PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran : Fisika Kelas : XI

Alokasi Waktu : 8 Jam Pelajaran (2 Pertemuan)

Judul Modul : Dinamika dan Keseimbangan Benda Tegar

B. Kompetensi Dasar

- Menerapkan konsep torsi, momen inersia, titik berat, dan momentum sudut pada benda tegar (statis dan dinamis) dalam kehidupan sehari-hari misalnya dalam olahraga
- 4.1 Membuat karya yang menerapkan konsep titik berat dan kesetimbangan benda

C. Deskripsi Singkat Materi

Peserta didik yang hebat, generasi masa depan "Indonesia Maju" semoga Ananda semua selalu dalam keadaan sehat dalam lindungan Tuhan YME, jangan mudah mengeluh dalam berbagai keterbatasan. Buatlah keterbatasan yang ada menjadi peluang untuk dapat melakukan yang terbaik, sehingga Ananda semua menjadi generasi yang tangguh dalam kondisi apapun yang senantiasa selalu mengharap petunjuk dan ridho dari Tuhan YME.

Pada modul kali ini yang membahas tentang Dinamika dan Keseimbangan Benda Tegar yang membahas tentang gerak dan penyebab terjadinya gerak benda yang terjadi pada lintasan rotasi, analisis gerak benda yang menggelinding untuk benda tegar dan keseimbangannya. Terdapat prasyarat utama sebelum membahas materi pada modul ini yaitu Ananda harus memahami konsep tentang besaran-besaran pada kinematika translasi yang membahas tentang konsep gerak benda dengan kecepatan konstan (GLB) dan gerak benda dengan percepatan konstan (GLBB) yang terdapat pada *modul Fisika Kelas X* KD. 3.4, kinematika rotasi KD 3.6, Hukum Newton tentang Gerak Benda KD 3,7, Usaha dan Energi KD 3.9 dan KD 3,10 yang membahas tentang momentum dan impuls. Dengan memahami isi secara utuh dalam modul ini, maka ananda akan mampu menjelaskan tentang bergeraknya sebuah benda merupakan pondasi awal dalam mempelajari fenomena Fisika secara lebih detail. Diharapkan setelah mempelajari modul ini dapat menuntun Ananda semua untuk

mematangkan analisa dan mampu berimajinasi dalam proses pergerakan benda tegar secara utuh.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Agar modul dapat digunakan secara maksimal, maka peserta didik diharapkan melakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Pelajari daftar isi serta skema peta konsep dengan cermat dan teliti.

- 2. Pahami setiap materi dengan membaca secara teliti dan perhatikan seksama. Apabila terdapat contoh soal, maka cobalah kerjakan kembali contoh tersebut tanpa melihat modul sebagai sarana berlatih.
- 3. Perhatikan perintah dan langkah-langkah dalam melakukan percobaan dengan cermat untuk mempermudah dalam memahami konsep, sehingga diperoleh hasil yang maksimal.
- 4. Bila terdapat penugasan dan latihan soal, kerjakan tugas tersebut dengan baik dan jika perlu konsultasikan hasil tersebut pada guru.
- 5. Catatlah kesulitan yang Anda dapatkan dalam modul ini untuk ditanyakan pada guru pada saat kegiatan tatap muka. Bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul agar Anda mendapatkan pengetahuan tambahan.
- 6. Diakhir materi terdapat evaluasi, maka kerjakan evaluasi tersebut sebagaimana yang diperintahkan sebagai tolak ukur ketercapaian kompetensi dalam mempelajari materi pada modul ini.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **2** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan dan soal evaluasi.

Pertama : Dinamika Rotasi Benda Tegar

Kedua : Keseimbangan Benda Tegar

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1 DINAMIKA ROTASI BENDA TEGAR

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini, Ananda diharapkan dapat:

- 1. memahami konsep momen gaya dan momen inersia;
- 2. merumuskan hubungan antara momen gaya dan percepatan sudut;
- 3. memahami konsep energi kinetik rotasi dan gerak menggelinding;
- 4. merumuskan hubungan antara momen inersia dan momentum sudut; dan
- 5. menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan dinamika rotasi.

B. Uraian Materi

Dinamika rotasi adalah ilmu yang mempelajari tentang gerak rotasi (berputar) dengan memperhatikan aspek penyebabnya, yaitu momen gaya. Momen gaya atau yang lebih dikenal dengan torsi ini akan menyebabkan terjadinya percepatan sudut. Suatu benda dikatakan melakukan gerak rotasi (berputar) jika semua bagian benda bergerak mengelilingi poros atau sumbu putar. Sumbu putar benda terletak pada salah satu bagian dari benda tersebut.

