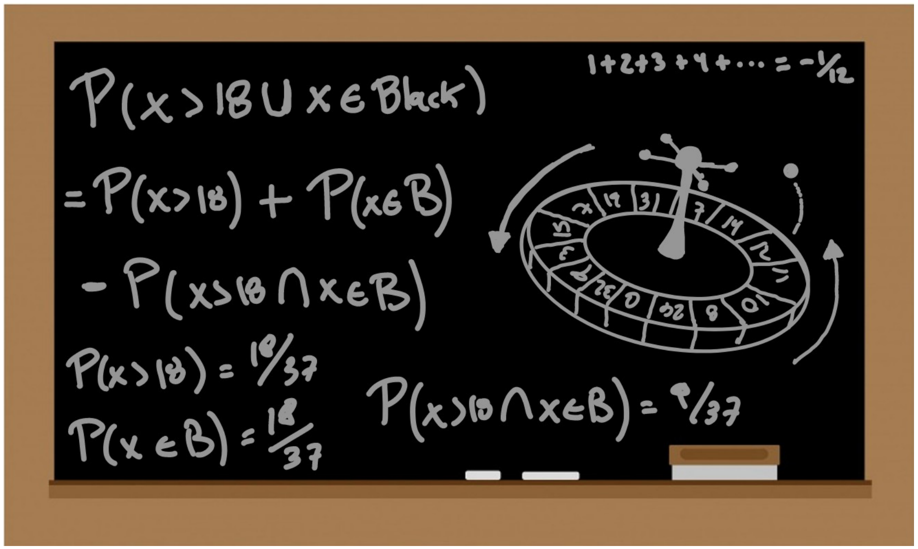
De la teoria



a la práctica

Pablo Giuliani

giulianp@frib.msu.edu

Michigan State University Founded 1855

BAND Bayesian Analysis of Nuclear Dynamics

PHYSICS WITHOUT FRONTIERS: VENEZUELA

Estructura

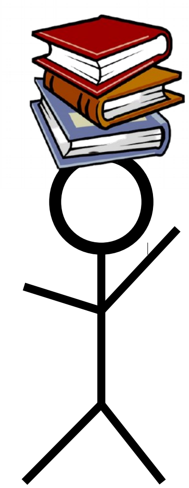
0) Y esto, ¿para qué sirve? 

1) Probabilidades: Representación gráfica 

2) Caso discreto: El problema de las empanadas 

3) Caso continuo: El problema de la policía 

4) Comentarios finales 



Estructura

0) Y esto, ¿para qué sirve? 

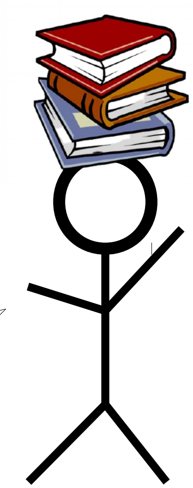
1) Probabilidades: Representación gráfica 

2) Caso discreto: El problema de las empanadas 

3) Caso continuo: El problema de la policía 

4) Comentarios finales 

Pregunten!



Estructura

0) Y esto, ¿para qué sirve?

1) Probabilidades: Representación

2) Caso discreto: El problema de las empanadas

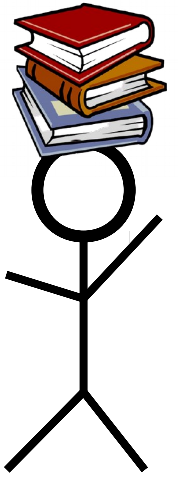
3) Ca… la de…

4) Comentarios finales

Mate

Una pregunta = 

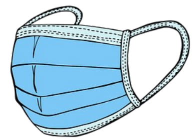
Pregunten!

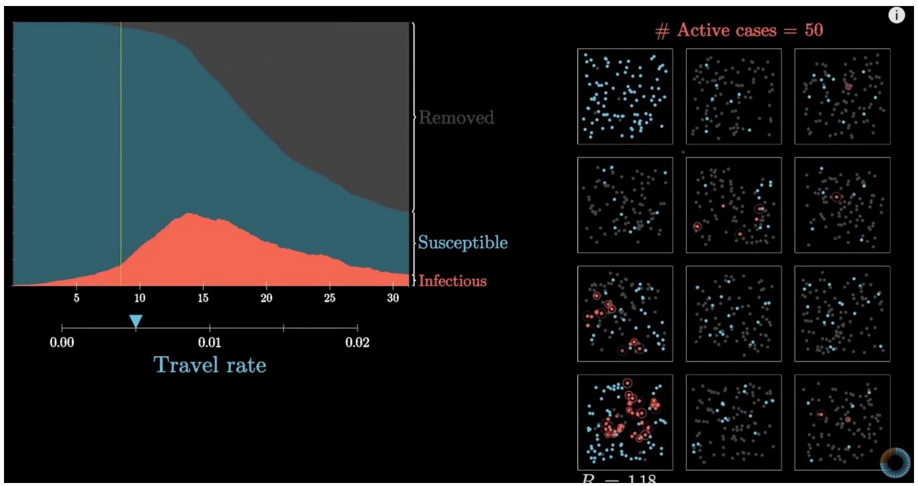


¿Para qué sirve?

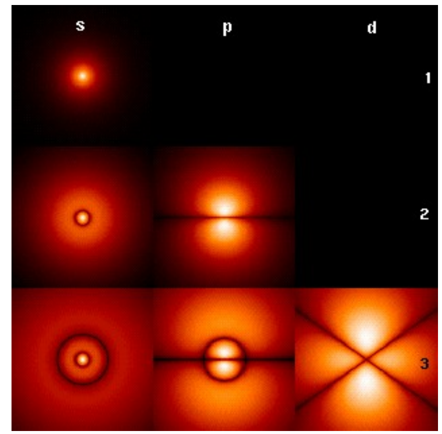
¿Para qué sirve?

Epidemiología





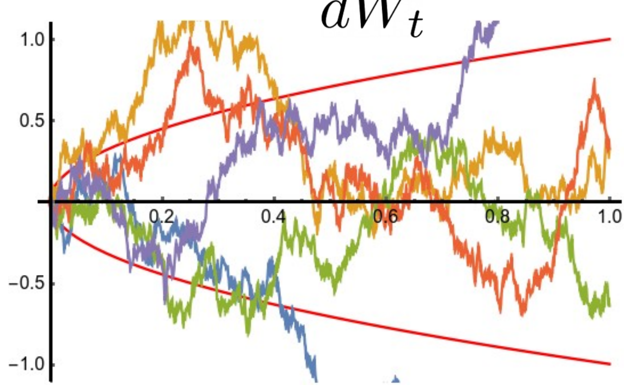
Mecánica Cuántica $|\psi\rangle$



Romper el hielo

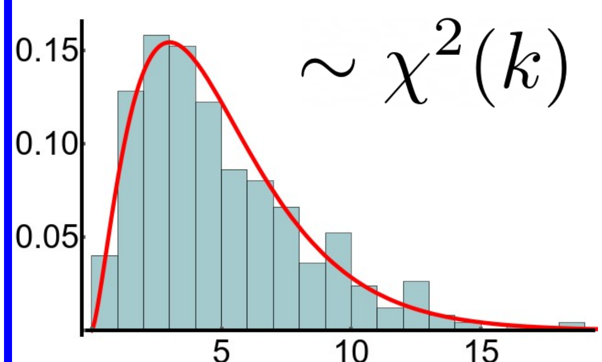
Dinámica estocástica

$$dW_t$$

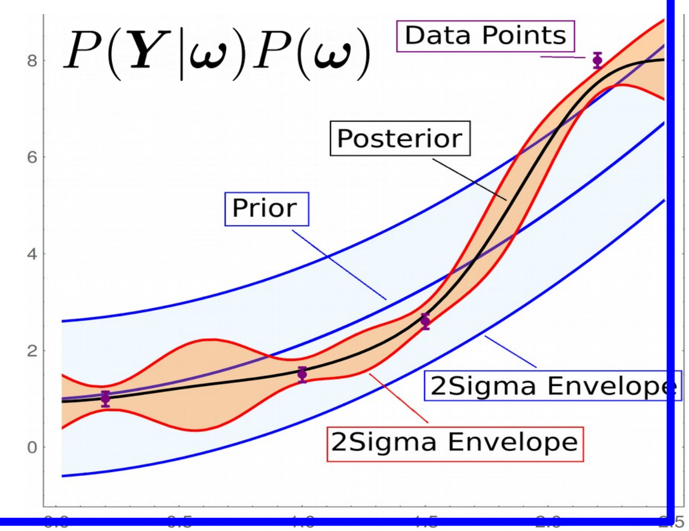


Inferencia

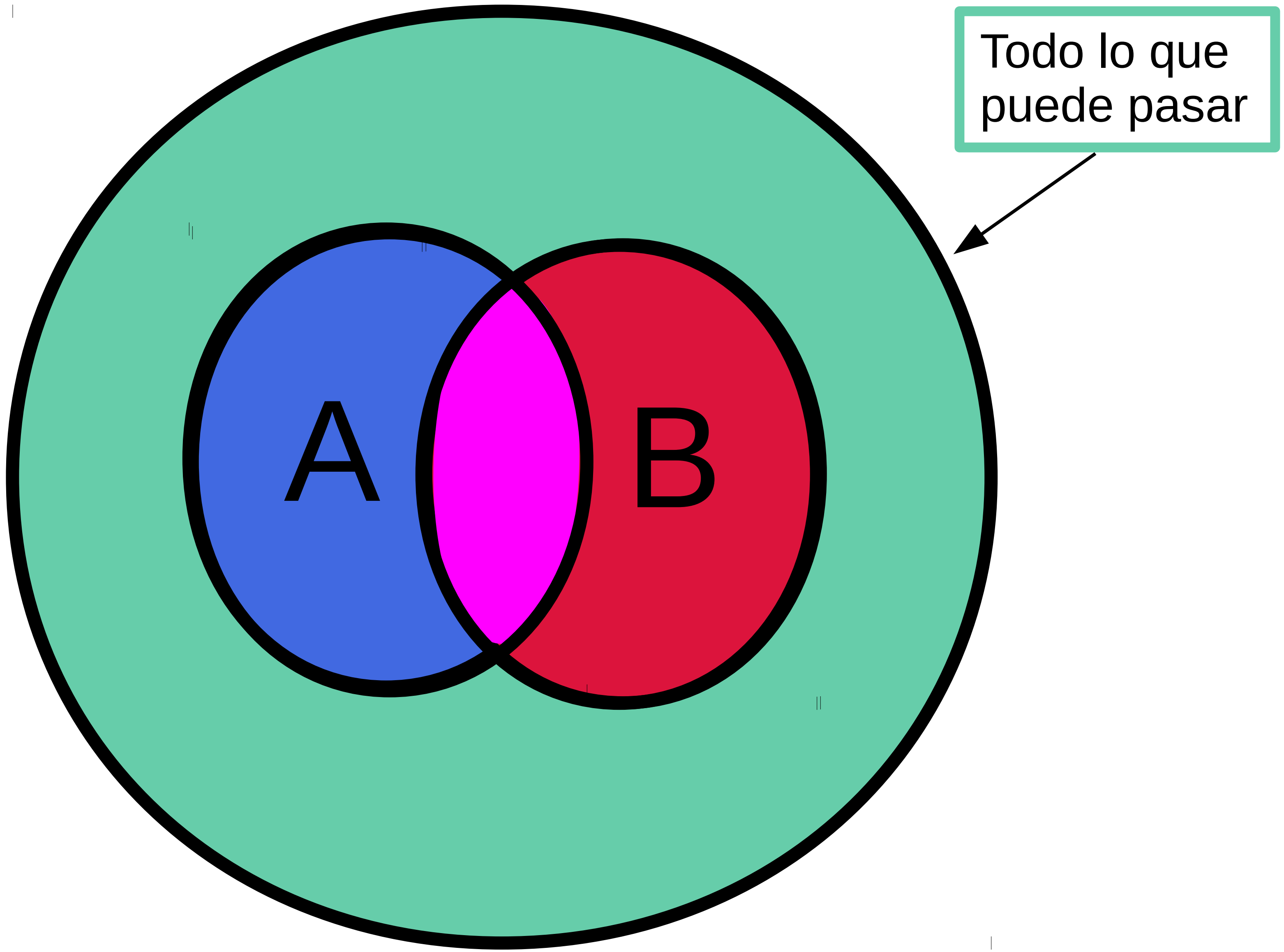
$$\sim \chi^2(k)$$



Estadística Bayesiana



Probabilidades: Representación gráfica



Probabilidades: Representación gráfica

Probabilidades: Representación gráfica

Todo lo que puede pasar

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Todo lo que puede pasar

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

Todo lo que puede pasar

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

1) ¿Probabilidad de vivir en el sur?

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

1) ¿Probabilidad de vivir en el sur?

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

1) ¿Probabilidad de vivir en el sur?

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

3) ¿Valor esperado del tamaño de la cachapa?

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

1) ¿Probabilidad de vivir en el sur?

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

1) ¿Probabilidad de vivir en el sur?

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

1) ¿Probabilidad de vivir en el sur?

$$\frac{\text{Total mapa sur}}{\text{Total mapa}}$$

Probabilidades: Representación gráfica

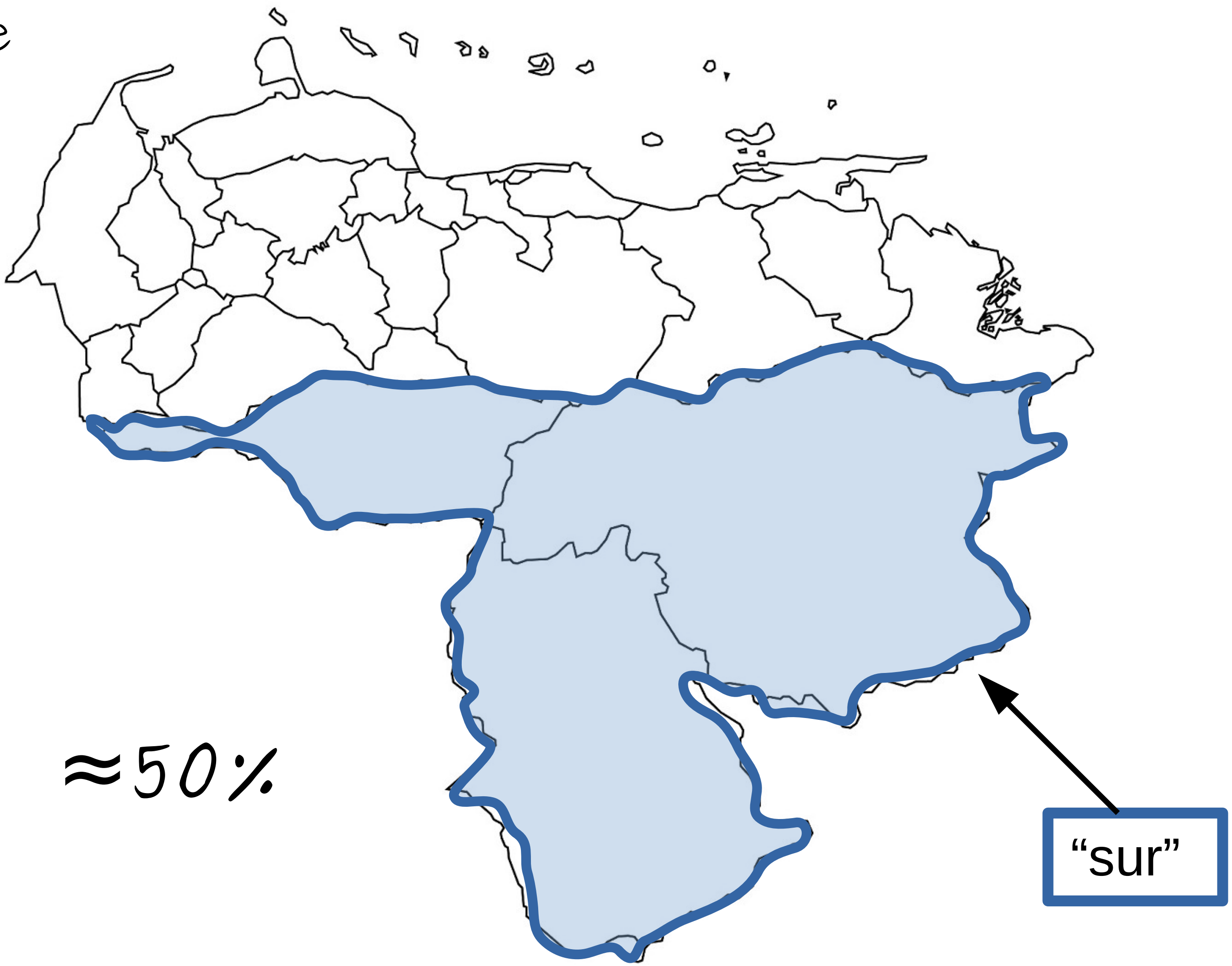
Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

1) ¿Probabilidad de vivir en el sur?

$$\frac{\text{Total mapa sur}}{\text{Total mapa}} \approx 50\%$$



Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

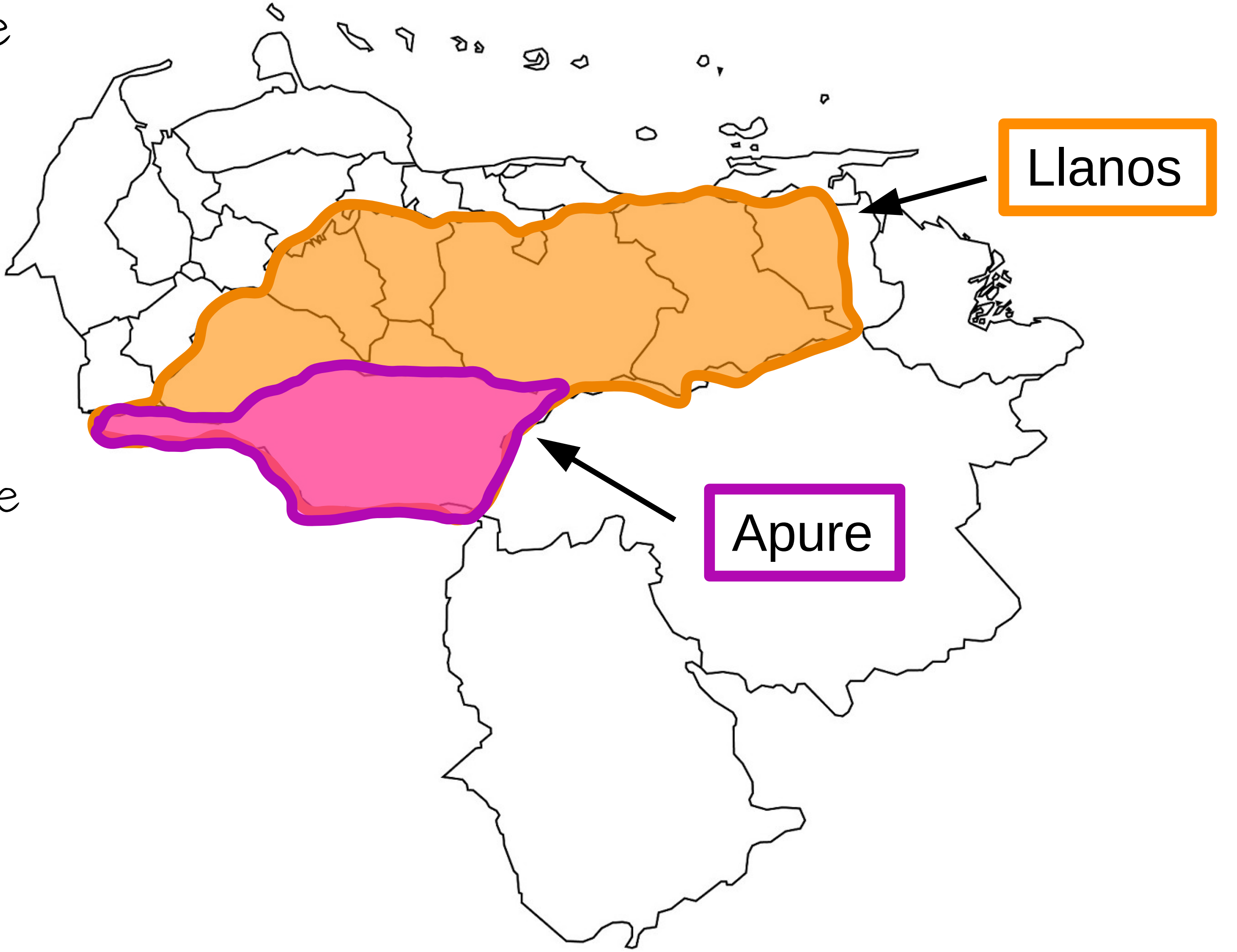
Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?



Probabilidades: Representación gráfica

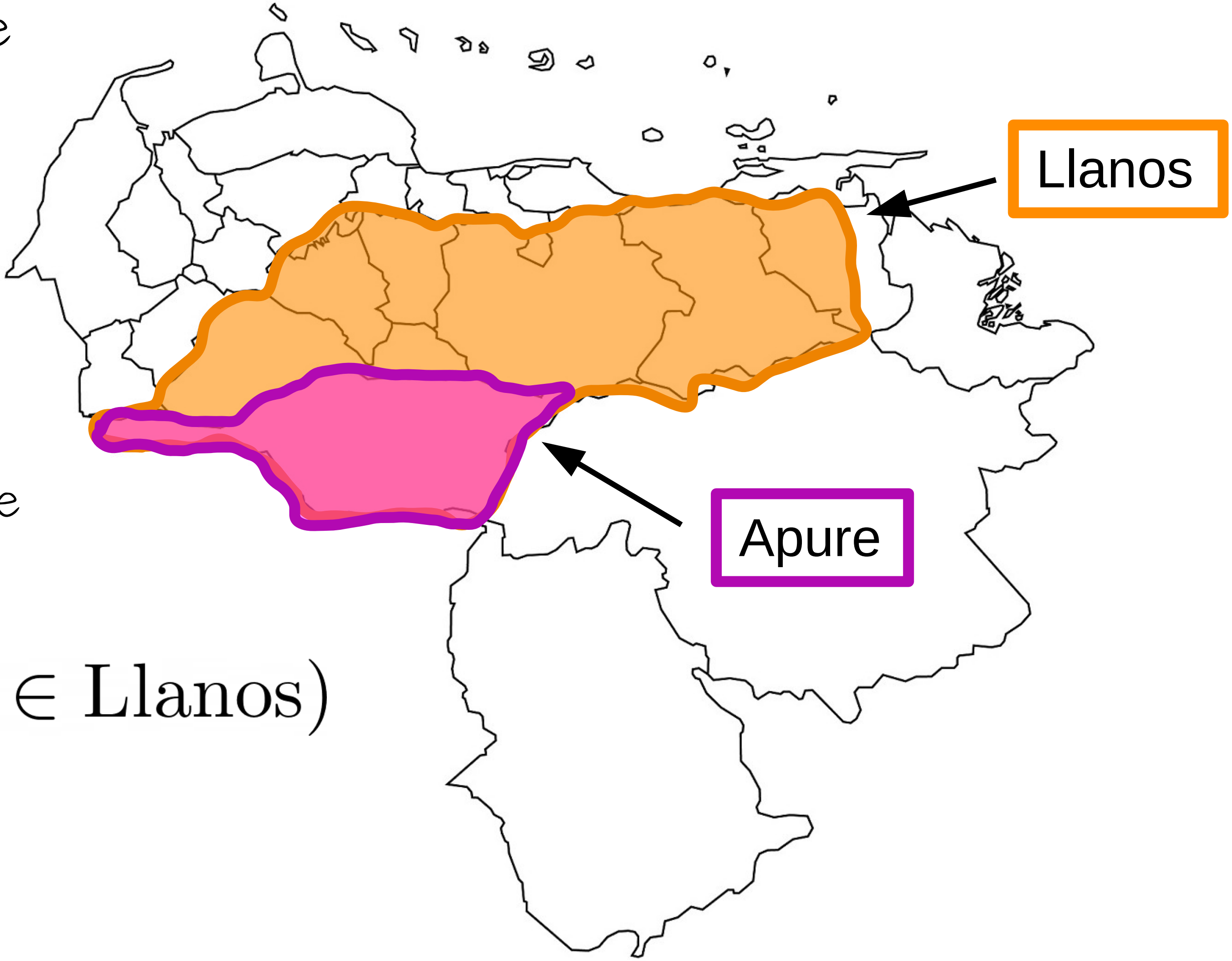
Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

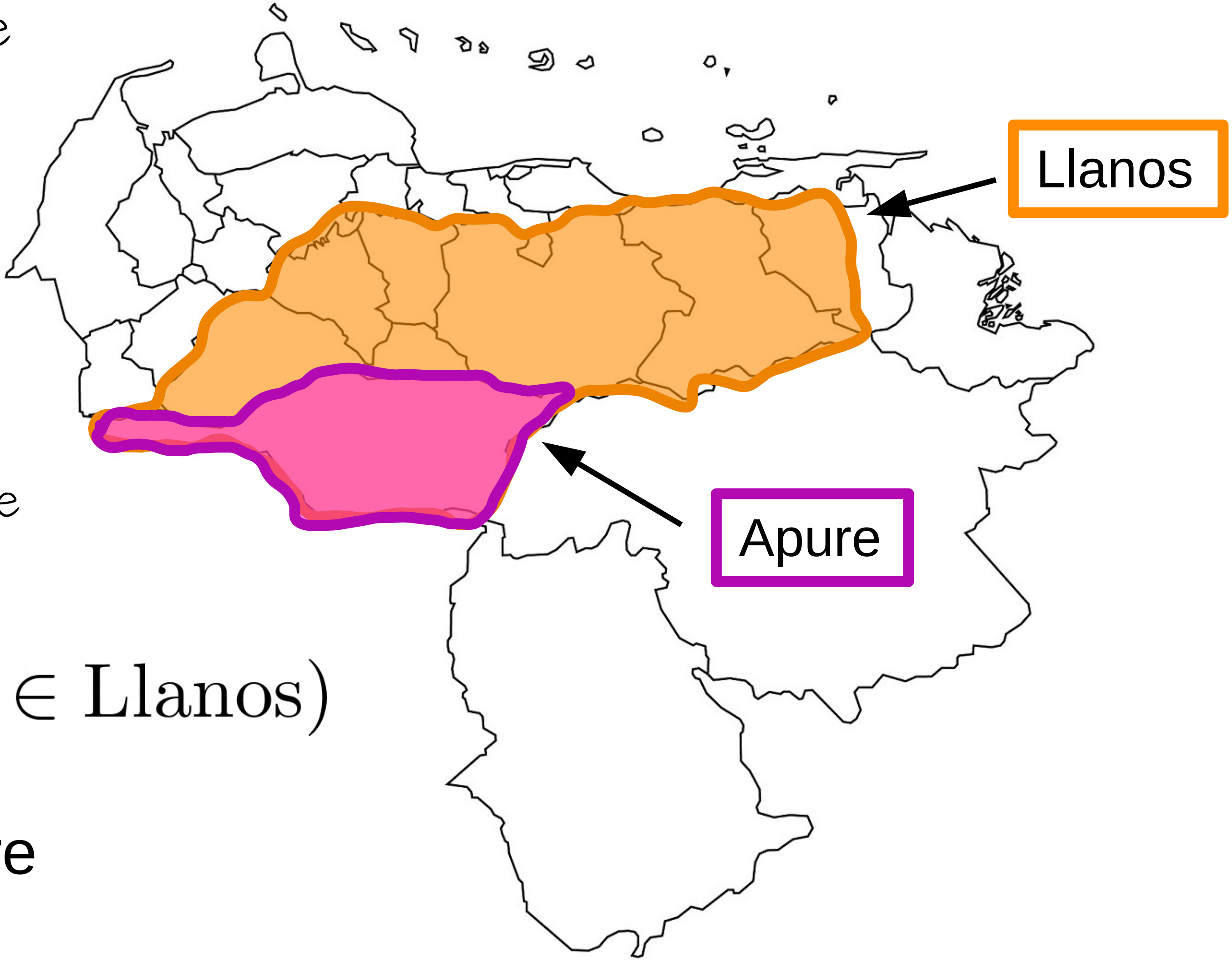
$$P(N \in \mathrm{Apure} | N \in \mathrm{Llanos})$$



Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

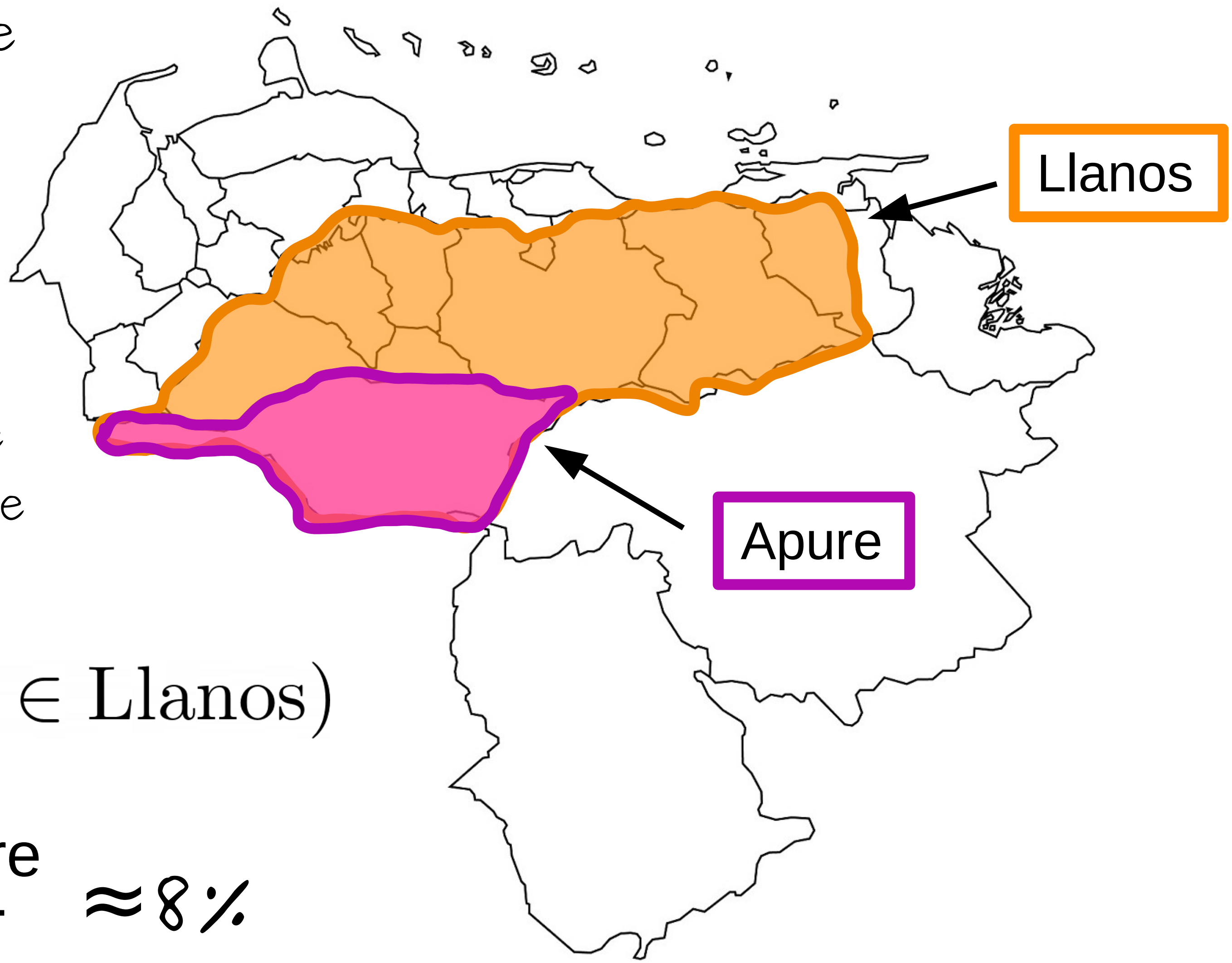
$$P(N \in \text{Apure} | N \in \text{Llanos})$$

$$= \frac{\text{Total mapa Apure}}{\text{Total mapa}}$$

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

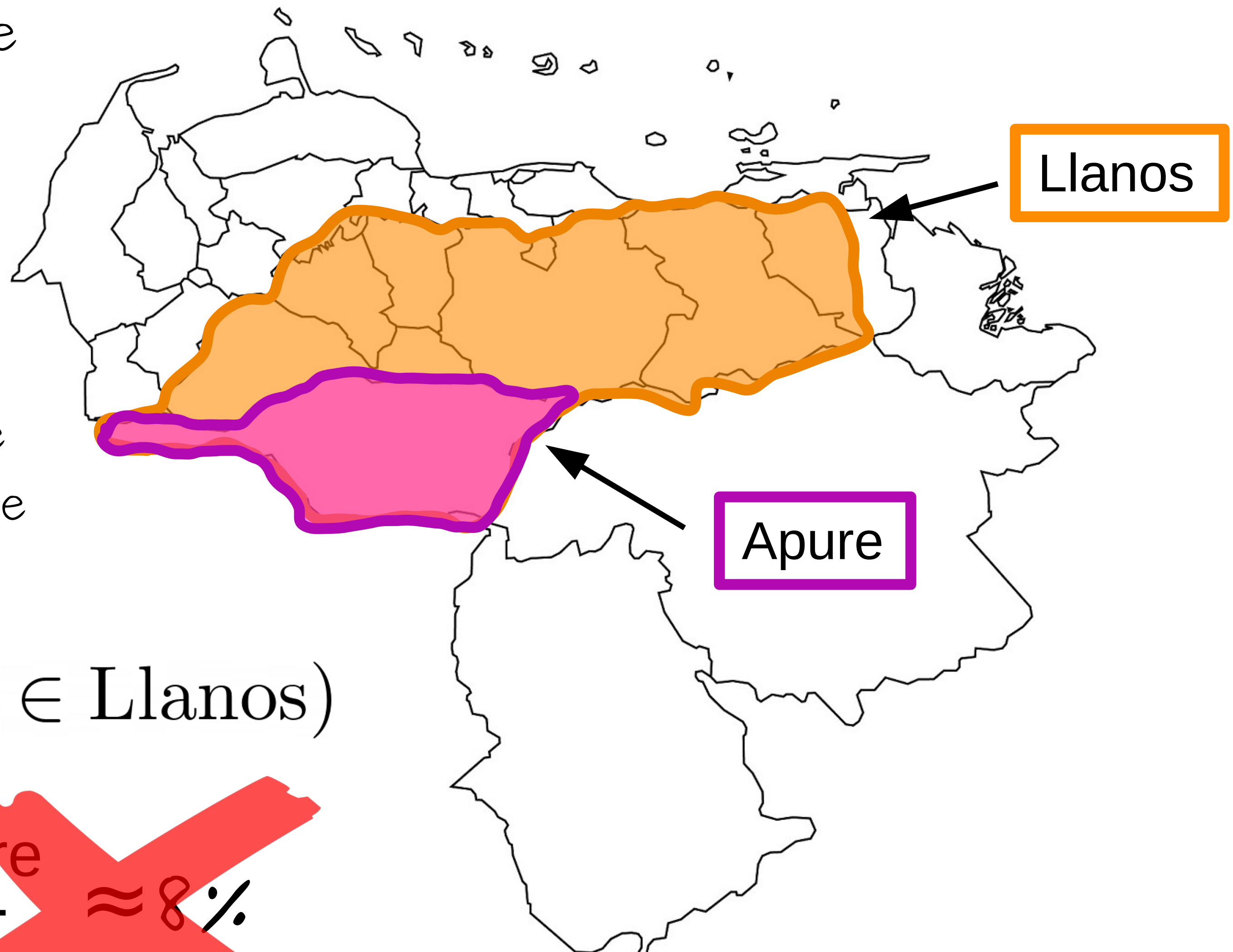
$$P(N \in \text{Apure} | N \in \text{Llanos})$$

$$= \frac{\text{Total mapa Apure}}{\text{Total mapa}} \approx 8\%$$

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

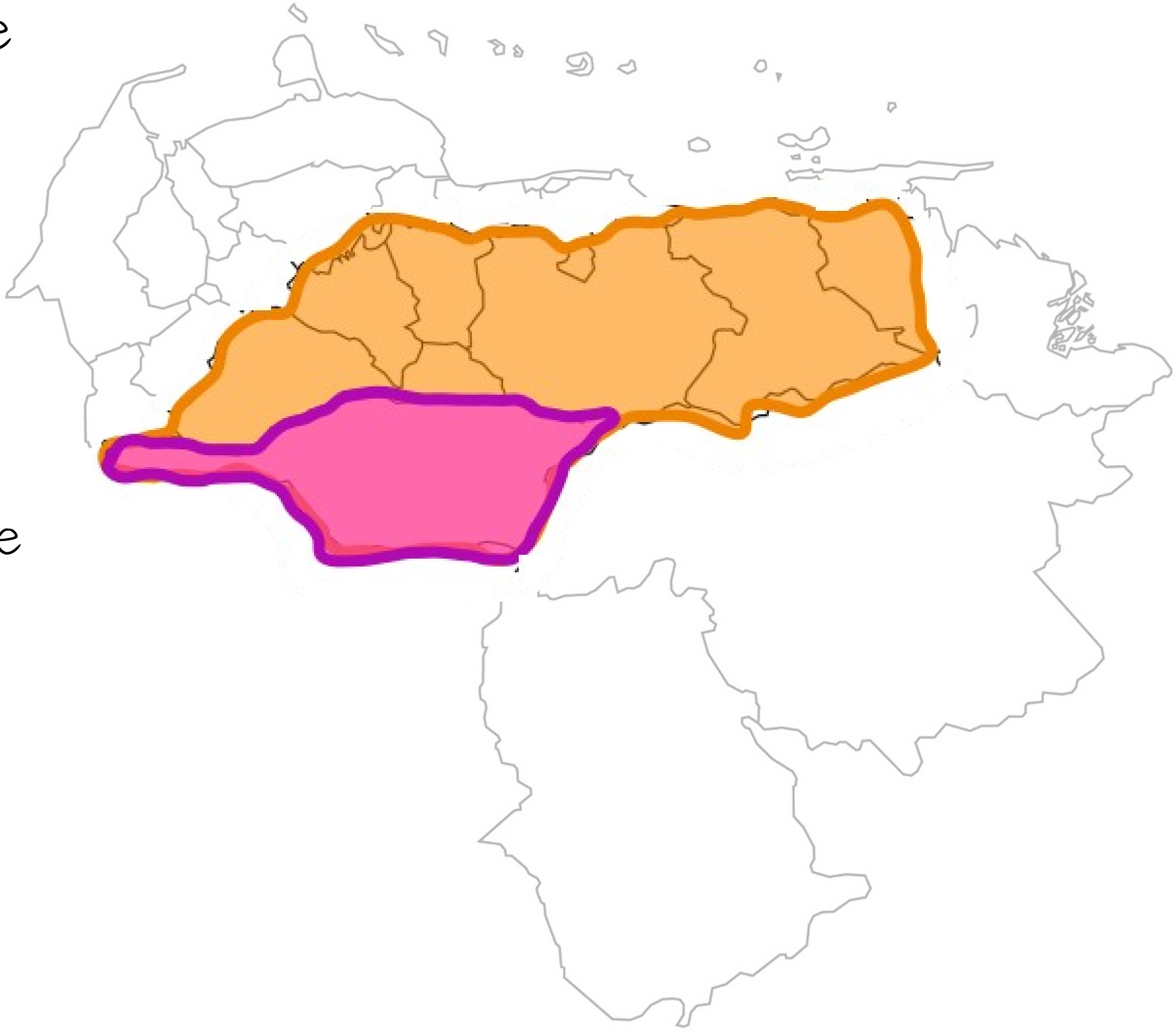
$$P(N \in \mathrm{Apure} | N \in \mathrm{Llanos})$$

$$= \frac{\text{Total mapa Apure}}{\text{Total mapa}} \approx 8\%$$

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



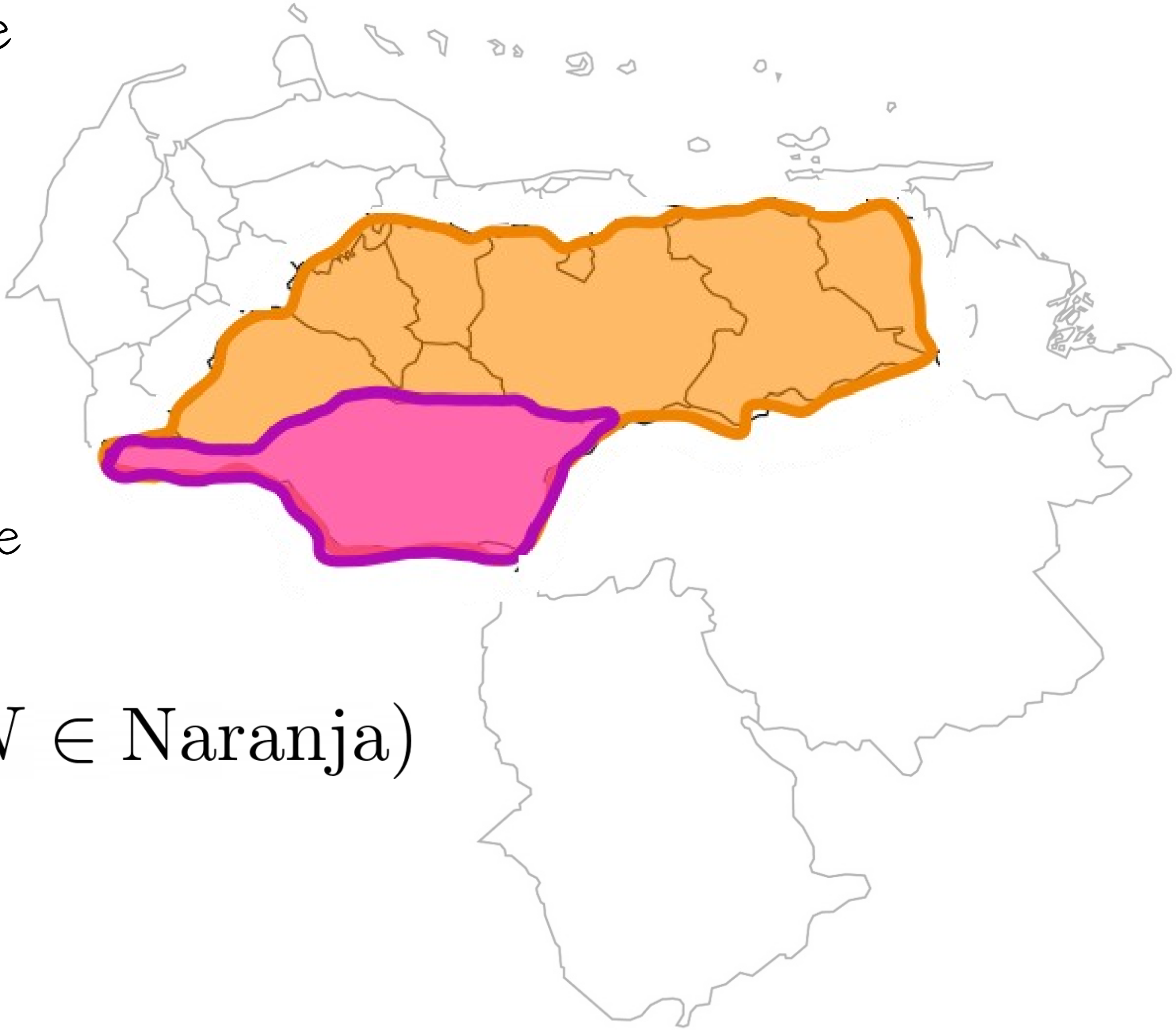
Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

$$P(N \in \text{Magenta} | N \in \text{Naranja})$$

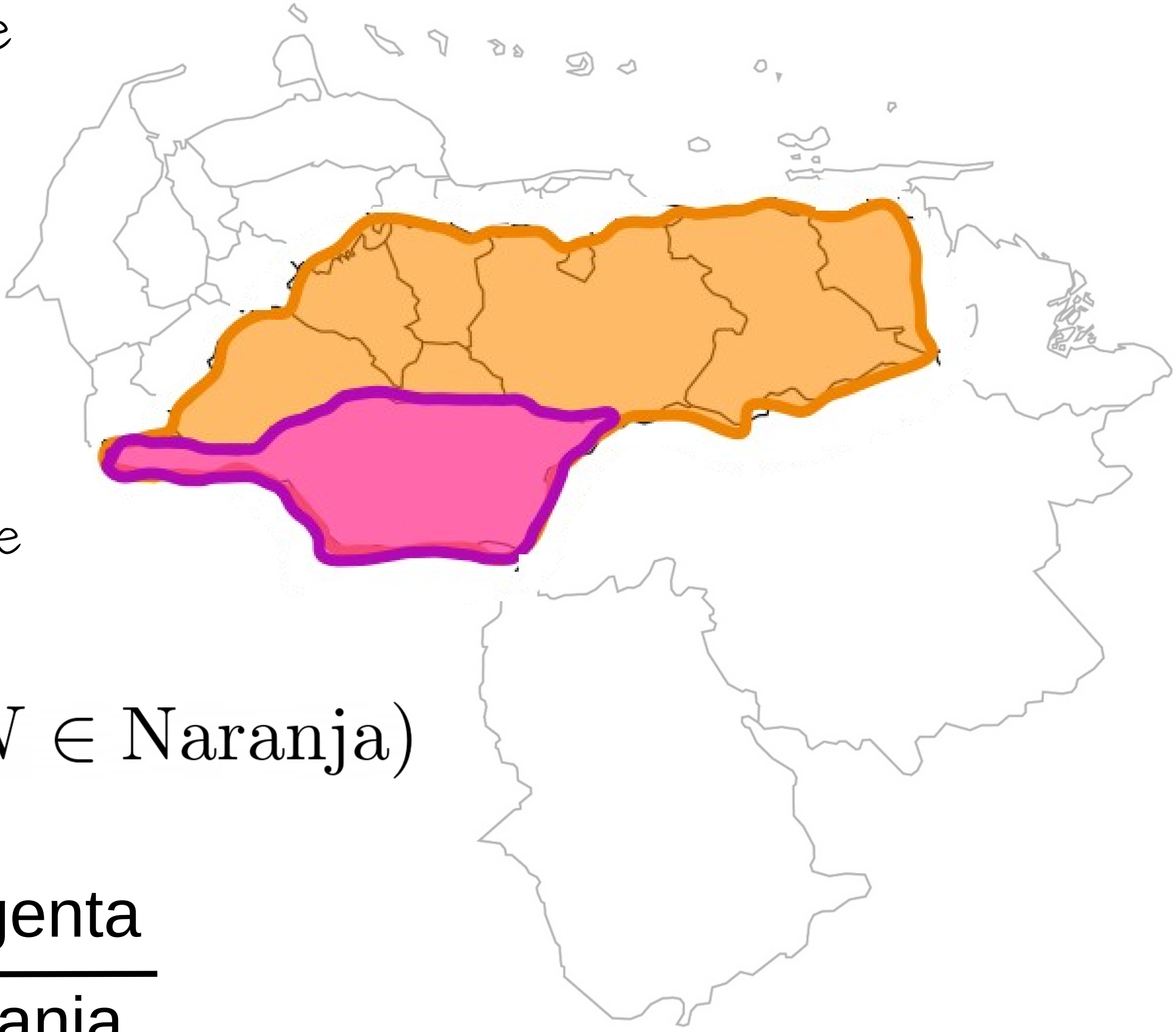
Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?



