**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LUJÁN**
**Centro Regional CHIVILCOY**
**Licenciatura en Sistemas de Información**
**Asignatura: MATEMÁTICA DISCRETA II Cuatrimestre – Año 2021**

**Unidad 2: LÓGICAS NO CLÁSICAS**

## ¿EL FRACASO DE LA LÓGICA CLÁSICA?

**¿Puede hablarse de un Fracaso de la Lógica Clásica?**
**Sin profundizar en términos filosóficos ni detallar en lógica pura, pero planteando un atenuante, cabe expresa que en el marco de las aplicaciones reales, la pregunta es atendible, pues la Teoría de los Mundos Posibles permite introducir el concepto de Lógicas No Clásicas y su manejo, que tal vez presenten fisuras en su fundamentación, sin embargo, su construcción permite solucionar problemas reales, tal como la ambigüedad, pues en el mundo real, la lógica bivaluada no posibilita soluciones concretas en la mayoría de las situaciones planteadas.**

## LÓGICA NO-MONOTÓNICA

**La relación entre la Lógica Formal y las operaciones de la mente siempre es muy poco clara. Algunas de las diferencias más significativas entre las propiedades de la Lógica Formal y la fenomenología de la mente están centradas en situaciones de comunicación con percepción, ambigüedad, sentido común, predicción y casualidad. Un futuro común de estos problemas es que éstos involucran desarrollo con conocimiento incompleto.**

**Algunos problemas de esta naturaleza se estudian en el marco de la Inteligencia Artificial, por caso: la percepción, el sentido común y la ambigüedad, que tienen prioridad en la representación de conocimiento, el cual explícitamente e implícitamente da forma a la conformación de numerosos casos típicos y da métodos para aceder a la solución de errores. La Lógica Clásica carece de las herramientas necesarias para describir y revisar una teoría formal que permita eliminar inconsistencias causadas por nueva información.**

**La Reorganización del Modelo del Mundo es el problema más difícil de la revisión de un modelo complejo cuando éste falla; en tanto, que la Rutina de Revisión constituye el Problema del mantenimiento de un conjunto de factores, expresados como universalmente verdaderos, pero que tienen excepciones. La Lógica Tradicional se denomina Monotónica debido a que los teoremas de una teoría son siempre un subconjunto de los teoremas de cualquier extensión de la teoría (juego de axiomas). La Lógica Monotónica carece de fenómenos de nueva información que lleven a la situación de revisión de fenómenos de viejas conclusiones. La Lógica No-Monotónica es obtenida de la Lógica Clásica, extendiéndola con cierta consistencia y mostrando que los resultados de la Lógica son bien determinados e inusualmente prueban teorías. El uso de técnicas no-monotónicas tiene historia, pero la utilización de las intuiciones fundamentales resultaba inadecuada, generando dificultades semánticas en la inferencia de reglas no-monotónicas en ciertos casos. El propósito de las reglas de inferencia no-**

**monotónicas consiste en adicionar conocimiento cierto donde no existe; esto significa, que no habría que esperar a priori reglas no-monotónicas que deriven conclusiones válidas independientemente de reglas no-monotónicas. Los problemas semánticos y la Rutina de Revisión de problemas fueron en su mayoría resueltos por TMS (Sistema de Mantenimiento de la Verdad), donde cada sentencia tiene asociado un juego de justificaciones, las que se emplean para determinar el juego de creencias que permita encontrar, de ser posible, el soporte de cada creencia; al cambiar las hipótesis, estas justificaciones reexaminadas con el objeto de ser adaptadas a las nuevas creencias.**

## CUASIFUNCIONALIDAD DE VERDAD

**En ciertos Sistemas, el Valor de Verdad de ciertas fórmulas lógicas no corresponde a una función del Valor de Verdad de sus componentes.**

