Année Universitaire 2013/2014

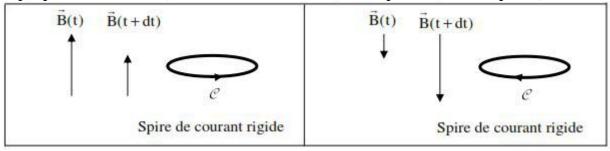
Physique 3 : Électromagnétisme

T.D N° 3: Actions magnétiques et induction électromagnétique

(Les exercices supplémentaires seront traités comme Devoir Libre)

Exercice 3.1.

A l'aide de la loi de Lenz puis de la loi de Faraday trouvez le sens du courant induit dans les deux cas proposés ci-dessous (l'orientation du contour de la spire vous est imposée):



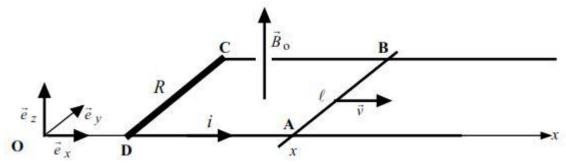
Exercice 3.2.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (O,x,y,z) de base $(\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$.

Deux rails métalliques parallèles et distants de ℓ , parfaitement conducteurs, sont reliés par une tige conductrice CD rectiligne, de résistance R. Ces conducteurs constituent un ensemble rigide et immobile.

Afin de fermer le circuit, une barre métallique, parfaitement conductrice, est posée sur les rails, orthogonalement à ceux-ci. Soient A et B les points de contact entre la barre et les rails. Cette barre peut effectuer un mouvement de translation sans frottement sur les rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$, avec B_0 0 0.

Le circuit ABCD est situé dans un plan horizontal et les rails sont maintenus parallèles à l'axe Ox. La barre est animée d'un mouvement de translation de vitesse $\vec{v} = v.\vec{e}_x$ (avec v = 0.0)

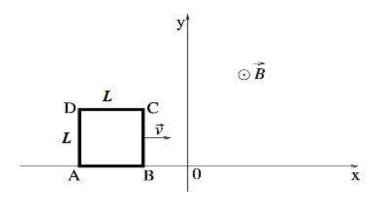


- **3.2.1-** La position de la barre est repérée par son abscisse DA = x. Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, le flux W du champ magnétique à travers le cadre ABCD.
- **3.2.2-** Montrer que, dans la barre, les porteurs de charge sont soumis à l'action d'un champ électromoteur \vec{E}_m . Donner son expression vectorielle.
- **3.2.3-** Prendre en compte l'orientation indiquée sur la figure et préciser le signe du courant i induit dans le circuit ABCD.
 - **3.2.4-** Exprimer, en fonction de R, v, B_0 et ℓ , l'intensité du courant i.
- **3.2.5-** Ce courant induit s'accompagne de forces dites « de Laplace » appliquées à toutes les portions du circuit. Préciser sur un schéma la direction et le sens de la résultante \vec{F} des forces d'induction appliquées à la barre AB.

Exercice 3.3. (Exercice supplémentaire)

Un carré conducteur indéformable, de coté L, de résistance R, se déplace à vitesse, $\vec{v}(t) = v(t)\vec{e}_x$, le long de l'axe (Ox). Le carré reste dans le plan (O,x,y). Dans l'exercice, on ne cherchera pas à calculer v(t), mais on supposera v(t) 0 0 à chaque instant.

Un champ magnétique \vec{B} règne dans l'espace comme suit :



- $\vec{B} = \vec{0}$ dans le demi-espace x M 0,
- $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ dans le demi-espace $x \in O$, avec B_0 une constante.

On considère les trois situations suivantes :

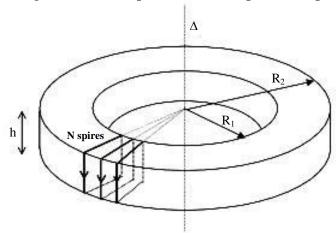
- (i) le carré conducteur est entièrement dans le demi-espace $x \bowtie 0$,
- (ii) le carré conducteur en train de passer du demi-espace $x \bowtie 0$ au demi-espace $x \bowtie 0$,
- (iii) le carré conducteur est entièrement dans le demi-espace $x \circ 0$.

