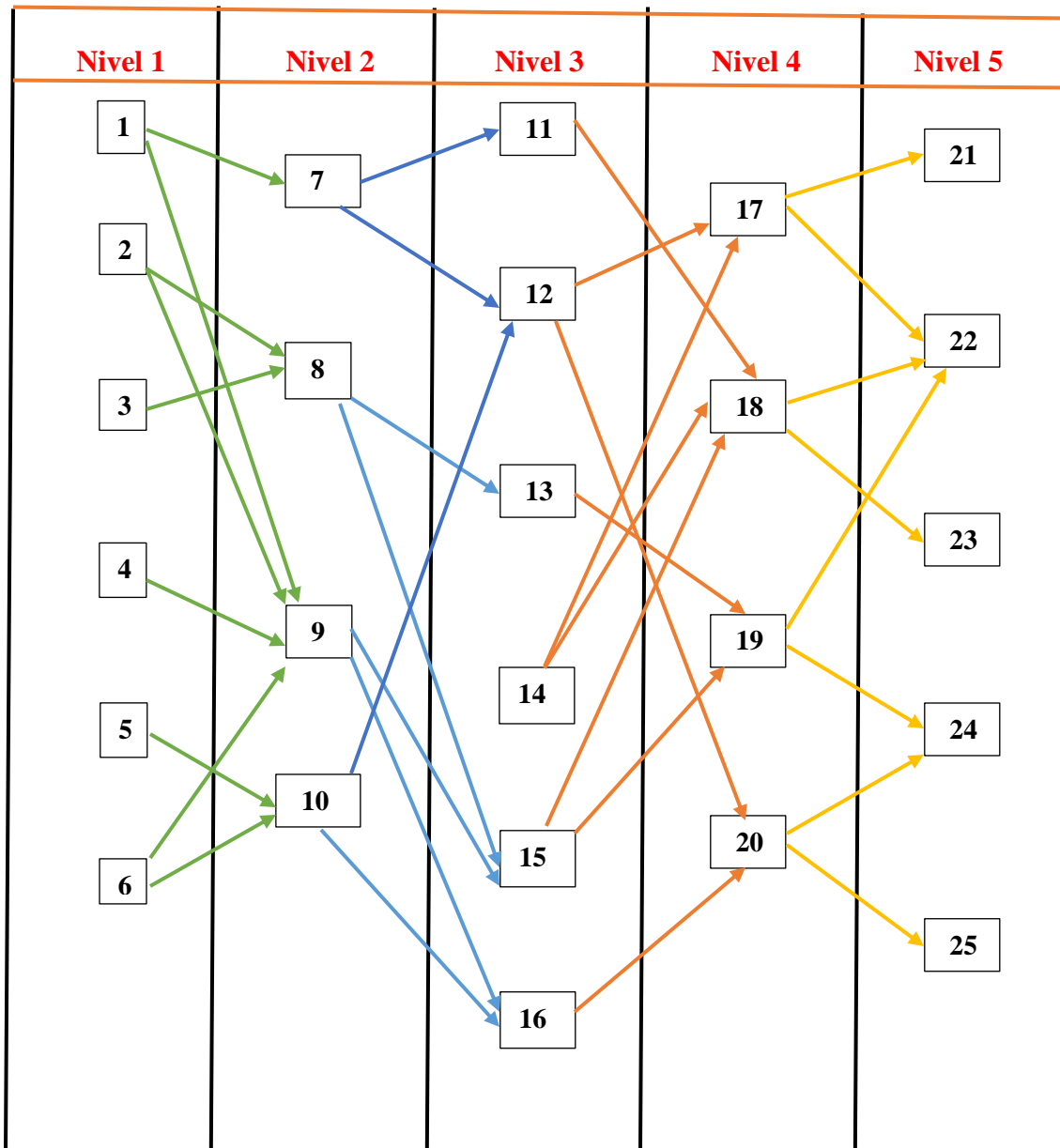


Matemática Discreta
Comisión 35
I Examen Parcial – 20-10-2021

INFORMACIÓN GENERAL: Los ejercicios se distribuyen en Cinco (5) Niveles. Es necesario RECORRER UN ÚNICO CAMINO de todos los posibles caminos, respetando Longitud = 5. El valor de cada ejercicio (nodo) se consigna en cada caso.

Cada Ejercicio debe ser presentado en forma independiente, poniendo: Nivel-Nº Ejercicio y Nombre y Apellido, enviando la foto por Whatsapp a Jorge GONZÁLEZ.