**En Sistemas Cuasifuncionales, las Tablas de Verdad asignan conjuntos posibles de valores de verdad de fórmulas de negación, conjunción, disyunción, implicación y equivalencia, en tal instancia, las lógicas que operan con un número mayor a dos valores de verdad se denominan MULTIVALUADAS o POLIVALENTES; por caso, una Lógica Trivaluada, puede presentar como Valores de Verdad: V (Verdadero), I (Incierto) y F (Falso), o simplemente, en general, valores: A, B y C.**

**La vinculación entre Cuasifuncionalidad y Probabilidad, parte del Axioma de Aditividad de la Probabilidad, que establece:**

$$P(r) + P(s) = P(r \vee s) + P(r \wedge s)$$

**Cada fórmula proposicional es equivalente a un conjunto de mundos posibles (o validación).**

**Si: $P(r) = a$ y $P(s) = b$, resulta:**

$$\text{Máx}\,[a + b - 1, 0] \leq P(r \wedge s) \leq \text{mín}\,[a, b]$$

$$\text{Máx}\,[a, b] \leq P(r \vee s) \leq \text{mín}\,[a + b, 1]$$

**Con la obtención de información adicional se posibilita el mejoramiento de las cotas.**

## LÓGICA MULTIVALUADA (o POLIVALENTE)

**El problema de los futuros contingentes generó uno de los pilares fundamentales para el desarrollo de la Lógica Multivaluada (o Polivalente). Es interesante, transcribir conceptos de Jay Lukasziewicz (Lógico Polaco), que en 1920 concibió una Lógica Trivaluada de tipo temporal, de tal forma se transcribe:**

**“Puedo suponer sin contradicción que mi presencia en Varsovia en cierto momento del año próximo, no es determinable en este momento ni en forma negativa ni en forma positiva. Así, es posible, pero no necesario, que esté en Varsovia en la fecha y el momento dicho. En base a tal suposición, la proposición: Estaré en Varsovia en fecha determinada de antemano del año próximo, no puede ser en este momento verdadera ni falsa; pues si fuese verdadera ahora, mi presencia futura en Varsovia tendría que ser necesaria, hecho contradictorio con la suposición; si por otra parte, fuese falsa, mi presencia futura en Varsovia sería imposible, hecho que también sería contradictorio con la suposición. Por tanto, la proposición tomada en cuenta, por el momento, no es verdadera y no es falsa; esto indica que debe existir un tercer valor diferente de Falso y Verdadero, que bien podría ser *lo posible*”.**

**En la Lógica Formal, conceptos como los vertidos por Lukasziewicz, son fuertemente resistidos adjudicándoles, entre otras cosas, falta de consistencia, sin embargo, desde el punto de vista de la aplicación y fundamentalmente en el campo de la Ingeniería del Conocimiento, más precisamente en la Representación del Conocimiento son bien aceptadas pues permiten dar soluciones a problemas que de otro modo quedarían a la deriva.**

## INTRODUCCIÓN AL PENSAMIENTO BORROSO

**En el Mundo Real, cotidianamente se utilizan términos para responder a cuestiones de todo tipo, que no estriban específicamente en simples SI o NO; esto significa que para plantear un Modelo Situacional (o del Dominio) a evaluar no basta con la construcción de una estructura basada en Lógica Clásica o Bivaluada.**

**Por caso, si a una persona se le muestra una imagen televisiva de los Años '50, y se le pregunta con respecto a qué colores está viendo, no responderá simplemente: Blanco y Negro, sino que apelará a recurrir que "el más claro" es el Blanco y "el más oscuro" es el Negro y que entre éstos hay "una gran variedad de colores", esto es de niveles de gris. Evidentemente, referenciar esta realidad a través de simples: SI y NO, no constituye un camino adecuado.**

**En general puede plantearse que el conocimiento humano evidencia una evolución paulatina, sin embargo en el momento de intentar modelizar y representar cuestiones inherentes a tal evolución, surgen interrogantes acerca de *Cómo* efectuar tales modelizaciones; entonces, se plantea la imposibilidad de acceder a estas representaciones tan solo con la estructura matemática existente, pues por caso, la lingüística correspondiente a la concepción de las ideas y del pensamiento humano no siempre tiene límites precisos y por el contrario, presenta frecuentemente rasgos de incertidumbre, imprecisión e incompletitud; de tal forma, para la resolución de este problema es necesario un enfoque diferente. Así, es posible afirmar:**

