



Departamento de Ciencias Básicas - División Matemática

Análisis Matemático II (11082)

Ejercicios de evaluaciones anteriores

1.- Resolver las siguientes ecuaciones

a) $y'' - y' - 2y = 0$

b) $y'' - y' - 2y = 4x^2$

2.- Dada la superficie $z = x^2 y^2 + \sin(xy) + 2x + 2y$, escribir una ecuación de la recta normal y del plano tangente en correspondencia al punto $(x, y) = (0, 1)$

3.- Calcular el volumen del sólido T definido por

$$4x^2 + 4y^2 \leq 36, \quad z^2 \leq x^2 + y^2, \quad z \geq 0.$$

4.- Sea el campo $F = (xy, x^2)$ y el triángulo T de vértices A=(0,0); B=(1,0) C=(1,1).

a) Calcular la integral de F sobre la frontera de T en el sentido ABCA.

b) Calcular $\iint_T x \, dx \, dy$

5.- Hallar la longitud de la curva $r = e^{4\theta}$, en el intervalo $1 \leq \theta \leq 2$

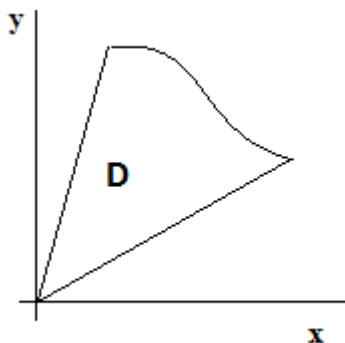
6.- Dada la función $z(x, y) = \log(4 - x^2 - y^2)$

a) Determinar y graficar el conjunto de definición

b) Estudiar las curvas de nivel.

7.- Hallar el máximo y el mínimo de la función $f(x, y) = x^2 - y^2 - 2x + \frac{1}{2}y$ en el dominio $x \geq 0, 0 \leq y \leq 1 - x$.

8.- Sea el sector plano D de la figura determinado por $r(\theta)$, con $\alpha \leq \theta \leq \beta$



Demostrar que el área de D puede calcularse con la integral

$$\frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} (r(\theta))^2 \, d\theta$$

9.- Dada la superficie $z = xy + e^{xy}$

a) Hallar el punto de intersección con la recta $X(t) = (t, 0, 3t - 5)$

b) Escribir la ecuación del plano tangente a la superficie en el punto $(2, 0, 1)$

10.- Hallar la ecuación cartesiana de la recta tangente a la espiral de ecuación polar $r = 2\theta$ en el punto $(x, y) = (0, \pi)$

11.- Calcular el área del dominio plano limitado por el arco de cicloide

$$C(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi \quad \text{y el eje } x.$$

12.- Calcular el máximo y el mínimo de la función $z = y(x - 1)(y - x)$ con las restricciones

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x$$

13.- Calcular $\oint_C (\sin(x^2) - y^3)dx + (x^3 + e^{\cos y})dy$ donde C es la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ recorrida en sentido antihorario.

14.- Calcular mediante una integral el volumen del sólido T definido por

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

15.- Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

a) $(2y - x)dx + x dy = 0$

b) $y'' - 9y = e^{-3x}$

16.- Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Es esencial justificar las respuestas.

a) La máxima velocidad de crecimiento de la función $f(x, y) = x^2 + y^2$ en el punto $(1, 1)$ es 2.

b) Dada la integral triple $\iiint_T f(x, y, z) dx dy dz$ si $f(x, y, z) = 1$, el resultado de la integral es positivo.

17.- Aplicando la transformada de Laplace, resolver la ecuación $y' + 2y = 0$ con $y(0) = 1$

18.- Resolver las siguientes ecuaciones

a) $y'' - y' - 2y = 0$

b) $y'' - y' - 2y = e^{2x}$

19.- Calcular el volumen del sólido T definido por

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, \quad z^2 \geq x^2 + y^2, \quad x \geq 0, \quad y \geq x, \quad z \geq 0.$$

20.- Calcular la integral del campo $F = (3y^2, x - y)$ desde el punto $(1, 2)$ al punto $(0, 0)$, a lo largo

de $y = 2x^2$.

21.- Dada la superficie $z = xy^2 + e^{xy}$, escribir la ecuación de la recta normal y del plano tangente en el punto correspondiente a $(x, y) = (1, -1)$

22.- Dada la función $z(x, y) = \sqrt{\frac{1}{xy}}$

a) Determinar y graficar el conjunto de definición

b) Estudiar las curvas de nivel.

23.- Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $y' - 2 = \frac{y}{x}$, $y(1) = -1$

b) $y' = 1 + y^2$, $x(1) = \frac{\pi}{2}$

24.- Calcular $\iiint_D 2z \, dx \, dy \, dz$, donde D está definido por $x^2 + y^2 \leq 1$, $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $z \geq 0$

25.- Hallar la ecuación vectorial de la recta tangente y la ecuación cartesiana del plano normal a la curva

$C(t) = (t, 3t^2, t^3)$ en el punto $(1, 3, 1)$

26.- Calcular el área del dominio encerrado por la curva de ecuación polar $r = \sqrt{1 - \cos \theta}$

27.- Calcular $\oint_C x^2 y \, dx + y^4 \, dy$ sobre la circunferencia de centro en el origen y radio 1 recorrida en sentido antihorario.

28.- Calcular el volumen del sólido generado por la rotación alrededor del eje x del dominio limitado por

$x^2 \leq y \leq 2 - x$, $x \geq 0$

29.- Calcular los valores de las variables que minimizan la función $f(x, y) = 2x - 3y + 4$ con las restricciones

$0 \leq x \leq 2$, $x \leq y \leq 2$

30.- Sea $z(x, y) = x^3 + e^{xy}$, con $x = s + t^2$, $y = st$. Calcular $\frac{dz}{dt}$ para $t = 1$, $s = 0$.

31.- Calcular $\iiint_D 3\sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz$, donde D queda definido por $z \geq x^2 + y^2$, $1 \leq z \leq 2$.

32.- Calcular $\iint_D (x + 2y) \, dx \, dy$ en el dominio $D = \begin{cases} 0 \leq x \leq y \\ x + y \leq 2 \end{cases}$

33.- a) Resolver la ecuación diferencial $y' \sin x + y \cos x = 2x$, y hallar la integral particular que

verifica la condición inicial $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$