °.

1. A quelles forces sont soumises les sphères ?
2. Quelle est la valeur de leur charge commune q ? On prendra $g=10\ m.s^{-2}$.

Exercice 6

Deux charges électriques de même valeur q, sont fixées en A et B sur un axe $(x'ox)$ aux abscisses $x_A=-a$ et $x_B=+a$. Entre A et B on place une charge q' libre de se déplacer sur l'axe.
Quelle est la position d'équilibre de q' ?

Exercice 7

1. Calculer la charge totale portée par une tige de verre filiforme de longueur 30 cm avec une charge linéique $\lambda=20\ \mu C.m^{-1}$;
2. Quelle est la charge totale d'un corps uniformément chargé en volume avec une densité volumique de 4 $nC.m^{-3}$ et qui a la forme d'un cylindre de rayon $R=2\ mm$ et de hauteur 5 cm ;
3. Calculer la densité surfacique d'une balle sphérique de rayon $R=6\ mm$, porteuse d'une charge 30 nC ;
4. Soit une sphère de rayon R, dont la répartition de charge n'est pas uniforme $\rho=\rho_0(1-\frac{r^2}{R^2})$. Quelle est sa charge totale.

Exercice 8

1. Quatre charges ponctuelles $+q$ et $-q$ $(q>0)$ sont disposées alternativement aux quatre sommets d'un carré de centre O et de côté a.
   Déterminer le champ électrostatique total créé par les quatre charges au centre O.
2. On place maintenant quatre charges ponctuelles identique $-q$ $(q>0)$ aux sommets du carré et une charge $q'>0$ au centre O.
   Déterminer la valeur de q' en fonction de q pour que la force électrostatique totale qui s'exerce sur chacune des cinq charges soit nulle.

Université Abdelmalek Essaadi
Ecole Nationale des Sciences Appliquées d'Al Hoceima

Travaux dirigés d'Electrostatique
Série N 2 CP1, ENSAH
Année 2019-2020

Exercice 1:

Déterminer le vecteur $\vec{U}$, de module $U = 1$, situé dans le plan xOy et orthogonal au vecteur $\vec{A}$ défini par la relation :

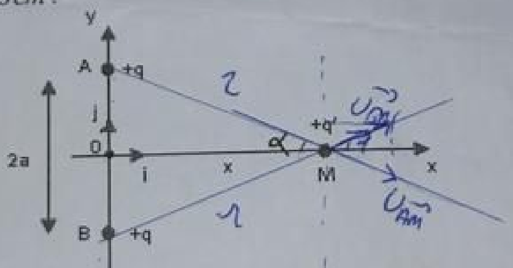
$$\vec{A} = 4\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 7\vec{e}_z$$

Exercice 2:

1. Déterminer l'angle solide sous lequel on voit un espace formé par un cône de demi-angle au sommet α_0 à partir du sommet O
2. Déterminer l'angle solide sous lequel on voit la moitié de l'espace entier
3. Déterminer l'angle solide sous lequel on voit l'espace entier

Exercice 3:

On considère deux charges ponctuelles identiques $+q = 2\ \mu C$ disposées en A et B suivant l'axe Oy tel que $OA = OB = a = 30\,cm$.



1. Déterminer (en fonction de x) le champ électrostatique sur l'axe Ox

Une charge $+q' = 4\ \mu C$ est placée en M sur l'axe Ox à l'abscisse $OM = x$.

2. Déterminer (en fonction de x) l'intensité et la direction de la résultante F des forces électrostatiqu agissant sur q'.
3. Déterminer (en fonction de x) l'expression de la charge équivalente $q_{équi}$ (placé en O) à l'ensemble deux charges $+q$.

On donne : $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\ N.m^2/C^2$: Constante de la loi de Coulomb

Exercice 4 :

Dans un plan mené du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ une particule A qui porte une charge $q_A = 10\ \mu C$ situ la position $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ crée autour d'elle un champ électrostatique $\vec{E}$

1. Calculer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ au point d'abscisses $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + \vec{j}$
2. Calculer la force électrostatique appliquée sur une particule B placée au point M et qui porte une c $q_B = 6\ \mu C$

Travaux dirigés d'Electrostatique
Série 3

Exercice 1

On considère une sphère de centre O et de rayon R chargée en volume avec la densité uniforme ρ.

1. Calculer le champ électrique $E(r)$ en tout point de l'espace :
   (a) en un point intérieur à la sphère;
   (b) en un point extérieur à la sphère.
2. Calculer le potentiel électrique $V(r)$. Le potentiel à l'infini est supposé nul;
3. Tracer l'allure du champ $\vec{E}$ et du potentiel V créés par cette sphère.

Exercice 2

On considère un système de trois sphères concentriques de centre O, de rayons R_1, R_2, R_3 tels que $R_1 < R_2 < R_3$.
La sphère de rayon R_1 porte une densité surfacique de charge $\sigma > 0$, celle de rayon R_2 porte une densité surfacique de charge $-\sigma$ et celle de rayon R_3 porte une densité surfacique de charge σ.

1. Calculer le champ électrique $E(r)$ en tout point de l'espace.
2. Calculer le potentiel électrique $V(r)$. Le potentiel à l'infini est supposé nul.