**“El Pensamiento Humano y en líneas generales, el Razonamiento, es BORROSO (o Difuso); ambos procesos permiten establecer una clara diferenciación con las computadoras”.**

**En 1965, Lofti ZADEH sugiere una Teoría de Conjuntos modificada en la cual un individuo puede tener un nivel de membrecía (o pertenencia) con rango en una continuidad de valores, entre 0 y 1; además, muestra cómo un conjunto de operadores tales como la unión y la intersección pueden ser definidos en términos de conjuntos difusos y desarrollados a través de una estructura consistente, tal que el sistema permite la manipulación en un camino consistente y razonablemente intuitivo. El Trabajo de ZADEH, publicado como: "Conjuntos Borrosos (o Difusos)", aplica la Lógica Multivaluada de Lukazsiewicz a Conjuntos o Grupos**

**de Objetos, tal que el rótulo "Borroso" se coloca a conjuntos vagos o multivaluados, cuyos elementos pertenecen a ellos en distintos grados.**

**Es posible afirmar que ZADEH insertó el término "Difuso" en el ojo de la Ciencia Moderna, logrando que paulatinamente, fuera incluyéndose en distintas áreas y en sus entornos, de mayor a menor.**

**Esto lleva a considerar que para un Matemático el concepto: Borroso (o Difuso) significa que:**

**"Un elemento es miembro de un subconjunto sólo de forma incierta; en tanto que en la Matemática se presentan sólo dos posibilidades: Pertenencia o No Pertenencia, concepto ratificado a través de la Lógica Formal o Clásica".**

**Lofti ZADEH, posibilitó la inserción del concepto de Membrecía Ponderada, de la forma:**

**"Un elemento puede pertenecer, en mayor o menor medida, a un subconjunto, y desde allí, engendrar el concepto de Subconjunto Borroso (o Difuso)".**

**La necesidad de Decisiones es fundamental en el Mundo Real; así, la estructura provista por los Conjuntos Borrosos (Difusos) es la más natural y precisa para resolver este tipo de situaciones, tal que su principal ventaja radica en permitir la descripción de un sistema y por ende, proporciona una mejor performance en términos lingüísticos que en términos de relaciones entre valores numéricos precisos.**

**Si por caso, alguien observa detenidamente una pared, y la misma superiormente está pintada de cierto color, en tanto que inferiormente está pintada de un color de menor intensidad, indicará que "existe una tenue línea" que separa ambas franjas; esto plantea una situación difusa, equivalente a manifestar que "hay una región grisácea entre el blanco y el negro", así la *Borrosidad* puede interpretarse como el Gris correspondiente.**

**El Observador puede notar que en el Mundo Real las cosas cambian; en cambio, la Ciencia revela las situaciones pulidas; sin embargo, en general, se producen muchas situaciones que varían ostensiblemente en relación a lo establecido. Aún, en: Matemática, Lógica y Cultura, se continúa asumiendo un *Mundo de Blancos y Negros,* que no cambia, donde cualquier estado es Verdadero o Falso. En general, los estados de las cosas, responden a estados indeterminados, donde intervienen: La Borrosidad, en Niveles de Gris y La Incertidumbre. Bart KOSKO, al respecto, señala:**

**"EL MUNDO ES GRIS, PERO LA CIENCIA ES BLANCA Y NEGRA"**

**y luego explica que habitualmente las expresiones de las cosas se hacen en términos de unos y ceros, pero "las mentiras verdaderas" están entre ellos; esto se traduce a: Mundos Borrosos con Descripciones No-Borrosas, dado que los estados de la Lógica Formal (o Clásica) y la Programación de Computadoras son respectivamente: Verdadero o Falso, Uno o Cero; pero, los estados del mundo son diferentes. Los Estados de los Hechos no son Verdaderos o Falsos; "sus mentiras verdaderas" están entre la Verdad Total y la Falsedad Total, entre 1 y 0; tales estados son justamente imprecisos y vagos.**

