

<b>UNIVERSIDAD NACIONAL DE LUJÁN</b> <b>Centro Regional CHIVILCOY</b> <b>Licenciatura en Sistemas de Información</b> <b>Asignatura: MATEMÁTICA DISCRETA      II Cuatrimestre – Año 2021</b>	
<b>Unidad 1: INTRODUCCIÓN A RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</b>	

## INTRODUCCIÓN

La Resolución de Problemas está, frecuentemente asociada con la performance de salida del pensamiento humano; pues, esta actividad mental consiste en encontrar una solución a un problema. La expresión “Resolución de Problemas” fue introducida por matemáticos; pero, una de las disciplinas que más ha podido evolucionar a partir de tal concepto, ha sido la Inteligencia Artificial, orientándolo, a través del nacimiento de “GPS” o bien: “General-purpose Problem Solver”(Resolución de Problemas de propósito General), un procedimiento desarrollado por Newell & Simon (Human Problem Solving, 1973) para su Teoría de Máquina Lógica, en el intento de creación de una Computadora Inteligente.

Para cada problema a resolver, GPS brinda: a) Un Conjunto de Operadores que pueden cambiar una situación en varias formas; b) Un Estamento acerca de las precondiciones que cada operador necesita que sean verdaderas antes de ser aplicadas y c) Un listado de postcondiciones que serán verdaderas cuando el operador las haya utilizado; además, en forma opcional da un conjunto de heurísticas con el objetivo que los operadores intenten emplearlas en forma preliminar. GPS intenta hallar operadores de manera que reduzcan la diferencia entre una meta (u objetivo) y estados actuales; si algunos estados no pueden operar sobre los estados actuales (cuando sus precondiciones no sean satisfechas), GPS se propone una submeta: modificar el estado actual por uno que puedan satisfacer los operadores, tales submetas deben ser alcanzadas antes que GPS pueda resolver el problema. Sintetizando, el alcance de GPS no ha constituido lo que sus diseñadores han pretendido, sin embargo tales programas han producido importantes beneficios; cabe la pregunta: Por Qué no se ha podido arribar a resultados concluyentes?, esta respuesta está ligada a la misma esencia de la estructura del pensamiento, y es por tal razón que en la actualidad la RESOLUCION DE PROBLEMAS sigue siendo un tema de suma importancia, pudiendo considerarlo como el centro mismo de la vida, tal que la riqueza permanece en las respuestas a: Qué, Por qué y Cómo.

De lo expuesto anteriormente, surge que para los investigadores de Inteligencia Artificial el concepto “Resolución de Problemas” expresa que para construir un Sistema que resuelva un Problema Específico, es necesario realizar las siguientes acciones:

- (1) Definir el Problema en forma precisa; de hecho, esta definición debe contener claras especificaciones relacionadas con situaciones iniciales o bien, como situaciones finales que puedan ser aceptadas como soluciones al problema.
- (2) Analizar el Problema; porque algunas características relevantes pueden tener gran efecto sobre la conveniencia de usar diversas técnicas para la resolución del mismo.
- (3) Aislar y representar el conocimiento necesario para poder resolver el problema.
- (4) Seleccionar la mejor técnica para la resolución, aplicándola en forma particular.-

**Dada una Situación Problemática, correspondiente a la realidad, el objetivo vace en establecer cómo se la puede caracterizar con el propósito de intentar modelizarla, cómo se la puede definir en términos de problema, identificando claramente su origen y sus estados finales (tanto los reales como los aceptables) y cómo se puede modelizar, encontrando la metodología de resolución específica; esto es, todos los caminos vinculantes entre el estado inicial y los estados finales.**

Muchas situaciones del mundo real presentan problemas que requieren decisiones y soluciones; resolver un problema requiere una formulación matemática detallada.

### **DEFINICIÓN DE PROBLEMA**

Problema proviene del griego “βραηλιν” y su significado es: Lanzar, Arrojar; así, un problema es algo con que un individuo inteligente con suficiente interés se enfrenta. Un ser humano está ante un problema cuando desea obtener algo y no conoce en forma inmediata qué acción o serie de acciones debe llevar a cabo para conseguirlo. El objetivo puede ser abstracto (probar una propiedad, demostrar un teorema) o bien, concreto (alcanzar una meta en cualquier deporte, ganar en un juego, tomar una fruta de un árbol, adquirir un bien, etc.); de tal forma, el objetivo puede ser un objeto físico como un conjunto de símbolos; en tanto que las acciones en procura de la obtención de tales metas u objetivos incluyen acciones físicas, actividades ligadas a la percepción y también otras estrictamente mentales, tales como: evocaciones, comparaciones, juicios, etc.