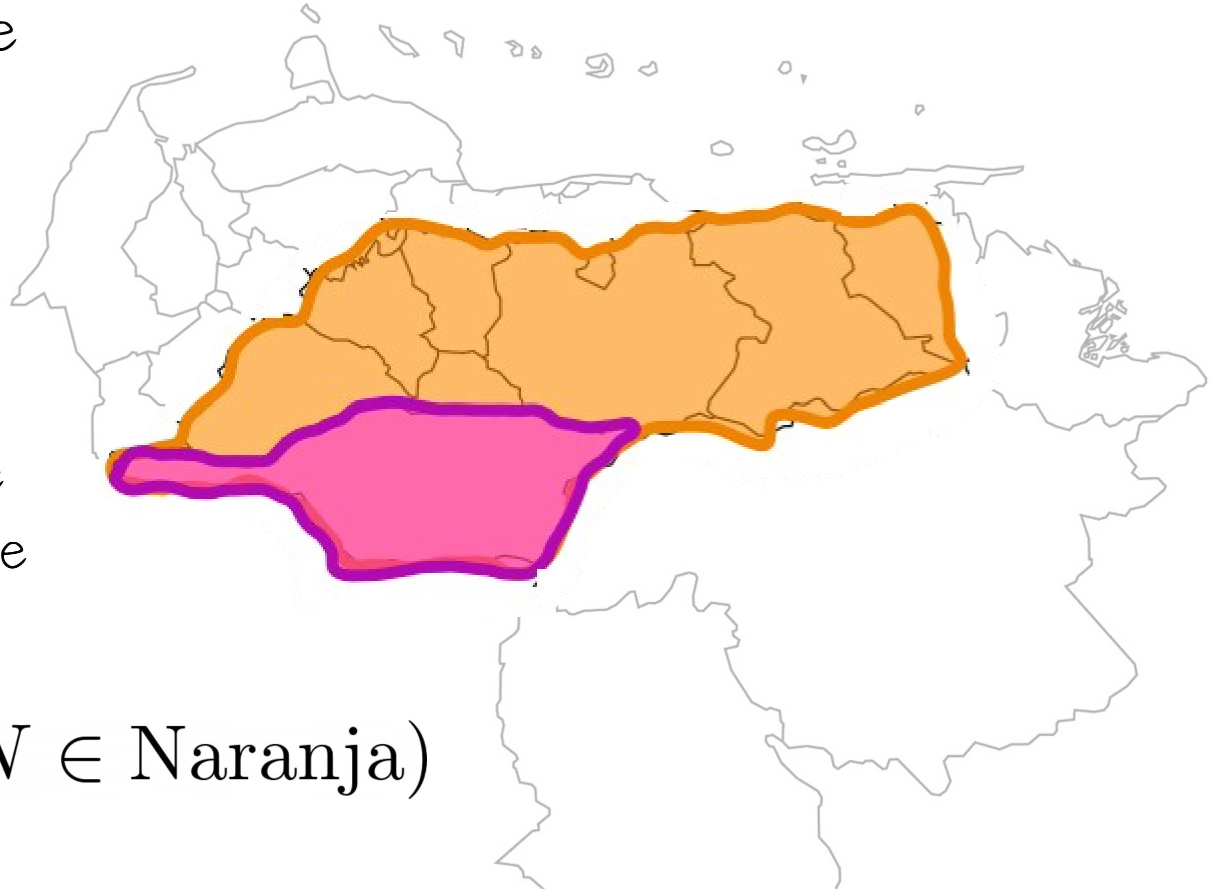
$$P(N \in \text{Magenta} | N \in \text{Naranja})$$

$$= \frac{\text{Total mapa magenta}}{\text{Total mapa naranja}}$$

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

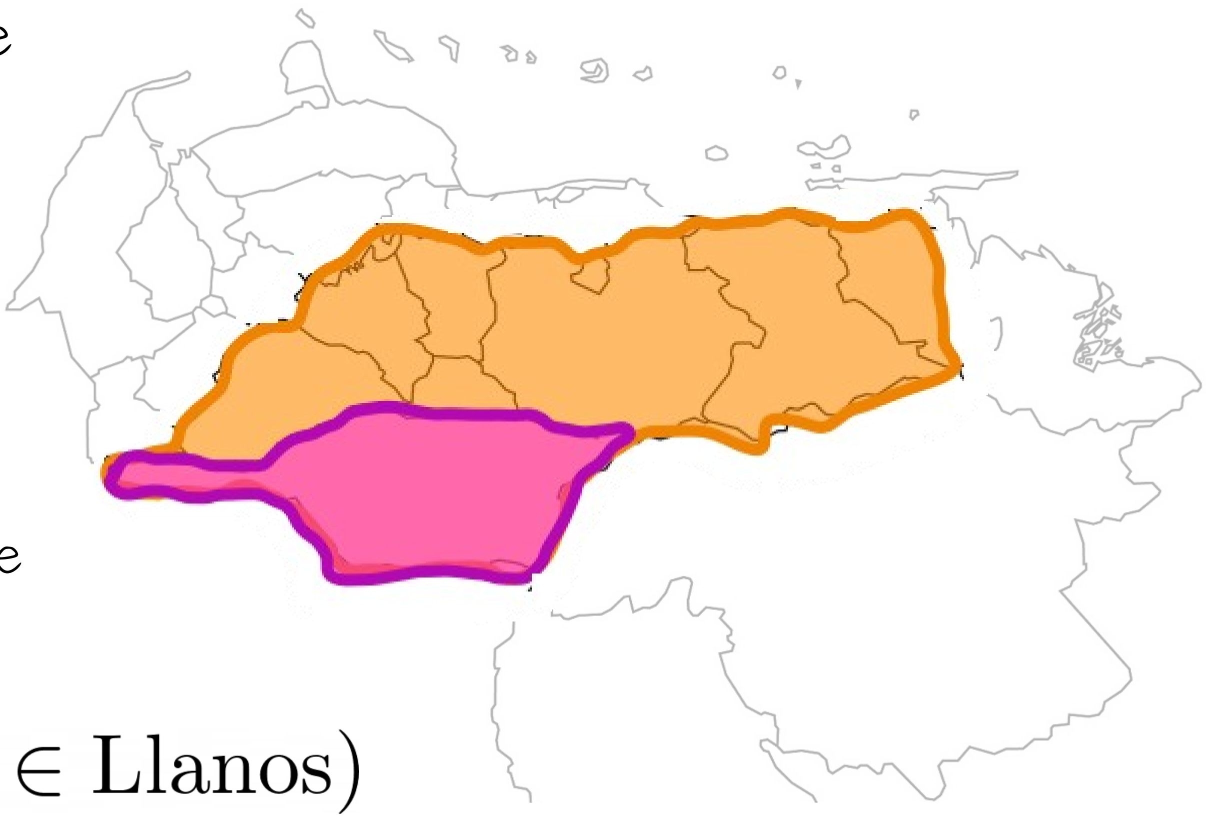
$$P(N \in \text{Magenta} | N \in \text{Naranja})$$

$$= \frac{\text{Total mapa magenta}}{\text{Total mapa naranja}} = \frac{\text{Total mapa Apure}}{\text{Total mapa Llanos}} \approx 30\%$$

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

$$P(N \in \text{Apure} | N \in \text{Llanos})$$

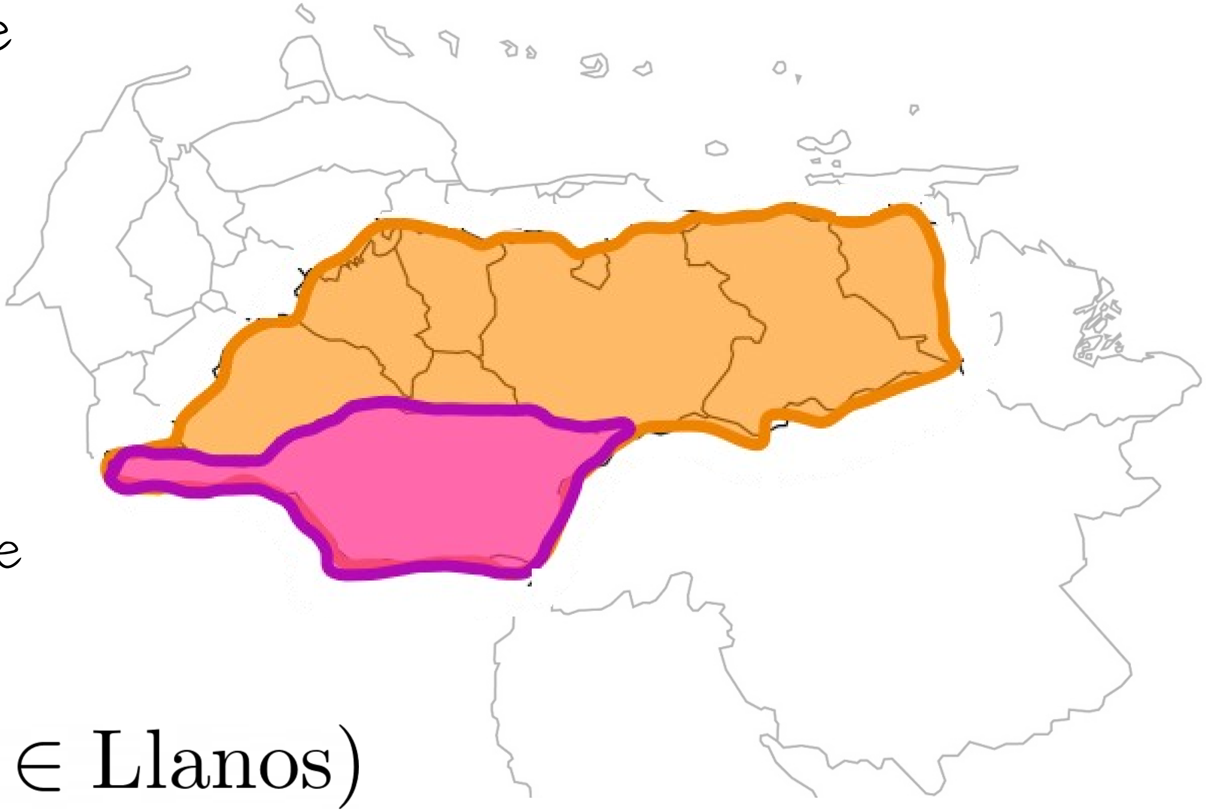
$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}} \quad = \quad \rule{6cm}{0.4pt}$$

Probabilidad condicional

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

$$P(N \in \text{Apure} | N \in \text{Llanos})$$

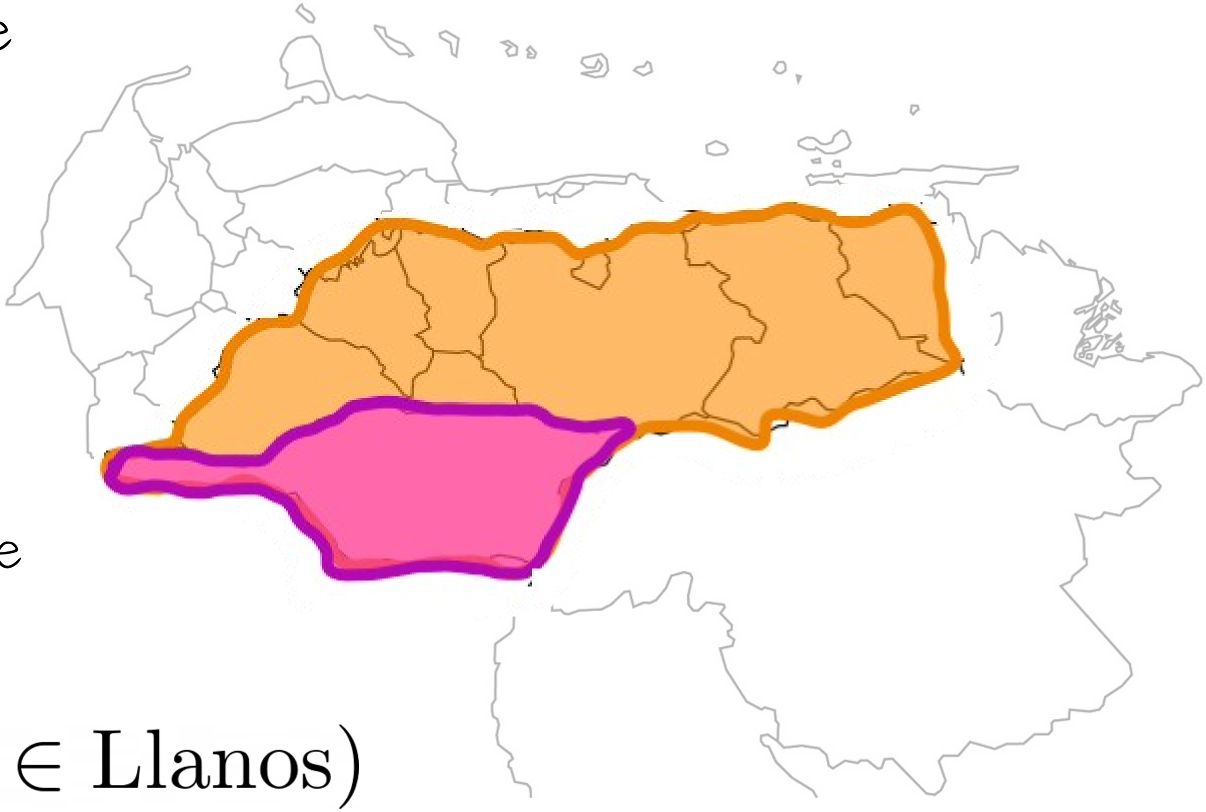
$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}} = \frac{\text{Total mapa Apure}}{\text{Total mapa}}$$

Probabilidad condicional

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

$$P(N \in \text{Apure} | N \in \text{Llanos})$$

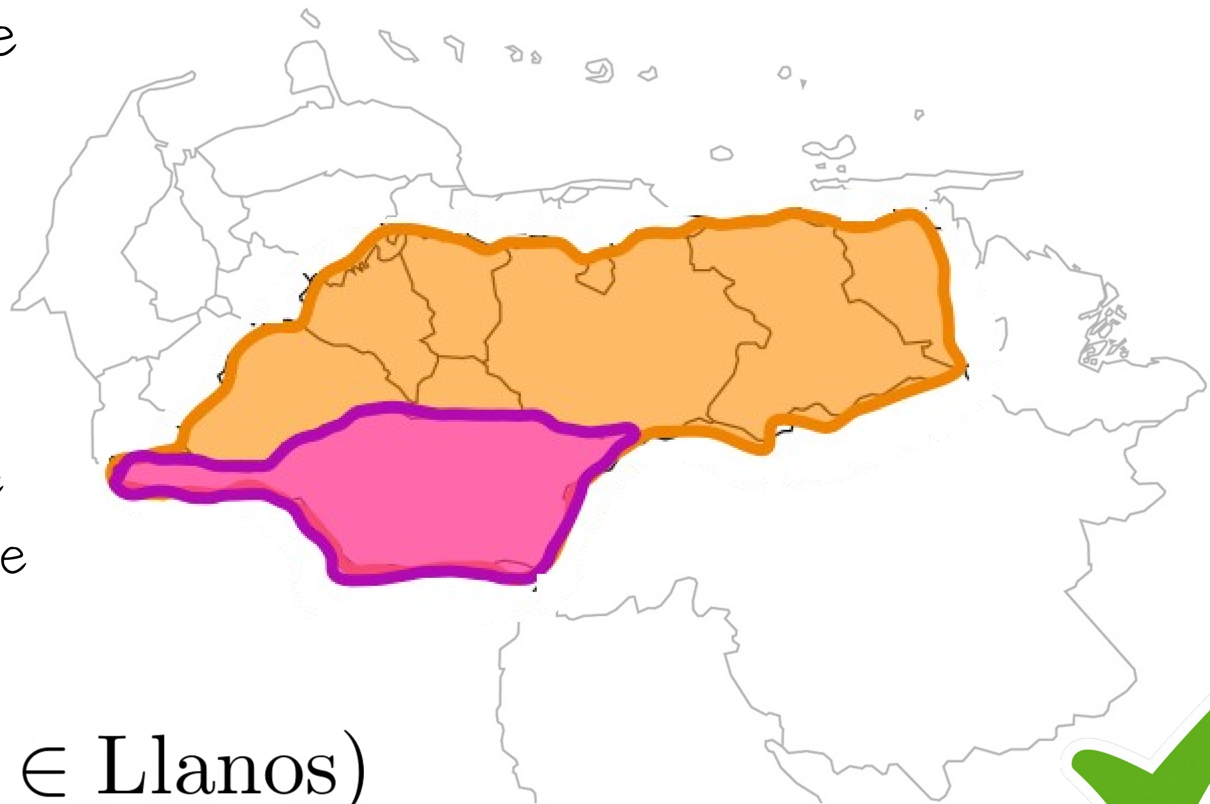
$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}} = \frac{\frac{\text{Total mapa Apure}}{\text{Total mapa}}}{\frac{\text{Total mapa Llanos}}{\text{Total mapa}}}$$

Probabilidad condicional

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

2) Dado que naciste en los llanos, ¿chance de ser de Apure?

$$P(N \in \text{Apure} | N \in \text{Llanos})$$

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}} = \frac{\frac{\text{Total mapa Apure}}{\text{Total mapa}}}{\frac{\text{Total mapa Llanos}}{\text{Total mapa}}} \approx 30\%$$

Probabilidad condicional

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

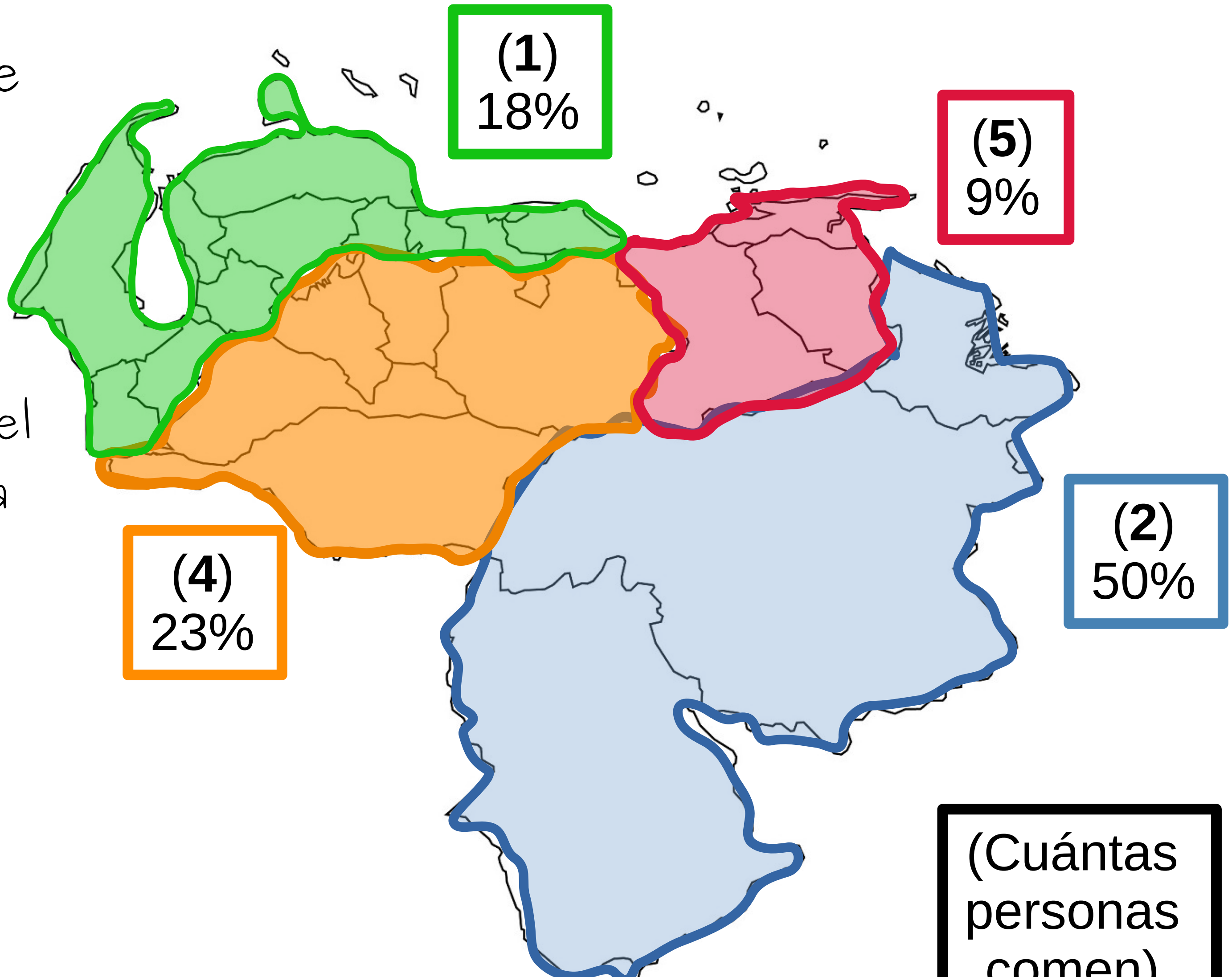
3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$E[\mathrm{TC}]$

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$$E[\mathrm{TC}]$$

(Cuántas personas comen) Área %

Probabilidades: Representación gráfica

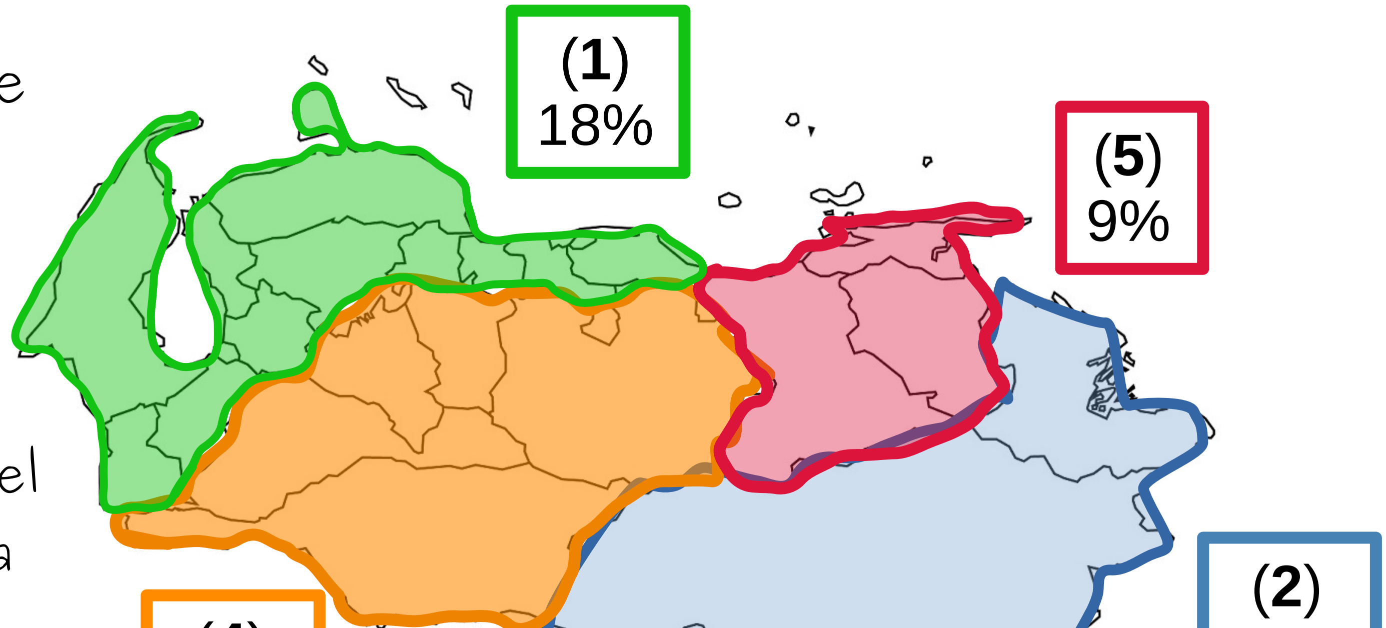
Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$$E[\mathrm{TC}]$$