**La contribución de Lofti ZADEH y entre otros, los conceptos vertidos por Bart KOSKO (1993), permiten estructurar de forma más eficiente todo lo separado de manera imprecisa, donde no se distingue claramente la frontera entre el color blanco y el color negro; como por caso, entre el pensamiento y el lenguaje humanos.**

**El *Principio Difuso* establece que: "Todas las *Cosas* constituyen un tema de *Grados*". La borrosidad está en el mundo y en la visión de las personas sobre dicho mundo.**

**La borrosidad presenta una característica saliente en ciencia: la *multivalencia*, pues no hay dos únicas posibilidades para responder, esto significa que todo no es, V o F. De hecho, las situaciones multivalentes consideran tres o más valores de verdad, tanto en forma discreta como en la expansión al campo continuo.**

**Bertrand RUSSELL, luego de Jay LUKASZIEWICZ incorporó el término "Vaguedad" para describir la *multivalencia*. El filósofo Max BLACK (1937) publicó un trabajo sobre *Conjuntos Vagos*, posteriormente denominados *Conjuntos Borrosos* (o *Difusos*), pero los círculos científicos y en particular, los círculos filosóficos ignoraron este trabajo; todos estos conceptos permiten conformar el *PASADO DIFUSO*.**

## INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE CONJUNTOS BORROSOS

**La Teoría de los Conjuntos Borrosos (Difusos) constituye una Generalización de la Teoría Clásica de Conjuntos. El mayor logro de la Teoría se inscribe en su facilidad para el tratamiento de información subjetiva y variables lingüísticas. La crítica más saliente se centra en la falta de <u>Consistencia</u>; en tanto que la mayor dificultad se circunscribe a la Modelización Subjetiva y la Heurística Operativa.**

**La Formulación conceptual de la Teoría sigue estos lineamientos:**

**Sea: $U = \{x\}$ un Conjunto Convencional. Un Conjunto Difuso A en el Universo U es un conjunto de pares ordenados:**

$$A = \{ (x, m_A(x) \} \text{ ; tal que: } x \in X$$

**donde $m_A(x)$ es el Grado de Pertenencia de x en A, tal que:**

$$0 \leq m_A(x) \leq 1$$

**tal que: 0: Corresponde al Grado de Pertenencia Mínimo**
**1: Corresponde al Grado de Pertenencia Máximo**

**evidenciando que:**

$$x \in A \Rightarrow m_A(x) = 1$$
$$x \notin A \Rightarrow m_A(x) = 0$$

**El marco de la Lógica Difusa propuesta por ZADEH, permite indicar los axiomas:**

(1) $m_{A \cap B}(x) = \text{mín}\,[\, m_A(x), m_B(x) \,]$
(2) $m_{A \cup B}(x) = \text{máx}\,[\, m_A(x), m_B(x) \,]$
(3) $m_{\neg A}(x) = 1 - m_A(x)$

**La Teoría de los Conjuntos Borrosos (Difusos) se estructura desde variables, parámetros, relaciones, atributos, lógica, procedimientos y también en la definición de "borrosidad" en números, probabilidad, posibilidad, etc. Estos conceptos son posibles por cuanto existe el Principio de Extensión, el cual permite la Transformación de cualquier elemento o Función No-Borrosa, en el sentido que, si los argumentos son "borrosos", también lo será el resultado de la función o la interpretación del elemento y por tanto, el Grado de Pertenencia está unívocamente especificado.**

