

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LUJÁN

CENTRO REGIONAL CHIVILCOY - COMISIÓN 35

CARRERA: Licenciatura en Sistemas de Información

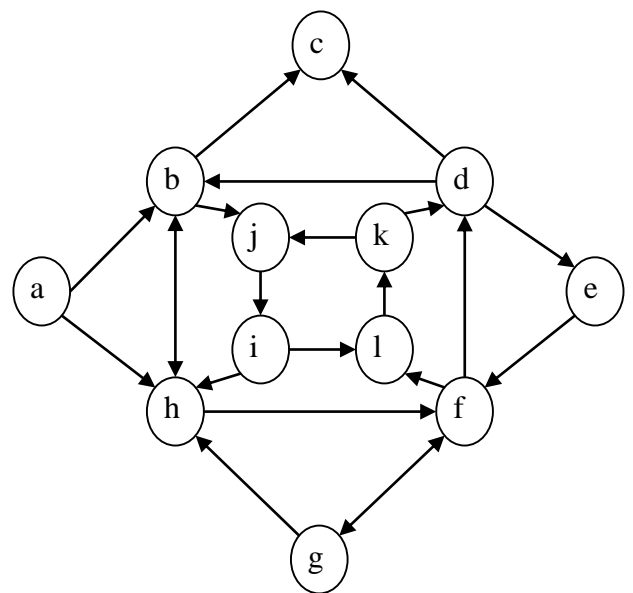
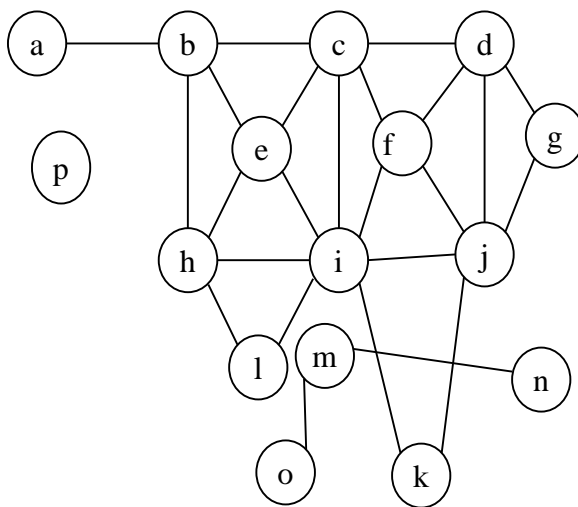
ASIGNATURA: Matemática Discreta

Ciclo lectivo 2022

Unidad 3: Introducción a la Teoría de Grafos

Práctica N.º 3 – Teoría de Grafos

1. Utilizando los siguientes grafos definir las siguientes características: grado, camino, ciclo, grafo conexo, grafo fuertemente conexo, grafo completo, punto de articulación, grafo nulo

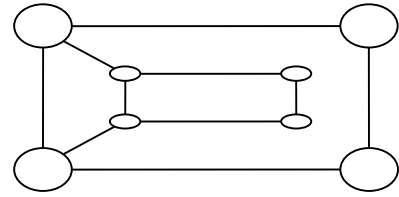
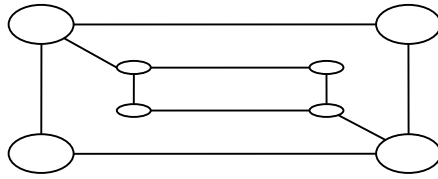


2. Dibuje los grafos que definen las siguientes matrices:

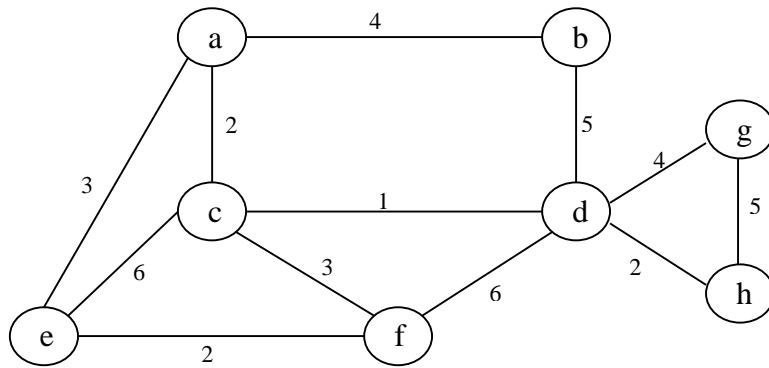
$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 5 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

¿Qué reflexiones surgen?

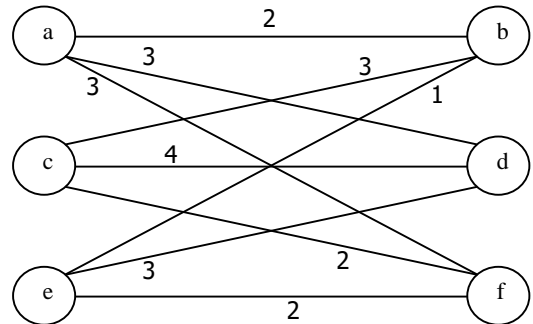
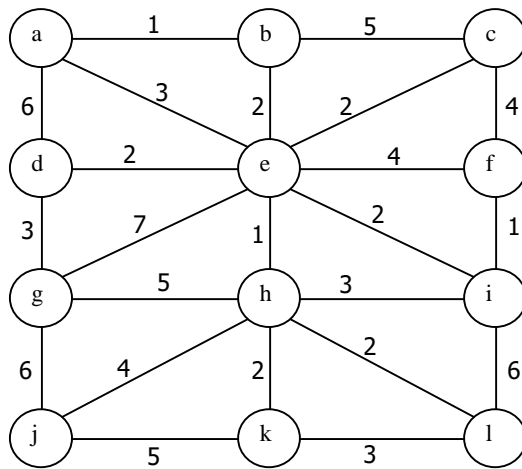
3. Realizar el recorrido en profundidad y en anchura partiendo del nodo a en los grafos del ejercicio 1
4. ¿Se puede decir que los siguientes grafos son isomorfos? ¿qué entiende por un grafo isomorfo? ¿Cómo podría determinar esta característica entre dos grafos?



