



Centro Regional  
Chivilcoy

**Unidad 1 - Funciones de n Variables – Límites y Continuidad**  
**PRÁCTICA**

1.- Dada la función:  $F_{(x)} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$  hallar:

- a)  $F(2x, 2y)$
- b)  $F(1, y/x)$
- c)  $F(-x, -y)$
- d)  $F(1/x, 1/y)$
- e)  $1/(F(x, y))$
- f)  $F(x/2, y/2)$
- g) Determinar si existe alguna identidad.
- h) Verificar si se cumple alguna simetría.

2.- Dada la función:  $F_{(x)} = \frac{xy}{x+y}$  idem al punto anterior

3.- Hallar los dominios de las siguientes funciones:

- a)  $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$
- b)  $v = 1 + \sqrt{-(x-y)^2}$
- c)  $z = \ln(x+y)$
- d)  $z = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2}$
- e)  $w = \sqrt{y} + \sqrt{x} + \sqrt{z}$
- f)  $v = \ln(xy)$
- g)  $w = \sqrt{1-x^2-y^2-z^2}$
- h)  $v = \arcsin(x+y)$
- i)  $v = \frac{1}{\ln(-x^2-y^2-z^2)}$
- j)  $w = \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$

- k)  $v = \frac{xy}{x^2-y^2}$
- l)  $w = \frac{x^2-y^2}{xy}$
- m)  $v = \sqrt{x+y+z}$
- n)  $t = \ln(2z^2 - 6x^2 - 3y^2 - 6)$
- o)  $z = \frac{1}{\sqrt{y-\sqrt{x}}}$
- p)  $z = \frac{1}{(y-1)} + \frac{1}{x}$

4.- Hallar los valores que toma la función:  $F(x, y) = 1-y+x$  en los puntos de la parábola  $y = x^2$ .  
Construir la gráfica de la nueva función.

5.- Determinar  $f(x)$  si

$$f\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y} \cos(xy) > 0$$

6.- Determinar  $f(x, y)$  sabiendo que:

$$f_{(x+y, x-y)} = xy + y^2$$

7. - Dada  $v = x f\left(\frac{y}{x}\right)$  determinar las funciones  $f$ ,  $v$ , si  $v = \sqrt{1+y^2}$  cuando  $x = 1$



Centro Regional  
Chivilcoy

**Unidad 1 - Funciones de n Variables – Límites y Continuidad**  
**PRÁCTICA**

8.- Se denomina **Curva de Nivel** de una función  $z=f(x,y)$  a la curva sobre el plano  $xy$ , dada por:  $f(x,y)=K$ , en cuyos puntos la función conserva un valor constante  $z=K$ .

Por lo tanto, determinar las curvas de nivel de las siguientes funciones:

a)  $z=2x+y$

f)  $z=y-ax$

b)  $z=\frac{y}{x}$

g)  $z=1-|x|-|y|$

c)  $z=\ln(x^2+y)$

h)  $z=\frac{\sqrt{x}}{y}$

d)  $z=x^2+y^2$

e)  $z=\arcsen(xy)$

9.- Se denomina **Superficie de Nivel** de una función  $v=f(x,y,z)$  a la superficie generada por  $f(x,y,z)=K$  en cuyos puntos la función conserva un valor constante  $v=K$ .

Por lo tanto, determinar las superficies de nivel de las siguientes funciones:

a)  $v=3x+y+2z$

c)  $v=x^2+y^2+z^2$

b)  $v=z^2+y^2-x^2$

d)  $v=y^2-x^2-z^2$

10.- Evaluar los siguientes límites:

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2+y^2) \operatorname{sen} \frac{1}{xy}$

e)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (\infty, \infty)} \frac{x+y}{x^2+y^2}$

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y}{y+x}$

f)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2-y^2}{1+x^2+y^2}$

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\operatorname{sen}(xy)}{y}$

g)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1+x-y}{x^2+y^2}$

d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

11.- Analizar la continuidad de las siguientes funciones:

a)  $z=\frac{x}{x-y}$

e)  $z=\frac{1+xy}{(x-y)^2}$

b)  $z=\ln(x^2+y^2)$

f)  $z=\begin{cases} \sqrt{1-x^2-y^2}; & x^2+y^2 \leq 1 \\ 0; & x^2+y^2 > 1 \end{cases}$

c)  $z=\ln(x^2+y^2-1)$

d)  $z=\frac{2xy}{x^2+y^2}$