**Conforme a ZADEH, se da la siguiente definición:**

**Sea E un conjunto numerable o no, y *x* un elemento de E; entonces, un subconjunto borroso A~ de E es un conjunto de pares ordenados, tal que:**

$$\{ (x \mid \mu_{A\sim}(x)) \},\ \forall\, x \in E$$

**donde $\mu_{A\sim}(x)$ es el Grado de Membrecía (o Pertenencia) de x en $A_\sim$**

**De tal forma, si $\mu_{A\sim}(x)$ toma sus valores en un conjunto M denominado "Conjunto de Membrecía", se puede decir que x toma sus valores en M, a través de la función $\mu_{A\sim}(x)$; de tal manera, resulta la Función de Membrecía:**

$$x \underset{\mu_{A\sim}}{\leadsto} M$$

**<u>Ejemplo</u>:**

**Sea el conjunto finito: E = {azul, blanco, rojo, verde, negro}**

**y el conjunto finito ordenado: M = {0, 1/2, 3/4, 1}**

**Así: $A_\sim$ = { (azul | 1); (blanco | 1); (rojo | 0); (verde | 1/2); (negro | 3/4) }**

**es un subconjunto borroso de E, escribiendo:**

$$\text{azul} \underset{1}{\in} A_\sim,\ \text{blanco} \underset{1}{\in} A_\sim,\ \text{rojo} \underset{0}{\in} A_\sim,\ \text{verde} \underset{1/2}{\in} A_\sim,\ \text{negro} \underset{3/4}{\in} A_\sim$$

**OPERACIONES EN SUBCONJUNTOS BORROSOS**

**1) Inclusión:**

**Sean E un conjunto y M su correspondiente conjunto de membrecía asociado, $A_{\sim}$ y $B_{\sim}$ dos subconjuntos borrosos de E; entonces $A_{\sim}$ está incluido en $B_{\sim}$ si:**

$$x \in E : \mu_{A\sim}(x) \leq \mu_{B\sim}(x)$$

**La representación de la inclusión se expresa por: $A_{\sim} \subset B_{\sim}$**

**2) Igualdad:**

**Sean E un conjunto y M su correspondiente conjunto de membrecía asociado, $A_{\sim}$ y $B_{\sim}$ dos subconjuntos borrosos de E; entonces $A_{\sim}$ y $B_{\sim}$ son iguales si y solamente si:**

$$\forall\, x \in E : \mu_{A\sim}(x) = \mu_{B\sim}(x)$$

**La representación de la igualdad se expresa por: $A_{\sim} = B_{\sim}$**

**3) Complementación:**

**Sean E un conjunto y M = [0; 1] su correspondiente conjunto de membrecía asociado, $A_{\sim}$ y $B_{\sim}$ dos subconjuntos borrosos de E; entonces $A_{\sim}$ y $B_{\sim}$ son complementarios si:**

$$\forall\, x \in E : \mu_{B\sim}(x) = 1 - \mu_{A\sim}(x)$$

**La representación de la complementación se expresa por:**

$$B_{\sim} = A_{\sim}' \qquad\qquad B_{\sim}' = A_{\sim}$$

**4) Intersección:**

**Sean E un conjunto y M = [0; 1] su correspondiente conjunto de membrecía asociado, $A_{\sim}$ y $B_{\sim}$ dos subconjuntos borrosos de E; se define la intersección:**

$$A_{\sim} \cap B_{\sim}$$

**como el subconjunto borroso mayor, contenido, en los subconjuntos $A_{\sim}$ y $B_{\sim}$; esto es:**

$$\forall\, x \in E : \mu_{A\sim \cap B\sim}(x) = \text{MIN}\,[\, \mu_{A\sim}(x),\ \mu_{B\sim}(x)\,]$$

**Esta expresión tiene su equivalencia, con la inclusión del operador "y borroso":**

$$\forall\, x \in E :\ \underset{\mu_{A\sim}}{x \in A_{\sim}}\ \text{et}\ \underset{\mu_{B\sim}}{x \in B_{\sim}} \Rightarrow \underset{\mu_{A\sim \cap B\sim}}{x \in A\sim \cap B\sim}$$

**5) Unión:**

**Sean E un conjunto y M = [0; 1] su conjunto de membrecía asociado, $A_{\sim}$ y $B_{\sim}$ dos subconjuntos borrosos de E; se define la Unión (o Reunión) como:**

$$A_{\sim} \cup B_{\sim}$$

**como el subconjunto borroso más pequeño que contiene tanto a $A_\sim$ como a $B_\sim$; esto es:**

$$\forall\, x \in E : \mu_{A\sim \cup B\sim}(x) = \mathrm{MAX}\,[\, \mu_{A\sim}(x),\ \mu_{B\sim}(x)\,]$$