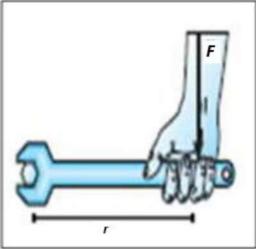
Benda tegar merupakan benda yang tidak mengalami perubahan bentuk akibat pengaruh gaya, sehingga dalam melakukan pergerakan, benda tersebut tidak mengalami perubahan bentuk dan volume benda. Benda tegar dapat melakukan gerak translasi dan rotasi

1. Momen Gaya/ Torsi (τ)

Apakah Momen Gaya/ Torsi Itu?

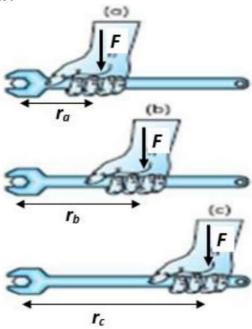
Untuk melihat suatu benda diam menjadi bergerak translasi (lurus), anda perlu mengerjakan gaya pada benda itu. Analog dengan itu, untuk membuat suatu benda tegar berotasi (berputar) terhadap suatu poros tertentu, anda perlu mengerjakan torsi (dari bahasa latin torquere; memutar) pada suatu benda. **Momen gaya** atau torsi (τ) merupakan besaran vektor yang mengakibatkan benda berotasi atau berputar. Besaran-besaran apakah yang berkaitan dengan torsi? Perhatikan gambar berikut!





Berdasarkan Gambar di atas, orang memberikan gaya kepada kunci sehingga kunci dapat memutar baut. Baut berfungsi sebagai **sumbu rotasi**, sedangkan perpanjangan garis gaya disebut **garis kerja gaya**. Jika gaya (**F**) yang diberikan tangan (garis kerja gaya) tegak lurus terhadap lengan kunci, maka lengan kunci ini berfungsi sebagai **lengan gaya**. Namun, jika gaya yang diberikan tidak tegak lurus lengan kunci, maka **lengan gaya merupakan jarak yang tegak lurus dari sumbu rotasi dengan garis kerja gaya (r**).

Untuk memahami komnsep Momen Gaya /Torsi (au), Perhatikan beberapa kejadian berikut!



Sekarang Ananda coba perhatikan Gambar di atas, Untuk memutar baut, kedudukan tangan seperti gambar (c) lebih mudah dilakukan daripada kedudukan tangan pada gambar (b) dan (a). Sementara kedudukan tangan seperti gambar (b) lebih mudah dilakukan daripada seperti gambar (a). Gaya (F) yang diperlukan untuk memutar baut pada kedudukan (c) lebih kecil dari gaya yang diperlukan pada gambar (b) atau (a). Berdasarkan fakta ini, besar gaya putar atau momen gaya tidak hanya ditentukan oleh besar gaya, tetapi juga panjang lengan gaya (r). Hubungan ketiga faktor ini, diberikan dengan persamaan berikut.

$$au = r \times F$$
 atau $au = r F \sin \theta$

Dimana:

 τ = Momen Gaya (Nm)

F = Gaya yang bekerja (N)

r = Lengan Momen (m)

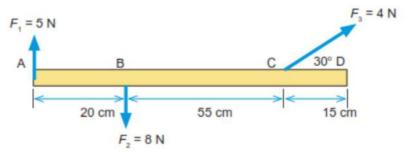
θ = sudut yang terbentuk antara garis kerja gaya F terhadap lengan momen r

Seperti halnya gaya F, torsi τ juga termasuk **besaran vektor**, yang memiliki besar dan arah. Bedanya, arah torsi hanya dua, searah atau berlawanan arah jarum jam. Kedua arah torsi ini cukup dibedakan dengan memberikan tanda **positif** (berlawanan dengan perputaran arah jarum jam), atau **negatif** (searah

dengan perputaran arah jarum jam). Supaya konsisten dengan aturan matematika maupun aturan arah pada momentum sudut dan *gaya Lorentz* (pelajaran kelas XII).