Dans les trois situations (i), (ii) et (iii), répondre aux questions suivantes (on ne cherche pas à calculer v(t)):

- **3.3.1-** Écrire le flux de \vec{B} à travers le circuit en fonction de l'abscisse $x_B(t)$ du point B.
- **3.3.2-** Déterminer le courant induit I(t) dans le carré conducteur en fonction de v(t), B_0 et la résistance R du conducteur. Faire un schéma indiquant le sens de I.
- **3.3.3-** Calculer la force magnétique sur chaque coté du conducteur. Représenter ces forces sur le schéma. Quelle est la force totale sur le conducteur ? Cette force est-elle motrice ou de freinage ?

Exercice 3.4.

Sur un tore circulaire à section rectangulaire (rayon intérieur R_1 , rayon extérieur R_2 , hauteur h) sont enroulés N tours de fils régulièrement répartis (N 00 1), parcouru par un courant d'intensité I.



- **3.4.1-** Quelles sont les propriétés de symétrie et d'invariances de cette distribution de courant? Quelle est la forme des lignes de champ du champ magnétique passant par un point *M* quelconque situé à l'intérieur du tore?
 - 3.4.2- Calculer le champ magnétique créé à l'intérieur et à l'extérieur lorsque le tore.
 - **3.4.3-** Calculer l'auto-inductance L du tore en utilisant la définition ($\Phi_{totale}(\vec{B}) = L.I = \iint_{(S)} \vec{B}.\vec{dS}$) puis

en utilisant l'énergie magnétique ($W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \iiint_{U} \vec{B}^2 . dV$).

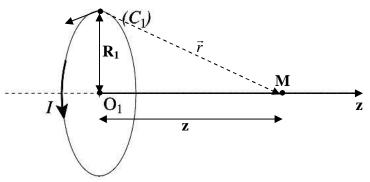
3.4.4- Un fil rectiligne infini est placé sur l'axe du tore. Calculer le coefficient d'induction mutuelle M entre le fil et le tore.

Exercice 3.5. (Exercice supplémentaire : Contrôle de rattrapage 2012-2013)

Les questions 3.5.1- et 3.5.2- ont été traitées dans l'exercice 1.7 du TD n°1.

On considère une spire circulaire (C_1) de rayon R_1 , de centre O_1 , d'axe (O_1z), parcourue par un courant d'intensité I. Soit un point M de son axe (O_1z) (figure ci-contre).

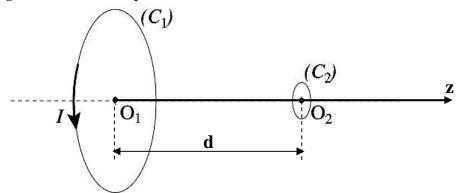
3.5.1- A l'aide des propriétés de symétries, montrez que le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par la spire (C_1) est porté par l'axe (O_1z).



3.5.2- A l'aide de la loi de Biot et Savart. Déterminer le champ $\vec{B}(M)$ en un point M(0,0,z) de l'axe (O_1z) , montrer qu'il peut s'écrire sous la forme : $\vec{B}(M) = I.f(z).\vec{u}$.

Où
$$\vec{u}$$
 est un vecteur unitaire que l'on définira et $f(z) = \frac{{}^{\sim}_0 R_1^2}{2(z^2 + R_1^2)^{\frac{3}{2}}}$.

Une autre spire conductrice (C_2), de rayon R_2 et de centre O_2 , est placée parallèlement à (C_2) et ont le même axe ($figure\ ci$ -dessous). (C_2) est suffisamment petite pour que le champ magnétique \vec{B} créé par le courant I circulant dans (C_1) soit supposé uniforme au voisinage de (C_2). (C_2) n'est pas alimentée par un générateur électrique et sa résistance est R.