Expresar en qué consiste un problema es equivalente a plantear cuáles son las condiciones para que exista un problema y cuáles son sus componentes, en consecuencia, se tiene:

- (1) Debe existir, al menos, un individuo (hombre o máquina) en un contexto referencial, al cual se le pueda asignar el problema (esta referencia está definida a través de variables incontrolables).
- (2) El individuo debe disponer, al menos, de dos cursos de acción alternativos, con el fin de poder realizar una selección del comportamiento ( un curso de acción se define a través de uno o más valores, cualitativos o cuantitativos, de variables controlables).
- (3) Al menos, deben existir dos resultados posibles de su selección, uno de los cuales debe tener mayor aceptación que el otro, tal resultado es un objetivo o meta.
- (4) La selección de cualquiera de las soluciones debe incidir de distinta forma en las metas del sistema; esto es, habrá una efectividad asociada con cada una de las soluciones.
- (5) El individuo enfrenta un problema, únicamente si desconoce cuál es el mejor curso de acción y desea conocerlo y además, tiene dudas acerca de la mejor solución.-

De tal forma, es posible expresar la definición de Problema:

Un Problema tiene la Forma:  $P = (I, O, C)$  , donde:

**I:** Constituye el Conjunto de Expresiones que representan el ESTADO INICIAL que corresponde al Dominio del Problema.

**O:** Corresponde al Conjunto de todas las OPERACIONES o TRANSFORMACIONES posibles sobre el Estado Inicial o sobre Expresiones Derivadas de tal estado, a través de alguna secuencia de operaciones previas. En particular, en problemas orientados

a acciones, se tienen Operaciones (Transformaciones) Puras, pero en problemas de obtención de conclusiones, a tales operaciones se las denomina Reglas de Inferencia

C: Corresponde a la CONDICION a satisfacer por la Expresión Terminal.

En ciertas situaciones los elementos de la terna están explícitamente especificados, pero en otros casos, tal especificación es implícita.

Estructurar la *formalización* mediante un Espacio de Estados permite la correspondencia con el concepto de Representación de Problemas conforme a estas razones, pudiendo definir:

- (1) Formalmente el problema, desde la necesidad de transformación de alguna situación dada en la situación deseada, empleando un conjunto de operaciones permitidas.
- (2) El Proceso de Resolución del Problema como combinación de metodologías conocidas y métodos de búsqueda que constituyen las técnicas generales de exploración que posibilitan la satisfacción de los objetivos.

El estado I' es sucesor del estado I, si es alcanzable desde I aplicando alguna secuencia de operadores. Si I' puede ser alcanzado mediante la aplicación de un operador, I' es sucesor inmediato de I, siendo I generador de I'.

ACCION es el resultado de aplicar el operador  $O_i$  a una expresión; así, un operador define una clase de acciones, pues puede aplicarse a más de una expresión.

El conjunto de todos los estados que son alcanzables por aplicación de operadores desde el Estado Inicial, constituye el ESPACIO DE ESTADOS o ESPACIO DE BUSQUEDA.

Un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen un fenómeno o problema correspondiente a una situación real se denomina *Modelo Matemático*; así, la estructura de la Matemática permite construir modelos matemáticos diseñados para una mejor comprensión, simulación y predicción del fenómeno que se estudia; en tal instancia, el concepto de *Modelo* es fundamental para reflejar la estructura y la expresión del conocimiento.

Una secuencia de operadores:  $O_1, O_2, \dots, O_n$  indica la solución de un problema si el resultado de su aplicación al Estado Inicial I cumple la Condición C:

SI  $C(O_n(\dots(O_1(I))))$  ENTONCES:  $O_1, O_2, \dots, O_n$  Es SOLUCION de: (I, O, C)

Si puede probarse la inexistencia de tal secuencia de operadores, se habrá concluido que el problema no tiene solución; si la secuencia es vacía, el problema ya ha sido resuelto anteriormente. Para que la solución no genere expresiones redundantes, se exige que su aplicación no produzca ciclos; así, sólo se consideran secuencias finitas de operadores. En consecuencia, a partir de la solución, puede obtenerse el Estado Final.

En general, en un problema podrá exigirse UNA SOLUCION, TODAS LAS SOLUCIONES o bien, LA SOLUCION OPTIMA.