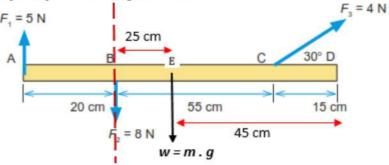
Contoh Soal 1:

Tiga buah gaya bekerja pada batang AD yang bermassa 2 kg seperti pada gambar. Hitunglah resultan momen gaya terhadap titik B ! (dimana $g = 10 \text{ m/s}^2$)



Jawab:

Untuk menentukan momen gaya yang bekerja pada titik B pada benda tegar AD yang bermassa 2 kg, maka uraian vektor – vektor gaya yang bekerja pada benda dapat diperoleh sebagai berikut



$$\tau_{B} = \tau_{BA} + \tau_{BE} + \tau_{BC}$$

$$\tau_{B} = (-r_{BA}.F_{1}) + (-r_{BE}.w) + (r_{BC}.F_{3y})$$

$$\tau_{B} = (-0.2.5) + (-0.25.2.10) + (0.55.F_{3}.\sin 30^{0})$$

$$\tau_{B} = (-1) + (-5) + (0.55.4.\frac{1}{2})$$

$$\tau_{B} = (-1) + (-5) + (1.1)$$

$$\tau_{B} = (-1) + (-5) + (1.1)$$

$$\tau_{B} = -4.9 Nm$$

Jadi, resultan momen gaya terhadap titik B (B sebagai poros) adalah **4,9 Nm** dengan arah **searah putaran jarum jam**

2. Momen Inersia (1)

Momen inersia (I) merupakan besaran yang menyatakan ukuran kecenderungan benda untuk tetap mempertahankan keadaannya (kelembaman). Pada gerak rotasi, momen inersia juga dapat menyatakan

ukuran kemampuan benda untuk mempertahankan kecepatan sudut rotasinya. Benda yang sukar berputar atau benda yang sulit dihentikan saat berputar memiliki momen inersia yang besar, dan sebaliknya.

Momen inersia didefnisikan sebagai hasil kali antara massa partikel dan kuadrat jarak partikel dari sumbu rotasi. Secara matematis, momen inersia dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$I = m.r^2$$

Dimana:

I = Momen inersia (kgm²)

m = massa partikel (kg)

r = jarak partikel dari sumbu pusat rotasi (m)

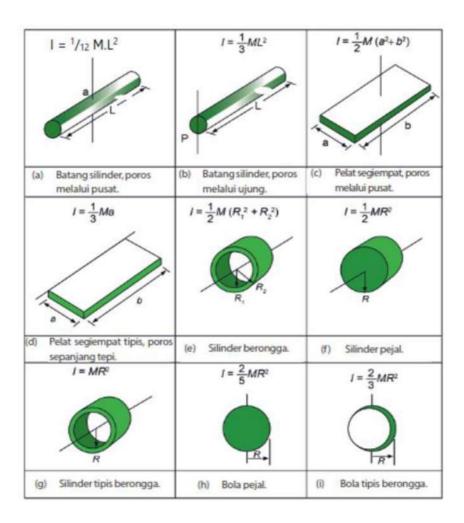
Jika terdapat sejumlah partikel dengan massa masing-masing m_1 , m_2 , m_3 ,... dan memiliki jarak r_1 , r_2 , r_3 , ... terhadap poros, maka momen inersia totalnya adalah penjumlahan momen inersia setiap partikel, yaitu sebagai berikut.

$$I = \sum_{i} m_{i} r_{i}^{2} = m_{1} r_{1}^{2} + m_{2} r_{2}^{2} + m_{3} r_{3}^{2} + \dots$$

Atau secara pengintegralan dapat ditulis dengan persamaan:

$$I=\int r^2\ dm$$

Berdasarkan konsep momen inersia *I* yang telah dipaparkan di atas, berikut beberapa persamaan momen inersia benda tegar yang teratur bentuknya dan berotasi pada sumbu tertentu seperti tertera pada gambar tabel berikut:



Menentukan Momen Inersia Benda Tegar dengan prinsip Teorema Sumbu Sejajar

Berdasarkan tabel di atas, kita telah mengetahui bahwa momen inersia batang silinder bermassa M dengan panjang L yang porosnya melalui pusat massa (tabel a) adalah $I_{pm}=\frac{1}{12}\,ML^2$. Untuk mendapatkan Momen Inersia Batang silinder yang bergerak pada ujung batang maka dapat digunakan dengan prinsip Teorema~Sumbu~Sejajar~ dengan persamaan sebagai berikut :

$$I_s = I_{pm} + Md^2$$

Dimana:

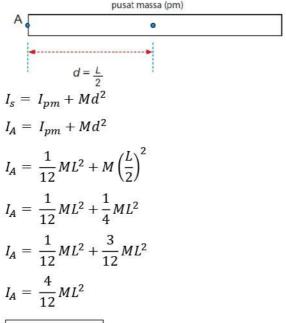
I_s = Momen Inersia titik pusat rotasi (Nm²)