**Esta expresión equivale a la inclusión del operador "y/o borroso", de la forma:**

$$\forall\, x \in E :\ \underset{\mu_{A\sim}}{x \in A_\sim}\ \text{ y/o }\ \underset{\mu_{B\sim}}{x \in B_\sim} \Rightarrow \underset{\mu_{A\sim \cup B\sim}}{x \in A\sim \cup B\sim}$$

**6) <u>Suma Disyuntiva</u>:**

**La Suma Disyuntiva de dos subconjuntos borrosos se define en términos de la unión y la intersección, conteniendo al operador "o disyuntivo borroso":**

$$A_\sim \oplus B_\sim = (A_\sim \cap B_\sim') \cup (A_\sim' \cap B_\sim)$$

**7) <u>Diferencia</u>:**

**La Diferencia se define mediante la Relación:**

$$A_\sim - B_\sim = A_\sim \cap B_\sim'$$

## <u>GRAFOS BORROSOS Y RELACIONES BORROSAS</u>

**Las nociones de grafo, correspondencia y relación se generalizan a partir del concepto de Subconjunto Borroso.**

**Sean: Los Conjuntos $E_1$ y $E_2$; y además: x, un elemento perteneciente a $E_1$ e y, un elemento perteneciente a $E_2$. El conjunto de pares ordenados (x, y) define al producto $E_1 \times E_2$.**
**El Subconjunto Borroso $G_\sim$ que satisface:**

$$\forall\, (x, y) \in E_1 \times E_2 : \mu_{G\sim}(x, y) \in M$$

**donde M constituye el Conjunto de Membrecía de $E_1 \times E_2$; de tal manera, $G_\sim$ se denomina *GRAFO BORROSO.***

**La noción de Grafo Borroso puede explicarse en términos de *Relación Borrosa*; de la forma:**

**P: Un Conjunto Producto de n conjuntos**
**y**
**M: Su correspondiente Conjunto de Membrecía**

**entonces: Una Relación n-aria Borrosa es un Subconjunto Borroso de P que toma sus valores en M.**

## LOGICA BORROSA

**Partiendo del concepto de multiplicidad de Lógicas, de tan variada concepción como: Booleana o Bivaluada, Multivaluada, Modal, Temporal, Monádica, entre otras, también se puede incluir a la Lógica Borrosa; por ende, debe estructurarse la Axiomática que la defina. A diferencia de la concepción de la Lógica Booleana que está sustentada sobre la Teoría Booleana de Conjuntos, en Lógica Borrosa se pueden construir tantas teorías como se planteen.**

**El pensamiento humano se basa en "una marcada difusión" pues combina masivamente estructuras en paralelo, pero, en sus aspectos formales, también presenta consideraciones lógicas; por tanto, el mecanismo en cuestión es *Borroso* y así, tanto para la comunicación humana y en particular, para el análisis de comunicación interdisciplinaria, la *Teoría de los Subconjuntos Borrosos* se postula como un soporte adecuado para ser base del desarrollo.**

**$\mu_{A\sim}(x)$ corresponde a la Función de Membrecía del elemento x al subconjunto borroso $A_\sim$; considérese, además que el Conjunto de Membrecía será: M = [0; 1].**

**Sea x un elemento del conjunto referencial E y sean $A_\sim$, $B_\sim$, ......, subconjuntos borrosos de E; en consecuencia, se postula:**

$$a_\sim = \mu_{A\sim}(x)\ ,\ b_\sim = \mu_{B\sim}(x),\ ......;\ a_\sim,\ b_\sim,\ ......,\ \in M = [0;\ 1]$$