Para estar Aprobado, la Nota Mínima es Cuatro (4), y para Promoción, la Nota Mínima es Seis (6). Esta Calificación dependerá del Camino Elegido, y será Ponderada en base al Máximo.



Nivel 1: LÓGICA PROPOSICIONAL – LÓGICA DE PREDICADOS

[18 Pts.] (1) ¿A qué se denomina Fórmula Bien Formada?

Definir Sintaxis de la Lógica Proposicional.

[20 Pts.] (2) Considerando las sentencias:

- A Juan le agrada todo tipo de alimentos.
- Las manzanas constituyen un alimento.
- El pollo es un alimento.
- Cualquier cosa que una persona coma y no lo mate es un alimento.
- José se alimenta con ajíes picantes y aún está vivo.
- Mariana ingiere todo lo que come José.

¿Estas sentencias pueden escribirse como fórmulas en Lógica de Predicados?
Si la respuesta es afirmativa, escribir cada una de las mismas.

[18 Pts.] (3) (a) Definir la Sintaxis de la Lógica de Predicados.

(b) ¿Qué diferencias existen entre las sintaxis de la Lógica de Predicados y la Lógica Proposicional? ¿Es posible afirmar que la Lógica Proposicional es un caso particular de la Lógica de Predicados? (Justificar la respuesta)

[25 Pts.] (4) Se desea desarrollar un dispositivo de control que optimice el consumo de combustible de un vehículo y minimice el tiempo para un determinado viaje. Al efecto se tiene un dispositivo que indica la cantidad de combustible en el tanque, el control de la velocidad del vehículo y de la dirección y la velocidad del viento.

Utilizando la Lógica de Predicados modelar esta situación particular.

[20 Pts.] (5) Demostrar si se cumple la equivalencia:

$$\begin{aligned} \forall x \left(\neg P_{(x)} \vee Q_{(x)} \right) \vee \left(P_{(x)} \wedge \left(Q_{(x)} \wedge \neg R_{(x)} \right) \right) \\ \equiv \neg \exists x \left(P_{(x)} \wedge \neg Q_{(x)} \right) \wedge \left(P_{(x)} \rightarrow \left(Q_{(x)} \rightarrow R_{(x)} \right) \right) \end{aligned}$$

[22 Pts.] (6) Sea $F = \exists x \forall y (N(x) \wedge N(y) \rightarrow D(x, y))$ y la interpretación: $Dom = \{\mathbb{R}\}$, $N(x) = x$ es un número, $D(x, y) = y$ es el doble de x .

Definir el valor de la fórmula en esa interpretación.

Expresar una valuación que permite hacerla modelo.

Si el dominio fuera el conjunto \mathbb{N} : ¿qué valor tendría? Justificar.

Nivel 2: LÓGICAS MULTIVALUADAS – LÓGICA DIFUSA

[18 Pts.] (7) En base a los Axiomas de la Lógica de Zadeh, definir en forma clara, Cinco (5) propiedades de los Subconjuntos Difusos.

[15 Pts.] (8) ¿Qué se entiende por fuzzificación y defuzzificación en un sistema borroso?

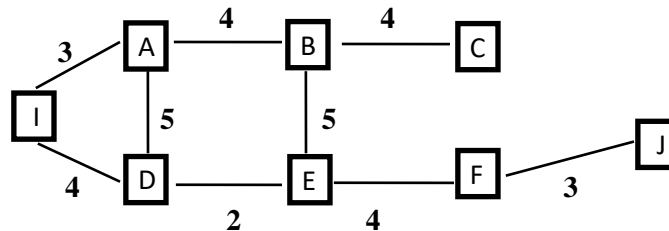
Ejemplificar cómo un sistema borroso fuzzifica un valor de entrada.

[25 Pts.] (9) En un Reticulado (5 filas, 5 columnas) deben situarse al azar 5 Damas, cuyos posibles movimientos satisfacen al Ajedrez: Horizontal, Vertical o Diagonal. Si la condición final es “colocadas las Cinco (5) Damas”, esto significa que ninguna de las mismas puede amenazarse (no pueden estar en la misma línea), entonces: ¿puede resolverse mediante Lógica Difusa? Escribir la Sintaxis y la Semántica correspondientes.

[20 Pts.] (10) Se pretende desarrollar una aplicación que, utilizando un control difuso, defina la potencia de funcionamiento de un sistema de ventilación en un ómnibus, verificando la cantidad de pasajeros, el tamaño del mismo, y las condiciones climáticas (fuera del ómnibus).
Establecer las variables y los términos lingüísticos del sistema, las funciones de pertenencia de los distintos conjuntos difusos, y al menos, tres reglas de control.