La solución es Semi-Optima cuando el criterio de aceptación permite un error respecto al óptimo; pero, si los límites de tal error están bien demarcados, la solución se denomina Cuasi-Optima. Si la exigencia es más flexible, en términos de estar cerca de la solución teniendo una probabilidad o posibilidad suficientemente alta, se tiene una solución Optima-Aproximada.

Tanto los juegos como los rompecabezas se traducen en ejemplos representativos de problemas que requieren de esta definición, principalmente por contener riqueza y al mismo tiempo simplicidad, a pesar que una gran cantidad tiene características de intratabilidad (TA-TE-TI, TSP, entre otros).

Conociendo los problemas,  $P_1$  y  $P_2$ , se pueden obtener cinco relaciones fundamentales:

- (1) El Problema  $P_1$  no está relacionado con el Problema  $P_2$ , o bien,  $P_1$  y  $P_2$  no tienen elementos comunes ( $P_1 \neq P_2$ ).
- (2) El Problema  $P_1$  es equivalente al Problema  $P_2$ , entonces  $P_1$  y  $P_2$  tienen los mismos elementos;  $P_1$  y  $P_2$  son isomorfos ( $P_1 \equiv P_2$ ).
- (3) El Problema  $P_1$  es similar al Problema  $P_2$ ; así,  $P_1$  y  $P_2$  tienen los mismos elementos, por tanto,  $P_1$  y  $P_2$  son análogos. Cuando los Problemas  $P_1$  y  $P_2$  son similares, puede ocurrir que:
  - a) Tengan aproximadamente la misma dificultad
  - b)  $P_1$  puede ser más simple que  $P_2$
  - c)  $P_1$  puede ser más complejo que  $P_2$
- (4) El Problema  $P_1$  es un caso especial del Problema  $P_2$ ; entonces  $P_1$  está incluido en  $P_2$ .
- (5) El Problema  $P_1$  es una generalización del Problema  $P_2$ ; en consecuencia, el Problema  $P_1$  incluye al Problema  $P_2$ .

### REPRESENTACIÓN DE PROBLEMAS

La representación de un problema se puede ver como una estructura de datos que contiene una descripción del problema y un sistema de acceso a la información que está en tal estructura; esta función de acceso o intérprete, en términos computacionales, tiene un costo asociado que permite esbozar:

$$\text{REPRESENTACIÓN} = \text{DATOS} + \text{INTÉRPRETE}$$

La representación concierne a la relación que se establece entre las diferentes maneras de formular un problema y la eficiencia con la cual puede hallarse una solución al mismo. Frecuentemente, un cierto Espacio de Estados se puede reducir sustancialmente empleando representaciones alternativas cuya función consiste en restringir la información que puede ser representada por descubrimiento de la eliminación de ciertas reglas y/o por la combinación de algunas de ellas, a fin de lograr otras más fuertes.

En consecuencia, un problema se puede representar de formas diferentes, destacando consideraciones muy relevantes, a saber:

- 1) **Claridad**: Facilita la Especificación de los componentes del problema, como también su interpretación en el contexto adecuado. Además, la representación debe ser declarativa, expresando directamente las relaciones, situaciones y hechos del problema original.
- 2) **Exactitud**: Se exige que la representación sea adecuada a la realidad.
- 3) **Complejidad**: El modelo debe representar todos los aspectos que intervienen en la resolución del problema.
- 4) **Eficiencia**: La representación debe emplearse en forma eficiente.
- 5) **Concisión**: Las características más relevantes deben anular a las menos trascendentes.
- 6) **Utilidad**: Permite evaluar si la metodología del modelo constituye un camino adecuado para resolver el problema.

La representación del conocimiento constituye el núcleo de los sistemas de resolución de problemas.

Brian SMITH consideró la siguiente "Hipótesis de la Representación del Conocimiento":

"Un Sistema Inteligente utiliza estructuras que:

- a) Pueden ser interpretadas como proposiciones que representan el conocimiento propio del sistema;
- b) Influyen en el comportamiento del sistema.

y con tal configuración, el sistema está basado en conocimiento".

Un requisito importante consiste en establecer que las Estructuras usadas deben indicar expresiones de algún lenguaje que tenga una Teoría de Prueba; esto evidencia que debe permitir comprobar la veracidad de las proposiciones utilizadas. Un segundo requisito está dado por la Influencia de la Estructura en el Comportamiento del Sistema.