**Los valores $a_\sim$, $b_\sim$, ......, quedan vinculados a partir de las siguientes operaciones:**

$$a_\sim \wedge b_\sim = \mathrm{MIN}\ (a_\sim,\ b_\sim)$$

$$a_\sim \vee b_\sim = \mathrm{MAX}\ (a_\sim,\ b_\sim)$$

$$a_{\sim'} = 1 - a_\sim$$

$$a_\sim \oplus b_\sim = (a_\sim' \wedge b_\sim) \vee (a_\sim \wedge b_\sim')$$

**Las Propiedades de la Lógica Booleana se extienden a la Lógica Borrosa.**

**Las Variables $a_\sim$, $b_\sim$, ...... $\in$ [0; 1] en el marco de la Teoría Borrosa, se denominan *Variables Borrosas*.**

**Las Funciones construidas a partir de este soporte se denominan *Funciones de Variables Borrosas*, bajo la condición:**

**Sea $f_\sim$ ($a_\sim$, $b_\sim$, ......) una función de $a_\sim$, $b_\sim$, .......; para que esta función se denomine Función de Variables Borrosas, es necesario que $f_\sim$ sólo dependa de variables borrosas y además que:**

$$0 \leq f_\sim \leq 1$$

**En sistemas complejos, los mecanismos básicos son representados lingüísticamente de mejor forma que matemáticamente; así, las evaluaciones de Lofti ZADEH, permiten plantear que los términos difusos definen categorías generales, no rígidas, tal que la transición desde una categoría (concepto, idea o estado de problema) a la categoría siguiente es gradual con algunos estados, con mayores o menores grados de membrecía en un conjunto y luego en otro.**

**La Teoría de Subconjuntos Borrosos, en *Inteligencia Artificial*, tiene diferentes aplicaciones:**

**A) Representación y Modelización de Conocimiento: Existen dos aspectos esenciales, a saber:**

**En la Representación de Conocimiento existen dos aspectos esenciales:**

**(1) La *Relación de Similitud* que posibilita expresar el ajuste entre los hechos observados en la realidad y su descripción en la Base de Conocimiento mediante una Relación Difusa, efectuando una cuantificación sistemática en cada problema.**

**(2) La *Aproximación Lingüística* que indica la cercanía entre conclusiones de inferencias a partir del lenguaje inicial; o bien, permite hallar una sentencia en el lenguaje inicial lo más cercana posible al conjunto "borroso" generado como resultado.**

**B) Procesos de Inferencia: Las aplicaciones principales son:**

**(1) *Lógica Borrosa*, donde las declaraciones son convencionales y los valores de verdad son expresados lingüísticamente, permitiendo definir una escala de valores de verdad.**

**(2) *Razonamiento Aproximado*, pudiendo operarse conjuntos borrosos en antecedentes y en consecuentes, obteniendo conclusiones borrosas; las principales herramientas son las Reglas de Traslación y Composición y el Modus Ponens Generalizado.**

**(3) *Razonamiento Plausible*, donde los hechos en los antecedentes no es necesario que sean de igual naturaleza con el propósito de generar inferencias.**

## LÓGICA MONÁDICA

**Un intento de mejorar la eficiencia de la Lógica Difusa es el planteo de la Lógica Monádica, postulado en la UNS (1990), permitiendo aprovechar las ventajas de la Lógica Difusa, en fusión con el Análisis No Standard (Abraham ROBINSON, 1960), posibilitando la resolución del problema de los infinitésimos en relación a la distinción de los órdenes de las magnitudes.**

**El concepto previo parte del supuesto: “El soporte teórico del Razonamiento Aproximado se basa en un enfoque lógico y el soporte teórico del Razonamiento Plausible se basa en un enfoque numérico y no plantean una gran diferencia; en consecuencia, parecería bastante adecuado suponer la combinación de ambos enfoques para atender la resolución de problemas más generales; por tanto, es necesario disponer de un sistema robusto para el razonamiento. El Análisis No Standard permite evitar la pérdida de robustez en el razonamiento, considerando la posibilidad de representar las funciones características definidas para la Lógica Difusa, desde sus puntos de inflexión. Considerando el Principio de Encadenamiento, toda variable lingüística puede reducirse a un término primario (atómico); cada término no-atómico representa un subconjunto de valores de la función característica**

