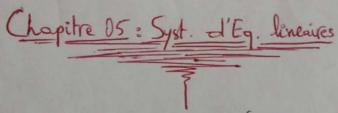


- A est inversible soi JBE Mulk) to AB = BA = In
- > A est inversible ssi detA # \$
- → Com(A) = (Mij) reien và Mij = (-1)i+i Dij
- → An = 1 (com(A))
- > Premie: A. A. I Jet (A.A) = Jet A. det A. = Jet I = 1) -> det A1 = 1
- detital = detA
- det (xA) = x" detA
- → Si A & /(m,n(1K) => rg(A) (min (m,n)
- -> Si une colonne (resp. ligne) d'une matrice est combinaison des autres colonnes (resp. ligne) => detM = 0

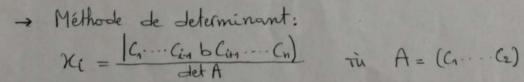
detA" = 1 detA

→ Un end nilpotent d'indice p:



- > le système est de Cramer (=> {(A) est corré. A est inversible.
- -> Méthode matricielle:

AX = 6 (X = A-16



-> Calculer le rrang (A) :

-> rg(A) (min(m,n) ~~) On verifie si I un det noul d'ordre "min(m,n) > On passe is l'orde nin(m, n) -1"

Chapitre 06: Réduction des Endomorphismes

 $\rightarrow \varkappa$ vecteur propre associe à la valeur propre λ si $\begin{cases} n \neq 0_E \\ f(n) = \lambda n \end{cases}$ → κ vect. propre associe à la val propre λ ⇒ {. Lest unique} .. The K*: Mr est un vect propre associe à λ (c-à-d on associe une infinité de valeur propre) Le s-e propre associe à l: Ex = Ker (f- lide) = {xe E/fin = las λ ∈ (1) (=> E_λ ≠ |0∈ | ; L'ens. des vect pr. associe à λ ext : E_λ\|0∈ | Si fest un end nilpotent, alors o(1) = 10} A & Mr(1K); A valeur propre de A sé] U & Mr(1K) et U + 0 ty AU = AU → d'P_A(X) = n = dim E

→ le cuffition de Xⁿ dans P_A(X) rest: (1)ⁿ

→ P_A(A) = 0 C 0 11 -> Pa(A) = O Cayly Hamilton V A & Ma(IK)

-> Cord F(A) (n = dime Promite P(X) of X-N/KAN OXAN)

-> Cord F(A) (n = dime P) (n chard) -> Laux matrice semblables ont in polynôme caracteristique. Diagonalisation 8 Trigonalisation: Un end feet trig si I bas B to mot (f. B) est triangulaire A est trigonolisable si I Him PEHGIK) tille que T= P'Ap est trangulaire Un and first diag si June base B to mat (1, B) est diagonde Gitère 3: si dimE=n et A admet n usleurs propres = Critère: fat trig soi li(X) à the racines de IK.

AcMIN) - A est trig soi la(X) à the racines de IK > Si Cord 6(A) (n On ne peud M dire sur la diag. - A est trig sx PA(X) a tter racines de IK → si 2 est valeur propre siple, alors d'in Ex= 1 Methode de trigonalisation: -> Calculars PA(X) -> G(A) = ?! (ritère 1: l'est diagonable ssi: -> On verifie si les valeurs proprer de A sont to de IK Pa(X) = (-1)" (X - 2)" (X - 2)" = (X - 2)" = cuec n = n+n+ - + np - Conclusion: et dim Ex = ni Viz1 ... P The plus; an determine préhaque s-e-propre Ex une base Bi - Si Fie 11.- Pl to dim Exc (nio L= (1Bi est de land n. Lz UB; etdelardm (n alors A non disgonable Critères: Emker, dimE=n, felle) at (1) = [2, 2, -- 2. Jest diag ssi dim E = dim Ex + . . . + dim Ex Methode de diagonalisat: > La matrice p dont les colonnes sont les vecleus 1. Boz fun ... Un bax de diag -> C(A) =? (Unir criticis)

-> fes s-e propre

-> Conclusion:

De PAP

A= PDp-1 de C trigonalise A.