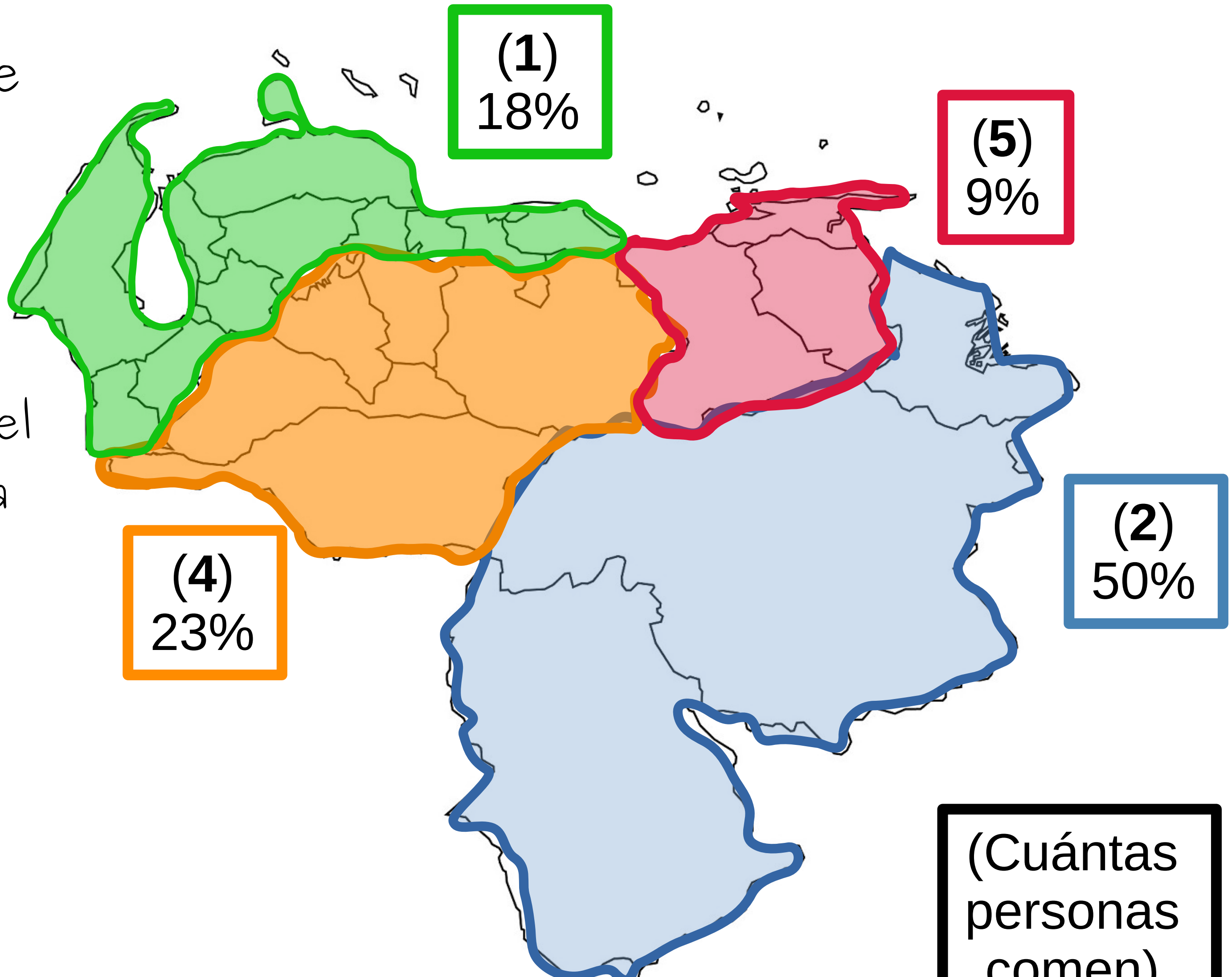



(Cuántas personas comen)
Área %

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$E[\mathrm{TC}]$ =

(Cuántas personas comen)
Área %

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

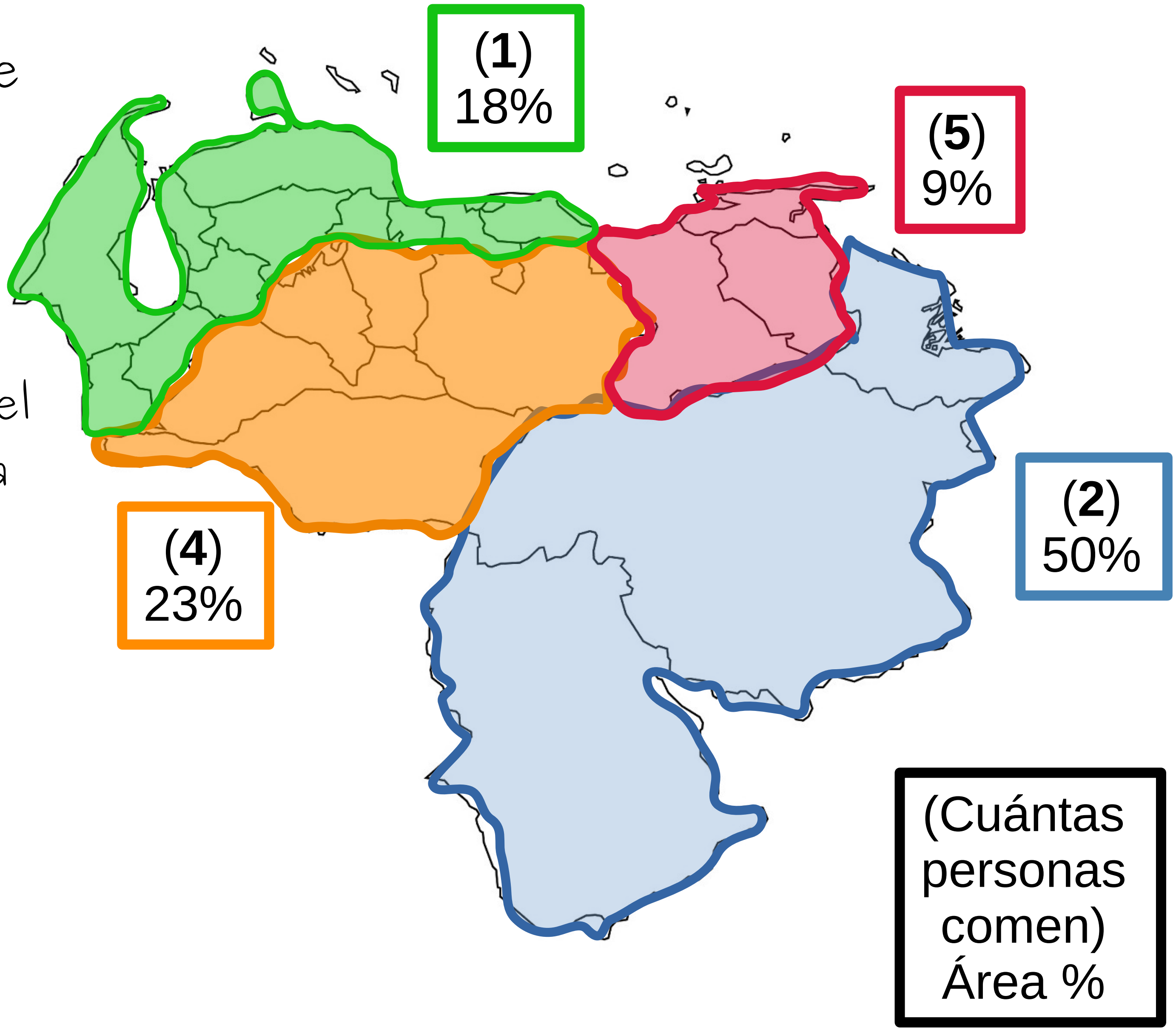
Población uniforme

Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$E[\mathrm{TC}] =$

(**1**)* 0.18



Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

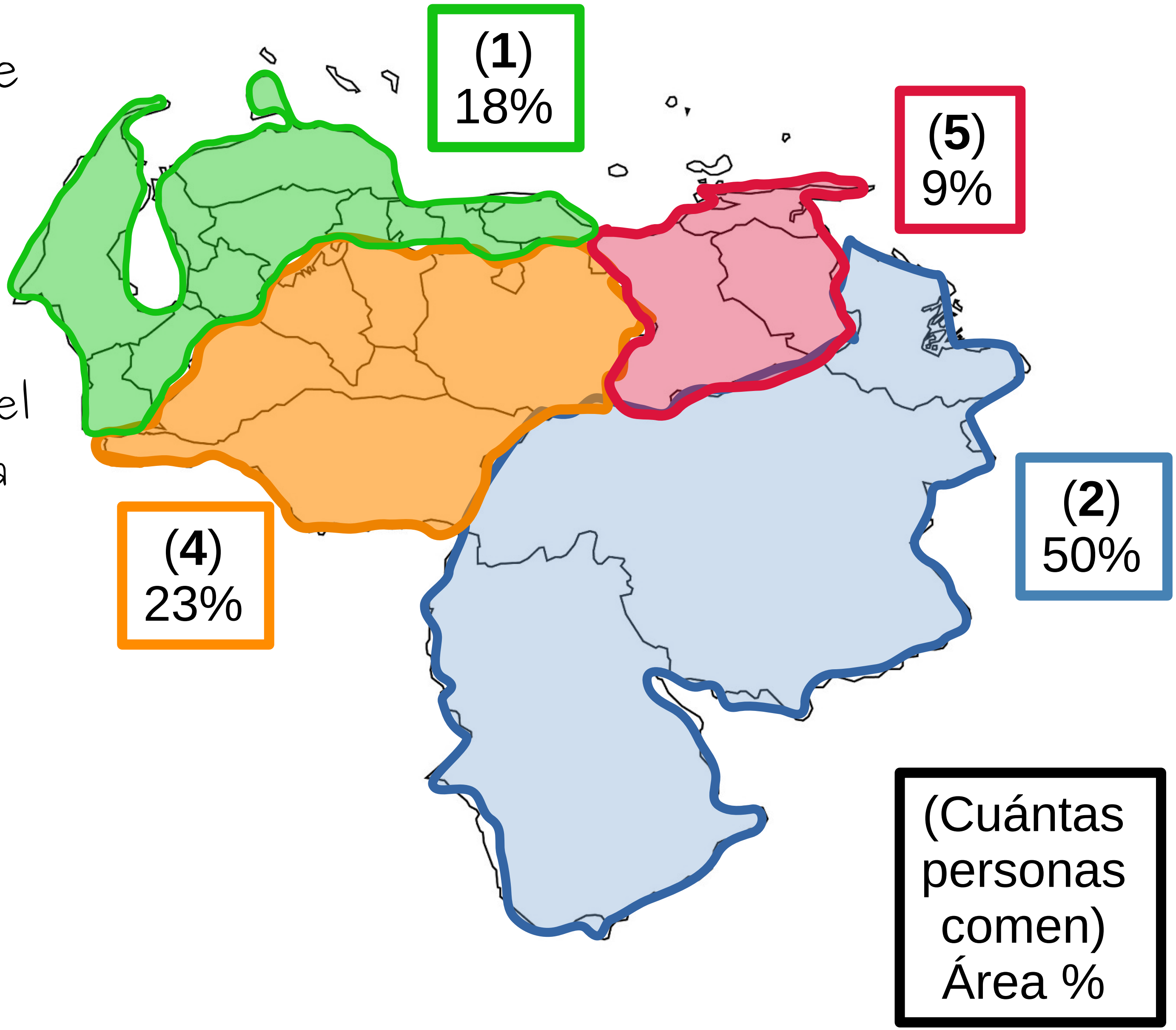
Población uniforme

Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$E[\mathrm{TC}]$ =

(**1**)* 0.18 + (**2**)*0.5



Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

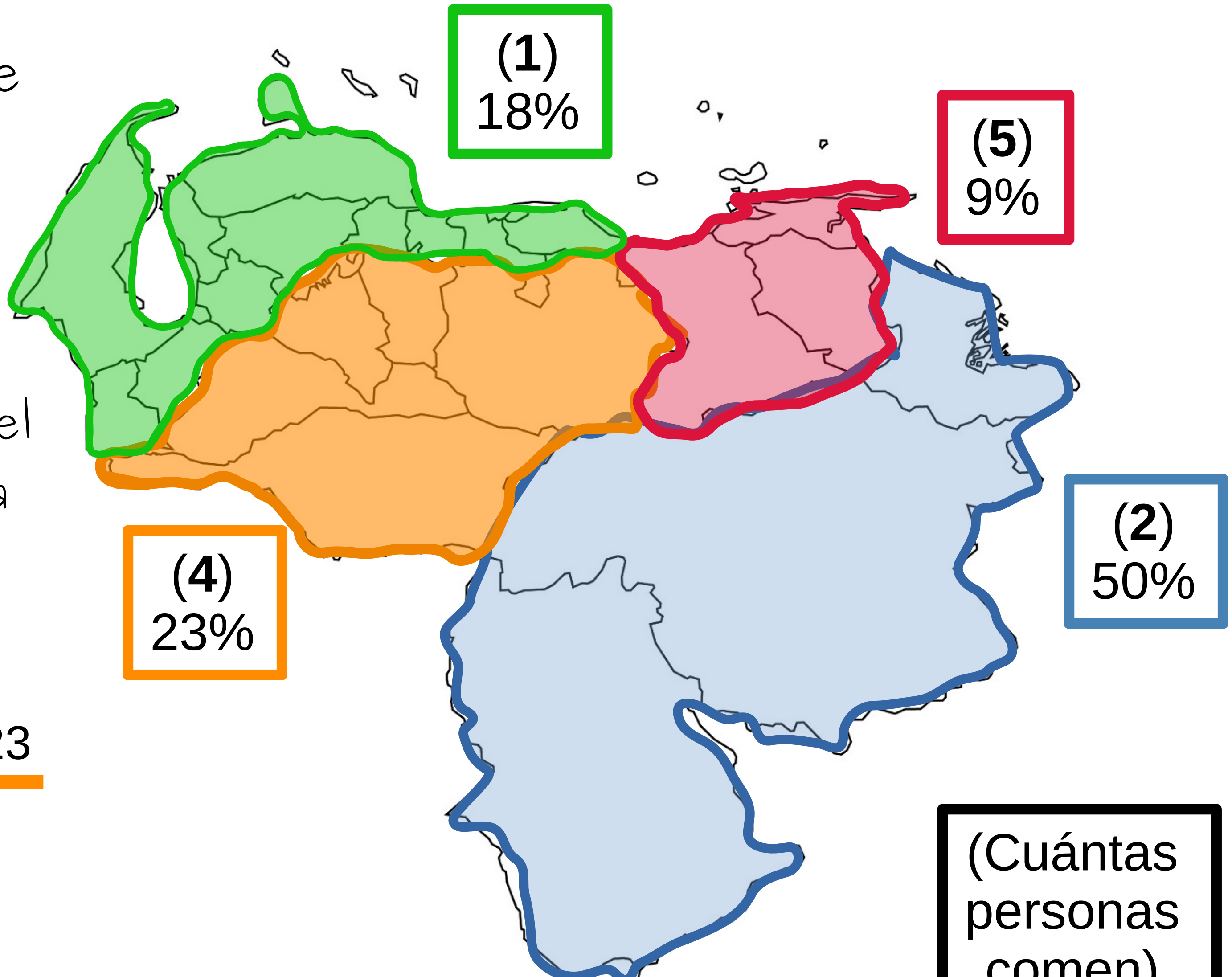
Población uniforme

Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$E[\mathrm{TC}]$ =

(**1**)* 0.18 + (**2**)*0.5 + (**4**)*0.23

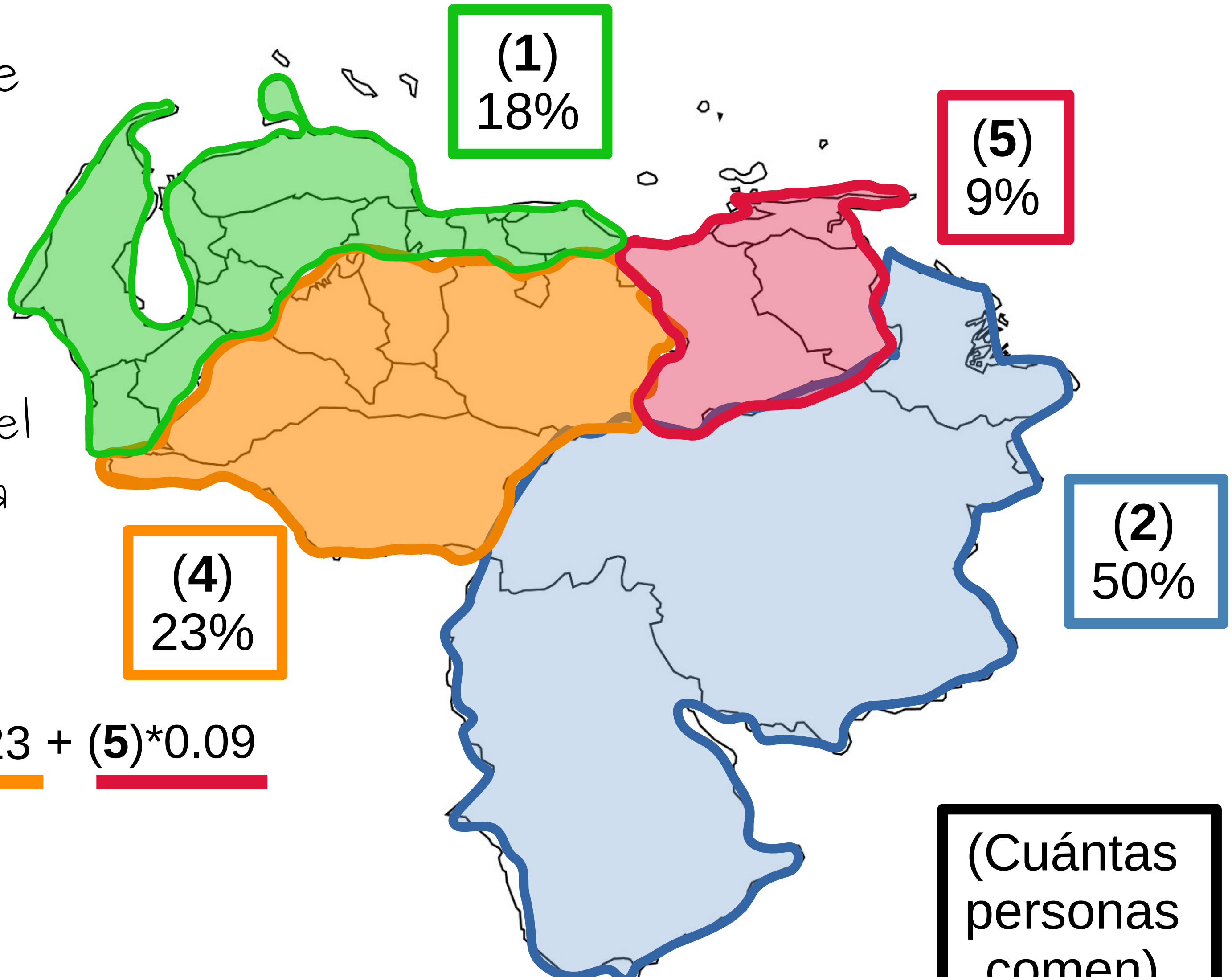


(Cuántas personas comen) Área %

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$E[\mathrm{TC}]$ =

(**1**)* 0.18 + (**2**)*0.5 + (**4**)*0.23 + (**5**)*0.09

(Cuántas personas comen)
Área %

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

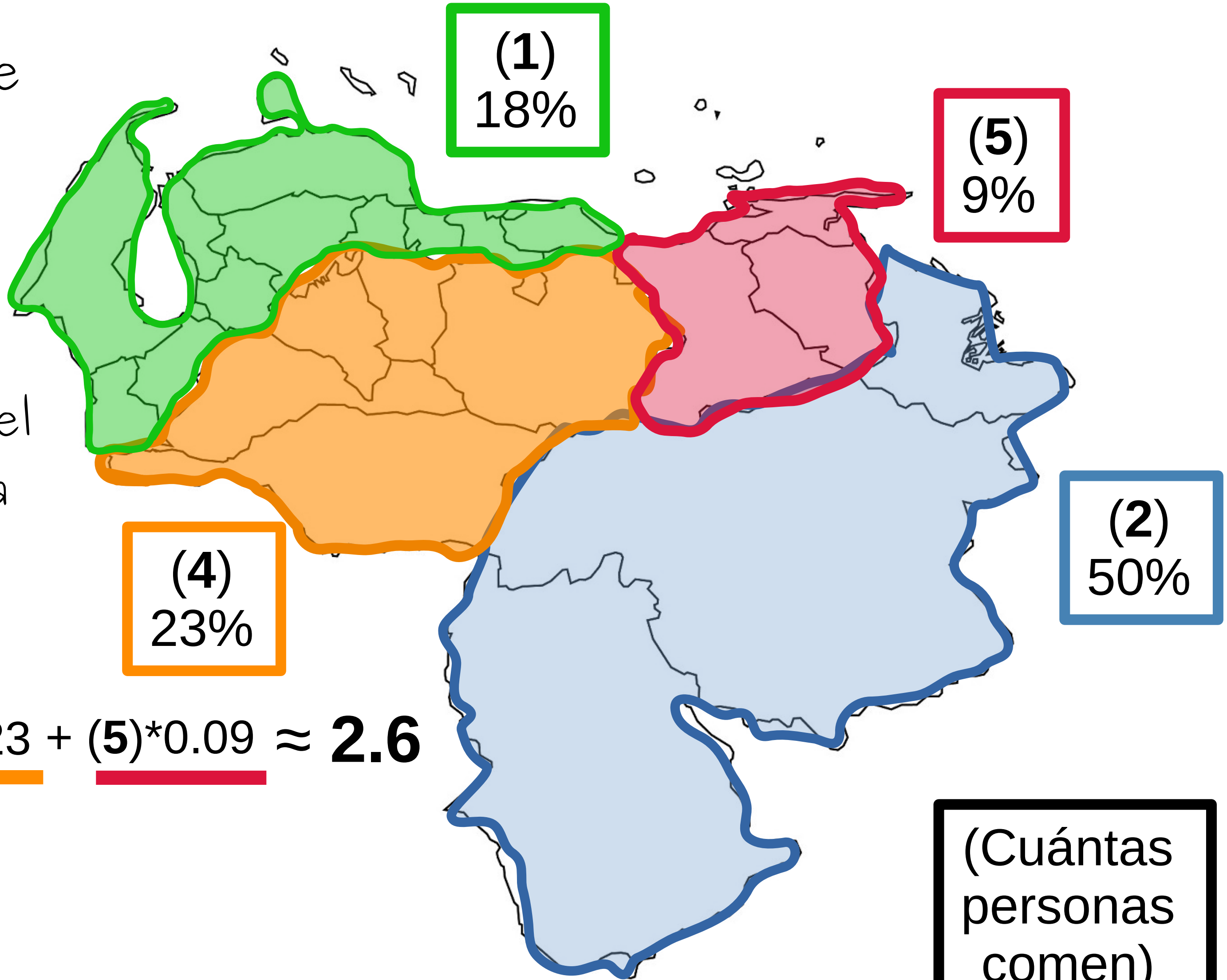
Población uniforme

Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$$E[\mathrm{TC}] =$$

(**1**)* 0.18 + (**2**)*0.5 + (**4**)*0.23 + (**5**)*0.09 ≈ **2.6**



(Cuántas personas comen)
Área %

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme

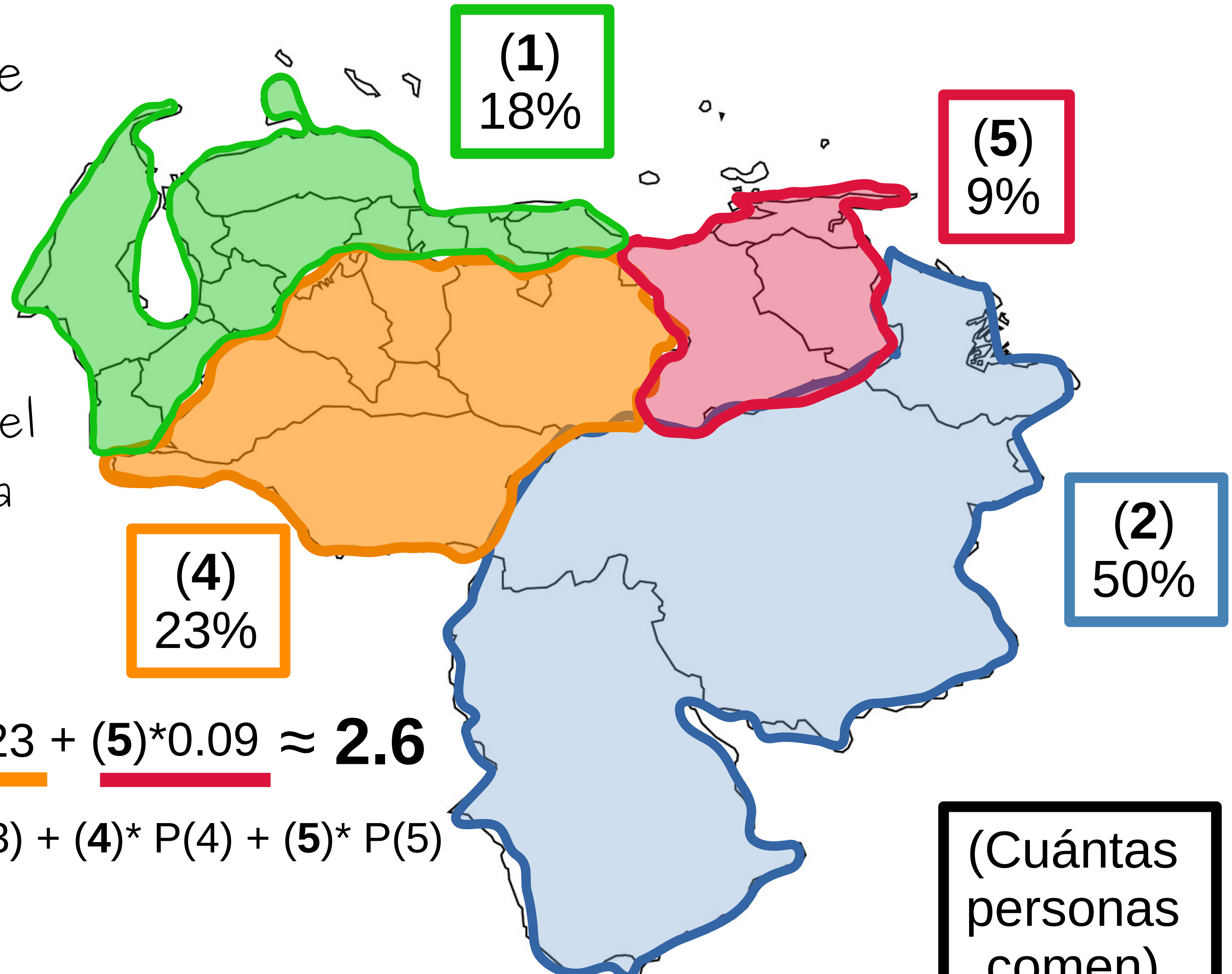
Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$$E[\mathrm{TC}] =$$

(**1**)* 0.18 + (**2**)*0.5 + (**4**)*0.23 + (**5**)*0.09 ≈ **2.6**

(**1**)* P(1) + (**2**)* P(2) + (**3**)* P(3) + (**4**)* P(4) + (**5**)* P(5)

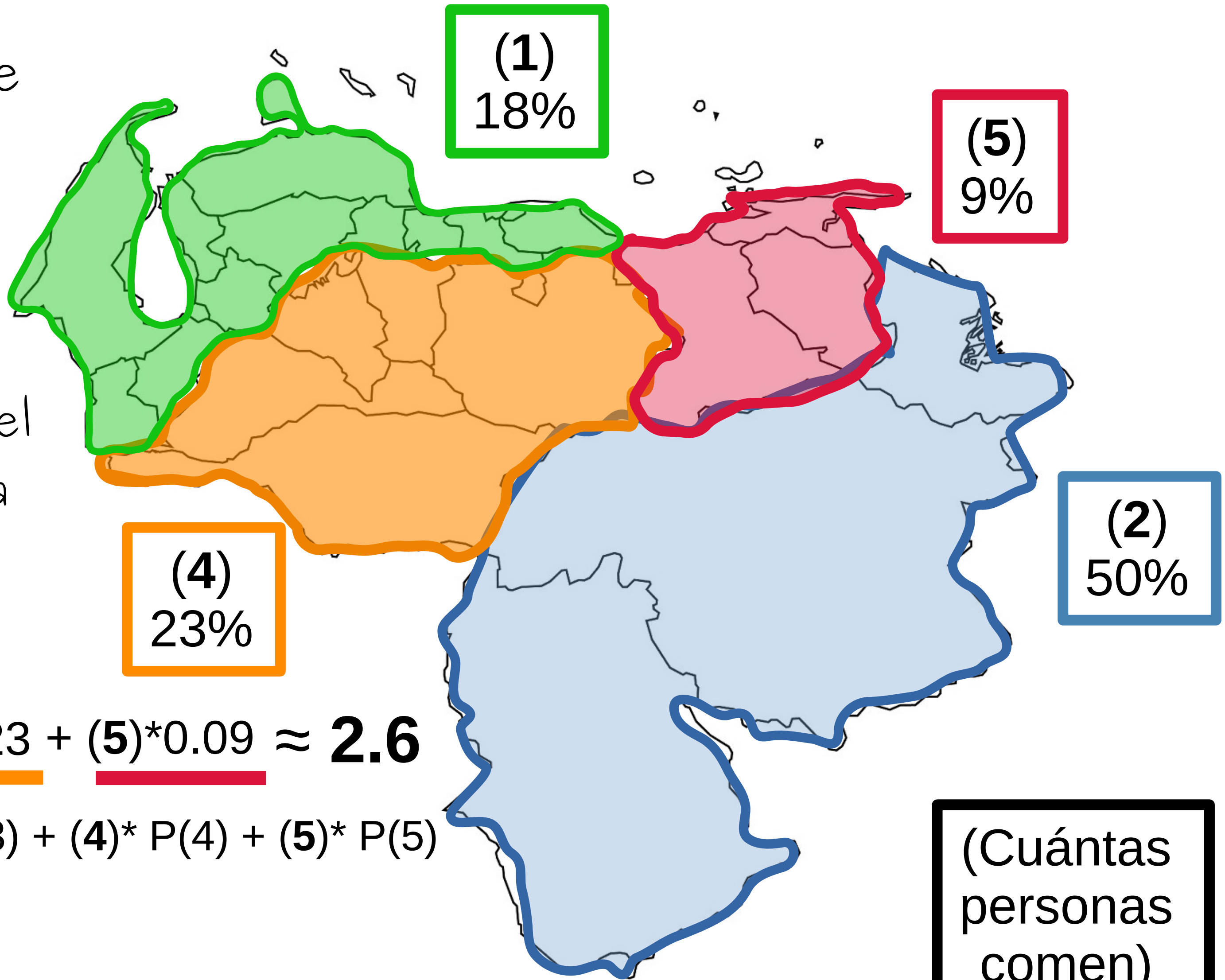


(Cuántas personas comen)
Área %

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$E[\mathrm{TC}]$ =

(**1**)* 0.18 + (**2**)*0.5 + (**4**)*0.23 + (**5**)*0.09 ≈ **2.6**

(**1**)* P(1) + (**2**)* P(2) + (**3**)* P(3) + (**4**)* P(4) + (**5**)* P(5)

$$E(Y) = \sum_{y} y p(y)$$

(Cuántas personas comen) Área %

Probabilidades: Representación gráfica

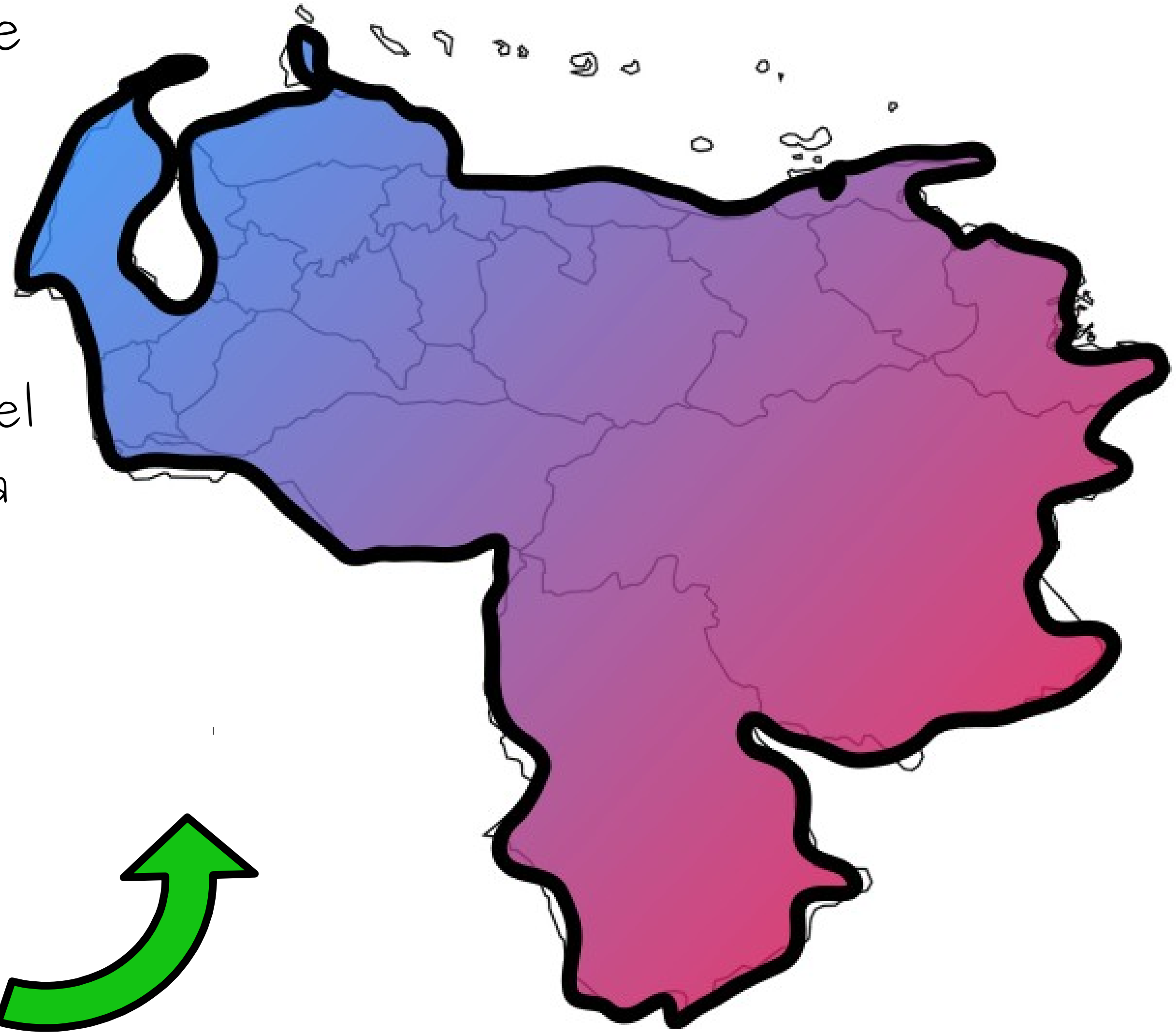
Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$E[\mathrm{TC}]$ =



$$\boxed{E(Y) = \sum_y y p(y)}$$

Probabilidades: Representación gráfica

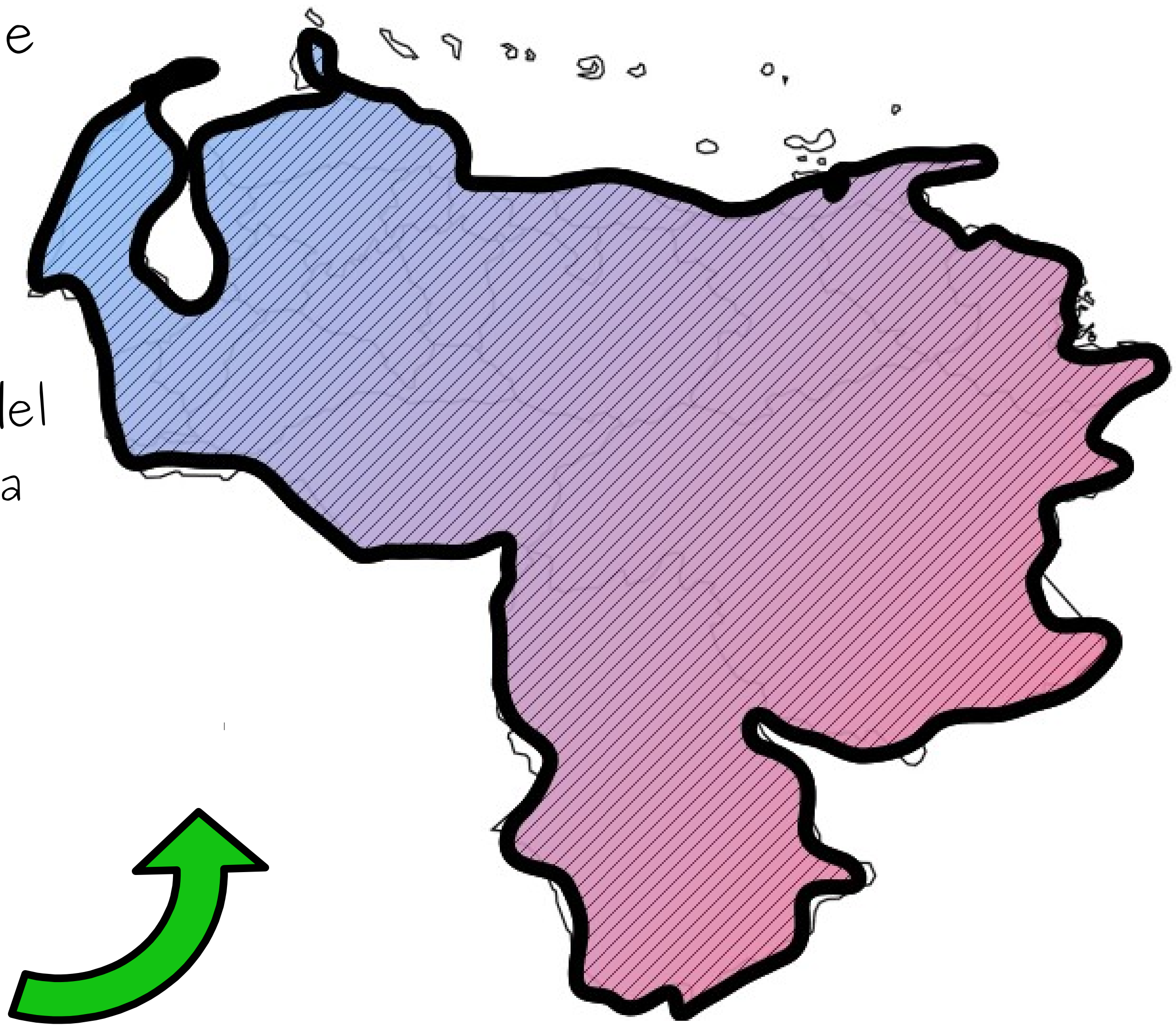
Simplificamos:

Población uniforme

Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$$E[\mathrm{TC}] =$$

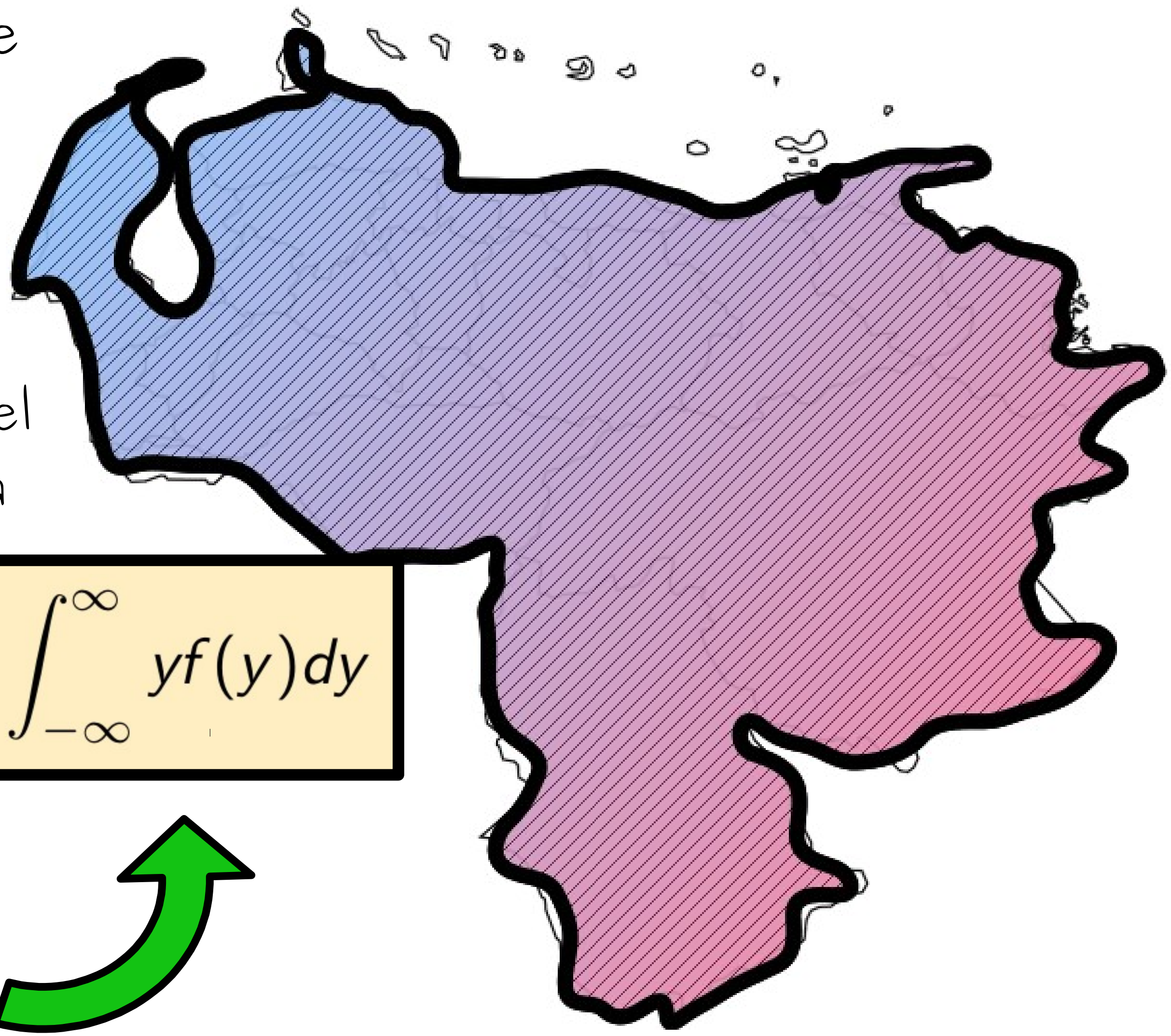


$$\boxed{E(Y) = \sum_y y p(y)}$$

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

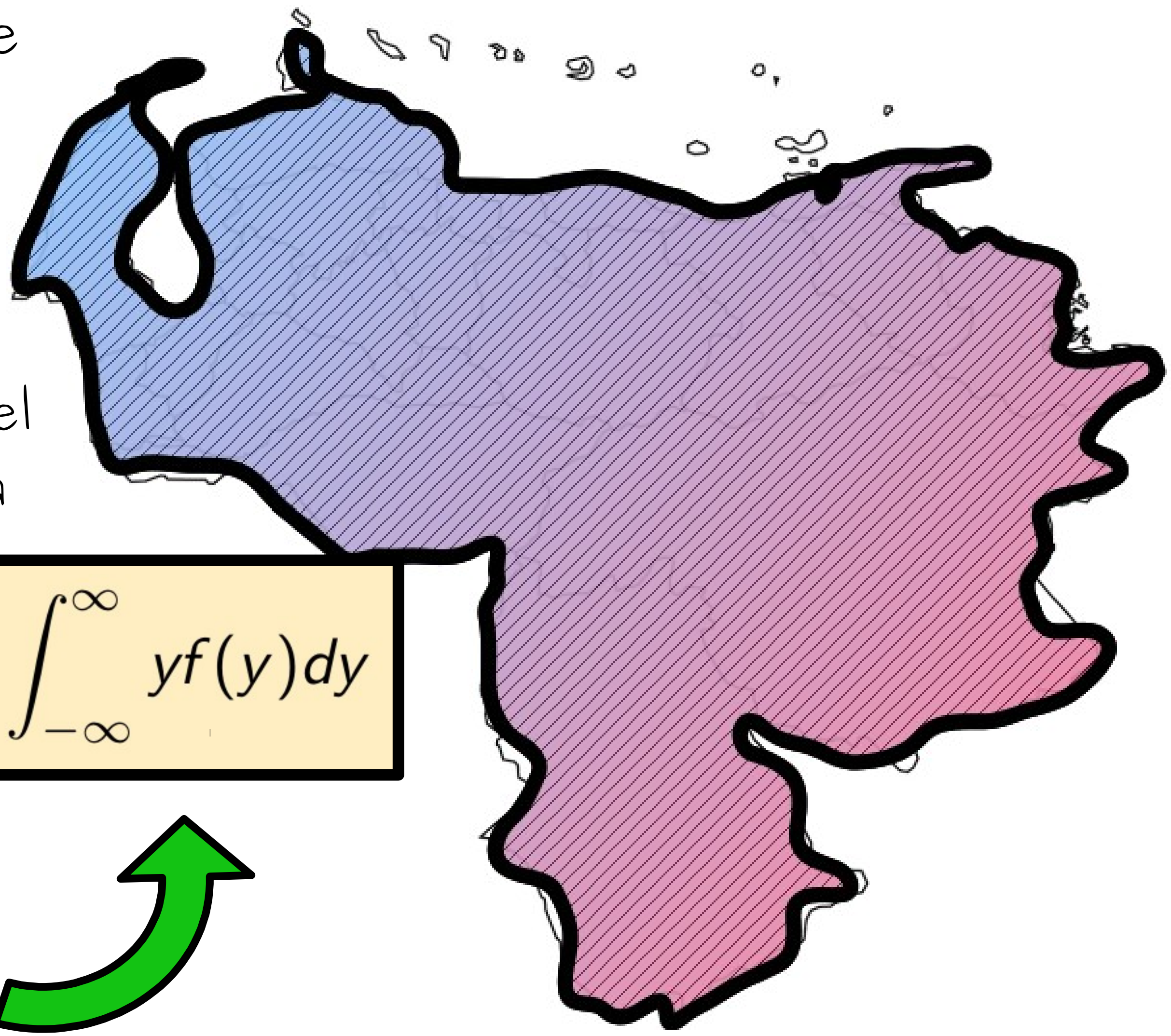
$$E[\mathrm{TC}] = \boxed{E[Y] = \int_{-\infty}^{\infty} y f(y) dy}$$

$$\boxed{E(Y) = \sum_{y} y p(y)}$$

Probabilidades: Representación gráfica

Simplificamos:

Población uniforme



Preguntas:

3) ¿Valor esperado del Tamaño de la Cachapa (GC)?

$$E[\mathrm{TC}] = \boxed{E[Y] = \int_{-\infty}^{\infty} y f(y) dy}$$

$$\boxed{E(Y) = \sum_{y} y p(y)}$$

Valor esperado de una variable aleatoria

Probabilidades: Representación gráfica

Preguntas para seguir pensando:

4) ¿Varianza de TC?

5) P(TC=2 | Llanos)

6) ¿Cómo tomarías en cuenta la densidad de población?

7)¿Cuál es la cachapa mas sabrosa?

Probabilidades: Representación gráfica

Preguntas para
seguir pensando:

4) ¿Varianza de TC?

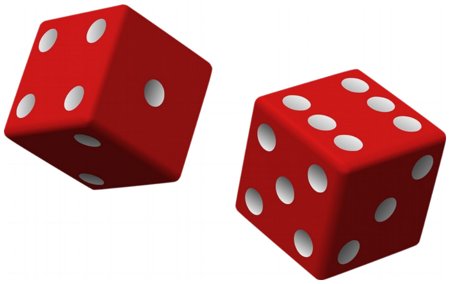
5) P(TC=2 | Llanos)

6) ¿Cómo tomarías en cuenta la densidad de población?

7)¿Cuál es la cachapa mas sabrosa?

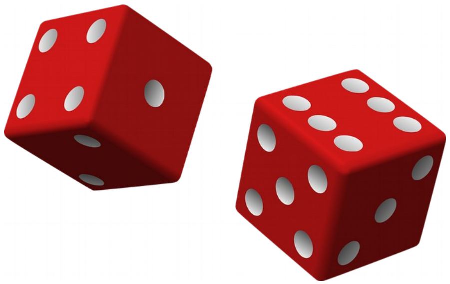
La que hace mi mamá

Problema 1: Los dados



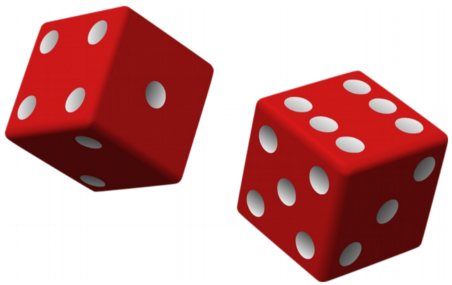
Lanzas 2 dados
¿Probabilidad de que la suma sea 8?

Problema 1: Los dados



Lanzas 2 dados
¿Probabilidad de que
la suma sea 8?

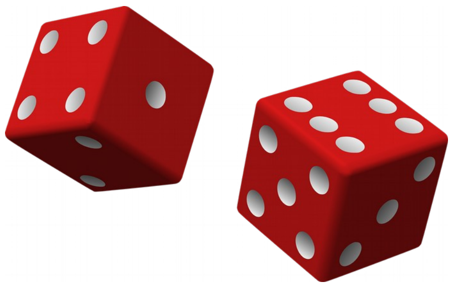
Problema 1: Los dados



~~Lanzas 2 dados~~
~~¿Probabilidad de que la suma sea 8?~~

Lanzas 187 dados
¿Probabilidad de que la suma sea un primo?

Problema 1: Los dados



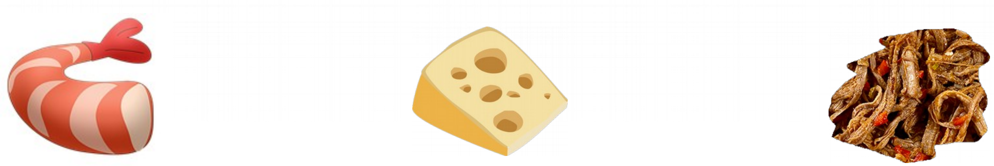
~~Lanzas 2 dados~~
~~¿Probabilidad de que~~
~~la suma sea 8?~~

~~Lanzas 187 dados~~
~~¿Probabilidad de que la~~
~~suma sea un primo?~~

Problema 1: Las empanadas

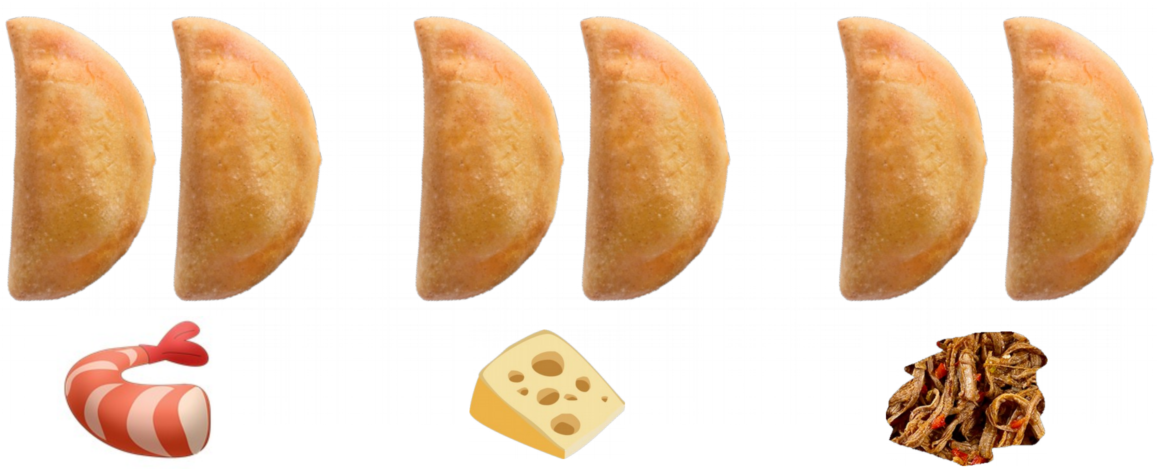
Problema 1: Las empanadas

Problema 1: Las empanadas



Problema 1: Las empanadas

Problema 1: Las empanadas

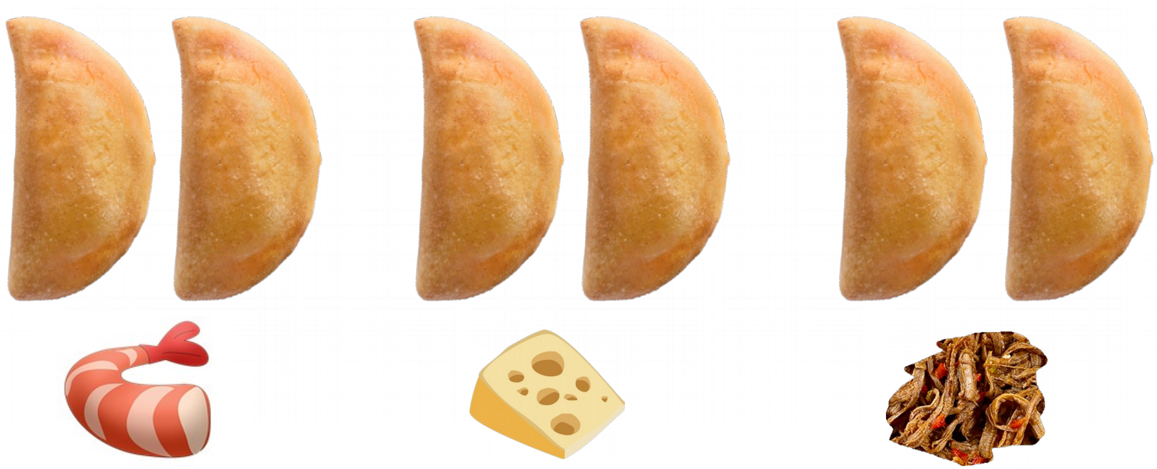


¿Cuál es la probabilidad de que, distribuyendo las empanadas al azar, nadie repita el mismo sabor?

Problema 1: Las empanadas

Traten de estimarlo (1 min)

Pablo Emily Edgard

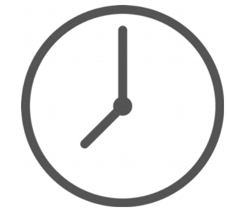


¿Cuál es la probabilidad de que, distribuyendo las empanadas al azar, nadie repita el mismo sabor?