 I_{pm} = Momen Inersia benda di pusat massa (Nm²)

M = Massa benda (kg)

d = Jarak antara titik pusat massa ke titik rotasi (m)

sehingga untuk mendapatkan momen inersia batang silinder yang bergerak pada ujung batang dapat diperoleh :



$$I_A = \frac{1}{3}ML^2$$

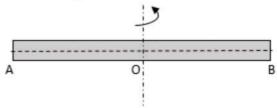
Terbukti sesuai dengan "tabel b"

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa besar momen inersia benda tegar dipengaruhi oleh :

- · Bentuk atau ukuran benda
- Massa benda
- · Sumbu pusat rotasi

Contoh Soal 2:

Perhatikan gambar!



Batang AB massa 2 kg diputar melalui titik A, ternyata momen inersia nya 8 kg.m 2 , Tentukan momen inersia batang tersebut jika diputar dititik O ! (dimana panjang AO = OB)

Jawab:

Telah diperoleh dari tabel momen inersia benda tegar pada batang bahwa

$$I_0 = \frac{1}{12} M L^2$$
 dan $I_A = \frac{1}{3} M L^2$

Jadi diperoleh

$$\frac{I_O}{I_A} = \frac{\frac{1}{12} \ M \ L^2}{\frac{1}{3} \ M \ L^2}$$

$$\frac{I_0}{I_A} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{I_0}{8} = \frac{1}{4}$$

$$I_0 = 2 kg.m^2$$

Jadi, jika batang tersebut iputar di tengah, maka batang tersebut memiliki momen inersia sebesar $2\ kg.m^2$

3. Hubungan antara Momen Gaya (τ), Momen Inersia (I) dan Percepatan Sudut (α)

Untuk mendapatkan hubungan antara Momen Gaya (τ) , Momen Inersia (I) dan Percepatan Sudut (α) , maka kita dapat menganlogikan dengan menerapkan hukum Newton II translasi, yaitu :

$$\sum_{F=m.a} F = m.a$$

$$F = m.(r.\alpha)$$

$$F.r = m.r(r.\alpha)$$

$$F.r = m.r^2.\alpha$$
Diperoleh

$$\tau = I \cdot \alpha$$
 atau $\sum \tau = I \cdot \alpha$

disebut Hukum Newton II Gerak rotasi

Dimana:

 τ = Momen Gaya (N.m)

I = Momen Inersia (kg.m²)

 α = Percepatan Sudut (rad/s²)

Contoh Soal 3:

Perhatikan gambar berikut!



Sebuah silinder pejal berjari-jari 15 cm, dan bermassa 2 kg dijadikan katrol pada sebuah sumur seperti gambar di samping. Batang yang dijadikan poros memiliki permukaan licin sempurna. Seutas tali yang massanya dapat diabaikan, digulung pada silinder. Kemudian, sebuah ember bermassa 1 kg diikatkan pada ujung tali. Tentukan percepatan ember saat jatuh ke dalam sumur..!

Jawab:

Diketahui Massa Katrol M = 2 kg Jari-jari katrol r = 15 cm = 0,15 cm Momen Inersia Katrol silinder pejal $I = \frac{1}{2}MR^2$

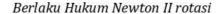
Massa Ember m = 1 kg

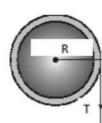
Ditanya

Percepatan Ember a = ...?

Dalam menjawab kasus seperti ini, Ananda harus mengidentifikasi bendabenda yang bergerak, dalam hal ini adalah katrol silinder pejal dan ember

• Lihat Katrol (mengalami gerak rotasi)





$$\tau = I\alpha$$

$$RT = I\frac{a}{R}$$

$$T = I\frac{a}{R^2} \dots (a)$$

• Lihat Ember (mengalami gerak translasi)