La Representación de Conocimiento en Inteligencia Artificial constituye una combinación de Estructuras de Datos y Procesos interpretativos que, empleados correctamente en un Programa, conducen a un comportamiento inteligente; por tanto, la Representación de Conocimiento está relacionada con la Descripción de los hechos correspondientes a algún estado del mundo.

Los Sistemas deben representar el conocimiento explícitamente y en forma declarativa, en algún lenguaje formal.

Un Sistema Basado en Conocimiento (KBS) recibe tal nombre por cuanto su arquitectura contiene Bases de Conocimiento Explícitas como Codificaciones Directas del conocimiento del Sistema o bien, Hipótesis acerca de la Representación del Conocimiento; además, tal Representación está estrechamente vinculada con el Razonamiento.

## **SINOPSIS DE DEFINICIÓN FORMAL DE UN PROBLEMA**

La descripción formal de un problema queda sintetizada mediante las consideraciones:

- 1) Definir un ESPACIO DE ESTADOS con la totalidad de las posibles configuraciones de los objetos relevantes y también, de algunos que no lo son tanto.
- 2) Especificar uno o más estados que describan ESTADOS INICIALES, identificando la información estática y dinámica.
- 3) Especificar la condición de SOLUCION que debe satisfacer el ESTADO OBJETIVO.
- 4) Especificar un conjunto de reglas encargadas de describir las acciones disponibles, considerando:
  - a) Que las asunciones deben estar presentes en la descripción informal del problema.
  - b) El grado de generalidad con que se especificarán las reglas.
  - c) Qué porción del trabajo requerido para resolver el problema se debe precomputar y representar en las reglas.
  - d) Si las reglas representan inferencias lógicas o bien, son de tipo heurístico.

Las representaciones alternativas de un problema pueden llevar a Espacios de Búsqueda más reducidos. El hecho de hallar cambios deseables en la representación depende de la experiencia acumulada en intentos previos de resolución en una representación dada.

En problemas complejos puede resultar necesario establecer un sistema jerárquico de resolución, que emplee a su vez, sistemas de resolución para evaluar, por caso las acciones o condiciones de las reglas.

El PROCESO DE BUSQUEDA se constituye en un mecanismo general que puede ser utilizado cuando se desconocen métodos más directos.

El proceso de RESOLUCION de un PROBLEMA es isomorfo al proceso de BUSQUEDA en un GRAFO, donde cada nodo constituye la representación de un estado del problema y cada arista corresponde a la aplicación del operador entre los estados representados por los nodos que conecta.

Un SISTEMA DE PRODUCCION consiste en:

- Un Conjunto de Reglas compuestas por la parte izquierda que determina la aplicabilidad de la regla, y por la parte derecha, que describe la operación que se realiza si se aplica la regla.
- Una Base de Conocimiento (BC) que describe el conocimiento del dominio específico y una Base de Datos (BD) que contiene información temporal estructurada conforme a la descripción particular del dominio específico.

- Una Estrategia de Control que se encarga de especificar el orden en el cual las reglas se comparan con la Base de Datos y de resolver los conflictos generados en el momento de estar en condiciones de aplicar varias reglas al mismo tiempo.
- Un Motor de Inferencia que permite ejecutar (aplicar) las reglas.

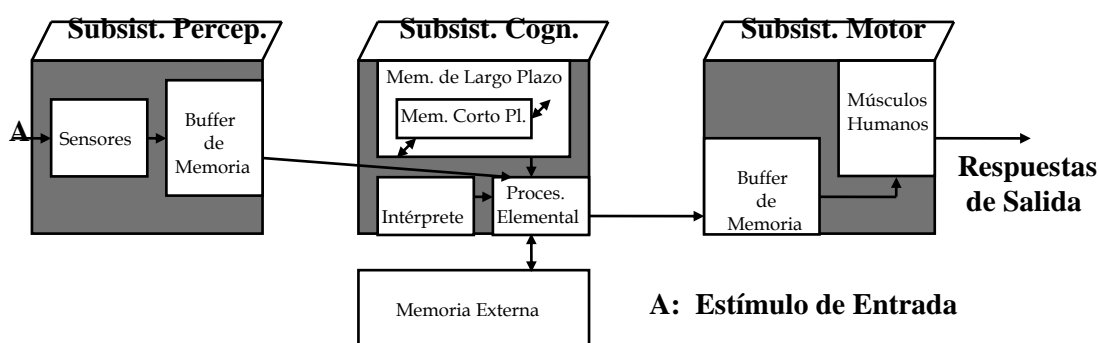
Tomando en consideración que en la RESOLUCION de un PROBLEMA es necesario efectuar una reducción tal que sea factible dar una definición precisa, es posible definir un Espacio de Estados del Problema y un conjunto de operadores en dicho espacio; por ende, el problema se reduce a buscar UN CAMINO en el espacio que permita unir el Estado Inicial con un Estado Objetivo; tal proceso se puede modelar como un SISTEMA DE PRODUCCION. El objetivo esencial está centrado en elegir una ESTRATEGIA DE CONTROL apropiada tendiente a lograr la eficiencia del Proceso de Búsqueda.