3.5.3- Dans cette question les spires (C_1) et (C_2) sont fixes et distantes de $d = O_1O_2$. Le courant dans (C_1) est constant ($I = I_0$).

Calculer le flux $\Phi_{1\to 2}$ de \vec{B} crée par (C_1) à travers la surface de (C_2) puis calculer l'inductance mutuelle $M = M_{21} = M_{12}$ entre (C_1) et (C_2) en fonction de f(d) et R_2 .

Dans la suite de l'exercice les spires (C_1) et (C_2) sont toujours fixes et distantes de $d = O_1O_2$. Le courant dans (C_1) est variable dans le temps $I(t) = I_0 sin(\check{S}t)$.

3.5.4- Calculer le flux $\Phi_{1\to 2}$ de \vec{B} crée par (C_1) à travers la surface de (C_2).

3.5.5- En utilisant la loi de Faraday $e = -\frac{d\Phi}{dt}$, déterminer la f.é.m induite e(t) dans (C_2) .

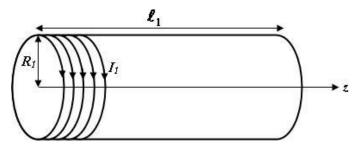
3.5.6- Déterminer le courant induit $i_2(t)$ dans la spire (C_2).

Exercice 3.6. Contrôle continu 2012-2013

La question 3.6.1- a été traitée dans l'exercice 2.4 du TD n°2.

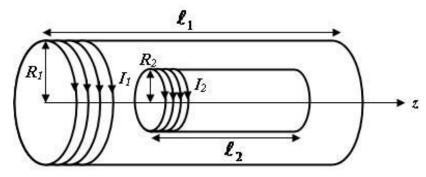
Un solénoïde cylindrique d'axe z'z, de rayon R_1 et de longueur ℓ_1 supposé infini ($\ell_1 >> R_1$), comportant N_1 spires par unité de longueur, est parcouru par un courant constant d'intensité I_1

(figure ci-dessous). On admet que le champ magnétique \vec{B}_1 produit par le solénoïde est nul à l'extérieur ($r \circ R_1$).



- **3.6.1-** En utilisant le théorème d'Ampère, montrer que le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde ($\mathbf{r} < \mathbf{R}_1$) est <u>uniforme</u> et égal à : $\vec{B}_1 = {}^{\sim}_0 N_1 I_1 \vec{e}_z$ (Tracer les contours utilisés).
- **3.6.2-** Calculer le flux de \vec{B}_1 à travers une spire du solénoïde. En déduire le flux total à travers le solénoïde.
 - **3.6.3-** Déterminer l'auto-inductance L_1 du solénoïde en fonction de \sim_0 , N_1 , ℓ_1 , R_1 .
- **3.6.4-** Calculer l'énergie magnétique W du solénoïde. Retrouver l'auto-inductance L_1 du solénoïde.

A l'intérieur du premier solénoïde, on place un deuxième solénoïde cylindrique de même axe z'z, de rayon R_2 et de longueur ℓ_2 supposé infini ($\ell_2 >> R_2$), comportant N_2 spires par unité de longueur, est parcouru par un courant constant d'intensité I_2 (figure ci-contre).



- **3.6.5-** Calculer l'inductance mutuelle, $M = M_{12} = M_{21}$, entre les deux solénoïdes en fonction de \sim_0 , N_1 , N_2 , R_2 et ℓ_2 .
 - **3.6.6-** Exprimer M dans le cas où ℓ_2 ℓ_1 , R_2 R_1 mais avec N_2 Ó N_1 .
- **3.6.7-** On rappelle que lorsque les résistances des fils sont négligeables, les tensions aux bornes des solénoïdes s'expriment :

$$U_1(t) = L_1 \frac{dI_1(t)}{dt} + M \frac{dI_2(t)}{dt}$$
 et $U_2(t) = L_2 \frac{dI_2(t)}{dt} + M \frac{dI_1(t)}{dt}$

En prenant le cas étudié en 3.6.6-, calculer le rapport $\frac{U_2(t)}{U_1(t)}$ en fonction de N_2 et N_1 .