Berlaku Hukum Newton II translasi

$$\sum F = ma$$

$$mg - T = ma \dots (b)$$

w Dari persamaan (a) disubstitusi ke persamaan (b) diperoleh

$$m. g - I \frac{a}{R^2} = m. a$$

$$m. g = m. a + I \frac{a}{R^2}$$

$$m. g = a \left(m + \frac{I}{R^2}\right)$$

$$a = \frac{m \cdot g}{\left(m + \frac{I}{R^2}\right)}$$

Dengan memasukkan nilai momen inersia I, maka dapat ditulis

$$a = \frac{m \cdot g}{\left(m + \frac{\frac{1}{2}MR^2}{R^2}\right)}$$

$$a = \frac{m \cdot g}{\left(m + \frac{1}{2}M\right)}$$

$$a = \frac{1 \cdot 10}{\left(1 + \frac{1}{2}2\right)}$$

$$a = \frac{10}{2} = 5 m/s^2$$

Jadi, percepatan yang dialami ember ketika menuruni sumur adalah 5 m/s^2

4. Energi Kinetik Rotasi (Ekrot)

Benda yang berputar pada poros nya memiliki suatu bentuk energi yang disebut energi kinetik rotasi (Ek_{rot}). Persamaan energi kinetik rotasi ini dapat diturunkan dari konsep energi kinetik translasi yaitu :

$$Ek_{Trans} = \frac{1}{2} m v^2$$

Dengan menganggap benda bergerak rotasi, maka kecepatan linier benda dapat ditulis $v=r.\omega$, sehingga diperoleh :

$$Ek_{rot} = \frac{1}{2} m (r. \omega)^{2}$$

$$Ek_{rot} = \frac{1}{2} m r^{2} \omega^{2}$$

Sehingga persamaan Ekrot dapat ditulis:

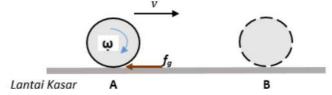
$$Ek_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Dimana:

 Ek_{rot} = Energi Kinetik Rotasi (Joule) I = Momen Inersia benda (kg.m²) φ = Kecepatan Sudut benda (rad/s)

Gerak Menggelinding

Perhatikan gambar berikut!



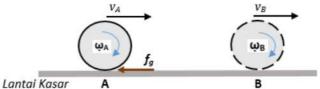
Pada gambar di atas, suatu benda bergerak menggelinding, maka benda tersebut melakukan gerak translasi (memiliki v) sekaligus gerak rotasi memiliki (ϕ). Oleh karena itu, energi kinetik yang dimiliki benda juga terdiri atas energi kinetik translasi dan rotasi, sehingga diperoleh:

$$Ek_{tot} = Ek_{trans} + Ek_{rot}$$

$$Ek_{tot} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

Hukum Kekekalan Energi Mekanik pada Gerak Menggelinding

Benda yang mengalami gerak menggelinding pasti terjadi pada lantai yang kasar, sehingga pada lantai tersebut bekerja gaya gesekan (f_g) . Pada kasus ini, gaya gesekan (f_g) dapat dimasukkan dalam gaya yang terdapat pada dalam diri sistem gerak, sehingga akan berlaku Hukum Kekekalan Energi Mekanik, dengan memasukkan Ek_{rot} sebagai variabel tambahan pada Energi Kinetik total. Perhatikan gambar kejadian berikut!



Dalam kasus ini Hukum Kekekalan Energi Mekanik dapat ditulis:

$$EM_{A} = EM_{B}$$

$$EP_{A} + EK_{A} = EP_{B} + EK_{B}$$

$$EP_{A} + (EK_{A.trans} + EK_{A.rot}) = EP_{B} + (EK_{B.trans} + EK_{B.rot})$$

$$m. g. h_{A} + \left(\frac{1}{2}m. v_{A}^{2} + \frac{1}{2}I. \omega_{A}^{2}\right) = m. g. h_{B} + \left(\frac{1}{2}m. v_{B}^{2} + \frac{1}{2}I. \omega_{B}^{2}\right)$$

Contoh soal 4:

Sebuah silinder pejal bermassa 2 kg bergerak menggelinding dengan kecepatan 4 m/s. Tentukan besar Energi Kinetik yang dimiliki oleh silinder pejal tersebut. (dimana momen inersia silinder pejal $I = \frac{1}{2}MR^2$)

Jawab:

Karena silinder pejal bergerak menggelinding, maka silinder pejal mengalami gerak transalasi dan rotasi, sehingga Energi Kinetik Total pada silinder pejal tersebut dapat ditulis:

$$\begin{split} Ek_{tot} &= Ek_{trans} + Ek_{rot} \\ Ek_{tot} &= \frac{1}{2} \, M \,. v^2 + \frac{1}{2} \, I \,. \omega^2 \\ Ek_{tot} &= \frac{1}{2} \, M \,. v^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} M R^2 \right) \left(\frac{v}{R} \right)^2 \\ Ek_{tot} &= \frac{1}{2} \, M \,. v^2 + \frac{1}{4} \, M . v^2 \\ Ek_{tot} &= \frac{3}{4} \, M \,. v^2 \\ Ek_{tot} &= \frac{3}{4} \, (2) \,. (4)^2 \end{split}$$

$$Ek_{tot} = 24$$
 Joule

Jadi, besar enenrgi kinetik silinder pejal yang menggelinding tersebut adalah 24

Joule

Momentum Sudut (L)