Las ESTRATEGIAS DE CONTROL requieren el cumplimiento de las condiciones:

- (1) Deben causar algún CAMBIO, dado que si no ocasionan cambios de estado no podrán jamás alcanzar la Solución.
- (2) Deben ser SISTEMATICAS, con el fin de permitir establecer una correspondencia, sea con una necesidad de Cambio Global ( en el curso de varios pasos) como con una necesidad de Cambio Local (en el curso de un simple paso).

### UNA APROXIMACIÓN A LA RESOLUCIÓN HUMANA DE PROBLEMAS

Allen NEWELL y Herbert SIMON (1973) propusieron un Modelo Humano de Resolución de Problemas que hace uso de la analogía entre el procesamiento de una computadora y el procesamiento de información humano. Este Modelo puede ayudar a comprender cómo trabaja la Inteligencia Artificial y cuáles son sus limitaciones. El sistema humano de procesamiento de información consiste de los siguientes subsistemas: un subsistema perceptual, un subsistema cognitivo, un subsistema motor y la memoria externa, que se describe seguidamente:



El Subsistema Perceptual consiste de sensores con buffers de memoria que almacenan el ingreso de la información mientras espera el procesamiento de información a través del subsistema cognitivo.

**El Subsistema Cognitivo** es el encargado de seleccionar la información apropiada, tal que el Procesador Elemental obtiene la información necesaria para tomar la decisión desde los buffers sensores y transferirla a la Memoria de Corto Plazo. El procesador trabaja en ciclos, tal que durante cada ciclo, el procesador obtiene información desde una memoria, la evalúa y luego, la almacena en otra memoria. El Subsistema Cognitivo contiene tres partes: el procesador elemental, la memoria de corto plazo y el intérprete, el cual interpreta parte de todos los programas de instrucciones para la resolución de problemas. Estos programas dependen de un número de variables y de la inteligencia del resolutor. En problemas complejos se involucra más información, operando el procesamiento elaborado, en tales situaciones el procesador cognitivo opera con una segunda memoria: la memoria de largo plazo.

Los seres humanos pueden soportar el proceso de toma de decisión con otra memoria: la externa.

La memoria de largo plazo, esencialmente, tiene capacidad limitada; en tanto que la memoria de corto plazo es de pequeño porte.

Puede concluirse que conforme a este modelo, los humanos pueden realizar solamente un procesamiento de información por vez, en cambio una máquina puede efectuar tanto procesamiento serial como paralelo.

El **Subsistema Motor** se encarga de inicializar las acciones musculares y de otros sistemas humanos internos; de esto, resultan actividades observables, por caso, el habla.

En términos generales, los juegos representan situaciones de naturaleza no numérica, tal que su comportamiento es tan impredecible como para expresar que representan problemas no determinísticos y no algorítmicos. Puede afirmarse que la teoría esencial de tales problemas presenta rasgos isomórficos con la Matemática en términos de teoría de la demostración; así, puede esbozarse un esquema de similitudes:

<i>LÓGICA</i>	<i>JUEGOS</i>
.Premisas Iniciales .Reglas Inferenciales .Teoremas  .Búsqueda de Pruebas	.Posición Inicial de Piezas .Reglas del Juego .Ordenación subsiguiente de Piezas .Sucesión de jugadas permitidas

En los juegos, desde una situación inicialmente simple, y con reglas bien definidas, rápidamente puede lograrse gran complejidad, sin determinismo; desconociendo qué algoritmo avalará una solución. Tales reglas presentan características que las tornan absolutamente adecuadas en el marco de la Resolución de Problemas, pues son: **Permisivas** y **No Imperativas** (indican posibles jugadas, pero no ordenan la próxima jugada); **Completas** (ante cualquier propuesta de acción en el juego, basta para decidir si la acción es válida o no) y **Consistentes** (pues no hay subconjunto de reglas que determine que una acción particular es válida, si hay otro subconjunto de reglas que determine que una acción no es válida).