1.- Evaluar las siguientes integrales:

a) $\int_0^2\int_0^1 (2x^2-3y)dxdy =$

b) $\int_1^2\int_y^2 (x-y)dxdy =$

c) $\int_1^2 dy\int_3^4 \frac{1}{x^2.y^2}dx =$

d) $\int_1^2\int_x^{x^2} (2x-y)dydx =$

e) $\int_0^1\int_0^1 \frac{y^2}{1+x^2}dxdy =$

f) $\int_0^{2x}\int_{a.sen\varphi}^{a} r.drd\varphi =$

g) $\int_1^2\int_{1/y}^2 \left(\frac{y}{x}\right)^2 dxdy =$

h) $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2}\,dydx =$

2.- Dada genéricamente $\iint_D f(x,y)dxdy$, establecer los límites de la integral en el dominio D:

a) D es un rectángulo cuyos vértices son *A(0,0); B(3,0); C(3;4); D(0,4)*
b) D es un paralelogramos cuyos vértices son *A(2,2); B(6,4); C(4,6); D(0,4)*
c) D es un triángulo cuyos vértices son *A(2,1); B(4,1); C(4,4)*
d) Está limitado por la hipérbola $y^2 - x^2 = 1$ y por la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$
e) D el anillo circular limitado por las circunferencias de centro en el origen de coordenadas y radio $r_1 = 2; r_2 = 3$

3.- Resolver las siguientes integrales en cuyos dominios de integración se indican:

a) $\iint_D x.\ln(y)dA$; donde D es el rectángulo $0\leq x \leq 4;\ 1 \leq y \leq e$

b) $\iint_D (x-y)dA$; donde D está limitada por $y = 2 - x^2;\ y = 2x - 1$

c) $\iint_D \cos(y).e^{x+sen(y)}dA$; siendo D el rectángulo $0 \leq x \leq \pi;\ 0 \leq y \leq \pi/2$

d) $\iint_D (x^2+y^2)dA$; tal que D está limitado por $y = x;\ x = 0;\ y = 1;\ y = 2$

e) $\iint_D (x+y)^4.(x-y)^3 dA$; D es el cuadrado limitado por

$x + y = 2;\ x - y = 2;\ x + y = 4;\ x - y = -1$

4.- Resolver las siguientes integrales haciendo, si fuera necesario, un adecuado cambio de variables:

a) $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}dA$; siendo D del círculo $x^2 + y^2 \leq r^2$ en el primer cuadrante

b) $\iint_D \ln(x^2+y^2)dA$; donde D es la corona limitada por las circunferencias con centro en el origen de coordenadas y radios $e^2;\ e^4$.

c) $\iint_D (x+y)^3.(x-y)^2 dA$; sabiendo que D es el cuadrado limitado por:

$x + y = 1;\ x - y = 1;\ x + y = 3;\ x - y = 3.$

d) $\iint_D \frac{sen(\sqrt{x^2+y^2})}{x^2+y^2}dA$; si D está limitada por $x^2 + y^2 = \pi^2/9;\ x^2 + y^2 = \pi^2$

e) $\iint_D \frac{1}{1+x^2+y^2}dA$; tal que D está limitada por el eje OX y por $y = \sqrt{1-x^2}$

5.- Calcular el área de cada una de las siguientes figuras:

a) Limitada por: $x = 4y - y^2; x + y = 6$
b) Limitada por: $x = y^2 - 2y; x + y = 0$
c) Limitada por: $y = 2 - x; y^2 = 4x - 4$
d) Limitada por: $3y^2 = 25x; 5x^2 = 9y$
e) Limitada por: $y^2 = 4x - x^2; y^2 = 2x$

6.- Calcular el área de la parte de la esfera: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, comprendida dentro del cilindro: $x^2 + y^2 = ry$

7.- Calcular el área de la parte del cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ que entra en el cilindro: $x^2 + y^2 = 2x$