Momentum sudut (L) didefinisikan sebagai perkalian silang antara vektor momentum linear benda p dan vektor posisi r.

$$L = r \times p$$

Secara matematis, penurunan persamaan momentum sudut L dapat berawal dari konsep momentum linier p, dan dapat ditulis:

$$p = m \cdot v$$

Dengan menganggap benda bergerak rotasi, maka kecepatan linier benda dapat ditulis v = r. ω , sehingga diperoleh:

$$p = m \cdot (r \cdot \omega)$$

 $p \cdot r = m \cdot r \cdot (r \cdot \omega)$
 $L = m \cdot r^2 \cdot \omega$

Sehingga momentum sudut L persamaannya dapat ditulis :

$$\boldsymbol{L} = I. \omega$$

Dimana:

L : Momentum sudut (kg. m²/s)
 I : Momen inersia benda (kg.m²)
 ψ : Kecepatan sudut (rad/s)

<u>Hukum Kekekalan Momentum Sudut</u>

Hukum kekekalan momentum linier menyatakan bahwa jika pada suatu sistem tidak ada resultan gaya yang bekerja ($\Sigma F=0$) momentum linier sistem adalah kekal (konstan). Pada gerak rotasi jika tidak ada resultan momen gaya/torsi ($\Sigma \tau=0$) maka juga akan berlaku hukum kekekalan momentum sudut, sehingga secara konseptual dapat ditulis :

$$L_1 = L_2$$

$$I_1. \omega_1 = I_2. \omega_2$$

Hukum Kekekalan Momentum Sudut berbunyi:

"Jika tidak ada resultan momen gaya luar yang bkerja pada sitem ($\Sigma \tau = 0$), maka momentum sudut didtem adalah kekal (konstan)"

Atau dapat ditulis

Jika
$$au = \frac{dL}{dt} = 0$$
, maka $L = konstan$

Contoh soal 5:

Seorang penari balet yang berputar dengan lengan terentang dan kelajuan 3 rad/s memiliki momen inersia 12 kg.m². Jika saat lengannya merapat ke tubuh, momen inersianya menjadi 4 kg.m², maka berapakah laju putaran kecepatan sudut ketika lengannya merapat tersebut?

<u>Jawab</u>

Karena tidak ada gaya luar yang bekerja pada sistem penari balet tersebut, maka berlaku Hukum Kekekalan Momentum Sudut

$$L_{1} = L_{2}$$

$$I_{1}.\omega_{1} = I_{2}.\omega_{2}$$

$$(12)(3) = (4)\omega_{2}$$

$$36 = (4)\omega_{2}$$

$$\omega_{2} = \frac{36}{4}$$

$$\omega_{2} = 9 \ rad/s$$

Jadi, ketika tangan penari balet direntangkan, maka kecepatan sudut penari balet tersebut adalah 9 rad/s

C. Rangkuman

Dari hasil pemaparan tentang Dinamika rotasi benda tegar dapat ditulis beberapa rangkuman, yaitu :

1. **Momen gaya** atau **torsi** (τ) merupakan besaran vektor yang mengakibatkan benda berotasi atau berputar.

$$\sum \tau = I \cdot \alpha$$

2. **Momen inersia (1)** didefnisikan sebagai hasil kali antara massa partikel dan kuadrat jarak partikel dari sumbu rotasi. Secara matematis, momen inersia dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$I = m.r^2$$

- 3. Hubungan antara **Momen gaya** atau **torsi** (τ) dengan **Momen inersia** (I) dapat ditulis dengan $\sum \tau = I \cdot \alpha$
- 4. Energi kinetik total benda yang bergerak menggelinding adalah $Ek_{tot}=Ek_{trans}+Ek_{rot}$

$$Ek_{tot} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$$

5. Pada gerak rotasi jika tidak ada resultan momen gaya/torsi ($\Sigma \tau = 0$) maka juga akan berlaku hukum kekekalan momentum sudut, sehingga secara konseptual dapat ditulis:

$$L_1 = L_2$$

$$I_1. \omega_1 = I_2. \omega_2$$