Problema 1: Las empanadas

- No es un problema trivial

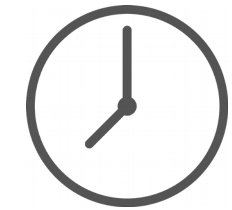
Traten de estimarlo (1 min)

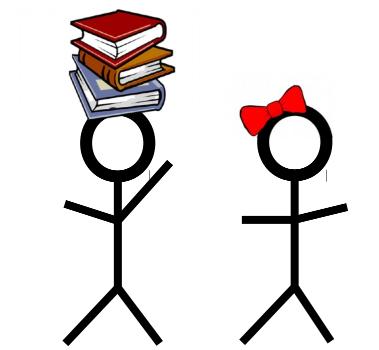


Problema 1: Las empanadas

- No es un problema trivial

Traten de estimarlo (1 min)

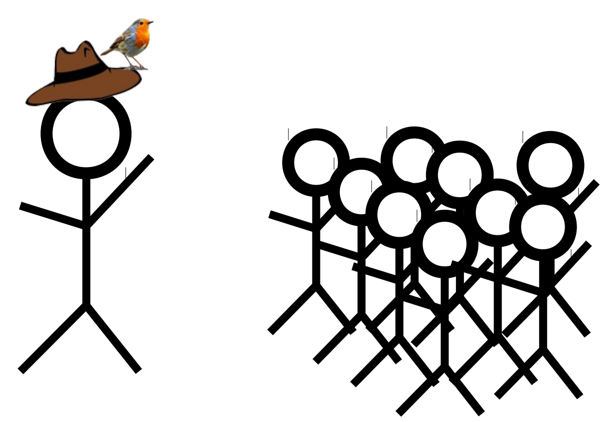




Pablo Edgard

Una tarde

Una mañana

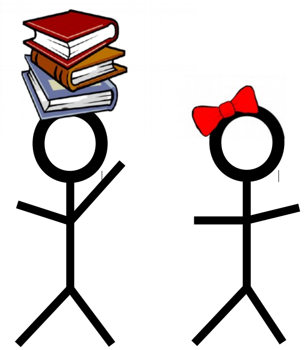


Siguen pensándolo

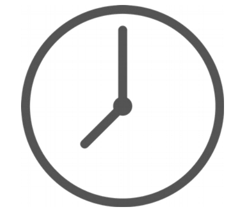
Problema 1: Las empanadas

- No es un problema trivial

Traten de estimarlo (1 min)



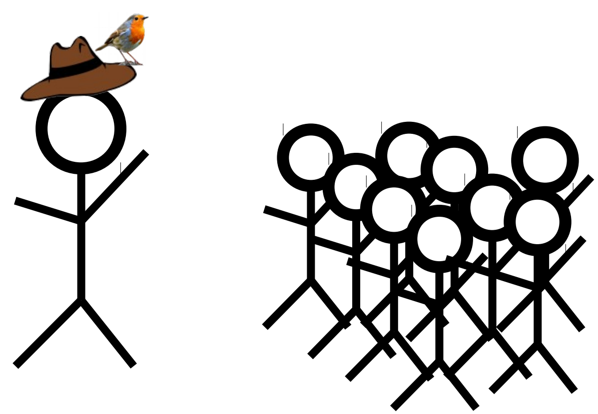
Pablo Edgard



Una tarde

- Muchas formas de atacarlo

Una mañana



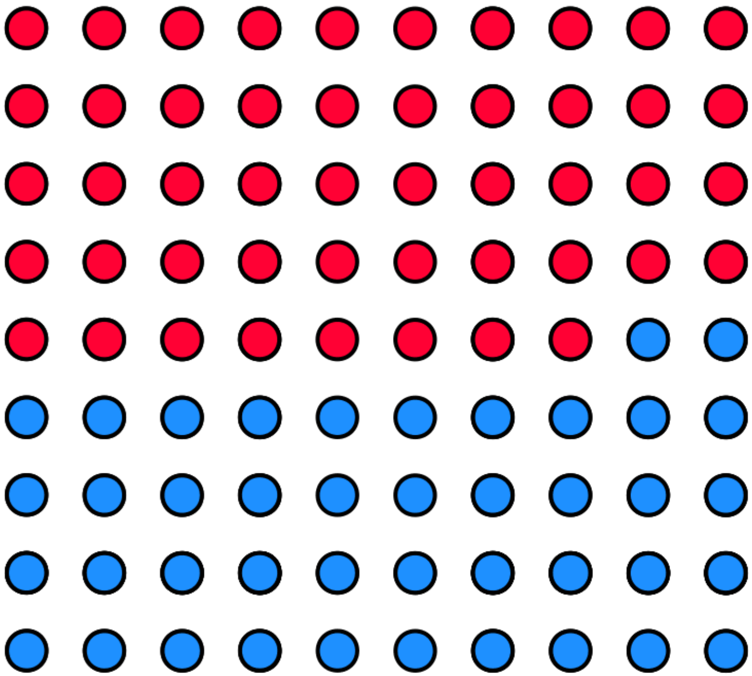
Siguen pensándolo

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

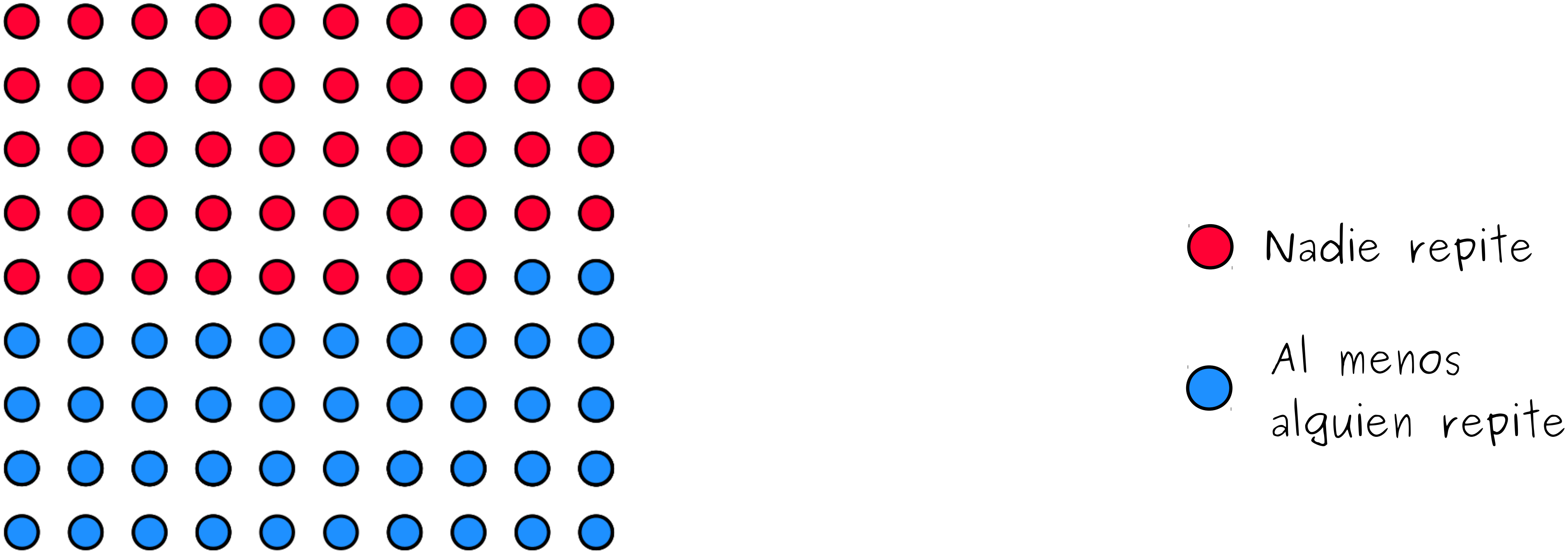
Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando



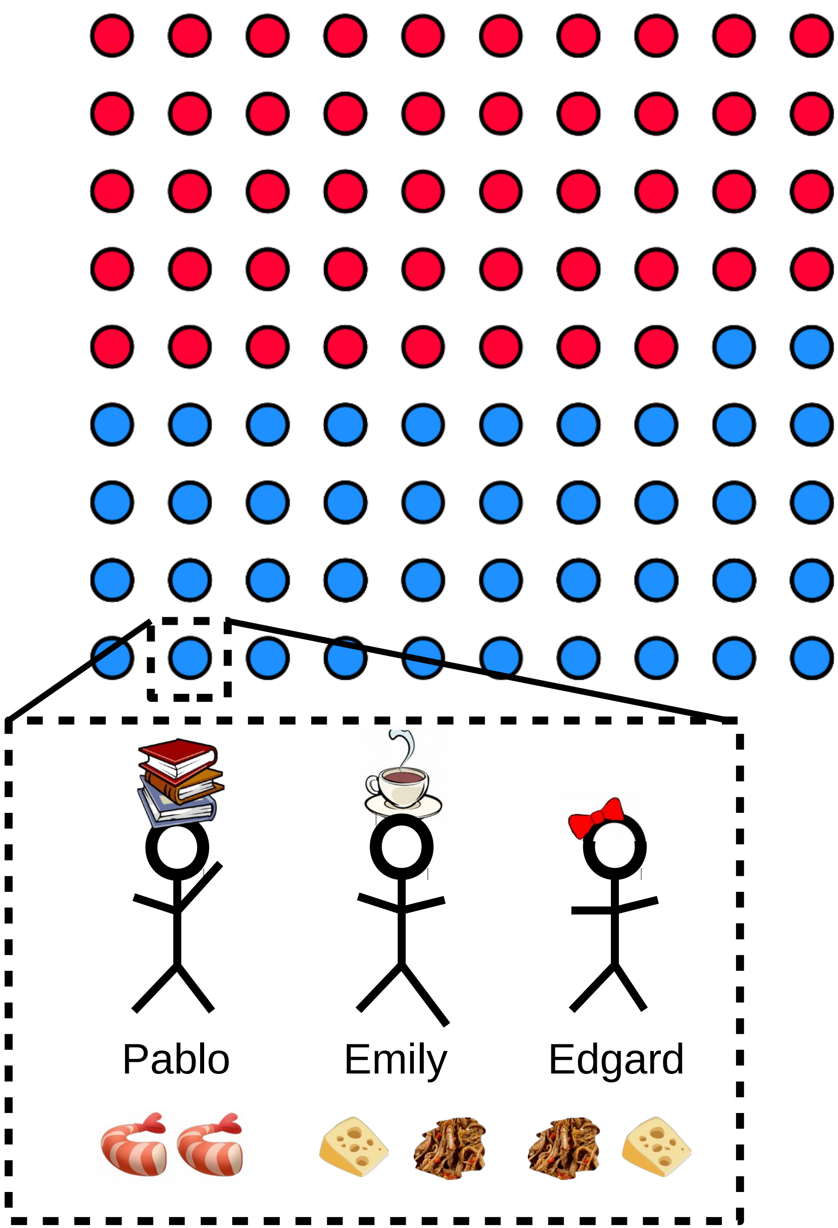
Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando



Problema 1: Las empanadas

Solución 1: Contando

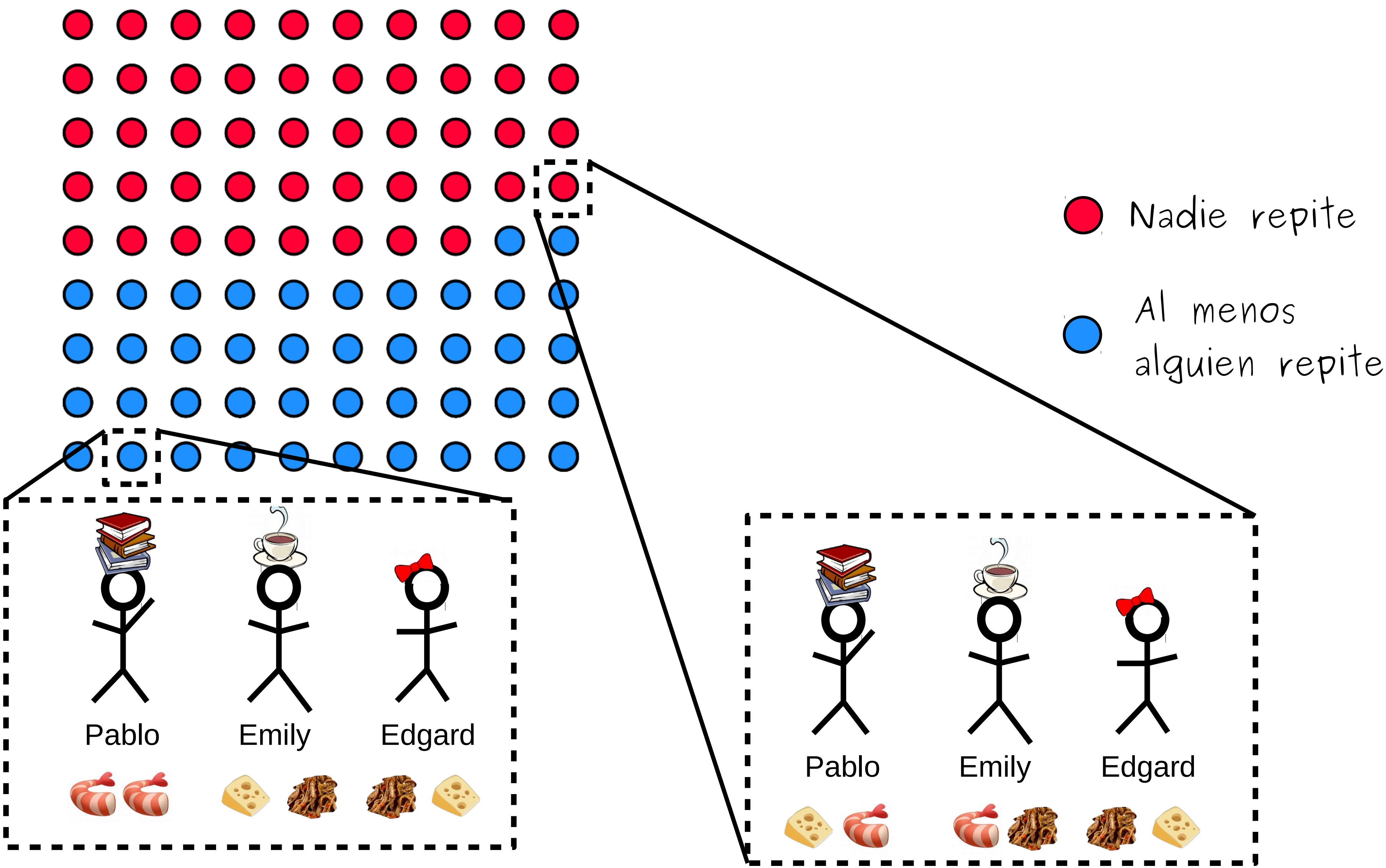


Nadie repite

Al menos alguien repite

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando



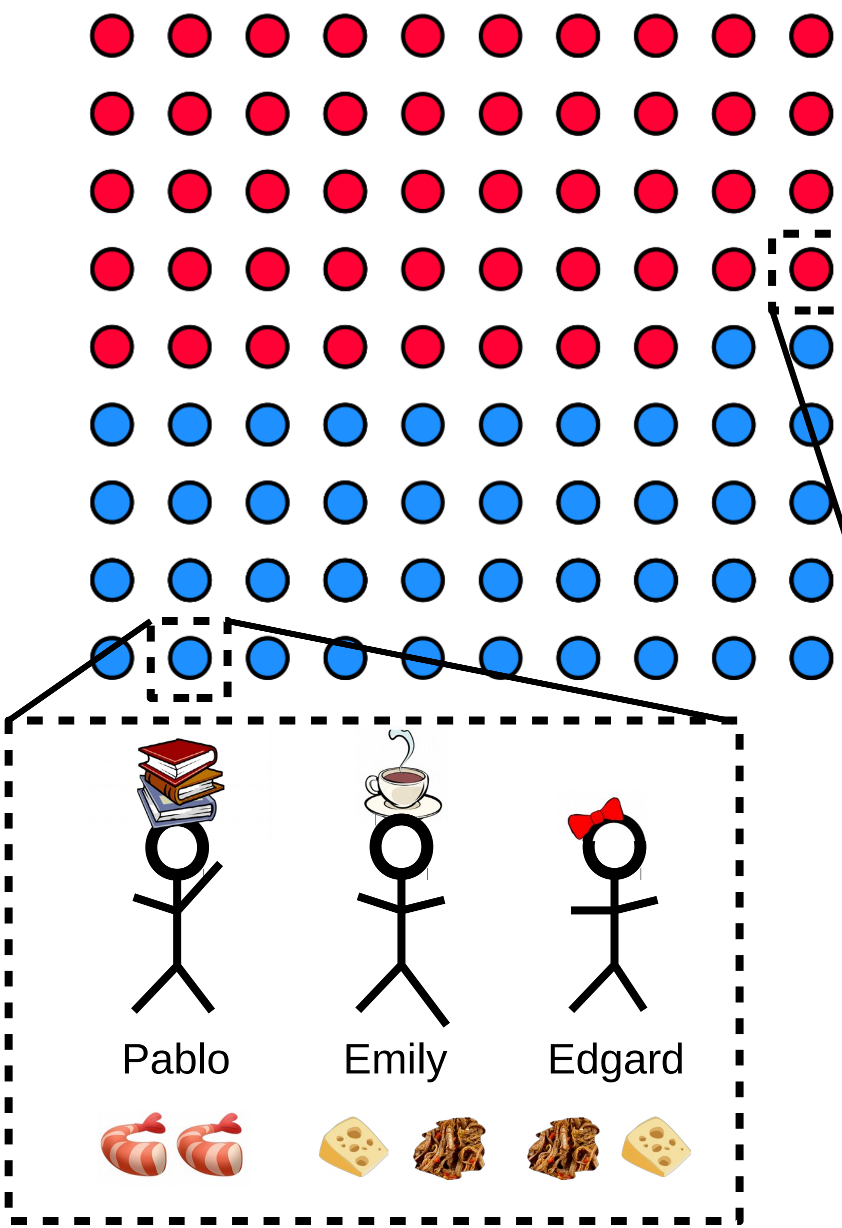
Problema 1: Las empanadas

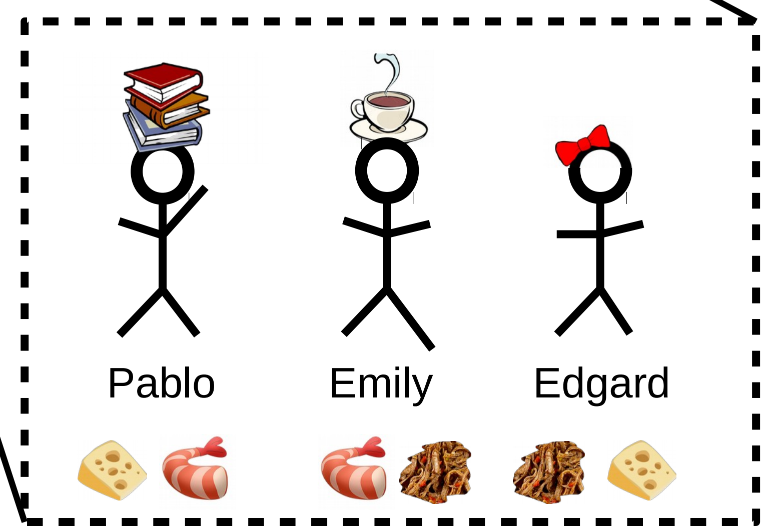
Solución 1:
Contando

P(✓) = # 🔴 / (# 🔴 + # 🔵)

🔴 Nadie repite

🔵 Al menos alguien repite

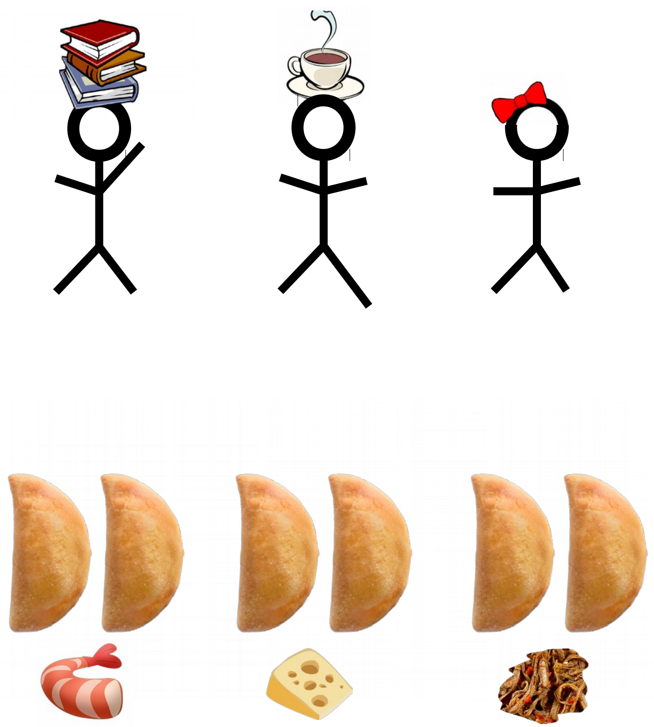




Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

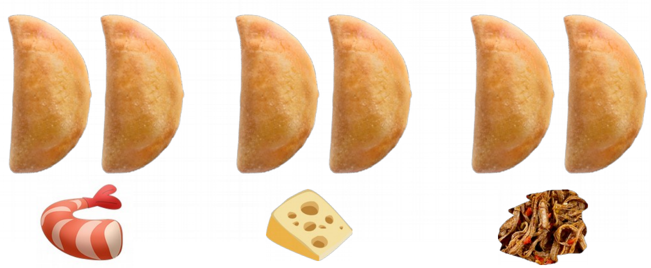


Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

P E D



c q m

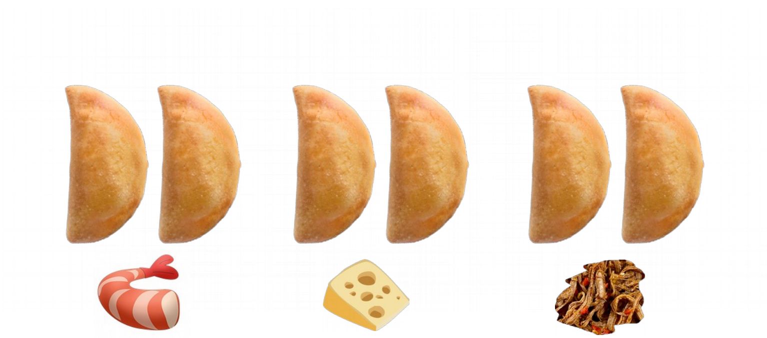
Problema 1: Las empanadas

Solución 1: Contando

¿Cuántos casos hay?

[P cq] [E qc] [D mm]

P E D



c q m

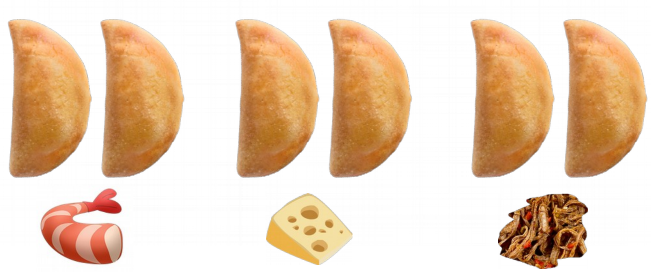
Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

[P cq] [E qc] [D mm]

P E D



c q m

P

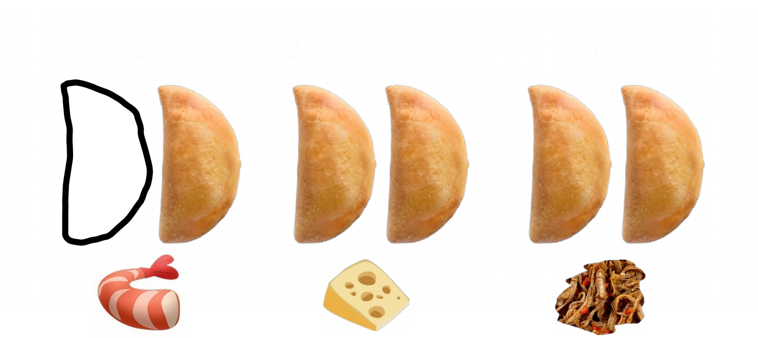
6

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

P E D



c q m

[P cq] [E qc] [D mm]

P

6 * 5

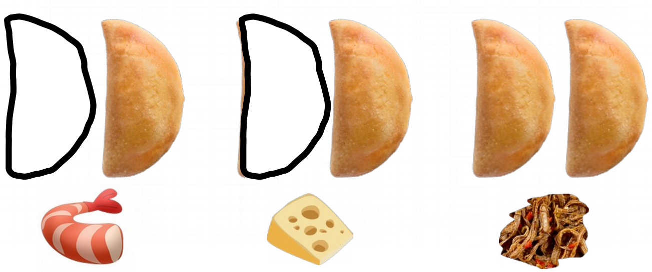
Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

[P cq] [E qc] [D mm]

P E D



c q m

P

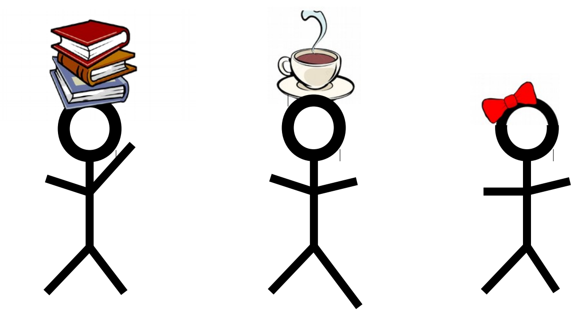
6 * 5

Problema 1: Las empanadas

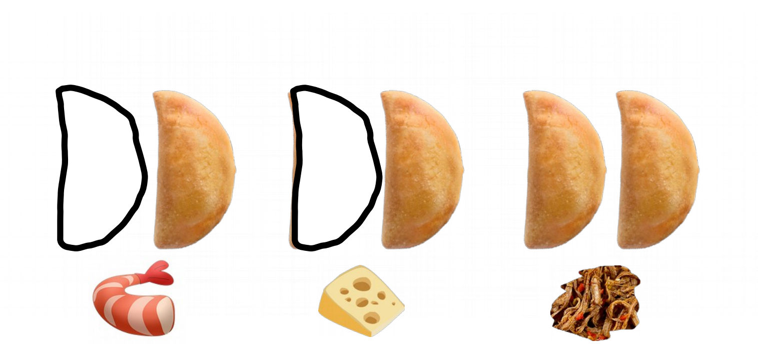
Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

[P cq] [E qc] [D mm]



P E D



c q m

P E

6 * 5 4

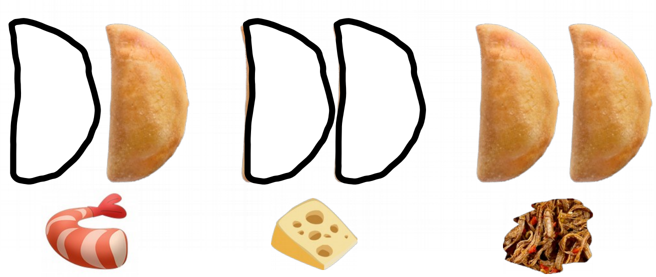
Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

[P cq] [E qc] [D mm]

P E D



c q m

P E

6 * 5 4

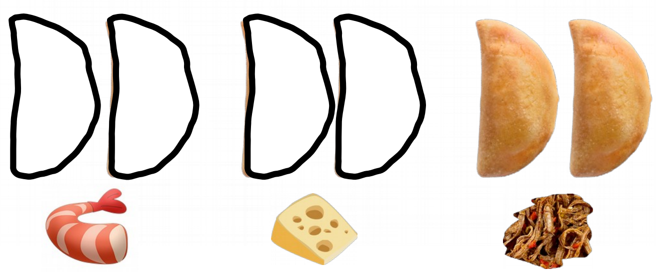
Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

[P cq] [E qc] [D mm]

P E D



c q m

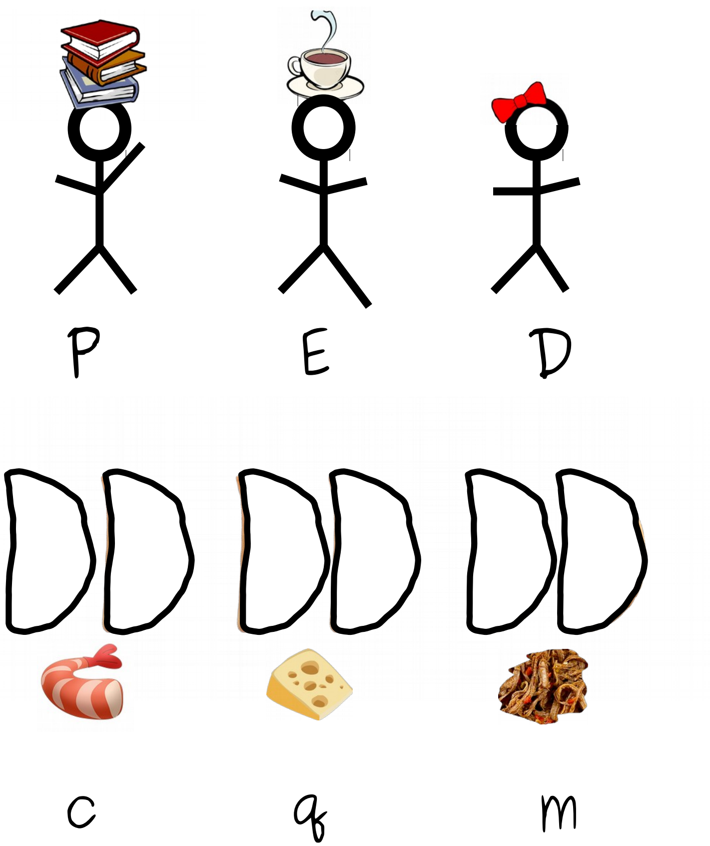
P E

6 * 5 4 * 3

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?



[P cq] [E qc] [D mm]

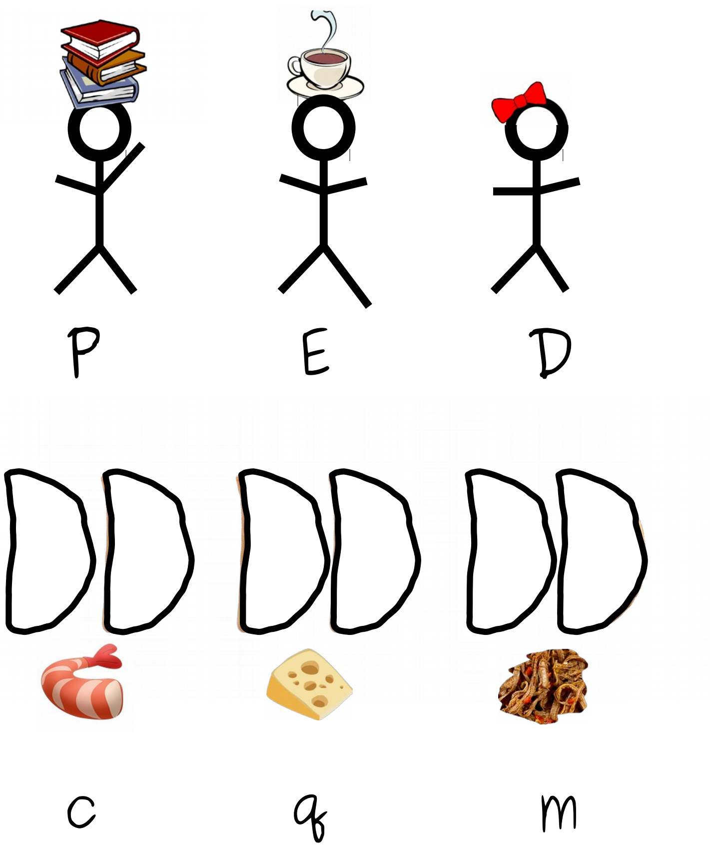
P E D

6 * 5 4 * 3 2 * 1

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?



[P cq] [E qc] [D mm]

P E D

6 * 5 4 * 3 2 * 1

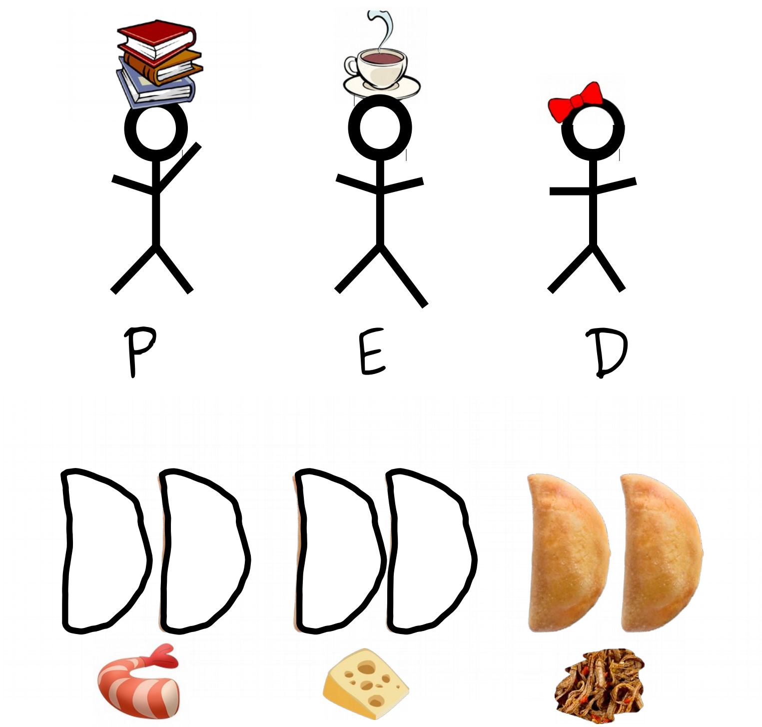
Total = 6! = 720

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

[P cq] [E qc] [D]



c q m

P E D

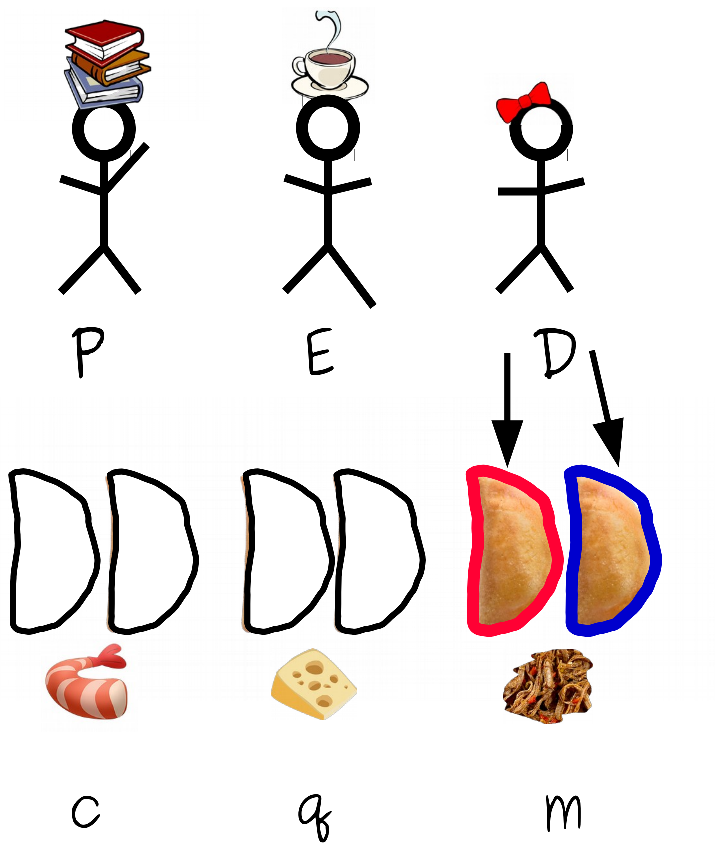
6 * 5 4 * 3 2 * 1

Total = 6! = 720

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?



[P cq] [E qc] [D]

P E D

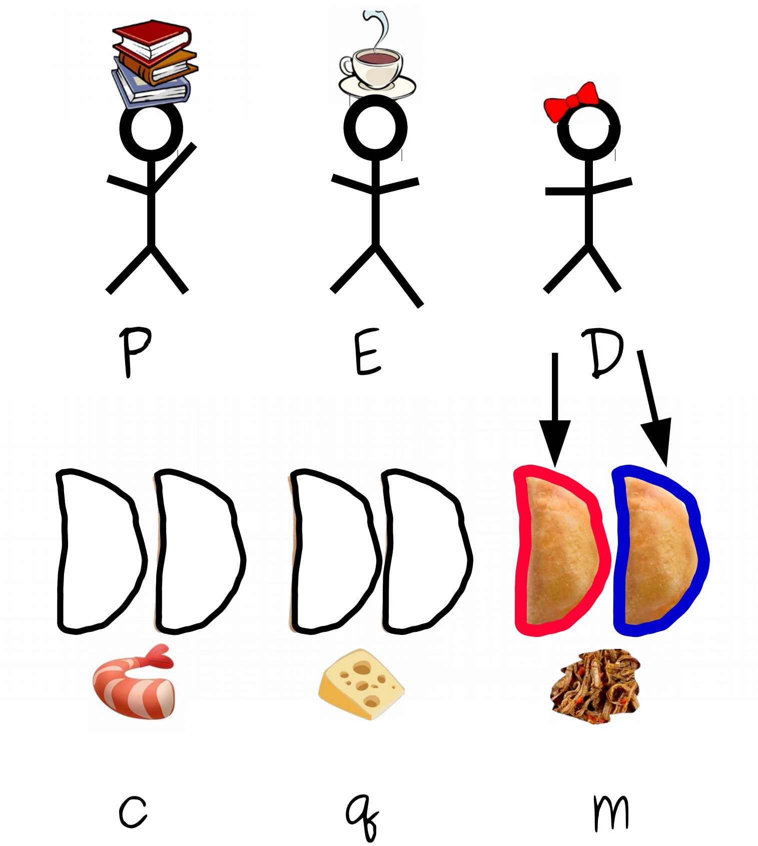
$6 * 5 \quad 4 * 3 \quad 2 * 1$

Total = 6! = 720

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?



[P cq] [E qc] [D]

[D mm] [D mm]

P E D

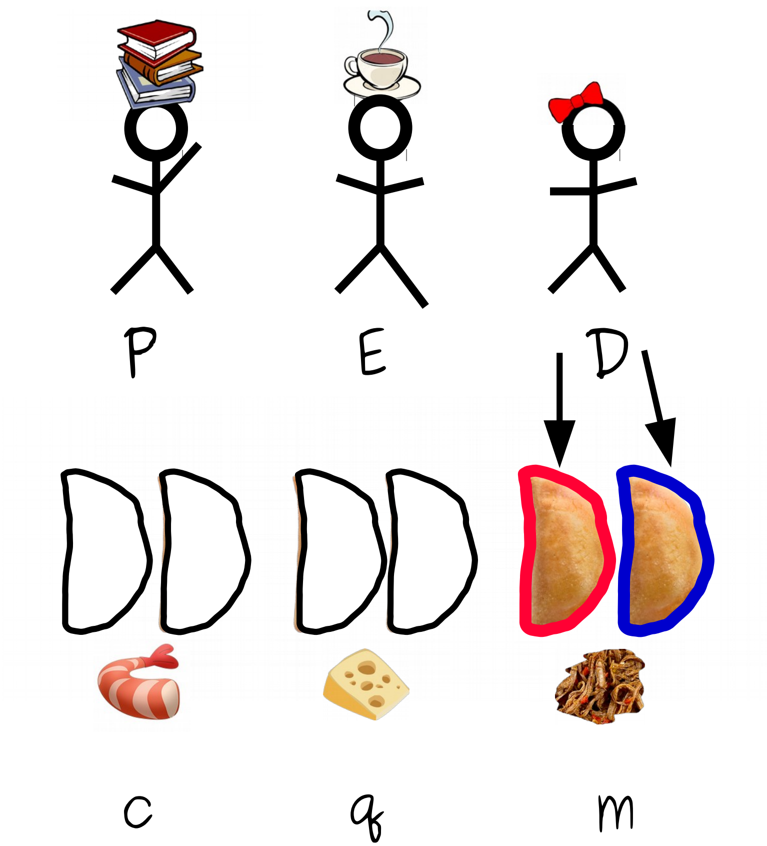
6 * 5 4 * 3 2 * 1

Total = 6! = 720

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?



[P cq] [E qc] [D]

[D mm] [D mm]

P E D

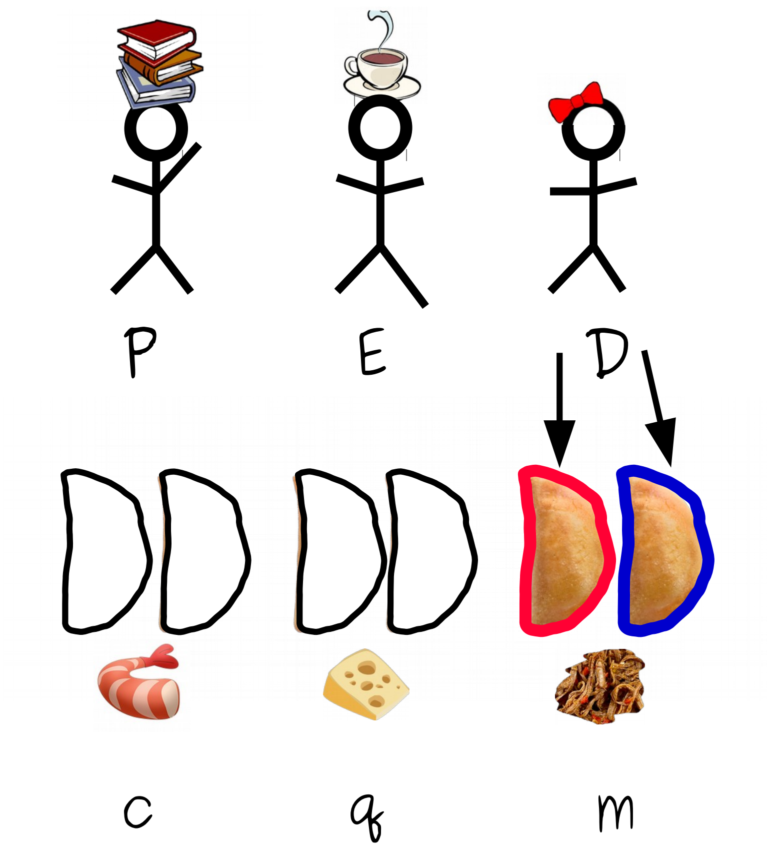
6 * 5 4 * 3 2 * 1

Total = 6~~! = 720~~

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?