Nivel 3: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

[20 Pts.] (11) El siguiente mapa indica posibles recorridos turísticos:



y los valores entre nodos representan la función (heurística) de costos de transporte.

Evaluar el modelo de resolución, en profundidad y en amplitud. Compararlos.

[25 Pts.] (12) En un Reticulado (5 filas, 5 columnas) deben situarse al azar Cinco (5) Damas, cuyos posibles movimientos satisfacen al Ajedrez: Horizontal, Vertical, Diagonal.

Analizar si el Juego puede concebirse en términos lógicos; con la condición que en la posición final, ninguna de las piezas puede amenazarse (no pueden estar en la misma línea de acción).

- (A) Si existe solución, formalizarla.
- (B) Representar la Solución.

[18 Pts.] (13) Presentar un Problema Real, cuyo árbol tenga altura no inferior a Cuatro (4), donde tenga sentido aplicar el Método Primero en Amplitud. Luego, resolver, mediante el método en cuestión.

[22 Pts.] (14) a) Construir un Espacio de Estados (Cerrado y Completo) para el Problema:

“Diagnóstico de Fallas Simples que implican que un alumno falla en sus exámenes de Matemática Discreta”

b) Expresar el Problema y su resolución, en términos de Lógica Formal, efectuando las Interpretaciones acordes.

[15 Pts.] (15) a) Describir las Etapas Generales en la Resolución de Problemas.

b) Describir el Modelo de Resolución de Polya.

[30 Pts.] (16) Interpretar el Modelo GPS, ejemplificando un problema que se adecue a cada proceso.

Nivel 4: TEORÍA DE GRAFOS

[25 Pts.] (17) En un Reticulado (5 filas, 5 columnas) deben situarse al azar 5 Damas, cuyos posibles movimientos satisfacen al Juego de Ajedrez: Horizontal, Vertical o Diagonal.

¿Es posible formalizar el Juego en términos de la Teoría de Grafos?

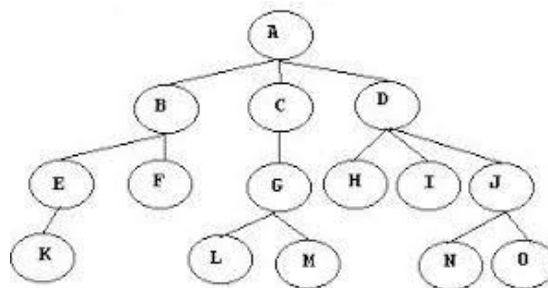
Si la respuesta es afirmativa, escribir Tres (3) Sub-Grafos, que respondan a la disposición de las Cinco (5) Damas sin que se amenacen, que representen Tres (3) soluciones distintas.

[22 Pts.] (18) a) Definir: Camino, Circuito de Euler y Camino de Hamilton.

b) ¿Qué diferencias existen entre las definiciones previas?

c) Ejemplificar, libremente, cada uno de los conceptos del ítem (a).

[18 Pts.] (19) En este árbol, se requiere determinar la secuencia de nodos visitados, realizando en primera instancia un recorrido en amplitud y, en segundo lugar, un recorrido en profundidad.



[30 Pts.] (20) A partir de la Matriz de Adyacencia dada por P:

$$P = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 5 & 5 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 3 & 2 & 0 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 3 & 6 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

- a) Dibujar el Grafo correspondiente.
- b) Determinar el grado del Grafo y el grado de cada vértice.
- c) ¿Se trata de un grafo plano?
- d) ¿Existe un Recorrido Euleriano? Justificar la respuesta.
- e) Evaluar el árbol de costo mínimo.

Nivel 5: ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS

[22 Pts.] (21) ¿Cuáles son las diferencias entre: Semi-Grupo, Grupo, Grupo Abelian y Sub-Grupo?
Ejemplificar cada uno de ellos.

[20 Pts.] (22) a) ¿Qué debe ocurrir para que una terna constituya un Anillo?
b) ¿Y un Anillo Conmutativo?
c) Demostrar cada una de las propiedades involucradas, en cada caso.

[18 Pts.] (23) a) ¿Cuál es la diferencia entre Endomorfismo y Automorfismo?
b) Ejemplificar cada uno de ellos.

[18 Pts.] (24) a) ¿Cuál es la diferencia entre Homomorfismo e Isomorfismo?
b) Ejemplificar cada uno de ellos.

[20 Pts.] (25) ¿Qué estructura satisfacen los números complejos?
Comprobar cada una de las propiedades.