8.- Determinar el área de la parte de la superficie del paraboloide: $x + y^2 + z^2 = 1$ que resulta de cortarlo con el cilindro: $y^2 + z^2 = 1$

9.- Determinar el volumen de cada uno de los sólidos a continuación descriptos:

a) El sólido bajo la gráfica de $x + y + z = 9$; y sobre la región limitada por:
$2x - 3y = 0; y = 0; x = 3.$
b) El sólido bajo la gráfica $z^2 - y = 0$; y sobre la región limitado por
$x^2 + 9y = 9; y = 0.$
c) El sólido limitado por las gráficas que resultan de:
a. $x^2 + y^2 - z = 0; x^2 + y^2 - 4 = 0$
d) El sólido del primer octante limitado *por* $z = x; z = x^2; x^2 + y^2 = 1$
e) El sólido limitado superiormente por $z + x^2 + 4y^2 = 1$;
a. e inferiormente por $x^2 + 4y^2 = 4z + 1$

10.- Evaluar las siguientes integrales en el dominio de integración T que se indica en cada caso:

a) $\iiint_T z\,dV$ donde T está definido por: $0 \le x \le ½$; $x \le y \le 2x$; $0 \le z \le \sqrt{1 - x^2 - y^2}$
b) $\iiint_T xyz\,dV$ siendo T la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, limitada por los planos
1. $x = 0; y = 0; z = 0$
c) $\iiint_T (x^2 + y^2 + z^2)\,dV$ donde T es el paralelepípedo rectangular definido por:
1. $0 \le x \le a$; $0 \le y \le b$; $0 \le z \le c$

11.- Calcular el volumen del cuerpo limitado por $kz = x^2 + y^2$; $z = k$

12.- Calcular el volumen del cuerpo limitado por $z = \sqrt{x^2 + y^2}; z = x^2 + y^2$

13.- Calcular la superficie limitada por:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 2; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0; z \ge 0$$

14.- Determinar el volumen del cuerpo limitado por los planos coordenados y $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$

FIJACIÓN:

1.- Halla el valor de cada integral:

a) $\int_{0}^{1}\int_{x^2+1}^{2}(1+y)dA$;

b) $\int_{o}^{h}\int_{0}^{\sqrt{h^2-x^2}}(x^2+y^2)dA$

2.- Dada la siguiente integral: $\int_{0}^{4}\int_{0}^{\sqrt{16-y^2}}(x+y+2)dA$ determina la región en R^3 cuyo volumen se integra. Indica la figura que es región *R*, resultante de la proyección de R^3 sobre el plano *XY*

3.- Calcula $\iint_D xdA$ donde *D* es el recinto limitado por las gráficas de:

$$D = \left\{(x,y)/\tfrac{1}{2}x \le y \le x^2; 1 \le x \le 2\right\}$$

Verifica el resultado obtenido integrando en orden inverso.

4.- Calcula el jacobiano de transformación necesario para la resolución de alguna integral:

$$T = \left\{((u,v),(x,y))/x = u^2 - 2v; y = u+v, (u,v) \in D; (x,y) \in R\right\}$$

5.- Para la transformación *T* del ejercicio anterior, ¿qué restricción se debe dar a la región D para que la transformación *T**(de *R* sobre *D*) inversa de *T*, exista?

6.- Determina el jacobiano de transformación de:

$$T^3 = \left\{((u,v,w)(x,y,z))/x = e^{au}; y = e^{bv}; z = e^{cw}; (u,v,w) \in D^3; (x,y,z) \in R^3\right\}; a>0; b>0; c>0$$

7.- ¿Es el jacobiano de transformación del ejercicio anterior idénticamente nulo?
Respecto del ejercicio anterior, ¿hay alguna región *D* donde NO exista la transformación inversa (de *R* sobre *D*) de *T*?

8.- Hallar el área limitada por las gráficas: $y^2 - x = 0$; $y + 2 = x$.