[P cq] [E qc] [D]

[D mm] [D mm]

P E D

6 * 5 4 * 3 2 * 1

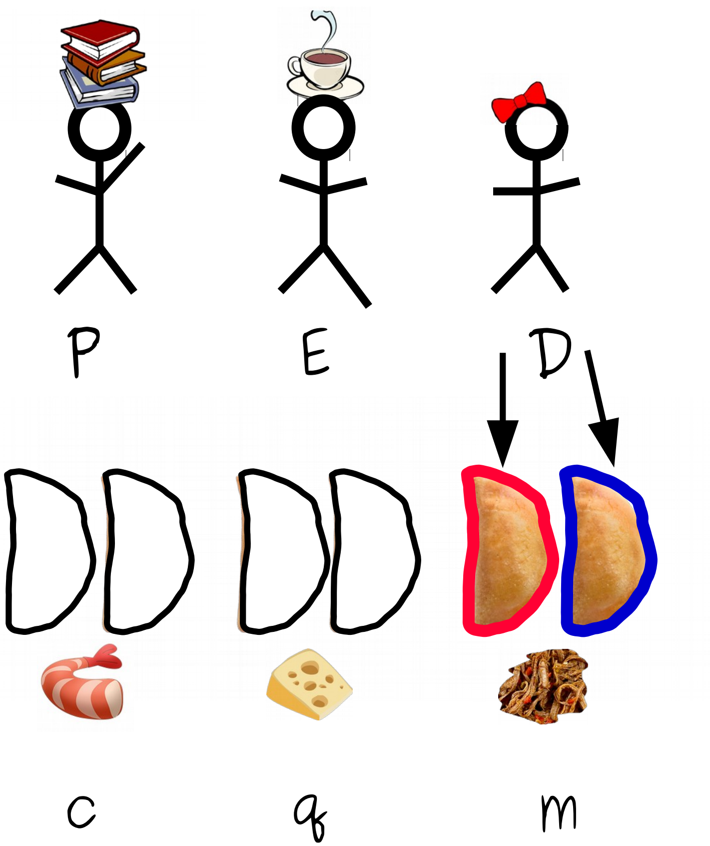
Total = $\cancel{6! = 720}$

$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2}$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?



[P cq] [E qc] [D]

[D mm] [D mm]

P E D

6 * 5 4 * 3 2 * 1

Total = ~~6! = 720~~

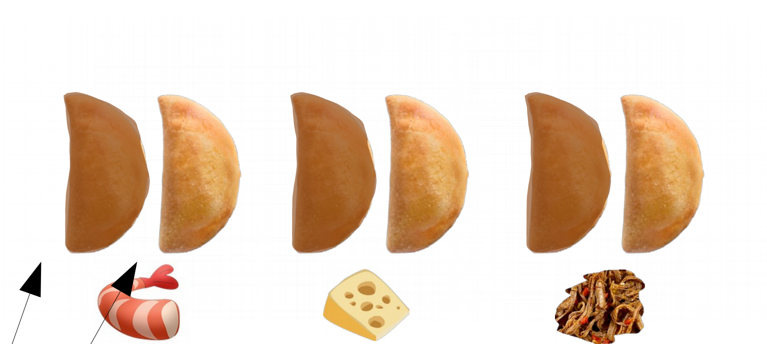
$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2} = 90$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1: Contando

¿Cuántos casos hay?

P E D



c q m

Las empanadas ahora son distinguibles

[P cq] [E qc] [D]

[D mm] [D mm]

P E D

6 * 5 4 * 3 2 * 1

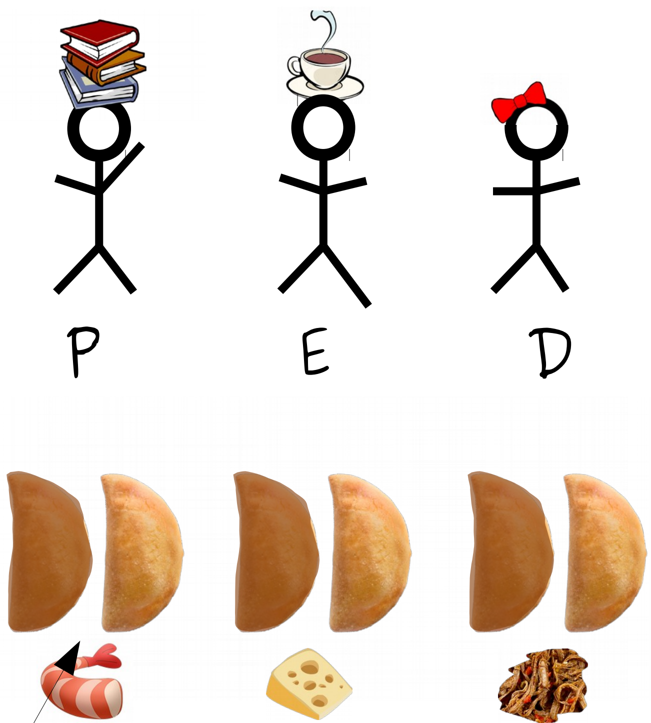
Total = 6! = 720

$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2} = 90$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?



P E D

c q m

[P cq] [E qc] [D]

[D mm] [D mm]

P E D

6 * 5 4 * 3 2 * 1

$$\text{Total} = 6! = 720$$

$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2} = 90$$

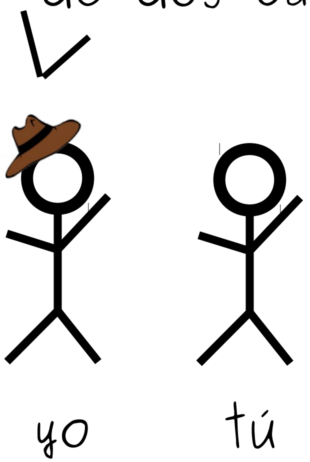
Las empanadas ahora son distinguibles

A nuestra pregunta no le importa

Problema 1: Las empanadas

(pequeño paréntesis)

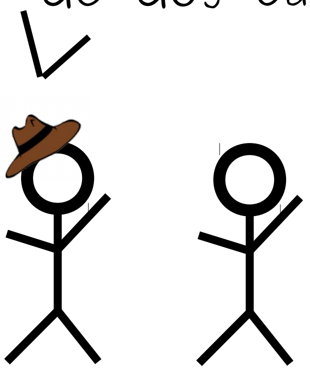
¿Probabilidad de dos caras?



Problema 1: Las empanadas

(pequeño paréntesis)

¿Probabilidad de dos caras?



yo tú

1

2

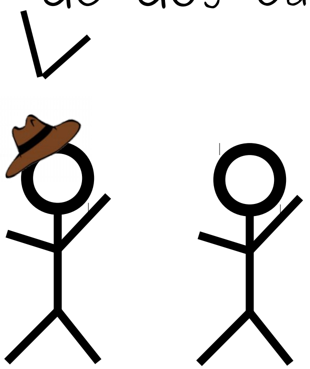
3

4

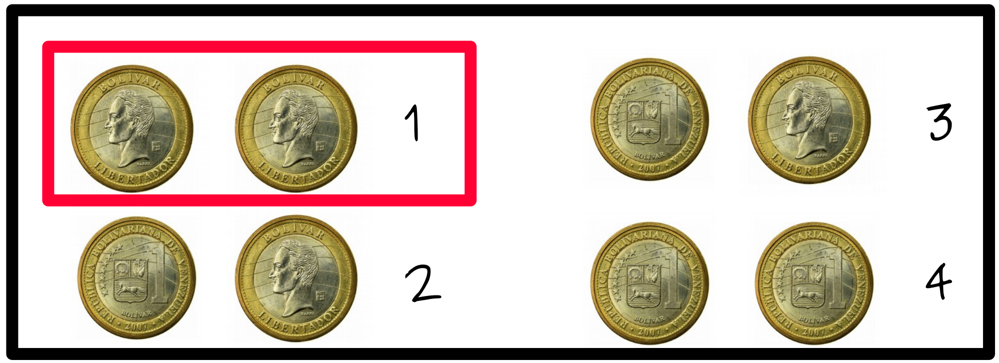
Problema 1: Las empanadas

(pequeño paréntesis)

¿Probabilidad de dos caras?



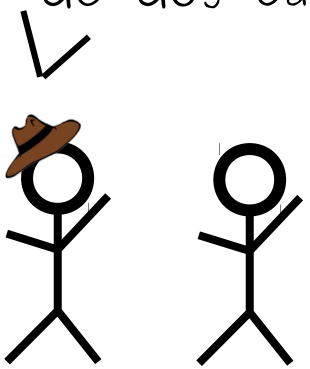
yo tú



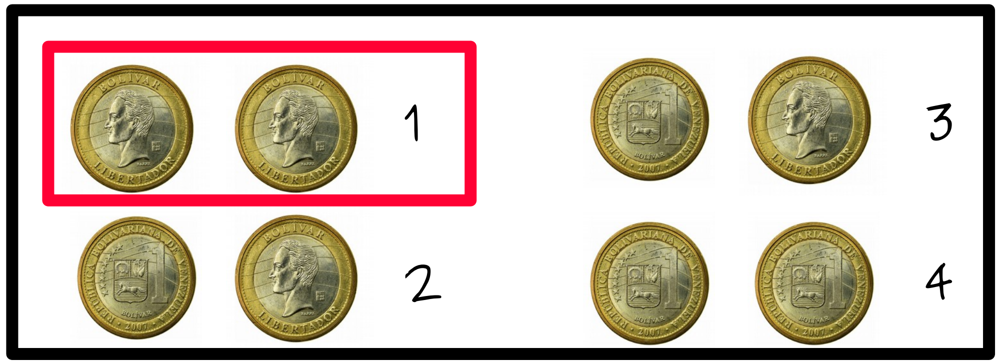
Problema 1: Las empanadas

(pequeño paréntesis)

¿Probabilidad de dos caras?



yo   tú

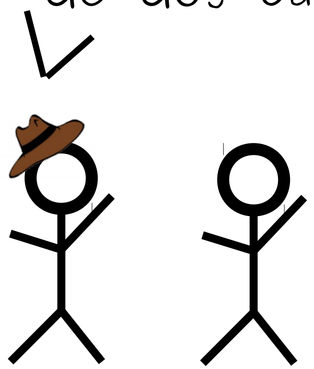


$$P(2\,C) = \frac{1}{4}$$

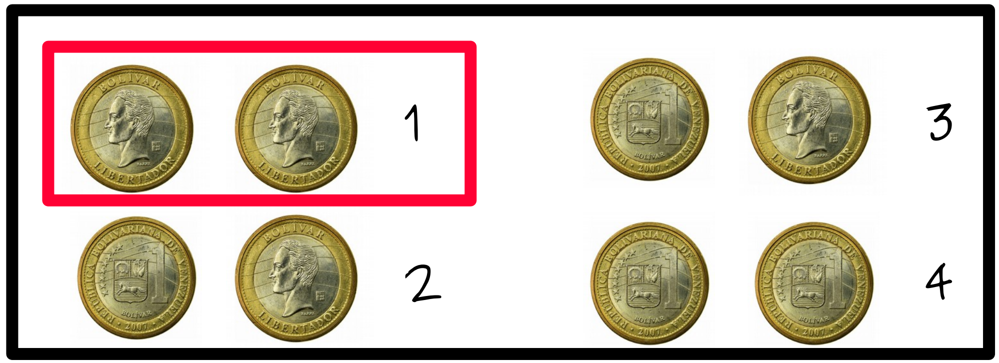
Problema 1: Las empanadas

(pequeño paréntesis)

¿Probabilidad de dos caras?



yo tú

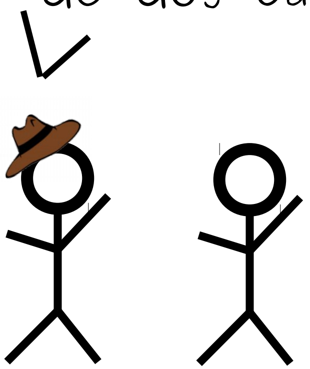


$$P(2C) = \frac{1}{4}$$

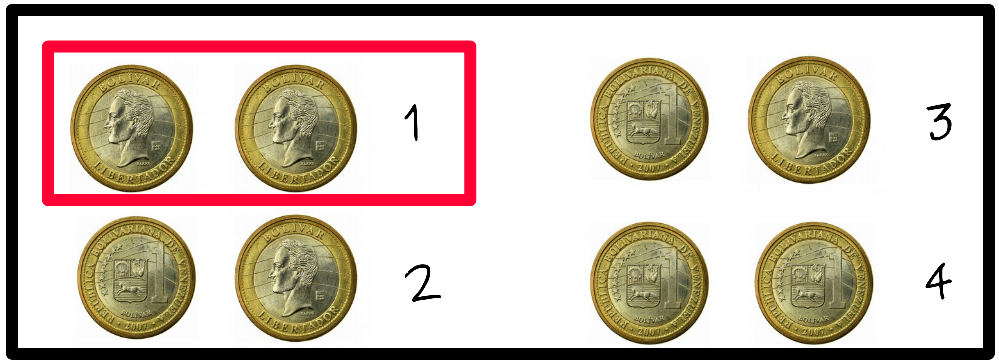
Problema 1: Las empanadas

(pequeño paréntesis)

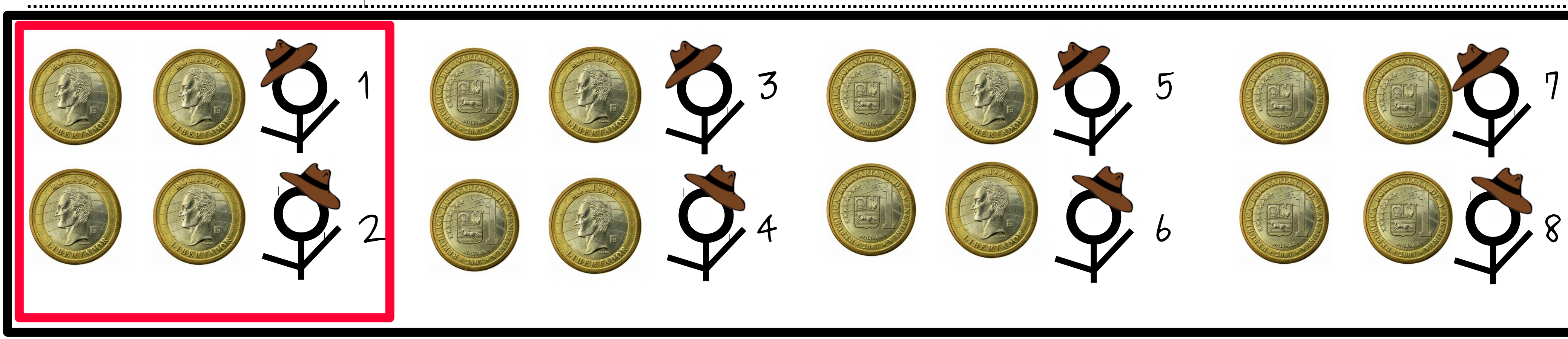
¿Probabilidad de dos caras?



yo tú



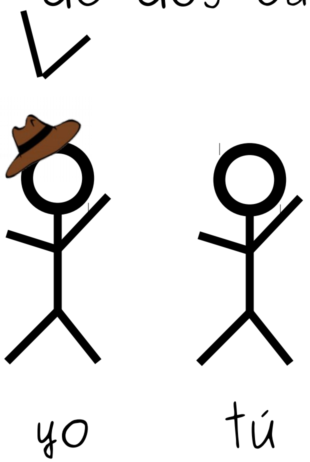
$$P(2C) = \frac{1}{4}$$

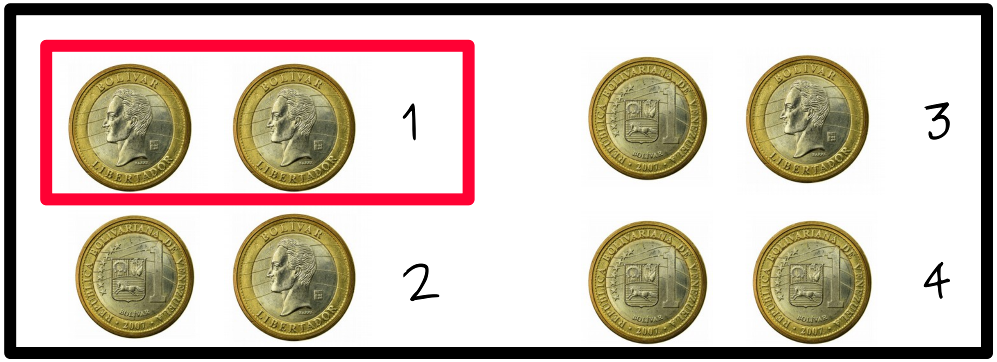


Problema 1: Las empanadas

(pequeño paréntesis)

¿Probabilidad de dos caras?





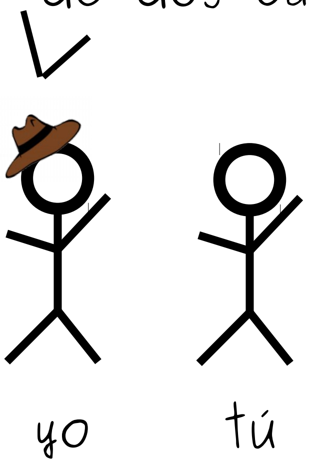
$$P(\,2\,C\,) = \frac{1}{4}$$

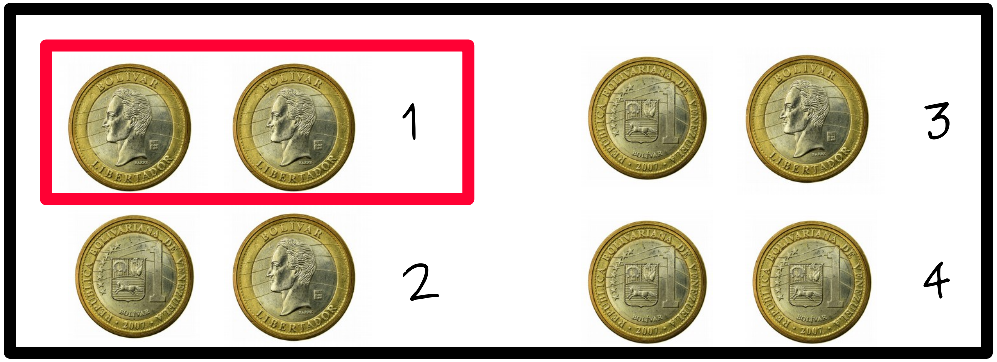
$$P(\,2\,C\,) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Problema 1: Las empanadas

(pequeño paréntesis)

¿Probabilidad de dos caras?





$$P(\,2\,C\,) = \frac{1}{4}$$

$$P(\,2\,C\,) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

A nuestra pregunta no le importa

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos hay?

[P cq] [E qc] [D]

[D mm] [D mm]

P E D

$6 * 5 \quad 4 * 3 \quad 2 * 1$

$$\text{Total} = 6! = 720$$

$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2} = 90$$

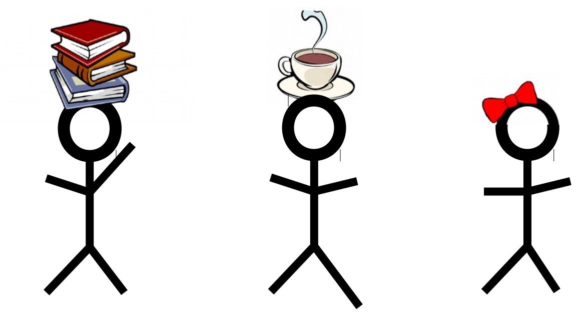
Las empanadas ahora
son distinguibles

A nuestra pregunta
no le importa

Problema 1: Las empanadas

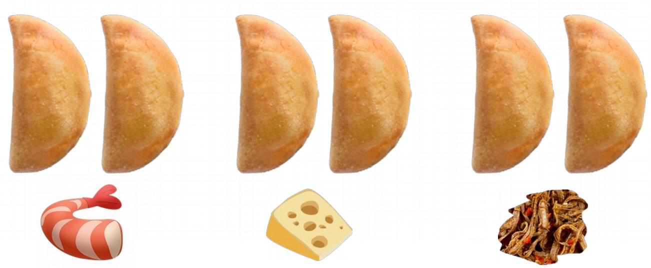
Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



P E D

P E D

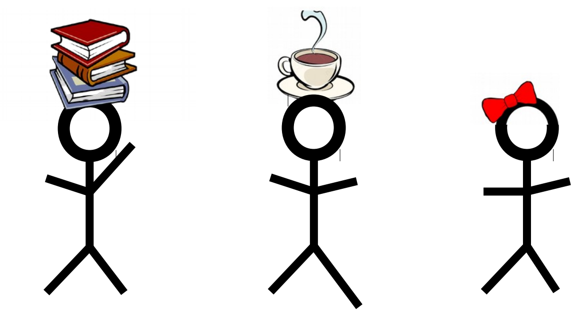


c q m

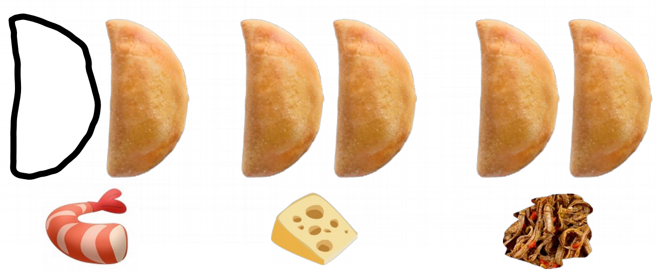
Problema 1: Las empanadas

Solución 1: Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



P E D



c q m

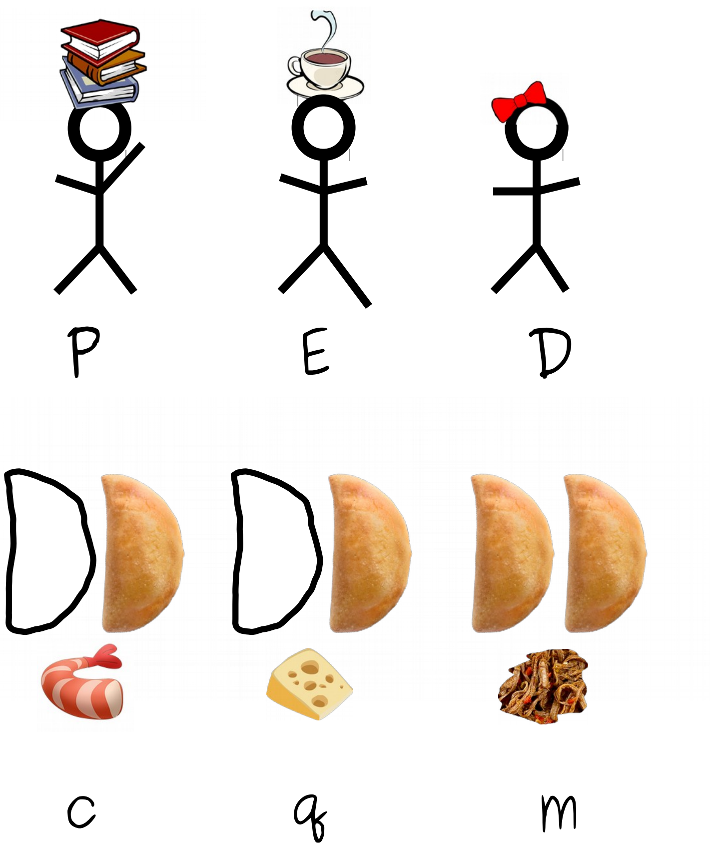
P E D

6

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



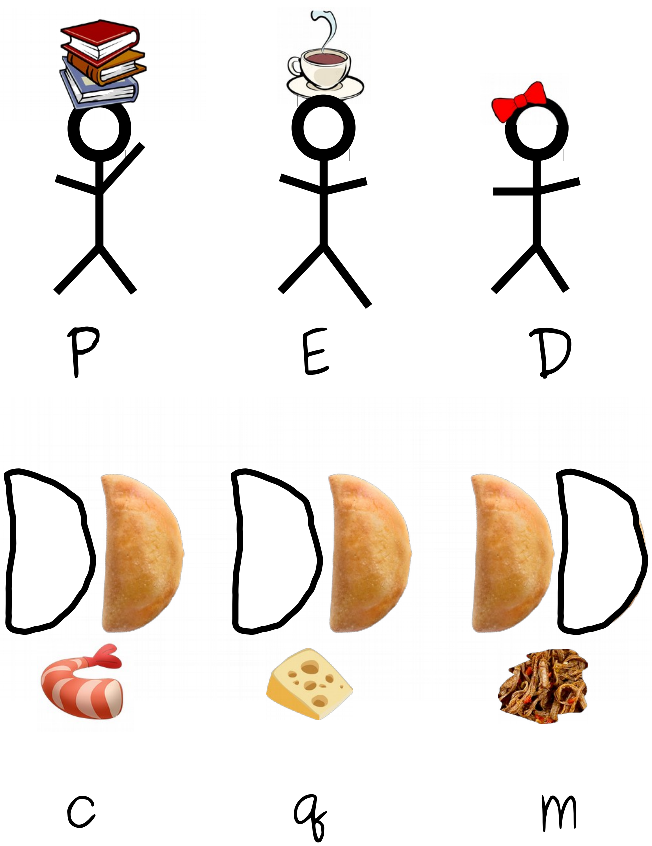
P E D

6 * 4

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



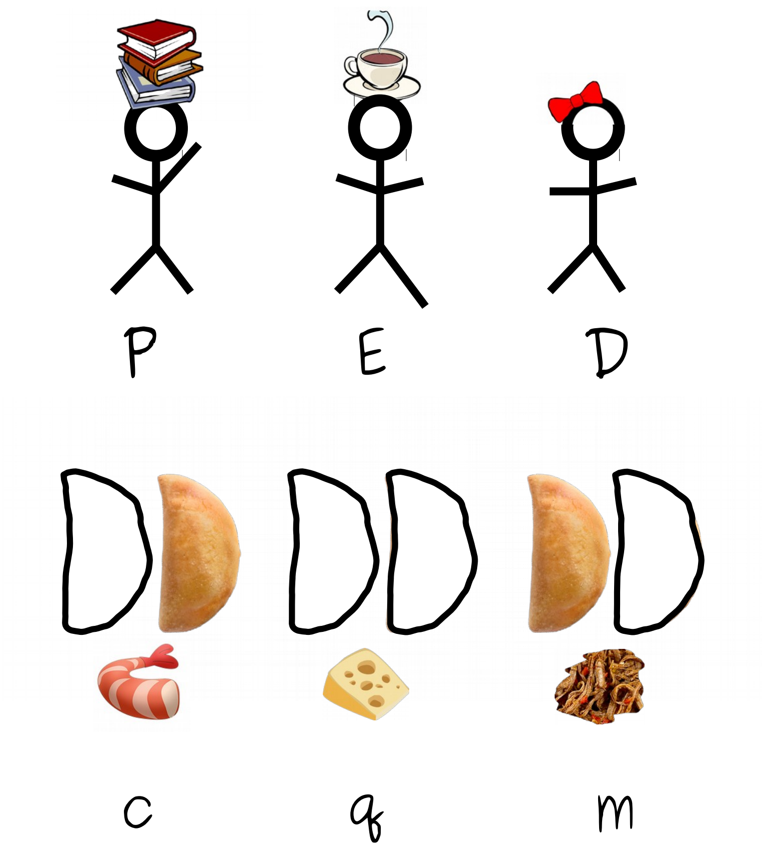
P E D

6 * 4 4

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



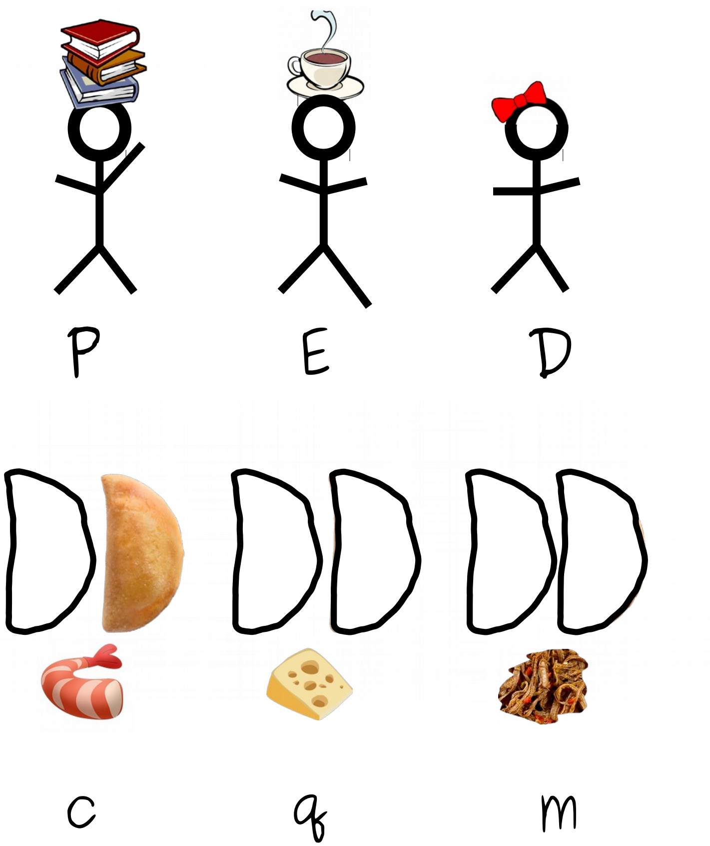
P E D

6 * 4 4 * 2

Problema 1: Las empanadas

Solución 1: Contando

¿Cuántos casos favorables hay?

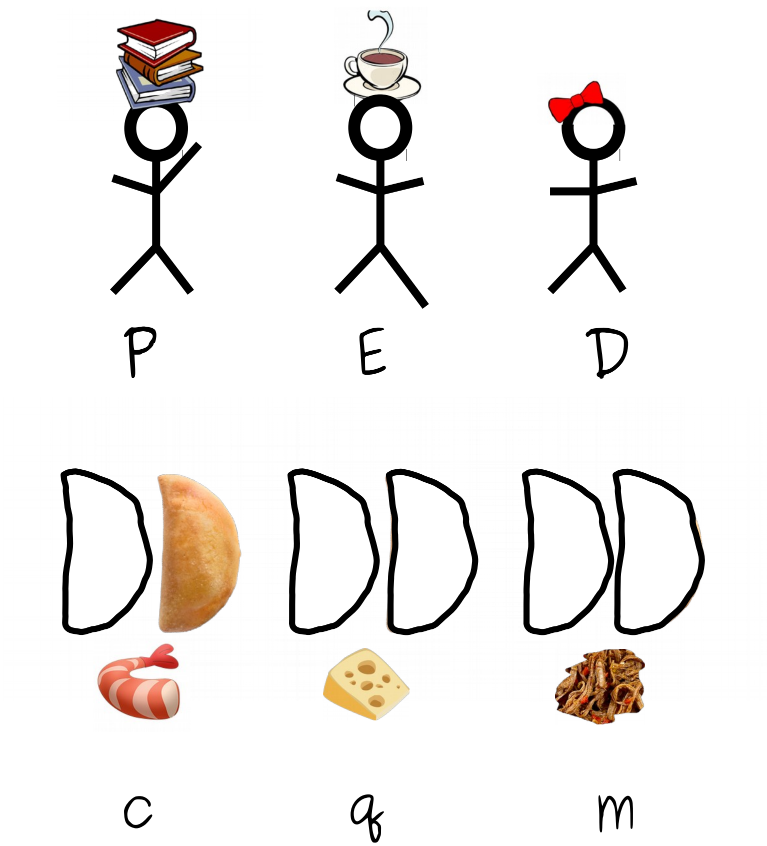


P	E	D
6 * 4	4 * 2	2

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?

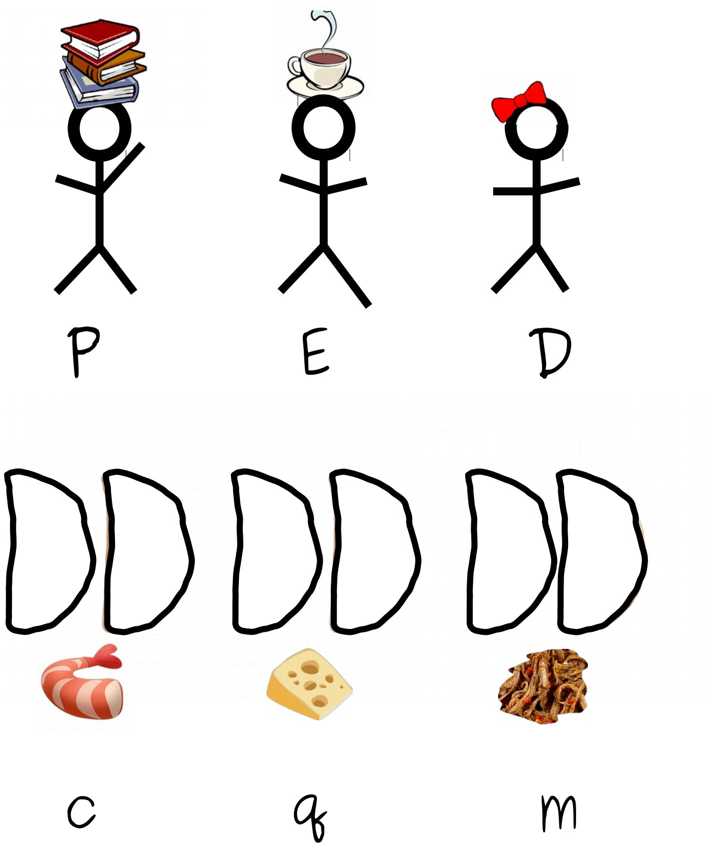


P	E	D
6 * 4	4 * 2	2 * 1

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



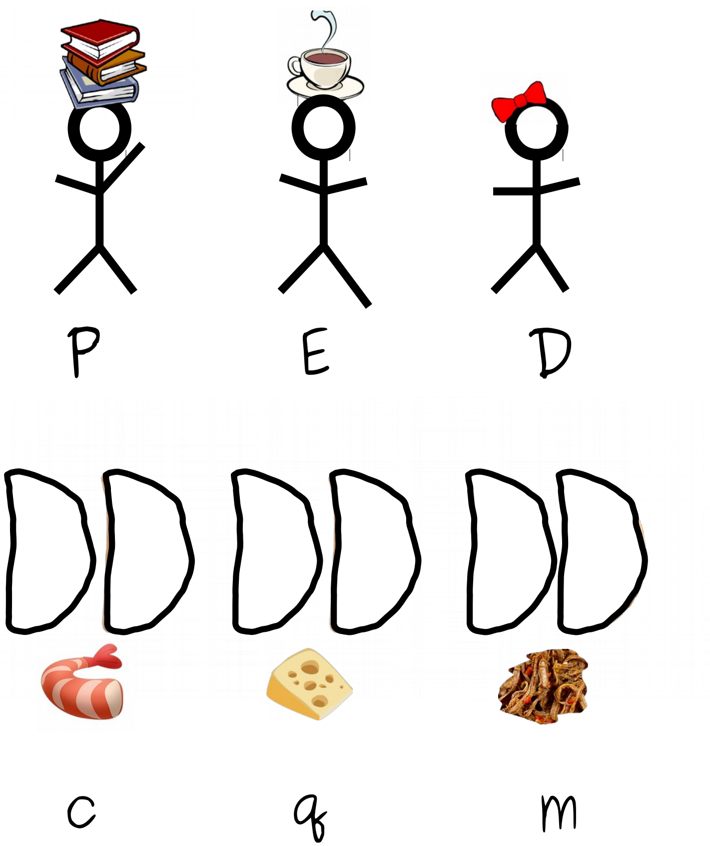
P E D

$6 * 4 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1 = 384$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



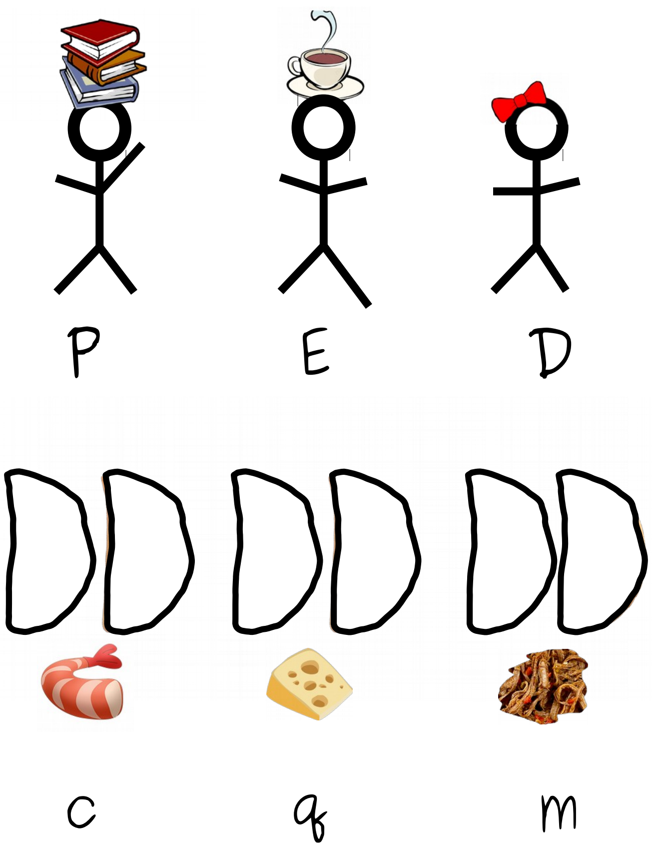
P E D

$$\frac{6 * 4 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{384}{8}$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1: Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



P E D

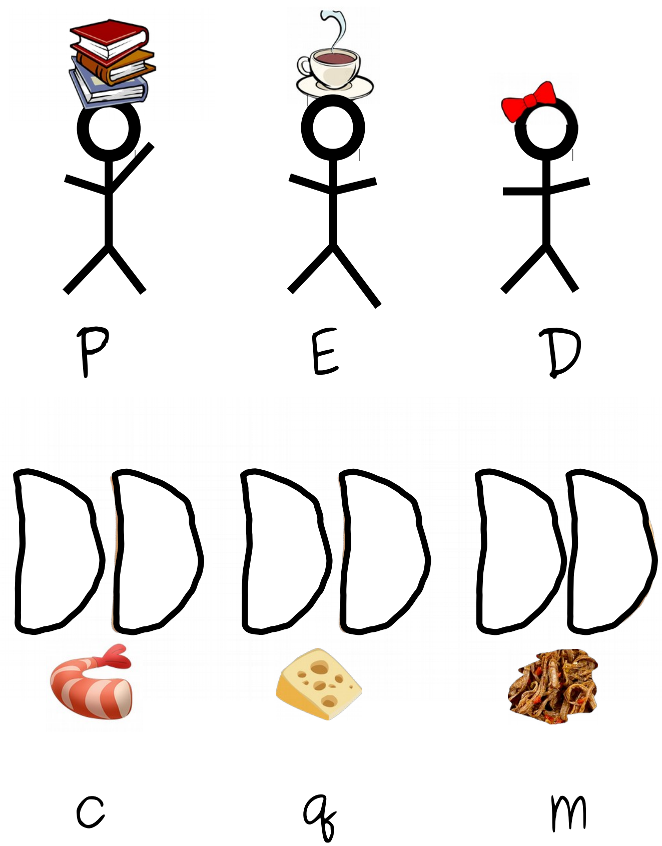
$$\frac{6 * 4 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{384}{8}$$

$$= 48$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



P E D

$$\frac{6 * 4 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{384}{8} = 48$$

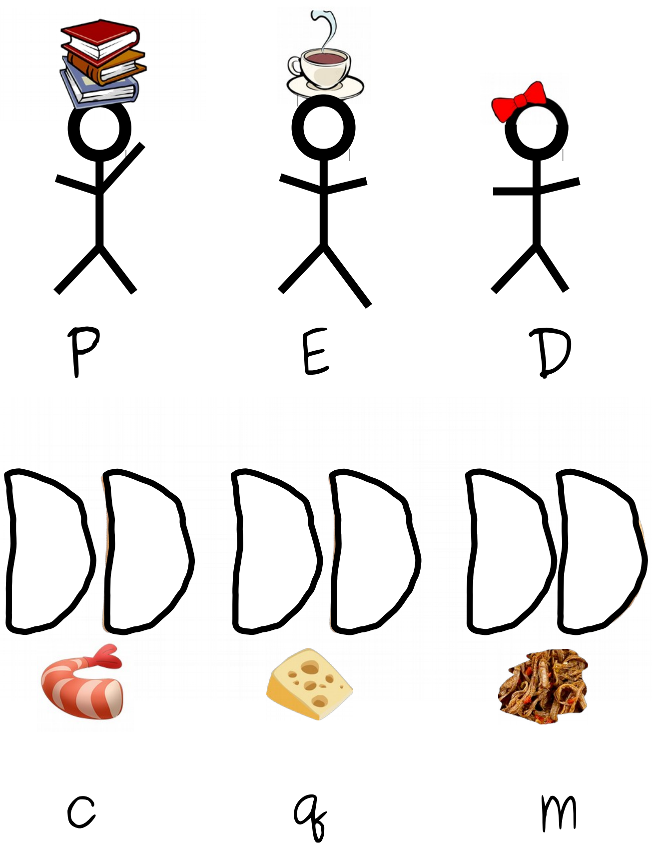
Total = 6! = 720

$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2} = 90$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



P E D

$$\frac{6 * 4 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{384}{8}$$

$= 48$

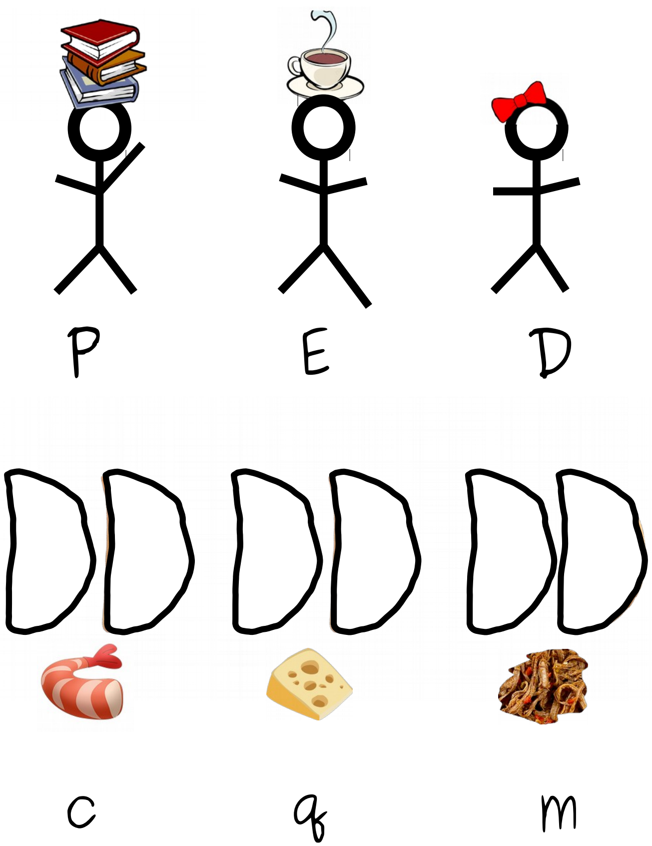
Total = 6! = 720

$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2} = 90$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?



$$P(\checkmark) = \frac{48}{90}$$

P E D

$$\frac{6 * 4 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{384}{8} = 48$$

Total = 6! = 720

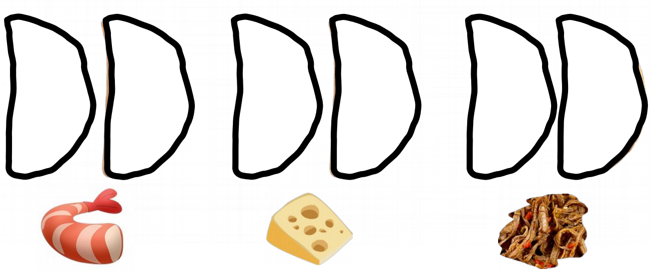
$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2} = 90$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1:
Contando

¿Cuántos casos favorables hay?