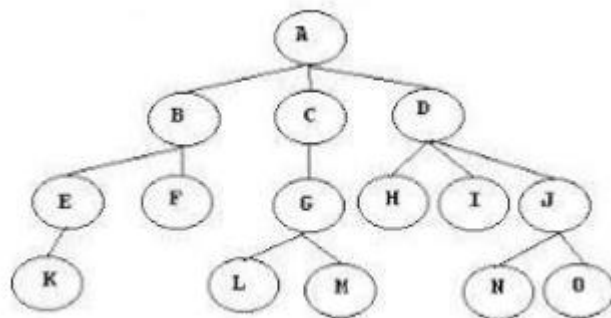
5. ¿Cómo determinar el número de aristas de un grafo? ¿Porqué en cualquier grafo la suma de los grados es un número par? ¿A qué se denomina vértice par? ¿y vértice impar? ¿por qué todo grafo tiene un número par de vértices impares?
6. Considerando los siguientes intervalos abiertos de la recta real:
 $(0,2)$, $(1,4)$, $(2,5)$, $(3,4)$, $(3,8)$ y $(6,9)$
 ¿Cómo podríamos modelizar esta situación con un grafo (denominado grafo de intervalos)?
7. ¿Qué se propuso demostrar Euler con el llamado problema de los puentes de Königsberg? ¿A qué conclusión llegó? ¿A qué se llama recorrido euleriano en un grafo? ¿Cuáles son las condiciones necesarias y suficientes para que en un grafo determinado existe un recorrido euleriano?
8. Determinar cuántos senderos eulerianos se precisan para recubrir los grafos del ejercicio 1. (Considerar al grafo 2 como uno no dirigido).
9. ¿Qué se entiende por ciclo Hamiltoniano? ¿Podría determinar un ciclo Hamiltoniano en los grafos del ejercicio 1?
10. Planteado el siguiente problema ajedrecístico: ¿puede moverse el caballo por todo el tablero, partiendo de una posición arbitraria y regresando a ella tras haber ocupado cada cuadrado una sola vez?
11. Teniendo en cuenta el problema del ejercicio anterior, ¿es posible encontrar una ruta cíclica que incluya todos los posibles movimientos del caballo en cada escaque una sola vez?
12. Definir un algoritmo (pseudocódigo) que partiendo de una gráfica conexa con los vértices ordenados (v_1, v_n) devuelva un árbol (árbol de expansión) utilizando los recorridos en amplitud y en profundidad.
13. La siguiente gráfica es un modelo de un mapa de carreteras que une ocho ciudades $\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$. Los valores colocados en cada arista, representan los costos de construcción de cada una de las rutas.
 Queremos construir el sistema de carreteras de menor costo que una a todas las ciudades.
 Por lo tanto, lo que necesitamos es una subgráfica de ésta que contenga a todas las ciudades, que sea conexa (para poder llegar a cualquier ciudad desde cualquier ciudad) y debe tener un único camino simple entre cada ciudad (ya que si existieran caminos alternativos no sería un sistema de costo mínimo)... Tal subgráfica es un árbol denominado: árbol de expansión mínimo.
 ¿Qué pasos seguiría para poder encontrar este árbol de expansión mínimo si partimos de la ciudad 'a'?
 ¿Se les ocurre otra manera de poder definir este árbol de expansión mínimo?



14. Con las siguientes gráficas, determine el árbol de peso mínimo partiendo del nodo que crea conveniente utilizando el algoritmo que prefiera. A efectos de poder 'visualizar' el trabajo del algoritmo en las distintas iteraciones, vaya dibujando el árbol que temporariamente queda construido en cada paso.



15. En un Reticulado (5 filas, 5 columnas) deben situarse al azar 5 Damas, cuyos posibles movimientos satisfacen al Juego de Ajedrez: Horizontal, Vertical o Diagonal. ¿Es posible formalizar el Juego en términos de la Teoría de Grafos? Si la respuesta es afirmativa, escribir Tres (3) Sub-Grafos, que respondan a la disposición de las Cinco (5) Damas sin que se amenacen, que representen Tres (3) soluciones distintas.
16. En este árbol, se requiere determinar la secuencia de nodos visitados, realizando en primera instancia un recorrido en amplitud y, en segundo lugar, un recorrido en profundidad.



17. A partir de la Matriz de Adyacencia dada por P:

$$P = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 5 & 5 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 3 & 2 & 0 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 3 & 6 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

- Dibujar el Grafo correspondiente.
- Determinar el grado del Grafo y el grado de cada vértice.
- ¿Se trata de un grafo plano?
- ¿Existe un Recorrido Euleriano? Justificar la respuesta.
- Evaluar el árbol de costo mínimo.