Exercice 3

Exprimer le champ électrique créé en tout point de l'espace par une distribution volumique de charge ($\rho > 0$) répartie uniformément entre deux cylindres coaxiaux de longueur infinie de rayons respectifs R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$),

1. en utilisant le théorème de Gauss.

Exercice 4

Soit (ξ) une sphère conductrice de rayon $R = 15$ cm, on l'éloigne de tout autre corps. On porte (ξ) au potentiel $V = -270$ kV, on donne $\frac{1}{\varepsilon_0} \simeq 36\pi 10^9$ (SI).

1. Calculer la charge totale Q de la sphère.
2. Déterminer le champ $\overrightarrow{E}$ en un point très voisin de (ξ) à l'extérieur de celle-ci. On note $\overrightarrow{n}$ l'unitaire normale sortant de (ξ).
3. Exprimer $\overrightarrow{E}$ en fonction de R, V et $\overrightarrow{n}$. Calculer E.

Exercice 5

1. Calculer la capacité d'un condensateur sphérique de rayon R_1 et R_2.
2. Calculer la capacité d'un condensateur cylindrique de rayon R_1 et R_2 de hauteur h.

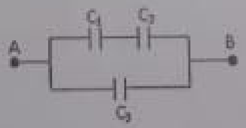
Exercice 6

Une sphère conductrice S_1 de centre O et de rayon R_1 et portant une charge Q_1 entourée d'une sphère S_2 conductrice creuse de même centre O, de rayon intérieur R_2 et de rayon extérieur R_3 initialement neutre.

1. Donner la répartition des charges sur S_2.
2. Calculer et représenter graphiquement le potentiel et le champ électrique en tout point de l'espace.
3. Si on relie S_2 au sol :
   (a) Quel est le potentiel de S_2 et donner la nouvelle répartition des charges
   (b) Écrire les équations aux charges correspondantes
   (c) Exprimer le potentiel de S_1
   (d) Exprimer C_{11} , C_{12} et C_{21}

Exercice 7

Trois condensateurs de capacités respectives : $C_1 = 4\ nF$, $C_2 = 6\ nF$ et $C_3 = 0.6\ nF$ sont montés comme le montre la figure ci-contre.



1. Calculer la capacité équivalente de l'ensemble, vue de A et B.
2. On applique une différence de potentiel $(V_A - V_B) = 100\ V$ entre les bornes A et B. Calculer les charges Q_1 , Q_2 et Q_3 prises respectivement par C_1 , C_2 et C_3.

Série 4 (Magnétostatique)

Exercice 1

Soit un fil rectiligne de longueur L parcouru par un courant I indépendant du temps.

1. Calculer le champ magnétique en un point M situé à une distance r du fil, en utilisant la loi de Biot-Savart;
2. Déduire le champ créé par un fil infini;
3. Calculer le champ créé par un fil infini, en utilisant le théorème d'Ampère;
4. Calculer le potentiel vecteur créé par le fil infini. On suppose que $A(r = r_0) = 0$;
5. Tracer l'allure du champ magnétique et du potentiel vecteur.

Exercice 2

Soit une spire circulaire de rayon R, parcouru par un courant I.

1. Calculer le champ magnétique créé en un point de son axe;
2. Calculer son flux.

Exercice 3

Soit un solénoïde constitué par plusieurs enroulement de fil conducteur autours d'un cylindre de longueur L et de rayon R ayant le même axe (Oz) et parcourues par un courant I dans le même sens.

1. Calculer le champ magnétique en un point M de l'axe (Oz) du solénoïde de longueur L;
2. Déduire le champ créé par un solénoïde infini;
3. Par l'application du théorème d'Ampère :
   (a) Montrer que le champ créé par le solénoïde infini est nul à l'extérieur;
   (b) Montrer que $\overrightarrow{B_{int}}(M) = \mu_0 n I \overrightarrow{e_z}$.
4. Calculer le potentiel vecteur $\overrightarrow{A}(r)$ créé par le solénoïde infini on tout points de l'espa
5. Tracer l'allure du champ $\overrightarrow{B}$ et du potentiel vecteur.

Exercice 4

Soit un conducteur cylindrique rectiligne infini d'axe (Oz)et de rayon R, parcouru un courant d'intensité I et de densité volumique $\overrightarrow{j} = j\overrightarrow{e_z}$.

Ce conducteur est placé à une distance y_0 d'un conducteur plan $ABCD$ ayant la d'un rectangle de longueur b et de largeur a.

On donne $I = \int\int_{(S)} = \overrightarrow{j}\,\overrightarrow{dS}$.

1. Déterminer la forme des lignes de champ magnétique créé par le conducteur cylindrique.
2. Calculer le champ $\overrightarrow{B}$ créé par ce conducteur cylindrique en tout points de l'espace.
3. Calculer le flux magnétique ϕ crée par I à travers le cadre $ABCD$.

Exercice 5

Soit $\overrightarrow{A}$ le potentiel vecteur associé à un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B}$, tel que :

$$\overrightarrow{A} = \frac{1}{2}\overrightarrow{B} \wedge \overrightarrow{r}$$

Ou, $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OM}$ et en coordonnées cartésiennes (x, y, z), $\overrightarrow{B}$ est supposé dirigé selon l'axe Oz.

1. Montrer que $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{A}$.