P E D



c q m

$$P(✓) = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$$

P E D

$$\frac{6 * 4 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{384}{8} = 48$$

Total = 6! = 720

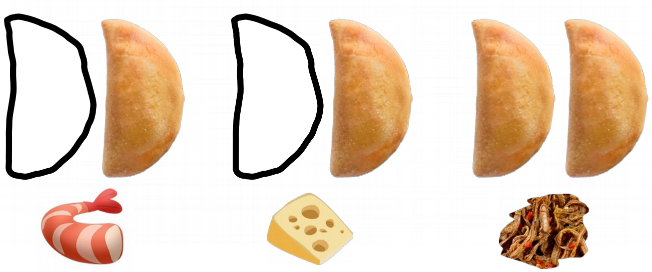
$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2} = 90$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 1: Contando

¿Cuántos casos favorables hay?

P E D



c q m

$$\boxed{P(A\cap B)=P(A)P(B|A)}$$

Probabilidad de la intersección

$$P(✓) = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$$

P E D

$$\frac{6*4 \quad 4*2 \quad 2*1}{2*2*2} = \frac{384}{8}$$

Total = 6! = 720

= 48

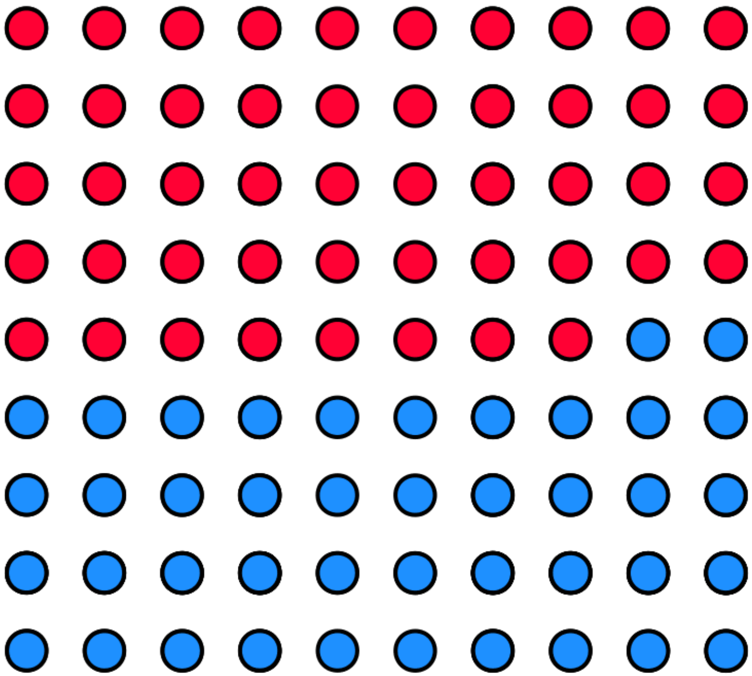
$$\text{Total} = \frac{6!}{2*2*2} = 90$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Probabilidad del complemento

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$



P(✗)

Nadie repite

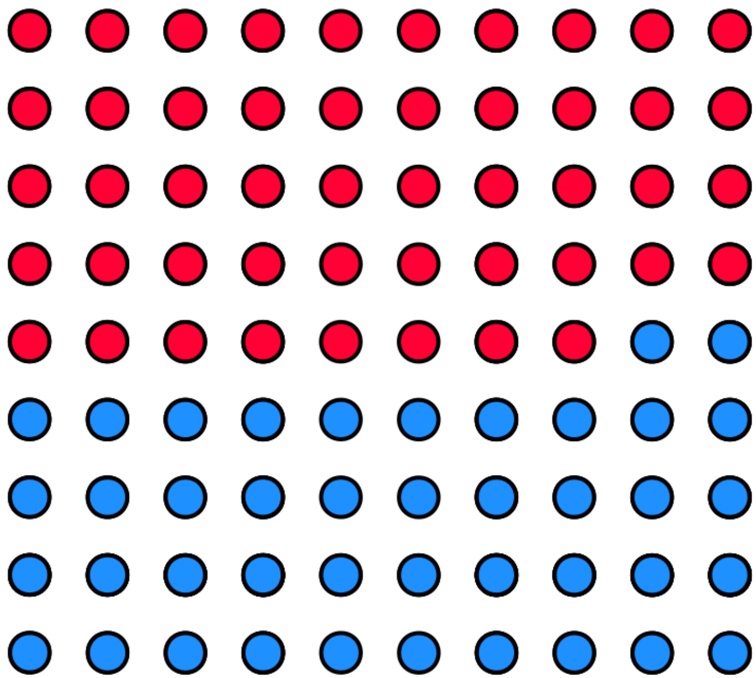
Al menos alguien repite

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Probabilidad del complemento

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$



$$P(\checkmark) = 1 - P(\times)$$

$$P(\times)$$

Nadie repite

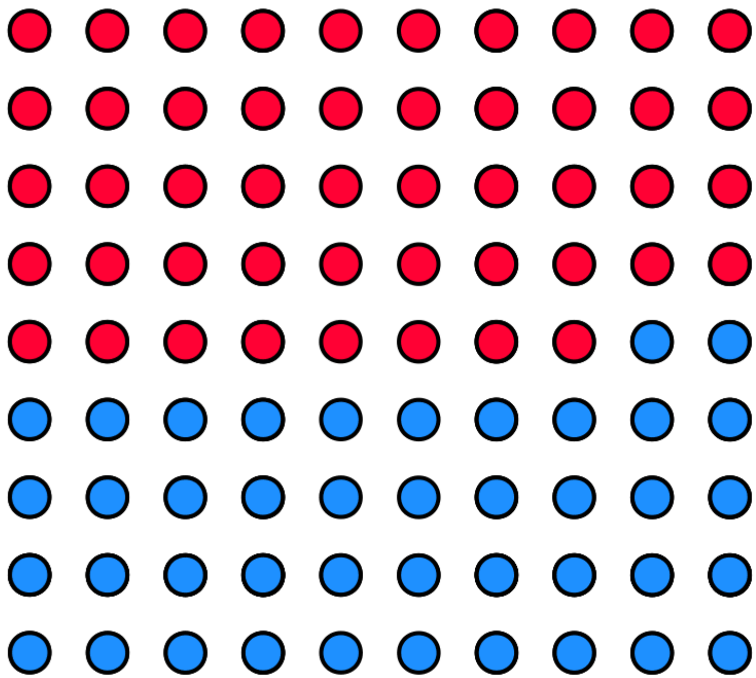
Al menos alguien repite

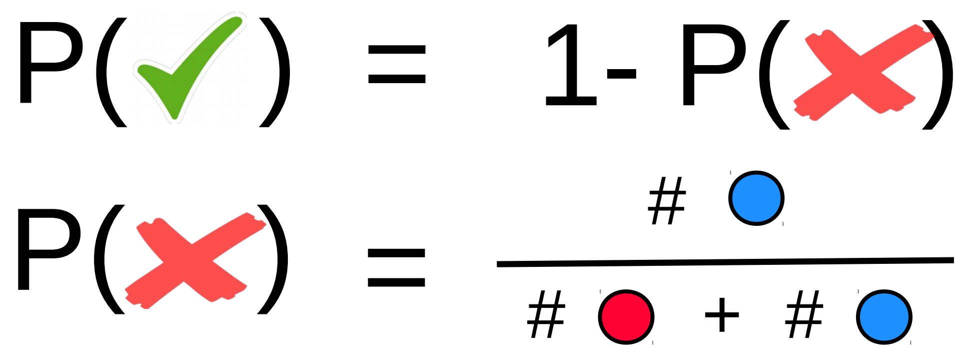
Problema 1: Las empanadas

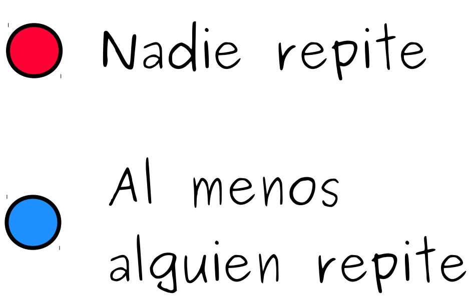
Solución 2: Contando fracasos

Probabilidad del complemento

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$





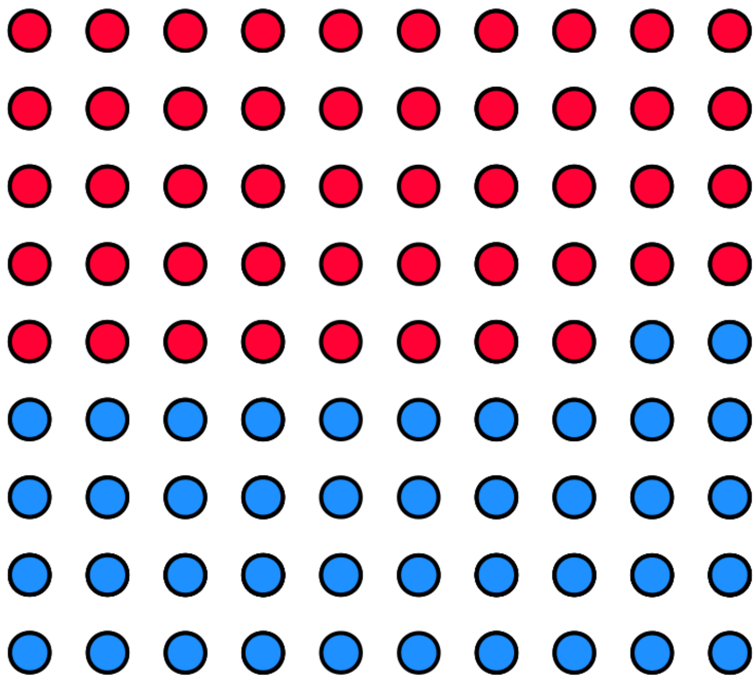


Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Probabilidad del complemento

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$



P(✓) = 1- P(✗)

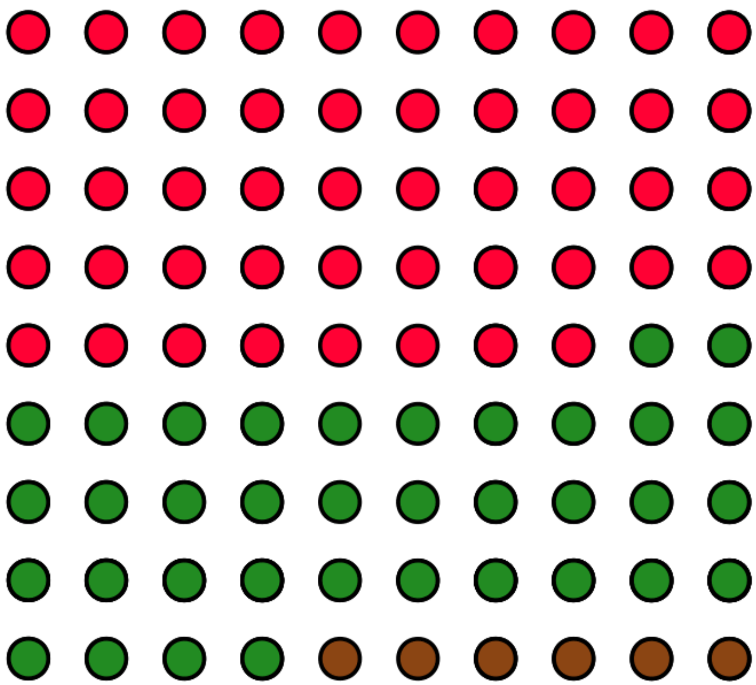
$$P(✗) = \frac{\#}{\# + \#}$$

Nadie repite

Al menos alguien repite

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

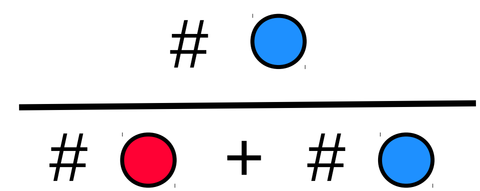


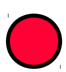
Probabilidad del complemento

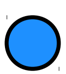
$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

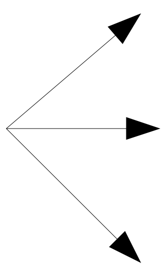
P(✓) = 1- P(✗)

P(✗) =



 Nadie repite

 Al menos
alguien repite

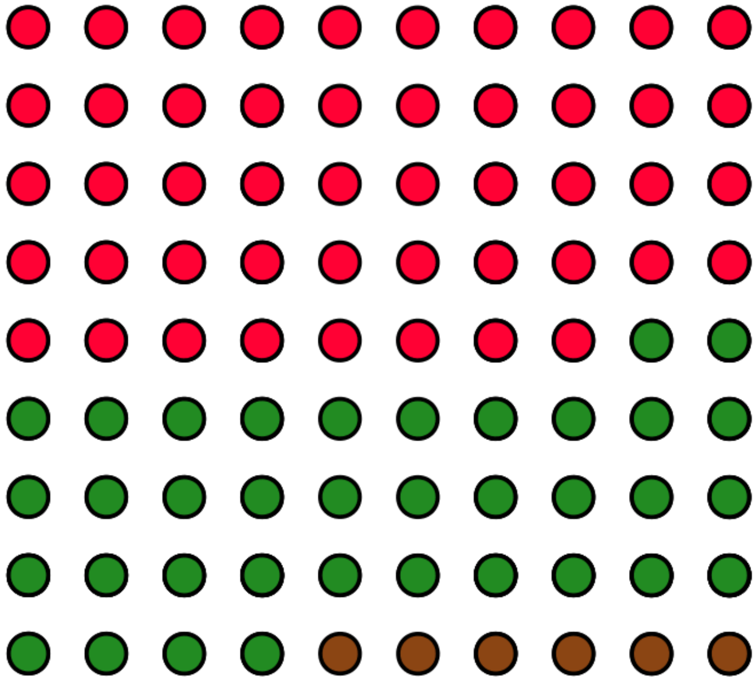


Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Probabilidad del complemento

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$



P(✓) = 1- P(✗)

P(✗) = # 🔵 / (# 🔴 + # 🔵)

🔴 Nadie repite

🟢 Uno solo repite

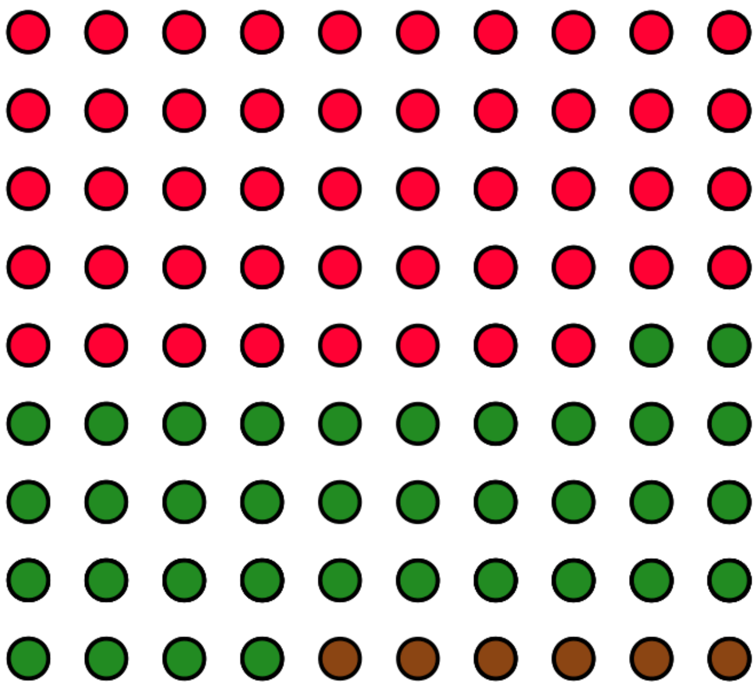
🔵 Al menos alguien repite

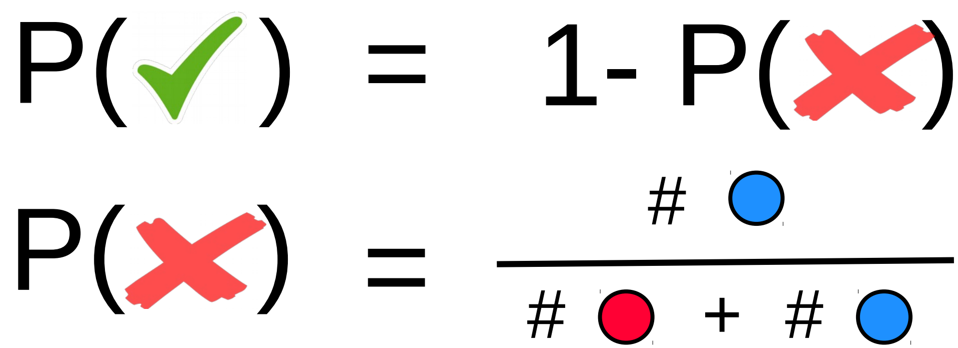
Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Probabilidad del complemento

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$



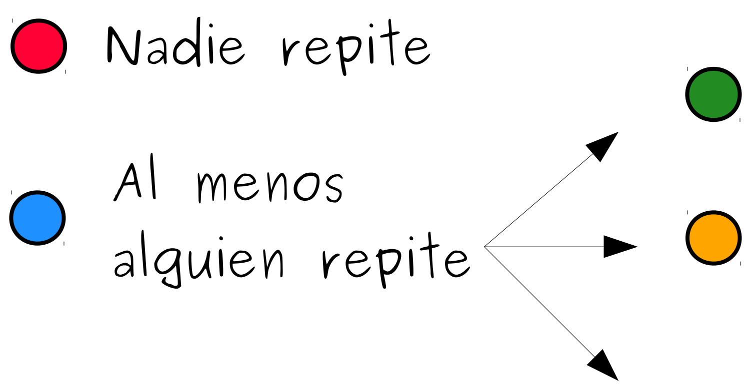


Nadie repite

Al menos
alguien repite

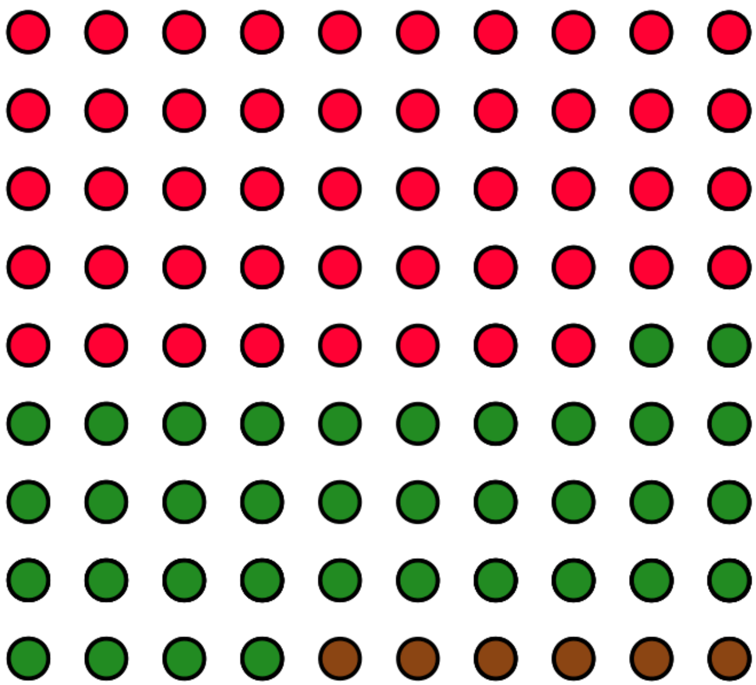
Uno solo repite

Solo dos repiten



Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos



Probabilidad del complemento

$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

P(✓) = 1- P(✗)

P(✗) = # 🔵 / (# 🔴 + # 🔵)

🔴 Nadie repite

🔵 Al menos alguien repite

🟢 Uno solo repite

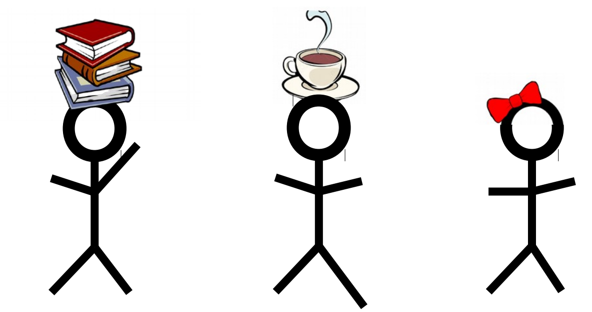
🟠 Solo dos repiten

🟤 Los tres repiten

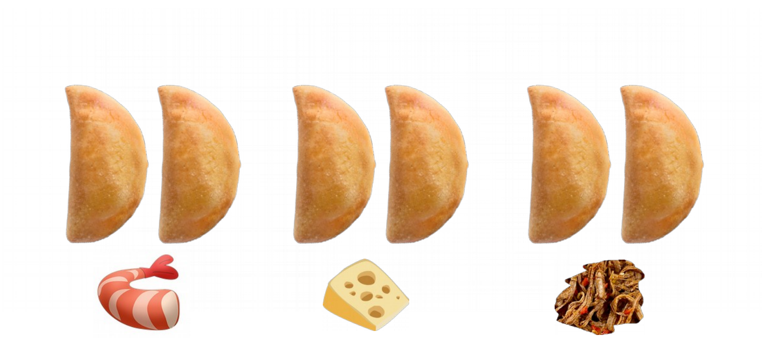
Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Uno solo repite



P E D



c q m

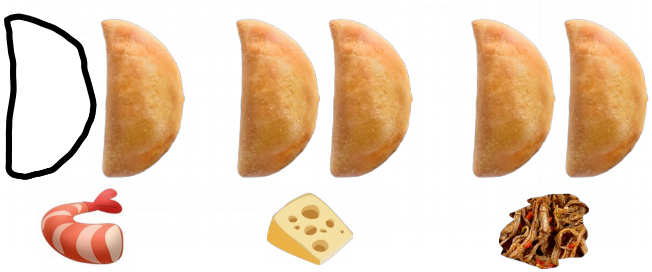
P E D

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Uno solo repite

P E D



c q m

P E D

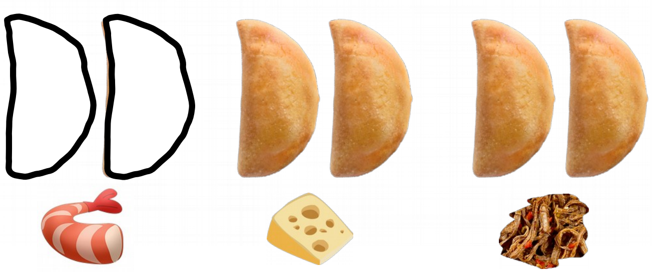
6

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Uno solo repite

P E D



c q m

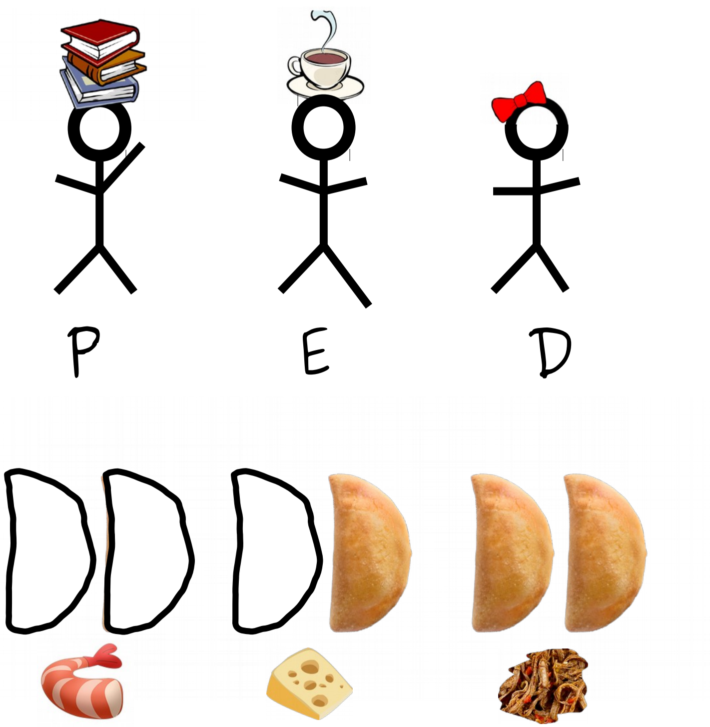
P E D

6 * 1

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Uno solo repite



c q m

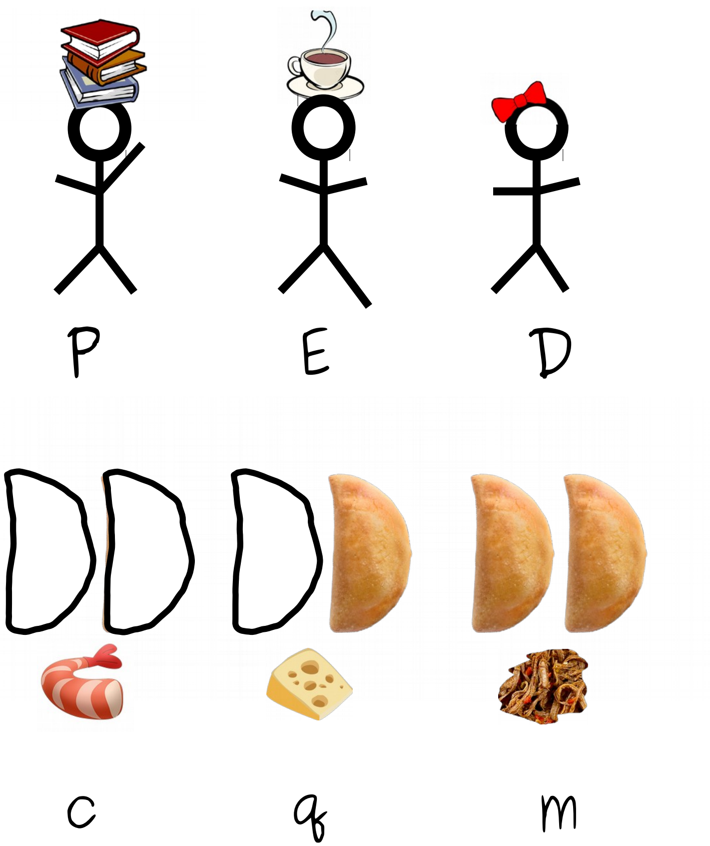
P E D

6 * 1 4

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Uno solo repite



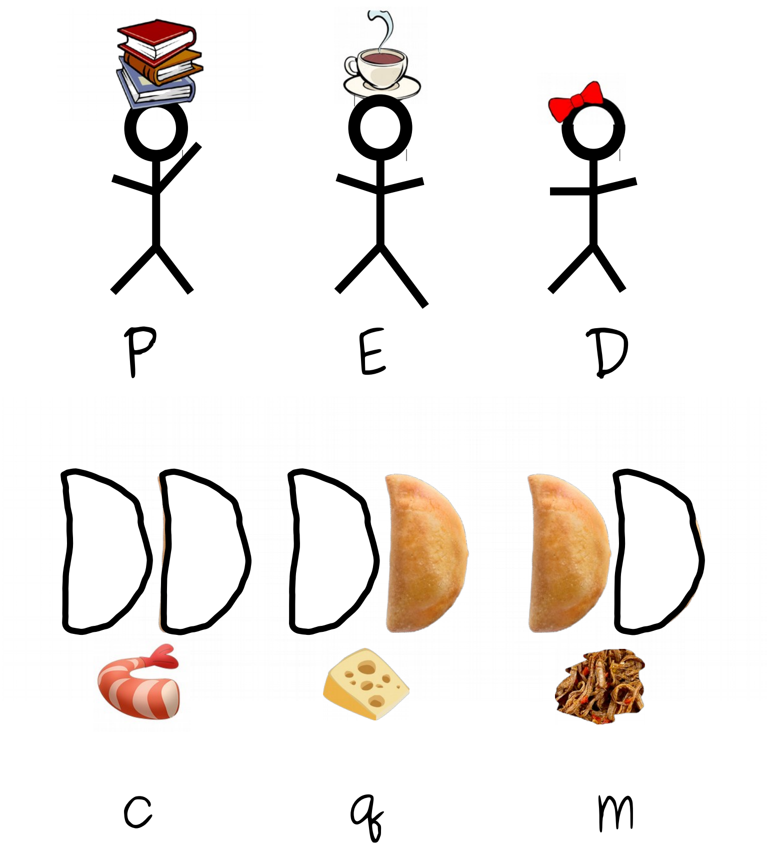
P E D

6 * 1 4 * 2

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Uno solo repite



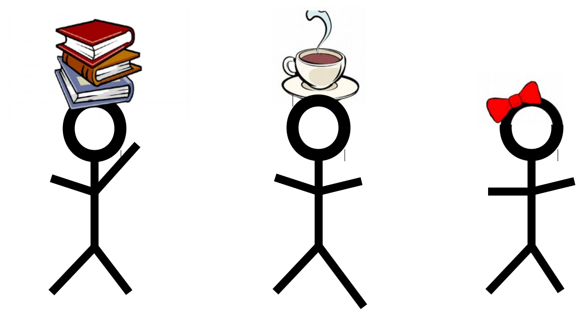
P E D

6 * 1 4 * 2

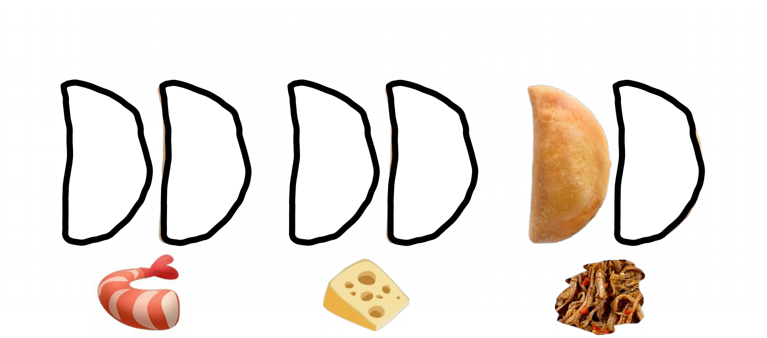
Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Uno solo repite



P E D



c q m

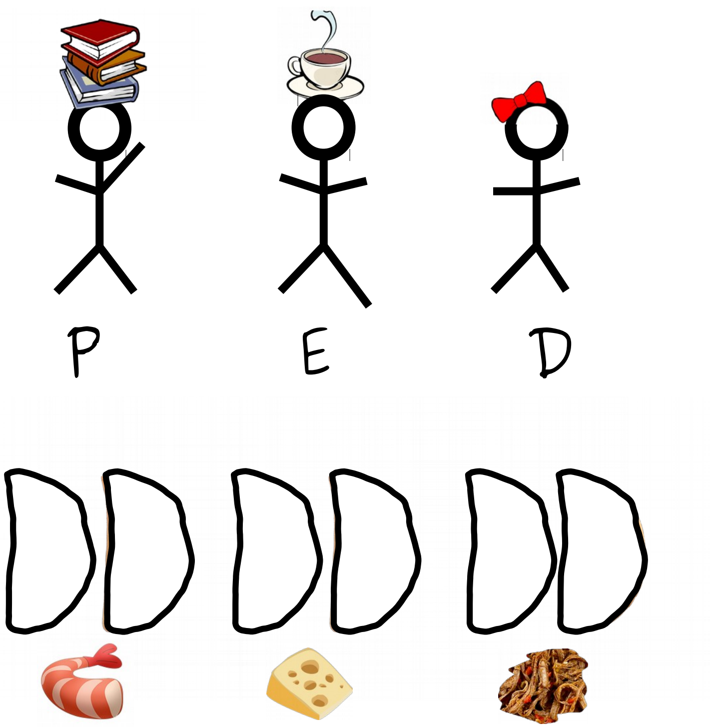
P E D

6 * 1   4 * 2   2

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando fracasos

Uno solo repite



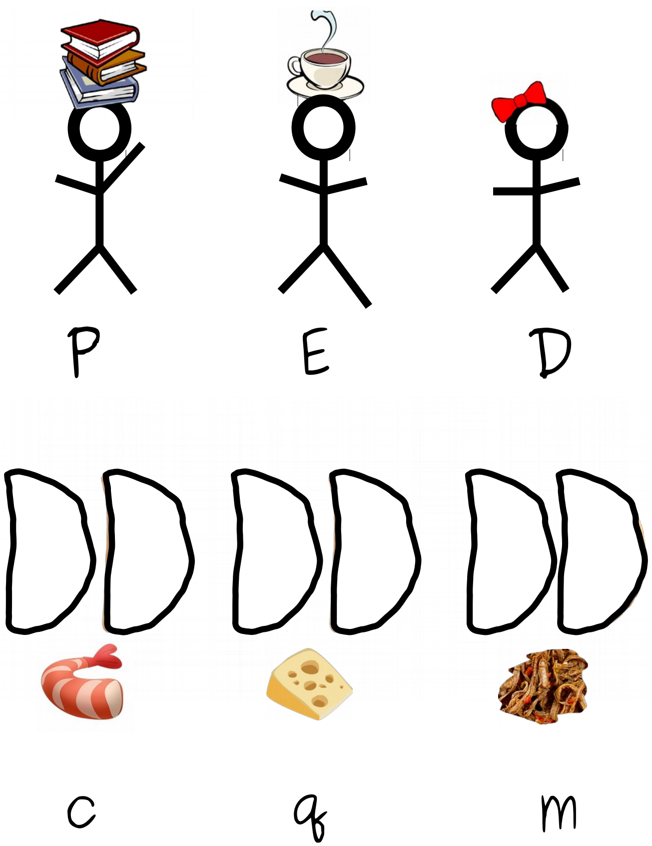
c q m

P	E	D
$6 * 1$	$4 * 2$	$2 * 1$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Uno solo repite



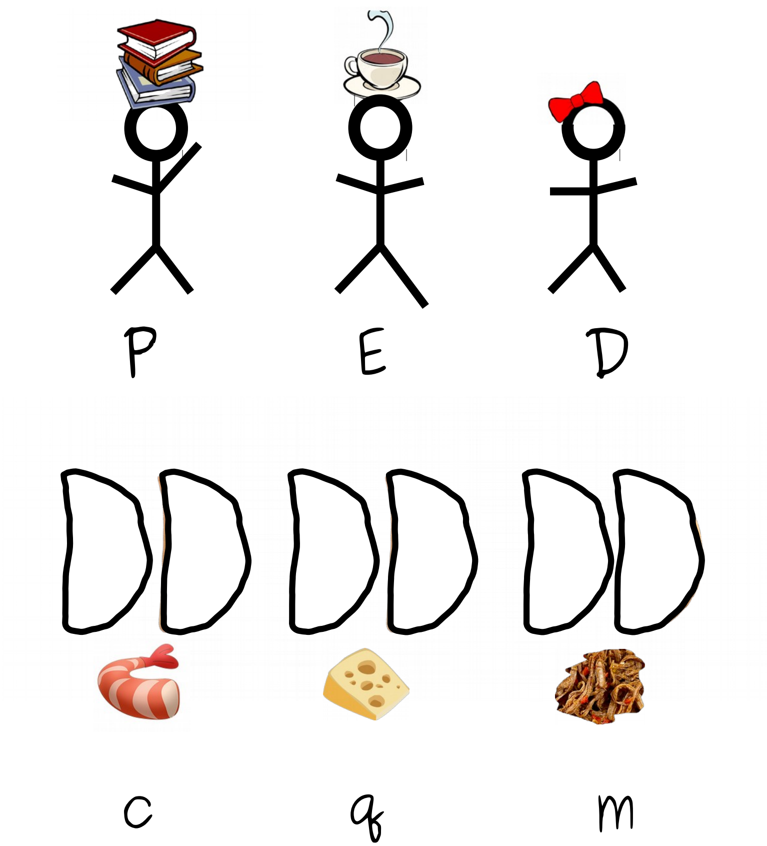
P E D

6 * 1 4 * 2 2 * 1 = 96

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Uno solo repite



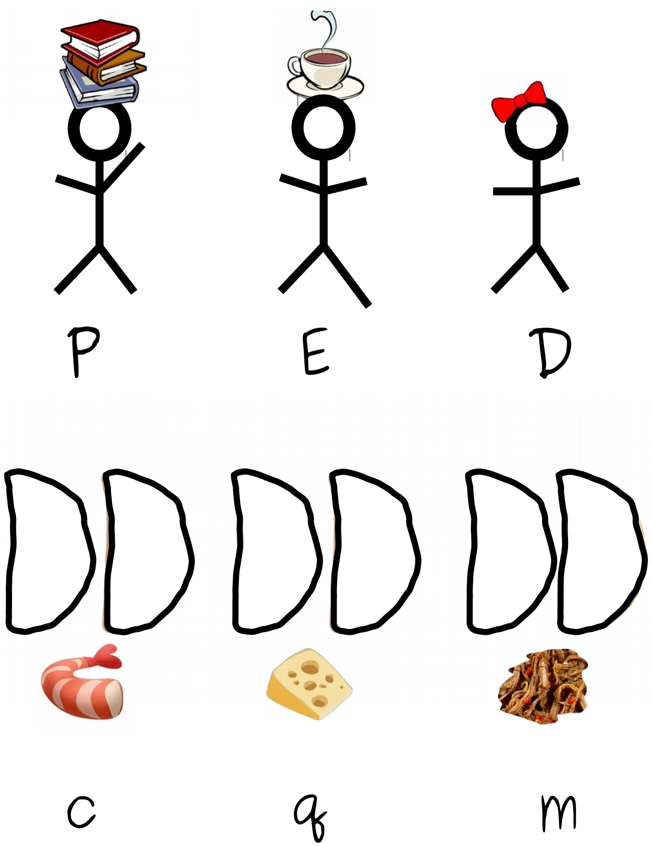
P	E	D

$$\frac{6 * 1 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{96}{8}$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Uno solo repite



P E D

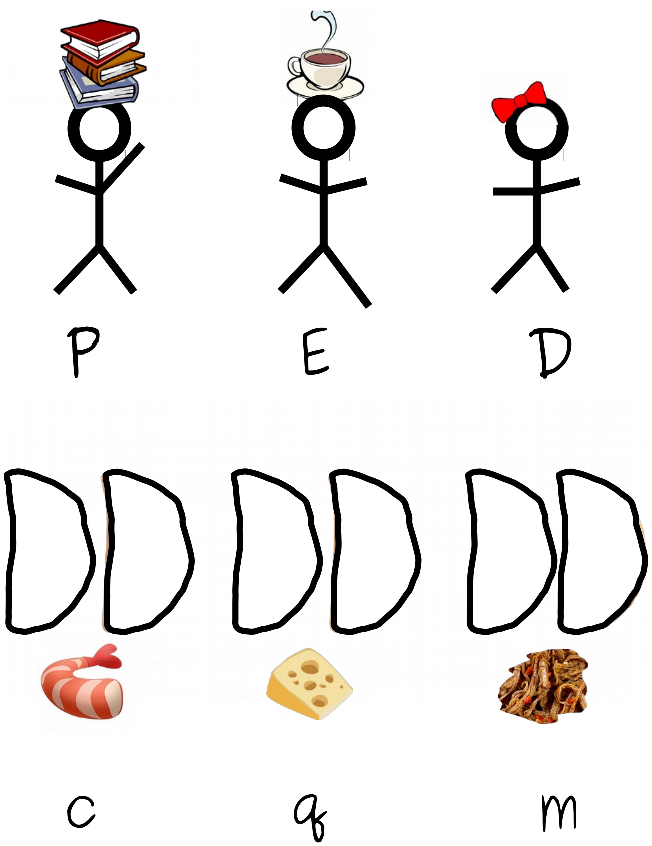
$$\frac{6 * 1 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{96}{8}$$

$$= 12$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Uno solo repite



P E D

$$\frac{6 * 1 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{96}{8}$$

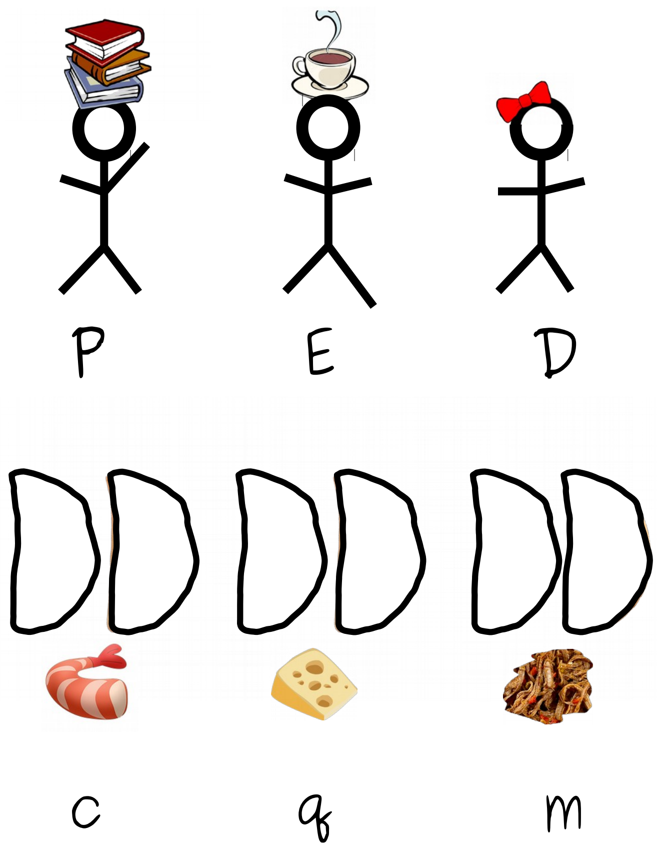
$$= 12$$

Casos en los que solo Pablo repite

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

- Uno solo repite



P E D

$$\frac{6 * 1 \quad 4 * 2 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{96}{8} = 12$$