**del término primario correspondiente; desde un enfoque No Standard, cada uno de estos subconjuntos de valores genera una *Mónada* centrada en los Puntos de Inflexión de la Función Característica. La importancia de estos conceptos yace en una gran reducción de memoria y tiempo de procesamiento necesarios para lograr una transferencia computacional eficiente.**

**Las características de la Lógica Monádica heredan todas las cualidades de la Lógica Borrosa, el conjunto de Reglas de Inferencia, de Traducción y Modificación y principalmente, permiten mantener la robustez en el Razonamiento Inexacto.**

## LÓGICA MODAL

**El razonamiento sobre el conocimiento fue durante tiempo un motivo de preocupación no sólo de la Filosofía sino también de la Inteligencia Artificial pues para razonar formalmente acerca del conocimiento es necesario un adecuado modelo semántico; parte de las dificultades para estar en condiciones de hacerlo radican en no conocer fehacientemente cuáles son (o cuáles deberían ser) las propiedades del conocimiento; así, surge la Lógica Modal. La semántica de los Mundos Posibles da una herramienta apta, formalmente, para establecer una lógica; por ende, para realizar cambios menores en la semántica se pueden capturar distintos tipos de axiomas. La idea se centra en que, en cada estado del mundo, un agente racional tiene otros mundos, considerados posibles; así, esto puede sintetizarse en la forma: "Un agente racional conoce P exactamente si P es verdadero en todos los mundos que considera posibles".**

**KRIPKE postuló que al imponer varias condiciones a esta relación de posibilidad, puede lograrse un gran número de axiomas; introdujo *sus Estructuras* que constituyen un Modelo Formal para la Semántica de Mundos Posibles; así, una Estrtuctura de Kripke es una t-upla:**

$$(S, \Pi, P_1, P_2, ......, P_n)$$

**donde:**

**S, es un Conjunto de Estados;**

**$\Pi$ (s), es una asignación verdadera a las proposiciones primitivas del conjunto de proposiciones primitivas o premisas $\Phi$ para cada estado $s \in S_i$**

**$P_i$ , es una relación binaria en los estados de S, $\forall$ i, donde: i = 1, 2, ......, n**

**En un *Mundo Kripke,* W es un par (M, S) donde: M = $(S, \Pi, P_1, P_2, ......, P_n)$ es una Estructura de Kripke, con $s \in S$ y además, P tiene la Función de Captura de la Relación Posibilística conforme al jugador i.**

**Si el mundo real siempre es un mundo posible, tal que la relación posibilística sea reflexiva, se desprende que el conocedor no puede conocer algo falso; en forma similar, si la relación es transitiva, el conocedor conocerá sólo lo que conoce y si la relación es simétrica, el conocedor sólo conocerá lo que no conoce. Los modelos de un conocedor donde se plantea una relación posibilística se realizan aplicando los conceptos de Lógica Modal.**

# LÓGICA DE VINCULACIONES TAUTOLÓGICAS

**Una Lógica apropiada para representar conocimiento es la Lógica de Vinculaciones Proposicionales Tautológicas; su sintaxis es idéntica a la correspondiente a la Lógica Clásica, pero carece del operador implicación; su semántica se basa en una estructura tetravaluada sin vinculaciones con la Lógica Clásica Bivaluada. Este tipo de estructura permite modelar el estado de los hechos dados por sistemas de representación de conocimiento en forma más eficiente que las estructuras de dos valores, pues estos sistemas pueden carecer de información concerniente a que una situación resulte verdadera o bien, falsa. El concepto básico del planteo de una Lógica de Vinculación Proposicional Tautológica suplanta mediante una analogía a la Implicación de la Lógica Clásica; en consecuencia, considerando que la Lógica Clásica resulta ineficiente por su inexpresividad en lo que atañe a la representación de conocimiento en la resolución de problemas, resulta natural la idea de contemplar el uso de una Lógica de Vinculación Proposicional Tautológica de Primer Orden.**