Chapitre III: Formes bilinéaires et Formes Quadratique:

→ Une forme bilinéaire sur E; une appl. $\phi: E \times E \longrightarrow E$ (x,y) $\longrightarrow \phi(x,y)$ linéaire por rapport à chaque variable: (x+x,y) = \$(x,y) + \$(x,y) $(-a-d, \forall x, x', y, y' \in \overline{E} \quad \forall \alpha, \beta \in K : \begin{cases} \varphi(\alpha x, y) = \alpha & \varphi(x, y) \\ \varphi(x, y + y') = \varphi(x, y) + \varphi(x, y') \end{cases}$ $(x, \beta y) = \beta \varphi(x, y)$ → \$\phi\$ est symetrique si \(\forall x, y \in \E: \phi(n,y) = \phi(y,n)\) → \$\phi\$ est antisymetrique si \(\forall \n, y \in E : \phi(\n, y) = -\phi(y, \n)\) → mot $(\phi, B) = (\phi(e_i, e_j))_{i \in A}$ → dim $\mathcal{L}_2(E) = n^2$ A, (E) : L'ero. des formes balin sentisym Se(E): L'ens des formes bilin. sym. -> Sz(E) est un sev de Lz(E) → Az(E) est un sev de Li(E) \rightarrow $\dim \S(E) = \frac{n(n+1)}{2}$; $\dim A_2(E) = \frac{n(n-1)}{2}$ \rightarrow $L_2(E) = S_2(E) \oplus A_2(E)$ → V De L2(E), on A (N,y) = \$\phi_1(M,y) + \$\phi_2(M,y) \overline{\psi}_2 \cdot \phi_2(M,y) = \frac{1}{2} (\phi(M,y) - \phi(y)M) -> Le (E) est isomorphe in Mn(1K) → \$\phi\$ est alternée ssi Vx E : \$\phi(x,x) = 0 > si x = (x, x -- xn) et y = (y, y, - yn) & E : \$\p(x,y) = 'XAY = \forall YAX $\overrightarrow{va} \times = \begin{pmatrix} \overrightarrow{i}_{1} \\ \overrightarrow{i}_{2} \end{pmatrix}$, $y = \begin{pmatrix} \overrightarrow{j}_{1} \\ \overrightarrow{j}_{1} \end{pmatrix}$ ret $A = mat(\phi, B)$ > A = mot (\$\phi, B) et A' = mot (\$\phi, B') solors A' = PAP où P = PB' \Rightarrow Si ϕ est symetrique, alors $q(m) = \phi(n,n)$: la forme quadratique associe à ϕ . \Rightarrow 9 n'est pas linéaire, $q(\pi n) = \phi(\pi n, \pi n) = \pi^2 q(n)$. > si q une f.q. alors $\phi(x,y) = \frac{1}{2} (q(x+y) - q(y)) la f.b. sym associe à q.$ > x est isotrope si \$(n,n) = 0 -> F= fxeE/ byef: \$(n,y)=0 -> x est 1 à f si Vyef p(x,y)=0 -> rad p = freE/ bye E: p(m,y)= 0} Fet G 2- sev de E: > fcG > GcF' -> si p est sym. on a : Kerp = fxef/ bye E: \$(xig) = 0} > f < (f,)+ > (F+G) = F+10G+ -> dest non dégénérée (apropre) si → F+ G+ c (FAG)+ Ker = 101 (p est symetrique) -> dimf + dimf' = dimE + dim (FARd) -> Fet G & sev de E forment somme orthogonal Si o est non dégénérée: Si E = FOG et Vnef, Vye G. \$ (n.y)=0 -> dim F + dim F = dim E > F= (F1)1 > Une base B = he, enfole E est orthogonale (pro) -> F+ G+ = (FNG)1 si $\phi(e_i,e_i) = Sij$ pr i,i=1-h j,i=j lesymboli de KRONECKER