Casos en los que solo Pablo repite

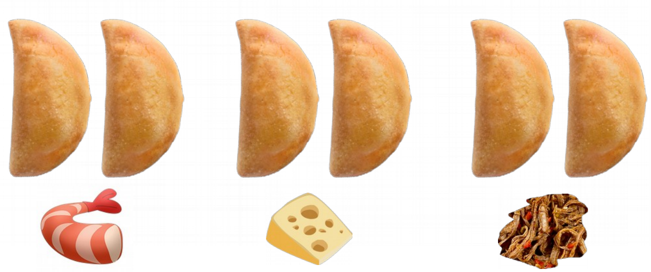
Casos en los que solo uno repite $= 12 * 3 = 36$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Solo dos repiten

P E D



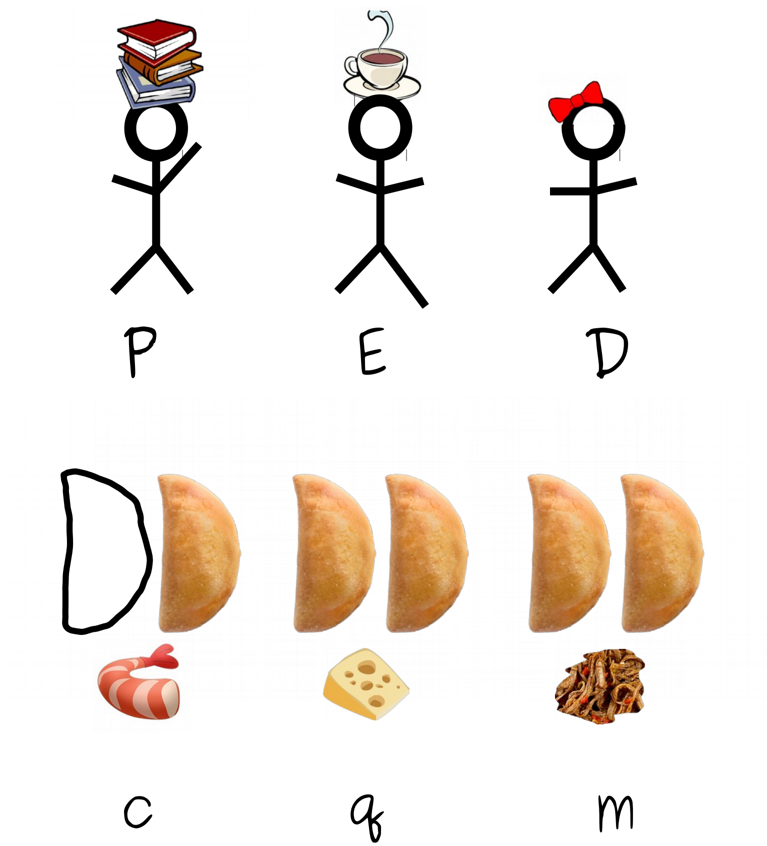
c q m

P E D

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Solo dos repiten



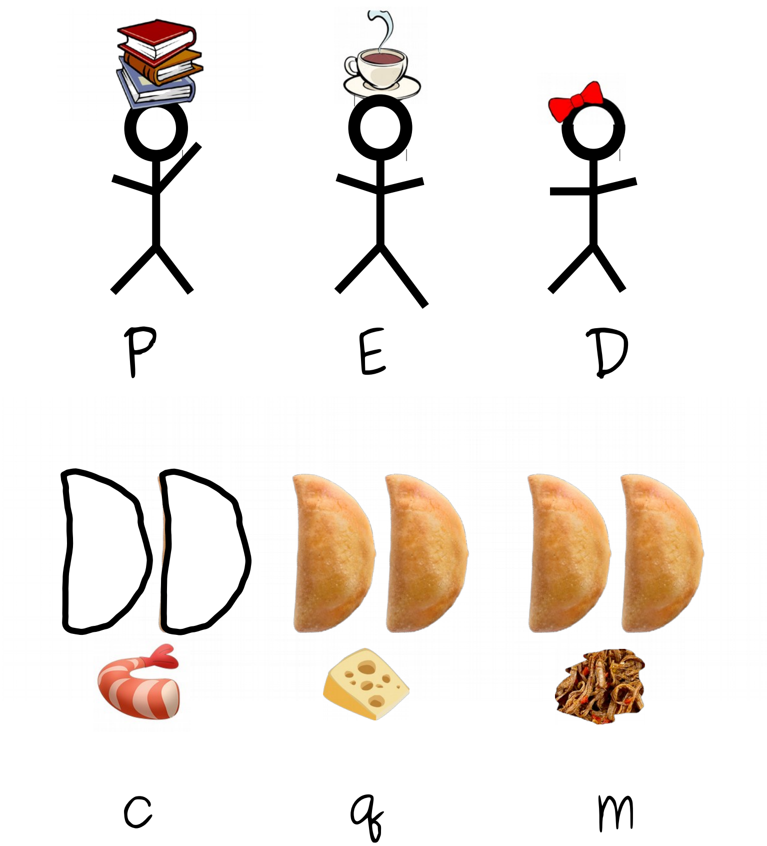
P E D

6

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Solo dos repiten



P E D

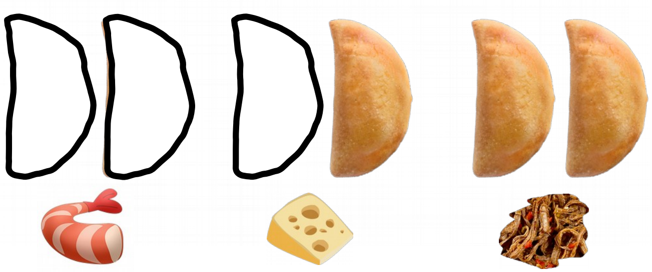
6 * 1

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Solo dos repiten

P E D



c q m

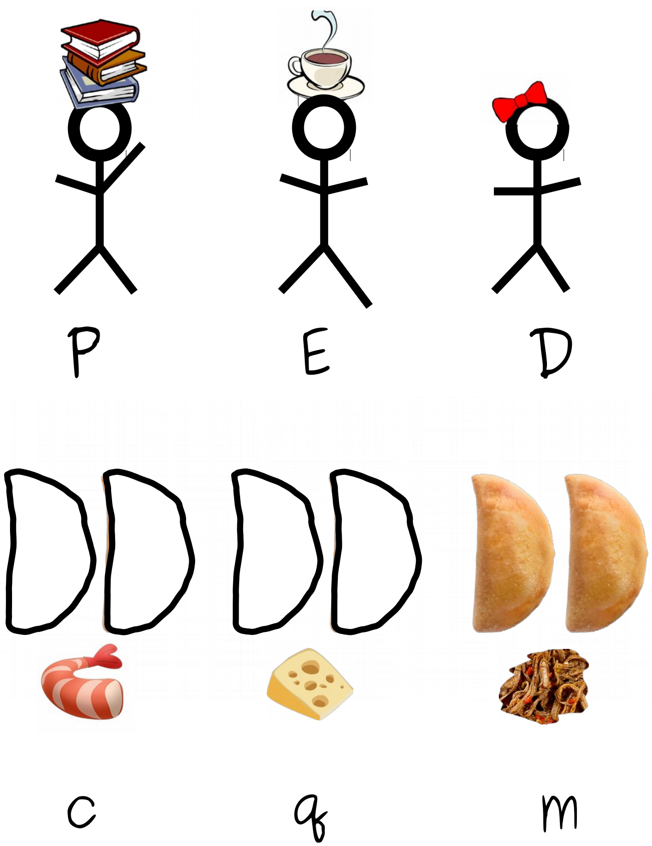
P E D

6 * 1 4

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Solo dos repiten



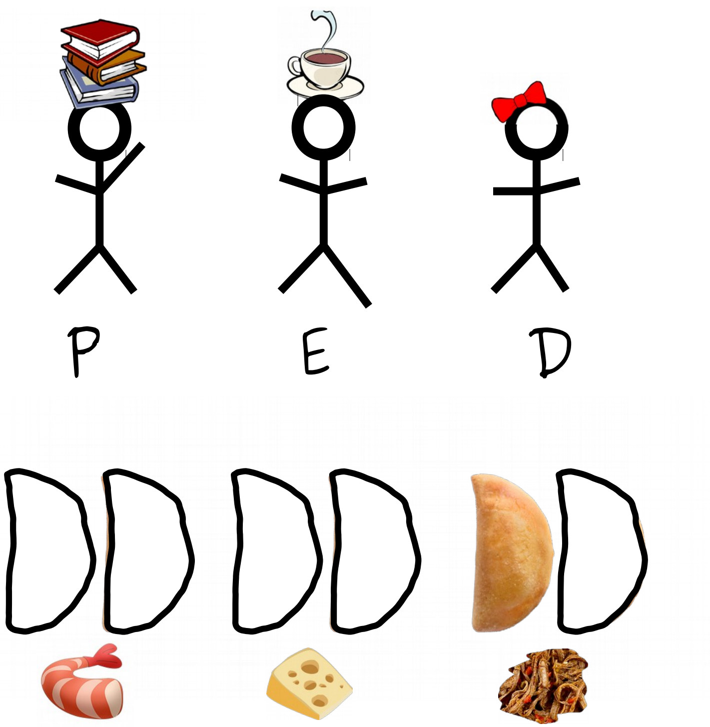
P E D

6 * 1 4 * 1

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Solo dos repiten



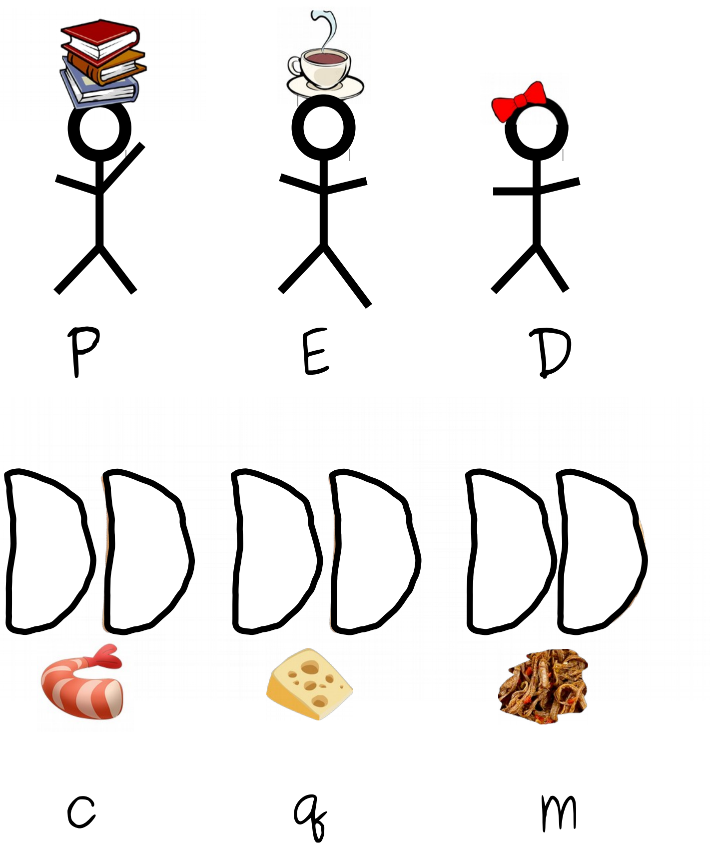
c q m

P	E	D
6 * 1	4 * 1	2

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Solo dos repiten



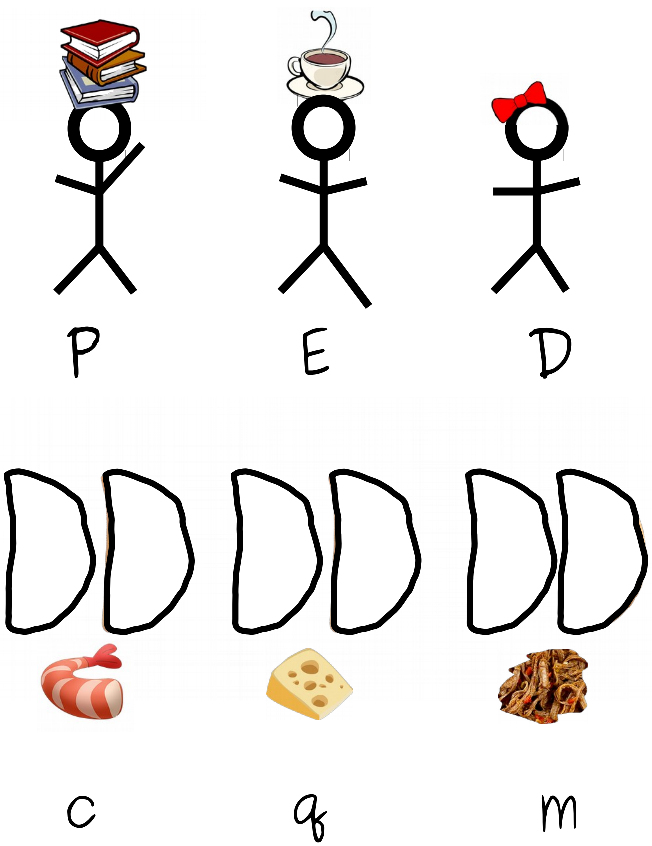
P E D

6 * 1 4 * 1 2 * 0

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

Solo dos repiten



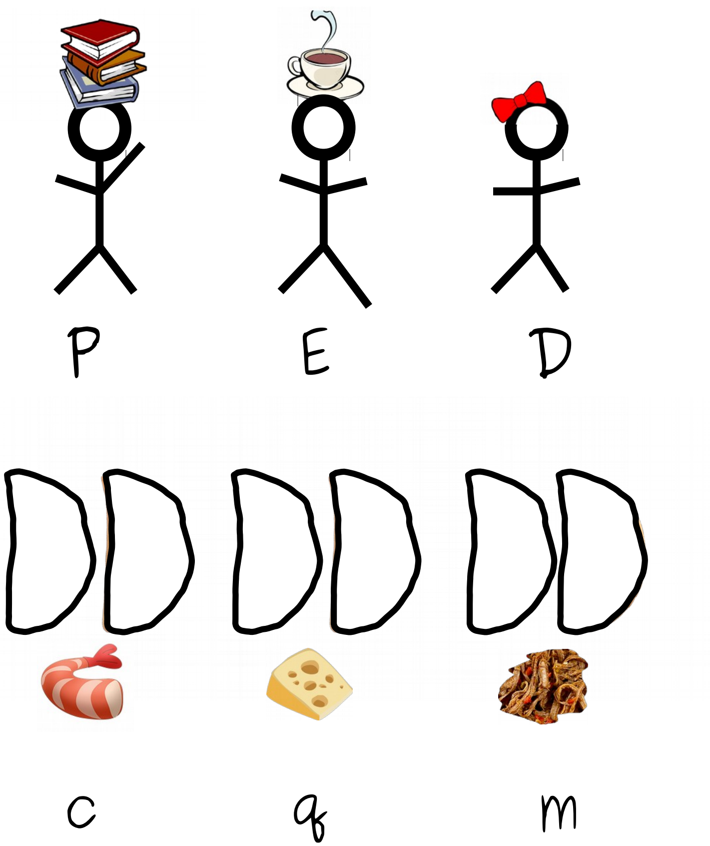
P E D

$6 * 1 \quad 4 * 1 \quad 2 * 0 \quad = 0$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

Solo dos repiten



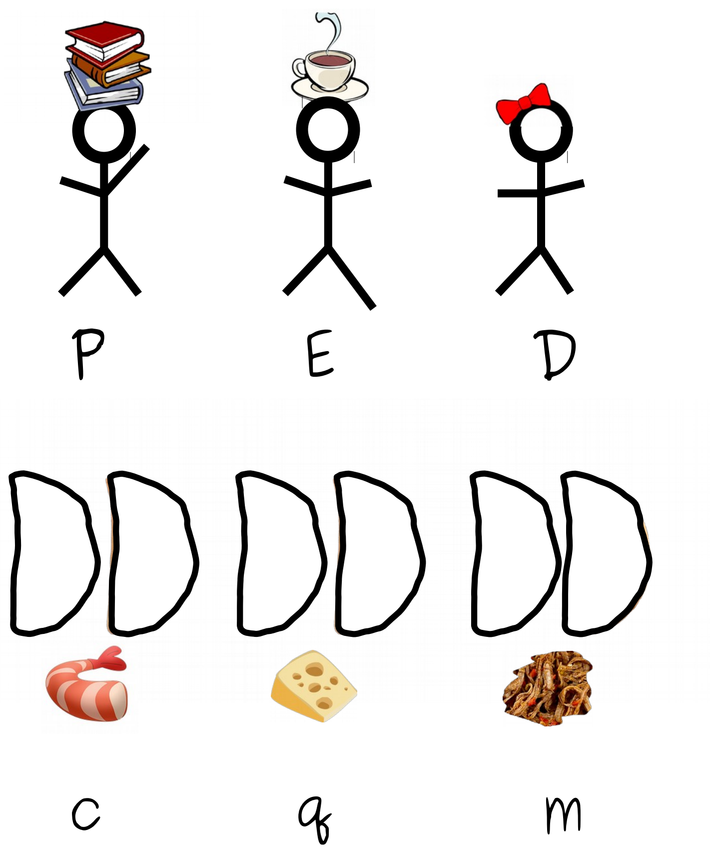
P E D

$$\frac{6 * 1 \quad 4 * 1 \quad 2 * 0}{2*2*2} = \frac{0}{8}$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

- Solo dos repiten



P E D

$$\frac{6*1 \quad 4*1 \quad 2*0}{2*2*2} = \frac{0}{8}$$

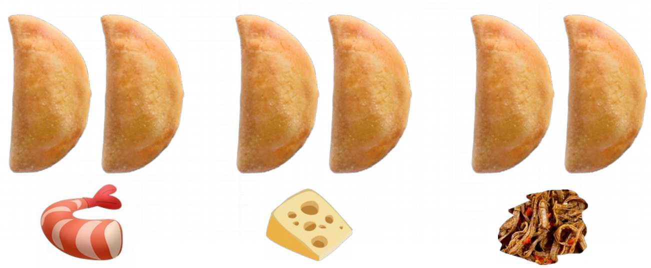
$$= 0$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

- Los tres repiten

P E D



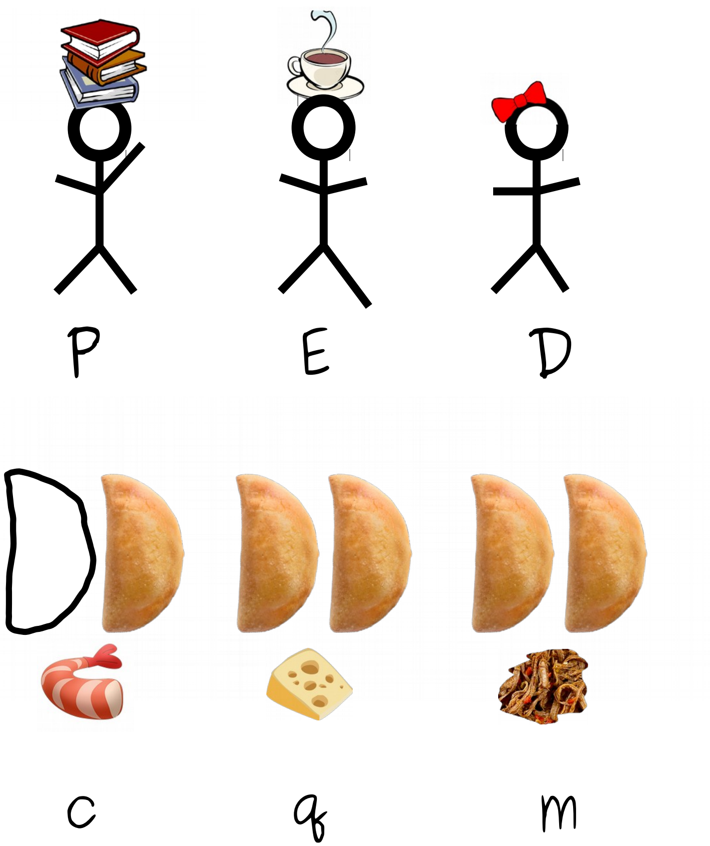
c q m

P E D

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

- Los tres repiten



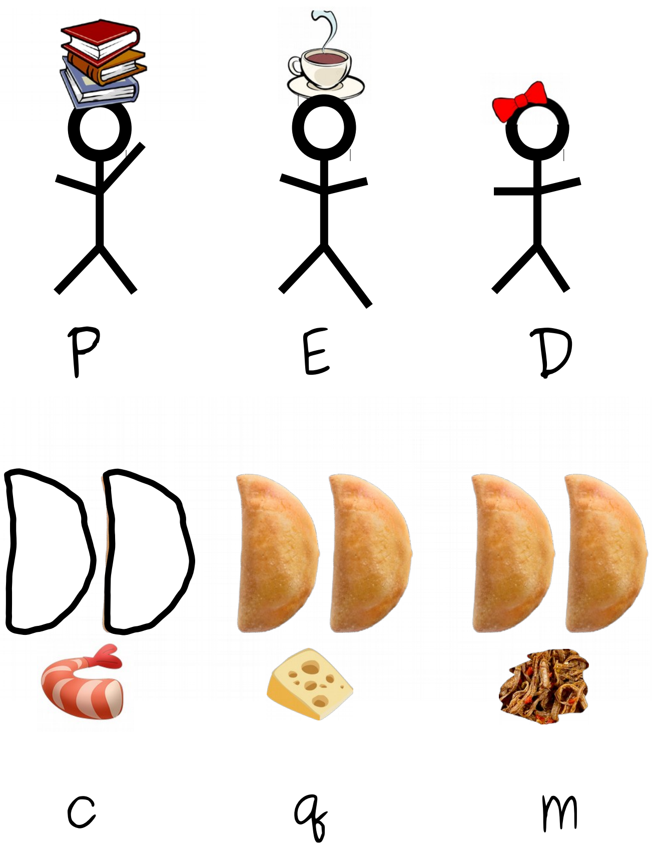
P E D

6

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

- Los tres repiten



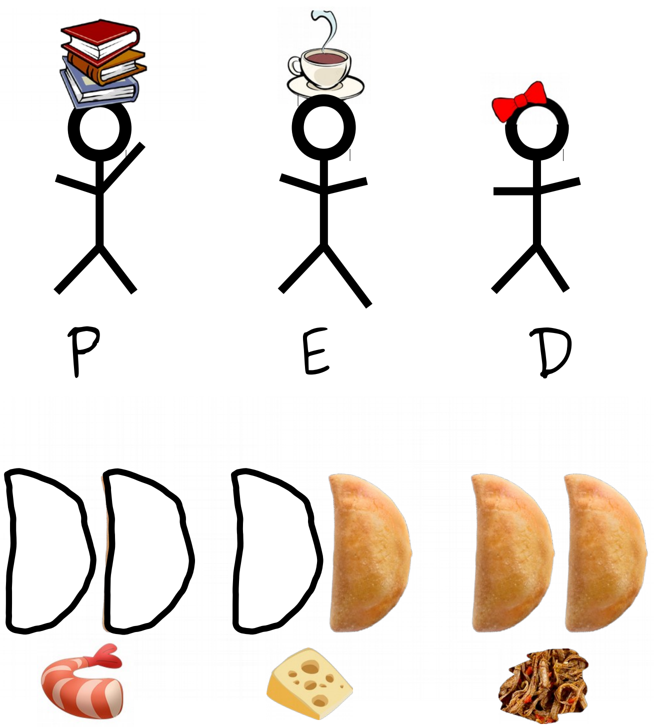
P E D

6 * 1

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

- Los tres repiten



c q m

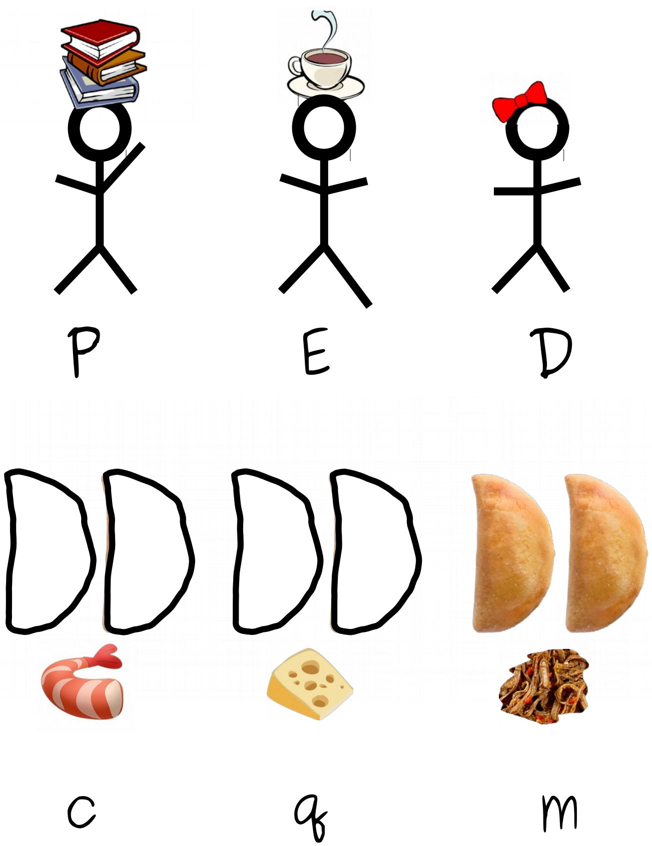
P E D

6 * 1   4

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

- Los tres repiten



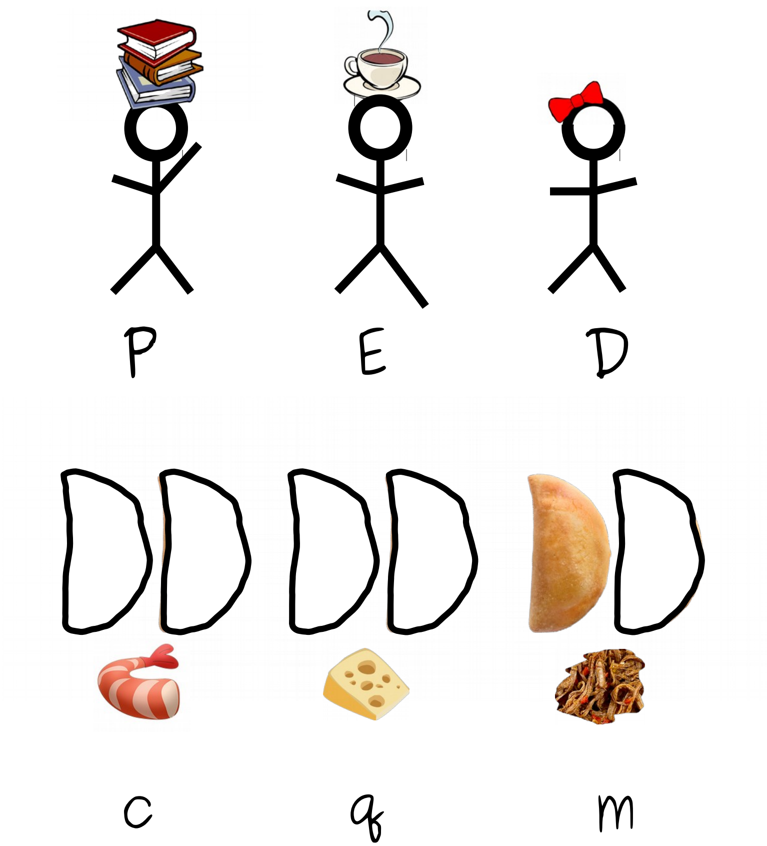
P E D

6 * 1   4 * 1

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

- Los tres repiten



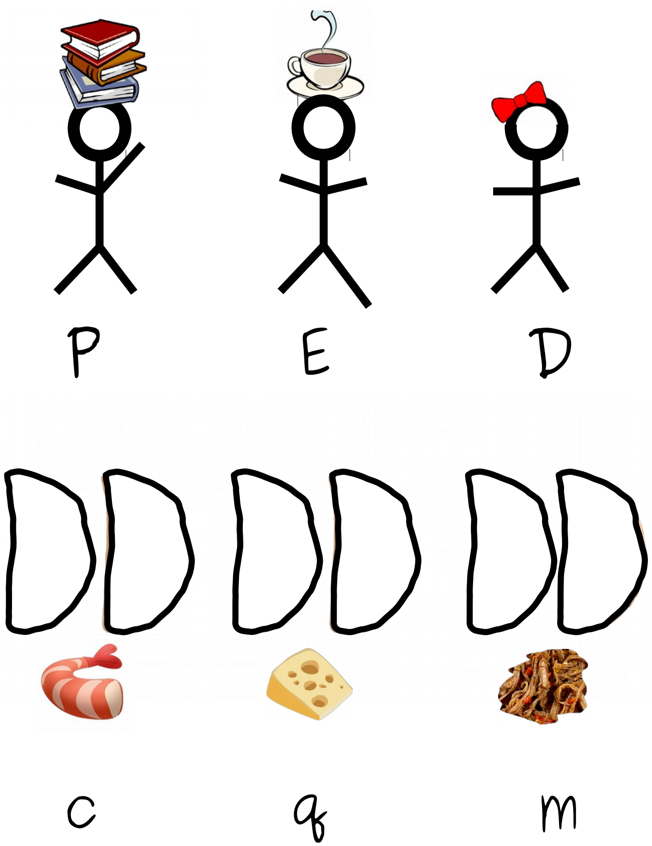
P E D

6 * 1 4 * 1 2

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

- Los tres repiten

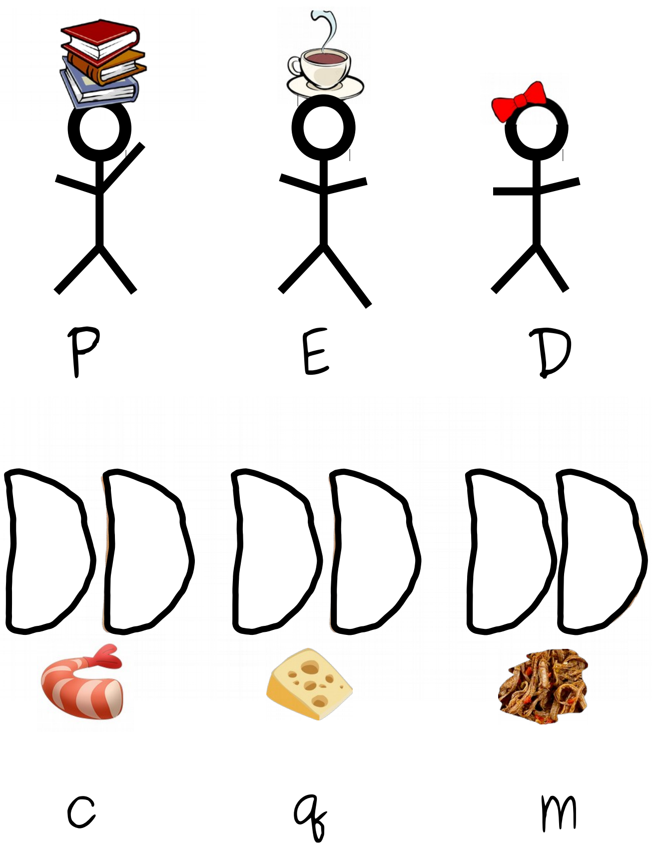


P	E	D
6 * 1	4 * 1	2 * 1

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

- Los tres repiten



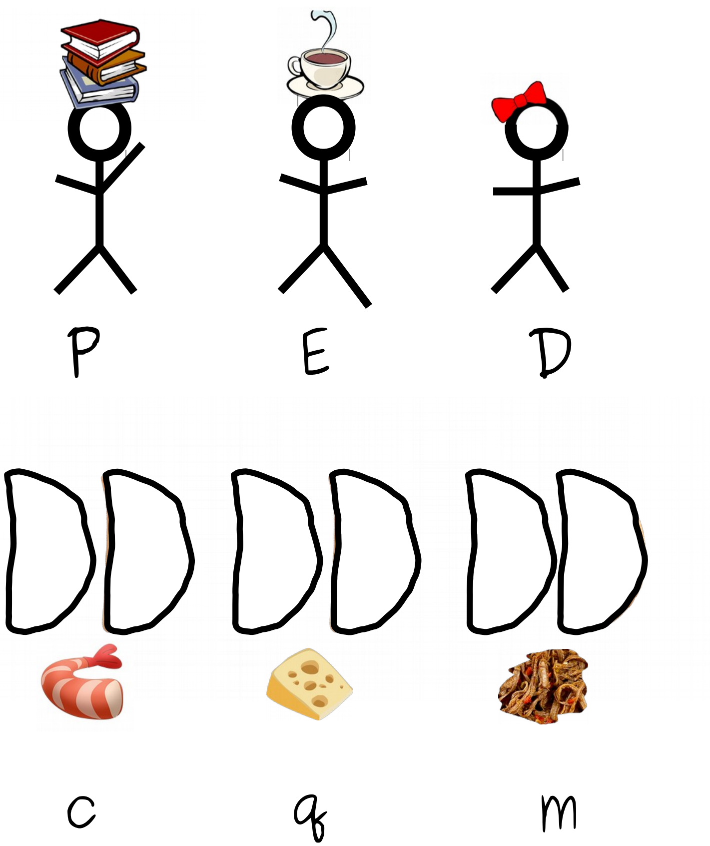
P E D

6 * 1 4 * 1 2 * 1 = 24

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos

- Los tres repiten



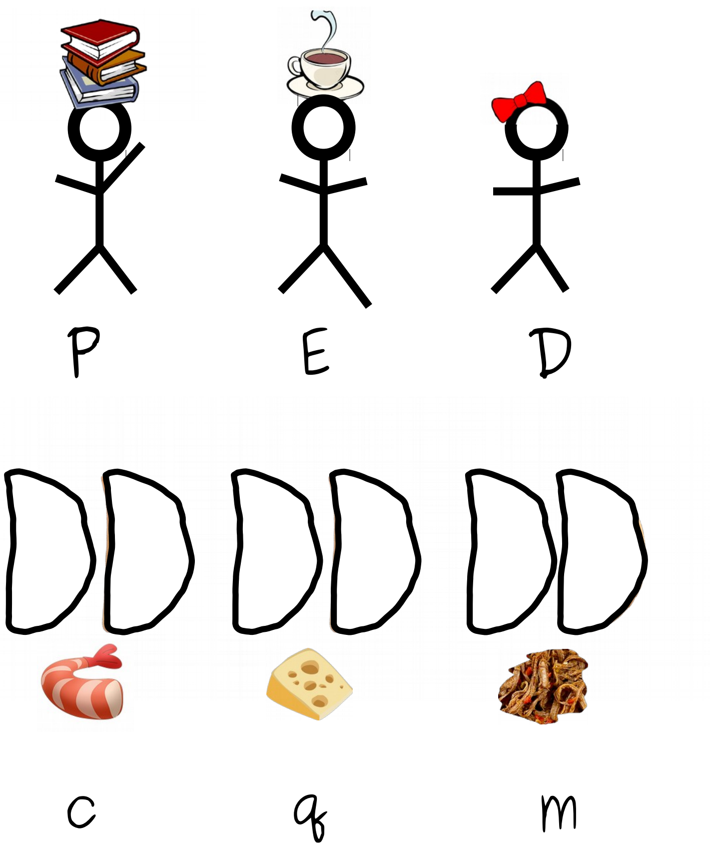
P E D

$$\frac{6 * 1 \quad 4 * 1 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{24}{8}$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos

- Los tres repiten



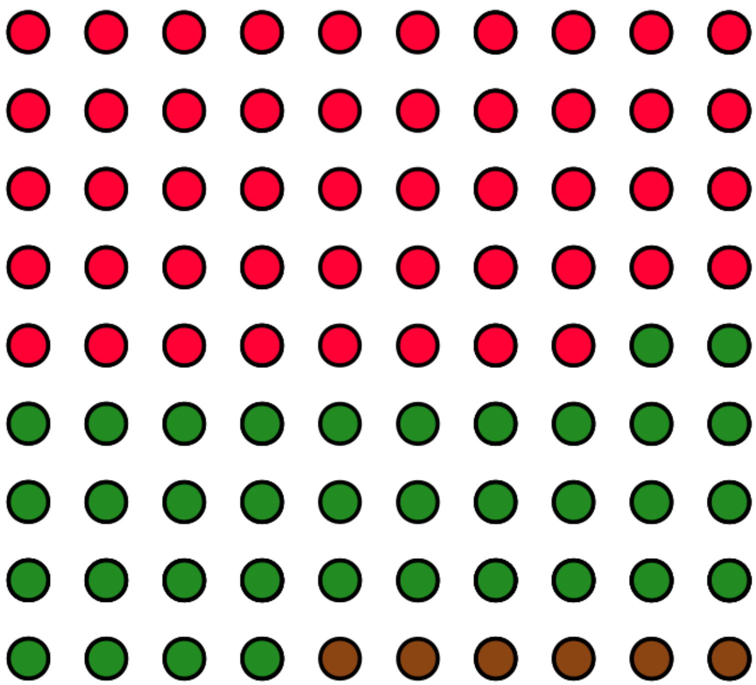
P E D

$$\frac{6 * 1 \quad 4 * 1 \quad 2 * 1}{2*2*2} = \frac{24}{8}$$

$$= 6$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos



$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

P(✓) = 1- P(✗)

$$P(✗) = \frac{\# \bullet}{\# \bullet + \# \bullet}$$

● Nadie repite

● Al menos alguien repite

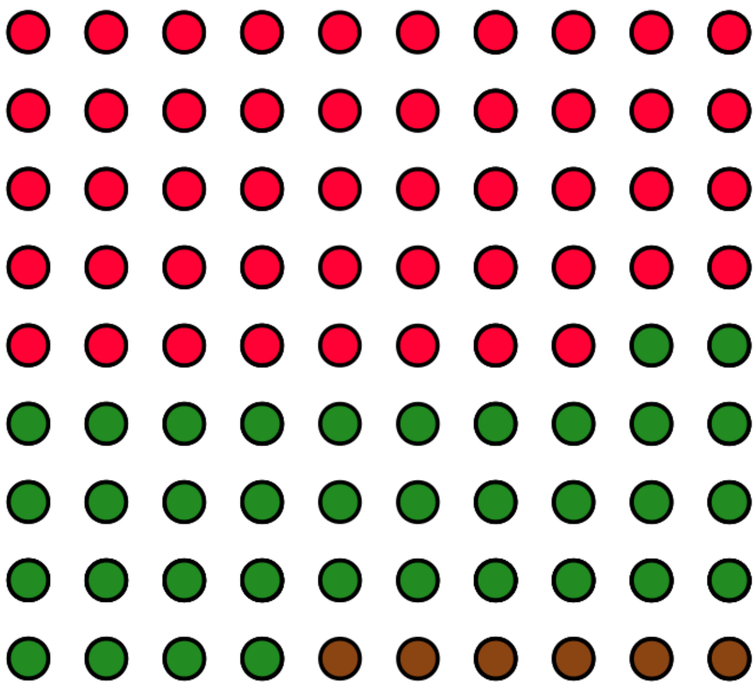
● Uno solo repite

● Solo dos repiten

● Los tres repiten

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos



$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

P(✓) = 1- P(✗)

P(✗) = $\dfrac{\#\ ●}{\#\ ● + \#\ ●}$

Nadie repite

Al menos alguien repite

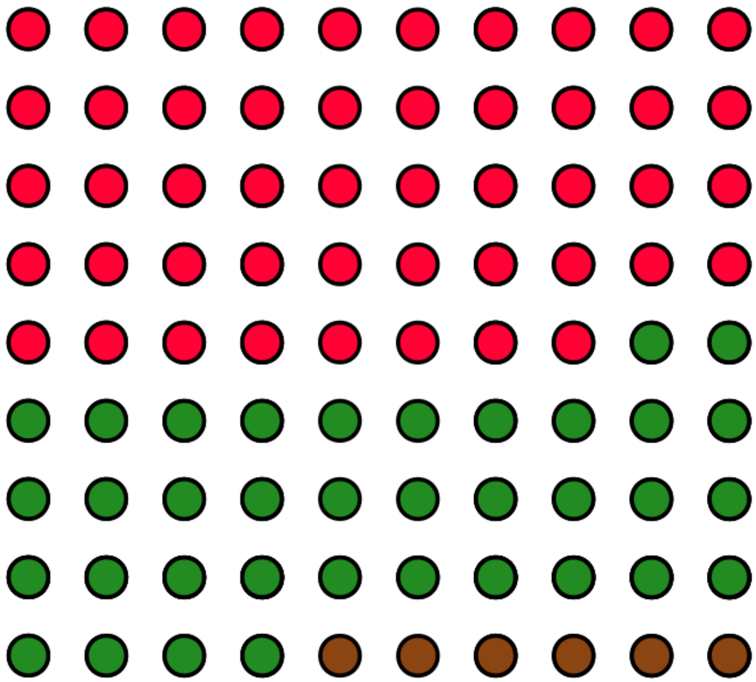
Uno solo repite = 36

Solo dos repiten = 0

Los tres repiten = 6

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos



$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

P(✓) = 1- P(✗)

$$P(✗) = \frac{\#\ \text{azul}}{\#\ \text{rojo} + \#\ \text{azul}}$$

$$= \frac{42}{90}$$

Nadie repite

Al menos alguien repite

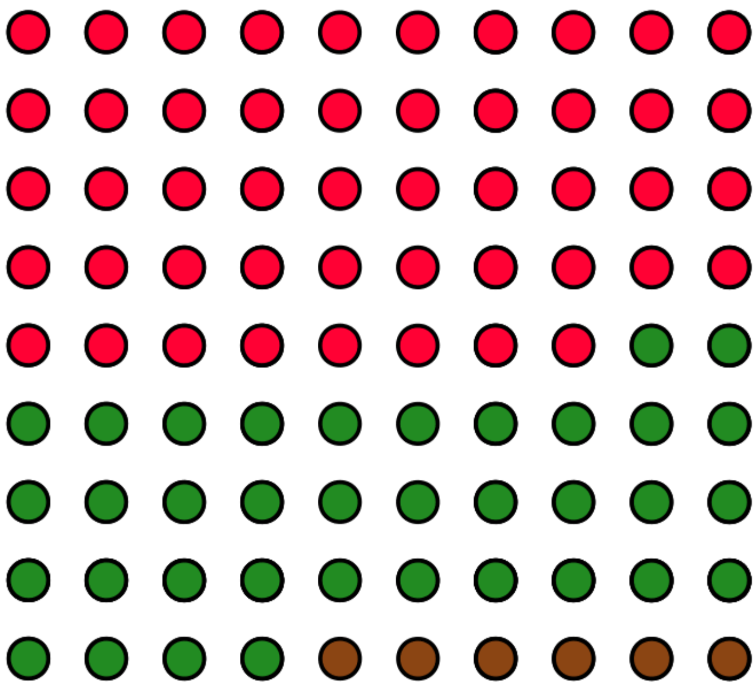
Uno solo repite = 36

Solo dos repiten = 0

Los tres repiten = 6

Problema 1: Las empanadas

Solución 2: Contando fracasos



$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

$$P(\checkmark) = 1 - P(\times)$$

$$P(\times) = \frac{\#}{\# + \#}$$

$$= \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

Nadie repite

Al menos alguien repite

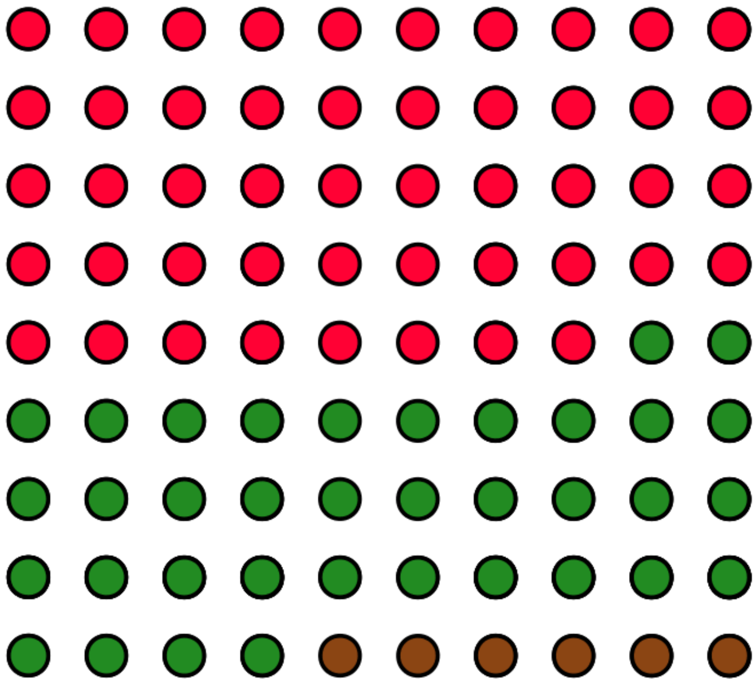
Uno solo repite = 36

Solo dos repiten = 0

Los tres repiten = 6

Problema 1: Las empanadas

Solución 2:
Contando
fracasos



$$\boxed{P(A^c) = 1 - P(A)}$$

P(✓) = 1- P(✗)

P(✗) = # 🔵 / (# 🔴 + # 🔵)

$$= \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

🔴 Nadie repite

🔵 Al menos alguien repite

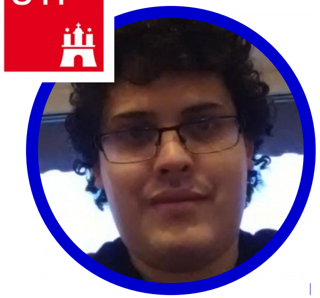
- 🟢 Uno solo repite = 36
- 🟠 Solo dos repiten = 0
- 🟤 Los tres repiten = 6

P(✓)

$$= \frac{8}{15}$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión



Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i \leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

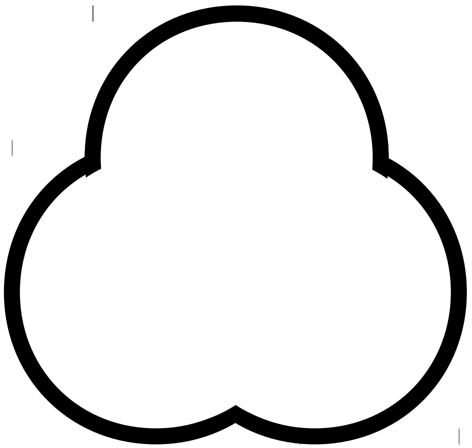
Principio de inclusión-exclusión

Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia



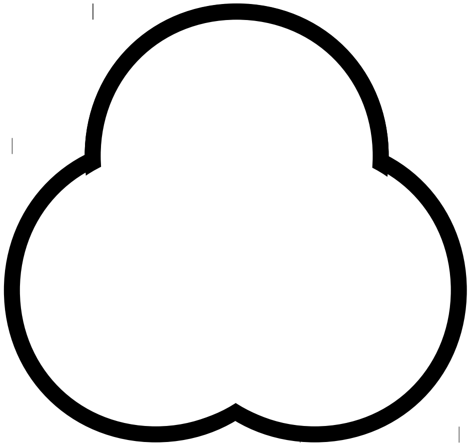
P (al menos uno repite)

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

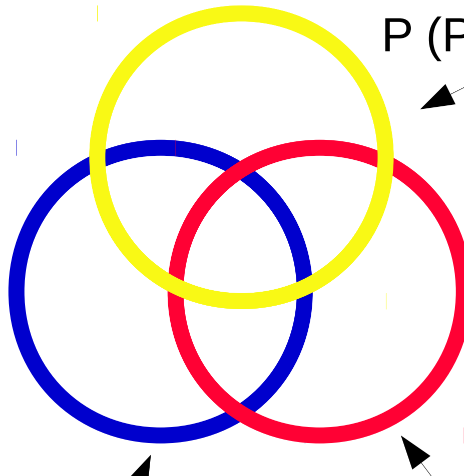
Principio de inclusión-exclusión

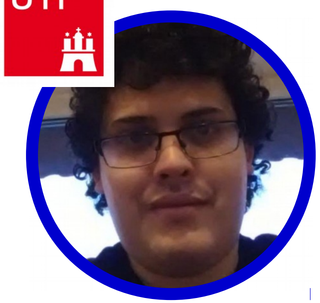
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión–exclusión



P (al menos uno repite)





Luis Vasquéz

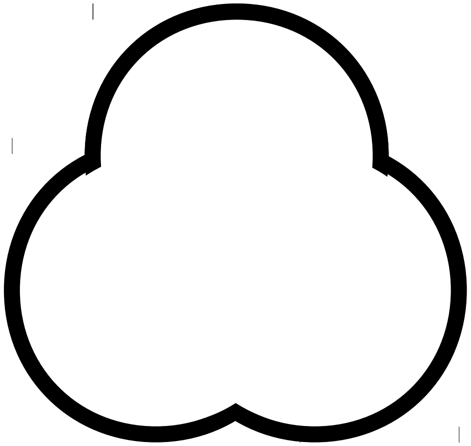
Giancarlo Cuticchia

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i \leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

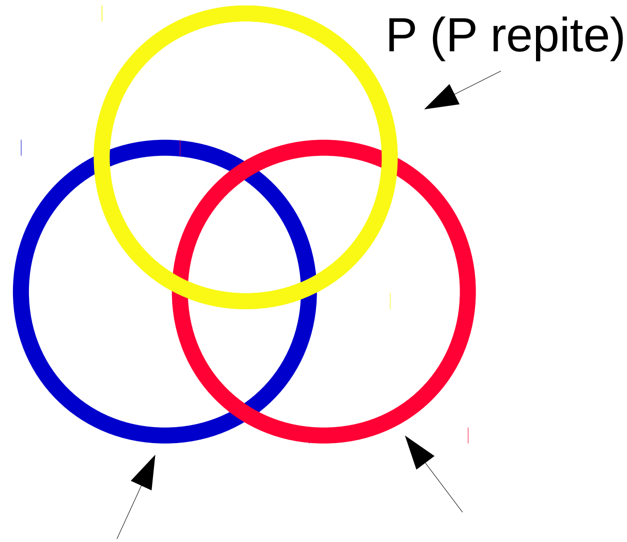
Principio de inclusión–exclusión

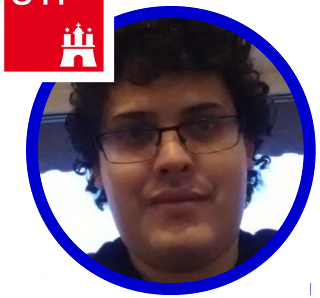
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión−exclusión



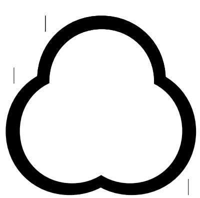
P (al menos uno repite)





Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

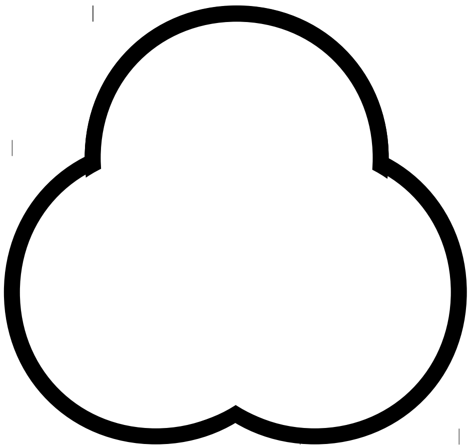
 =

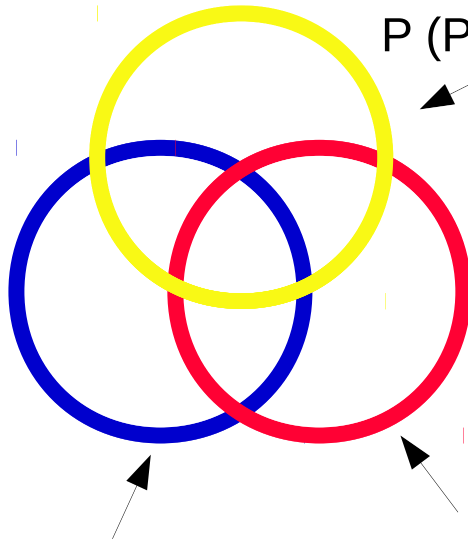
$$\boxed{P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$

Principio de inclusión−exclusión

Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión–exclusión

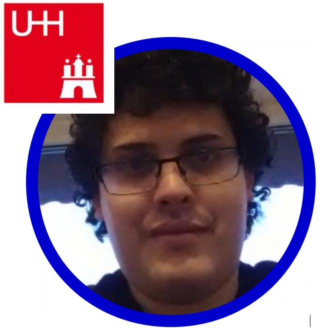




P (P repite)

P (D repite)

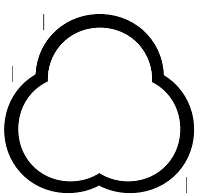
P (E repite)



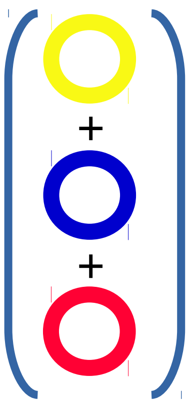
Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

P (al menos uno repite)



=



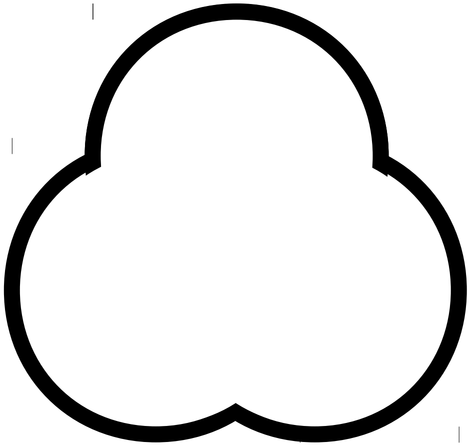
$$= \begin{pmatrix} P\,(P) \\ + \\ P\,(D) \\ + \\ P\,(E) \end{pmatrix}$$

$$\boxed{P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i \leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$

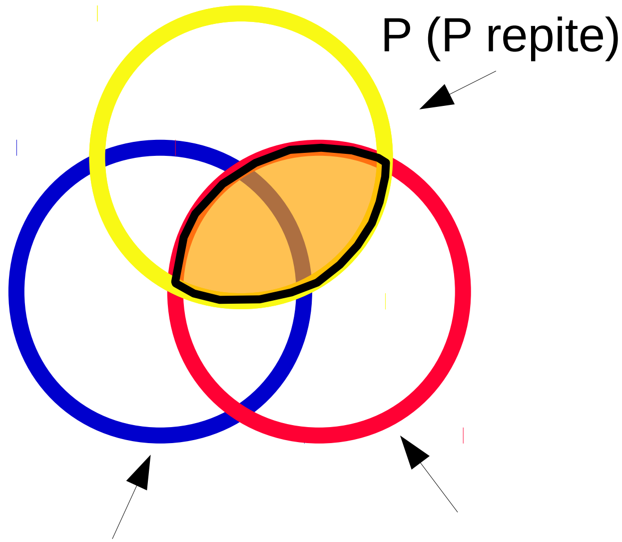
Principio de inclusión–exclusión

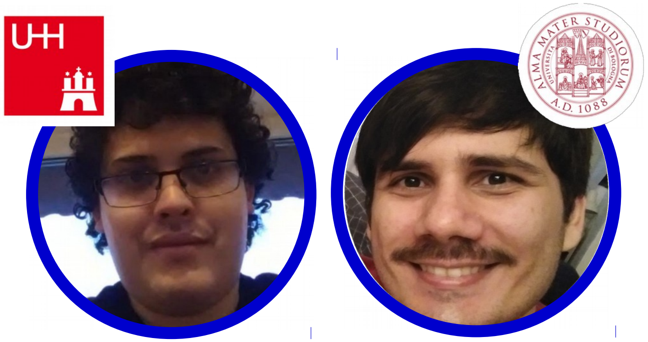
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión



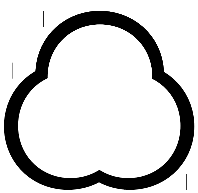
P (al menos uno repite)



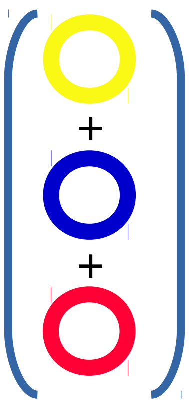


Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia



=



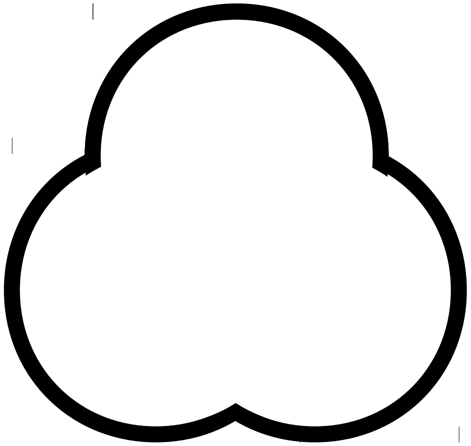
$$= \begin{pmatrix} P\ (P) \\ + \\ P\ (D) \\ + \\ P\ (E) \end{pmatrix}$$

$$\boxed{P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i \leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$

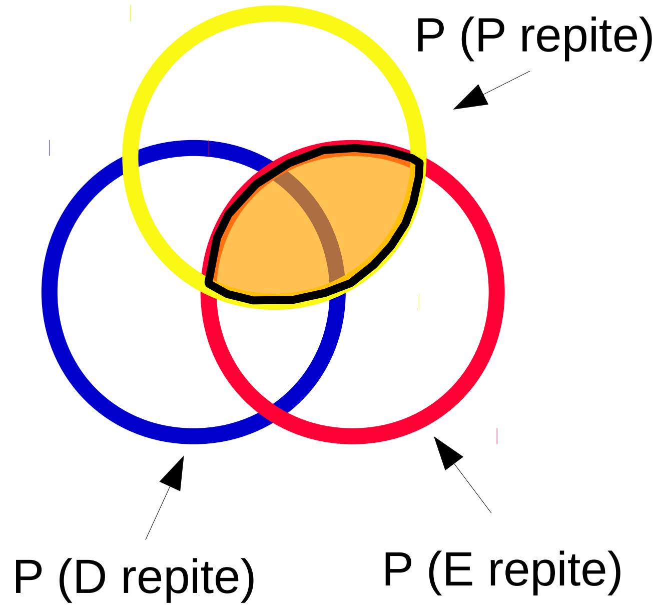
Principio de inclusión-exclusión

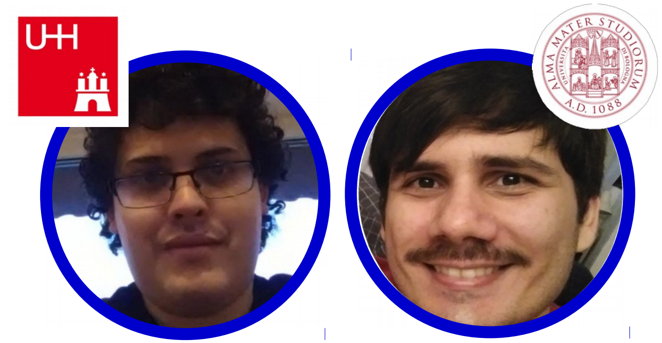
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión–exclusión



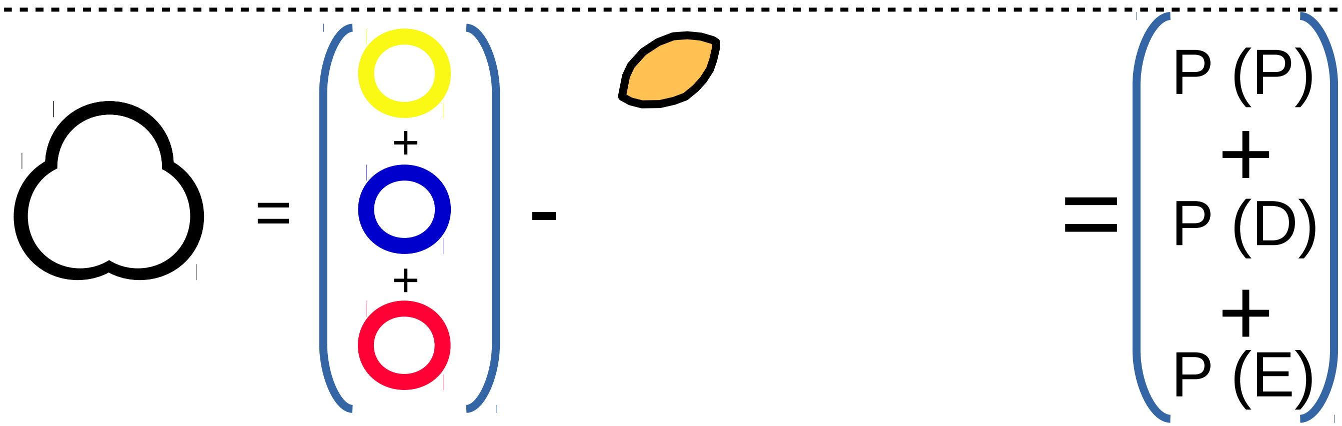
P (al menos uno repite)





Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

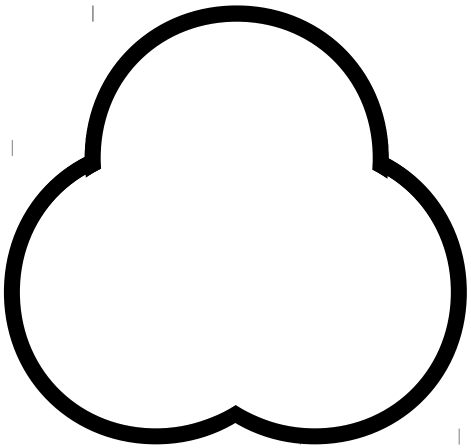


$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

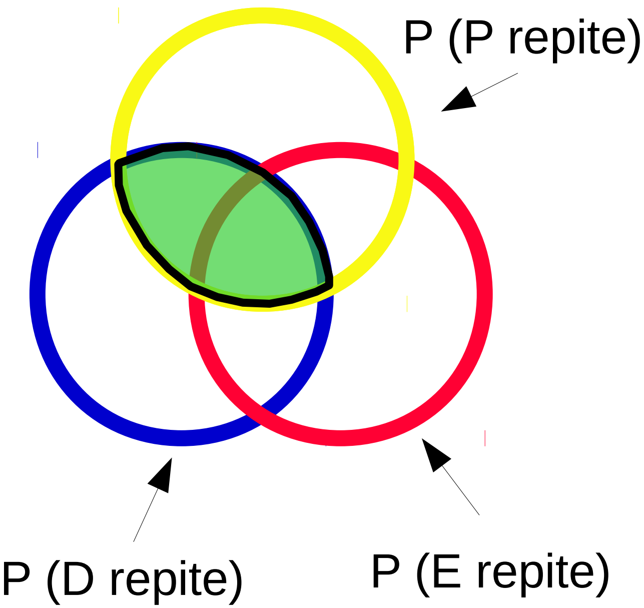
Principio de inclusión–exclusión

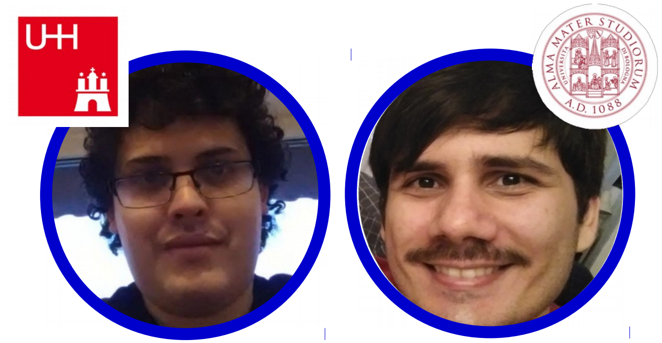
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión–exclusión



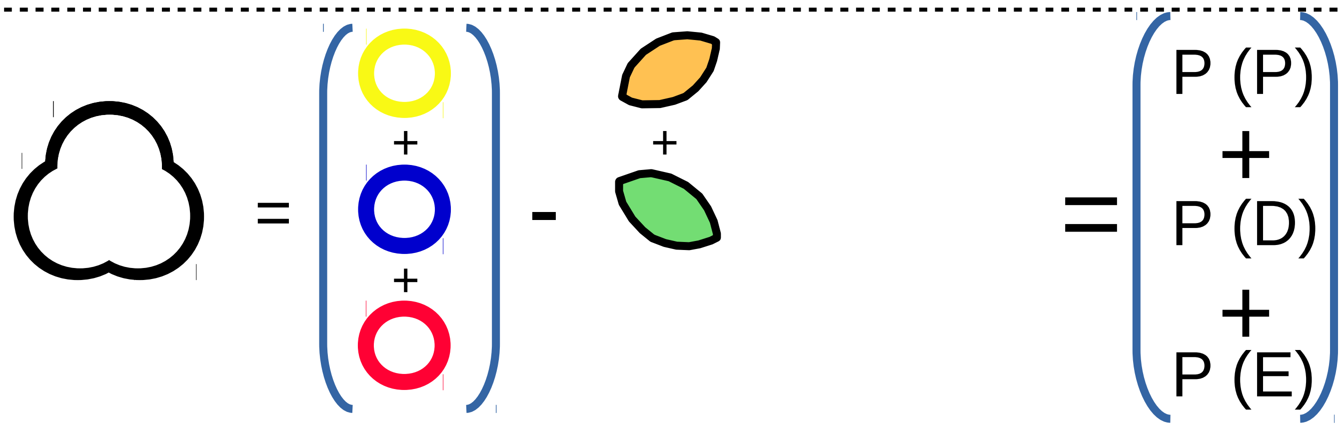
P (al menos uno repite)





Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

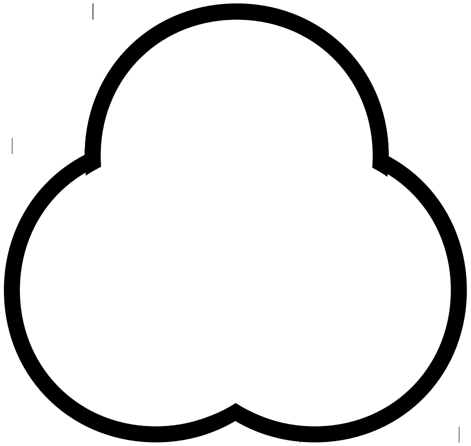


$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

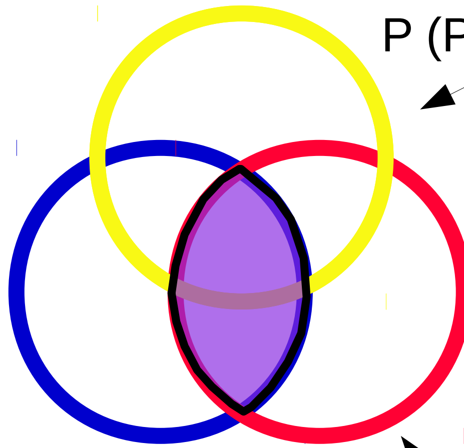
Principio de inclusión–exclusión

Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión–exclusión



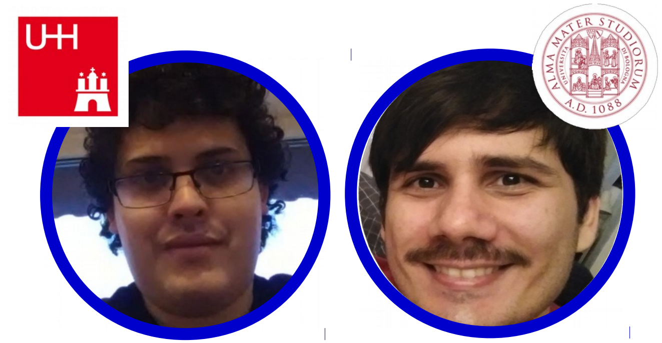
P (al menos uno repite)



P (P repite)

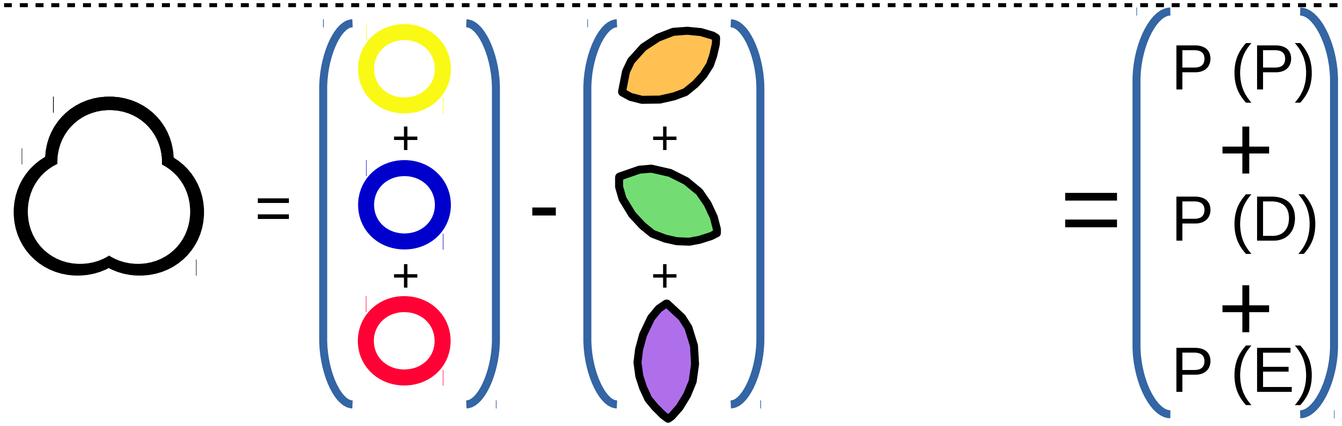
P (D repite)

P (E repite)



Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

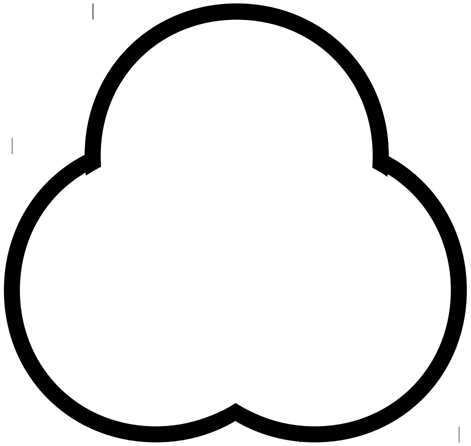


$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

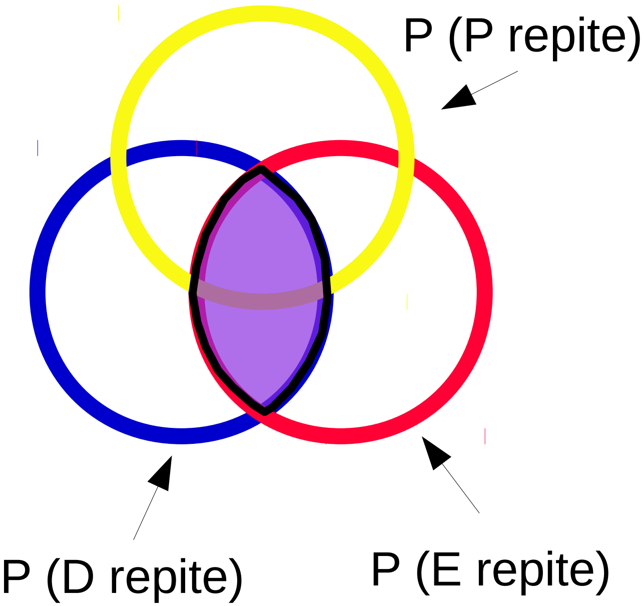
Principio de inclusión–exclusión

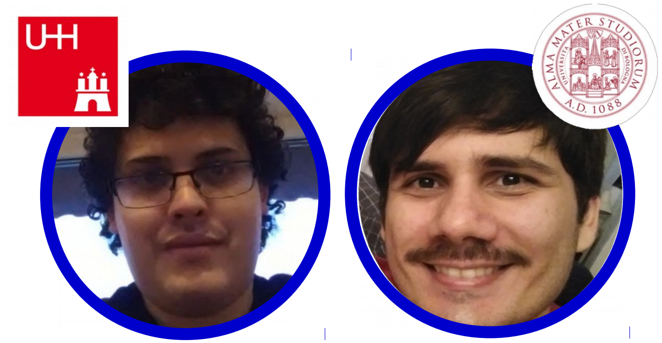
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión–exclusión



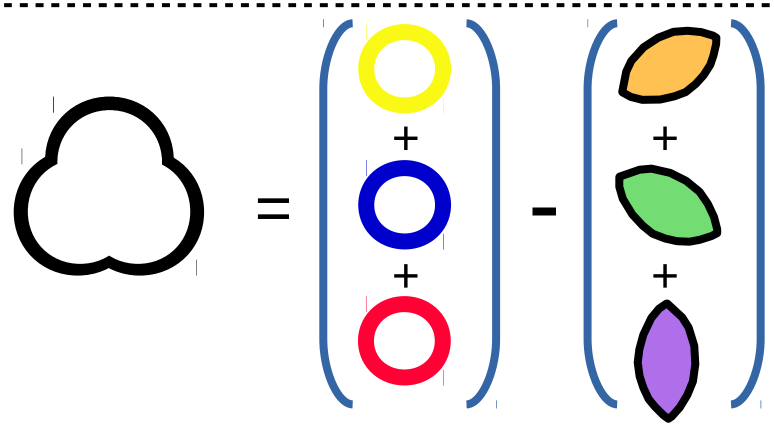
P (al menos uno repite)





Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia



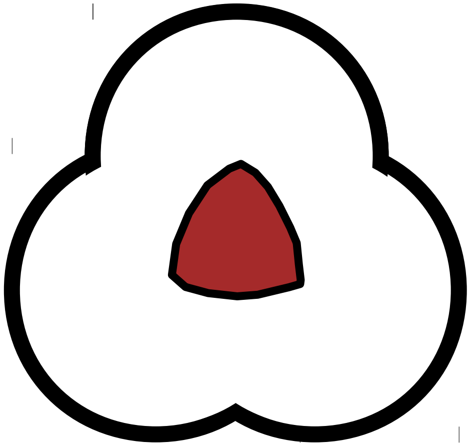
$$= \begin{pmatrix} P(P) \\ + \\ P(D) \\ + \\ P(E) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P(P \,\&\, E) \\ + \\ P(P \,\&\, D) \\ + \\ P(D \,\&\, E) \end{pmatrix}$$

$$\boxed{P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i \leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$

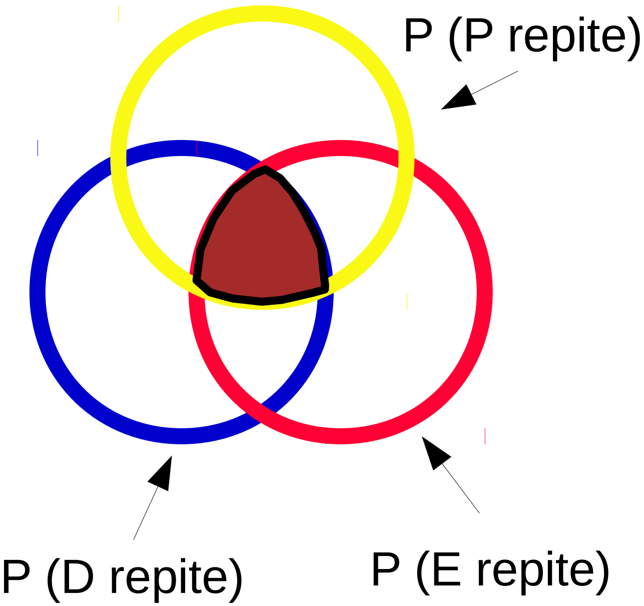
Principio de inclusión–exclusión

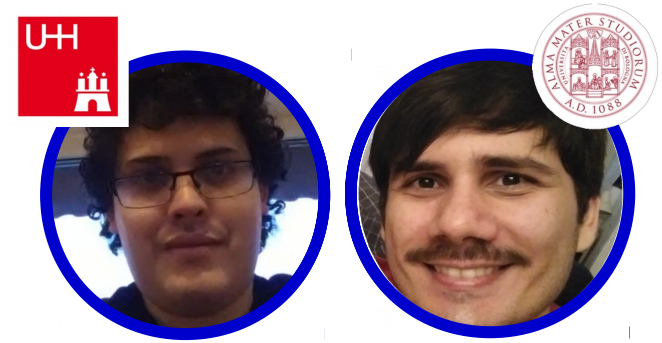
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión



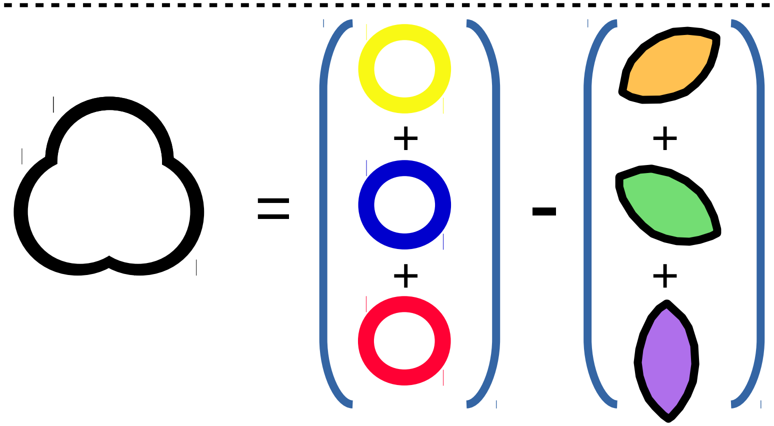
P (al menos uno repite)





Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia



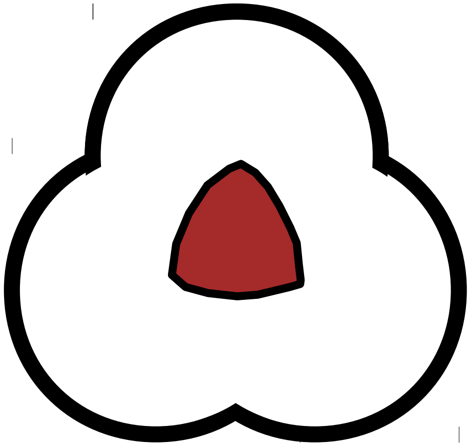
$$= \begin{pmatrix} P(P) \\ + \\ P(D) \\ + \\ P(E) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P(P \,\&\, E) \\ + \\ P(P \,\&\, D) \\ + \\ P(D \,\&\, E) \end{pmatrix}$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i \leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

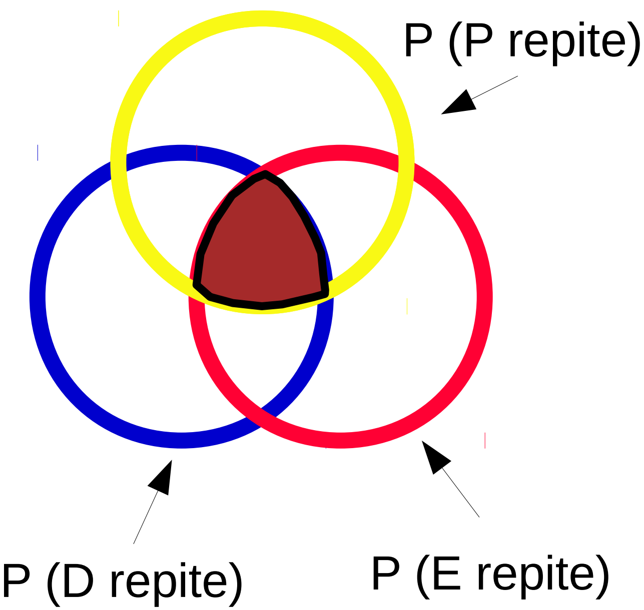
Principio de inclusión-exclusión

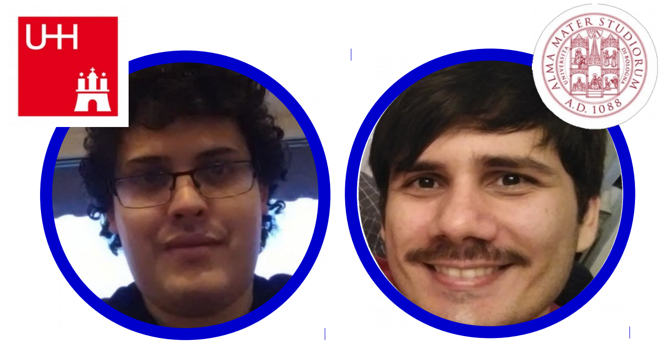
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión−exclusión



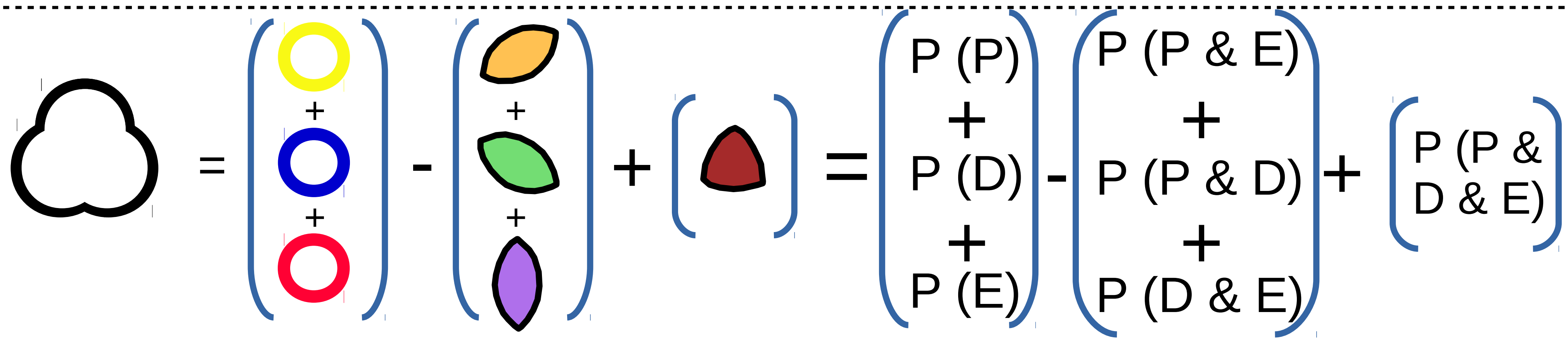
P (al menos uno repite)





Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

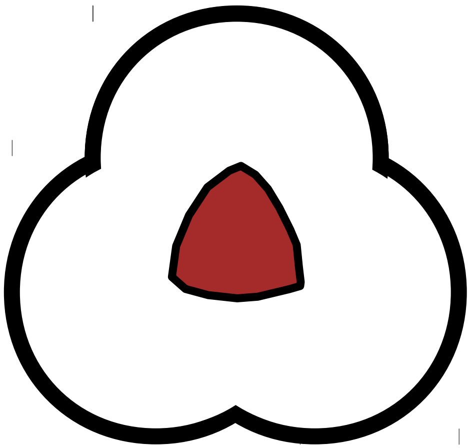


$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

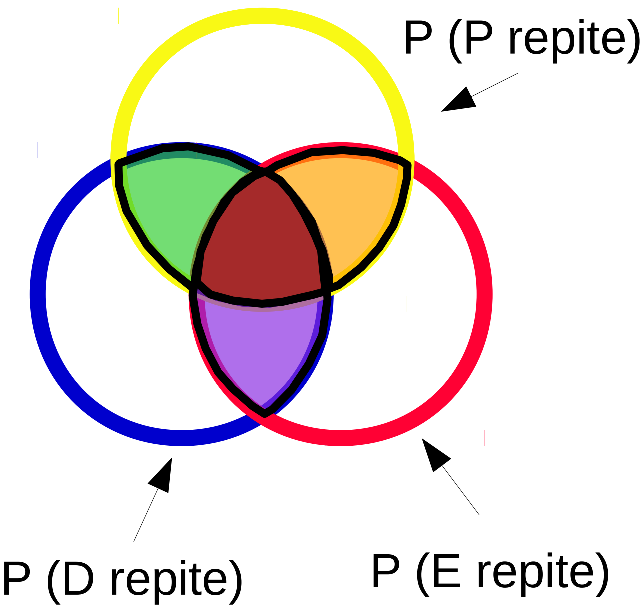
Principio de inclusión−exclusión

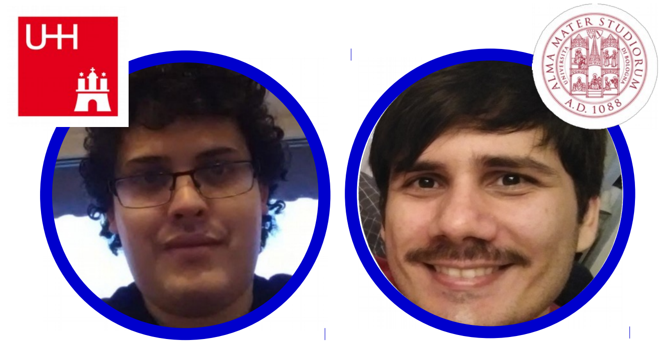
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión−exclusión



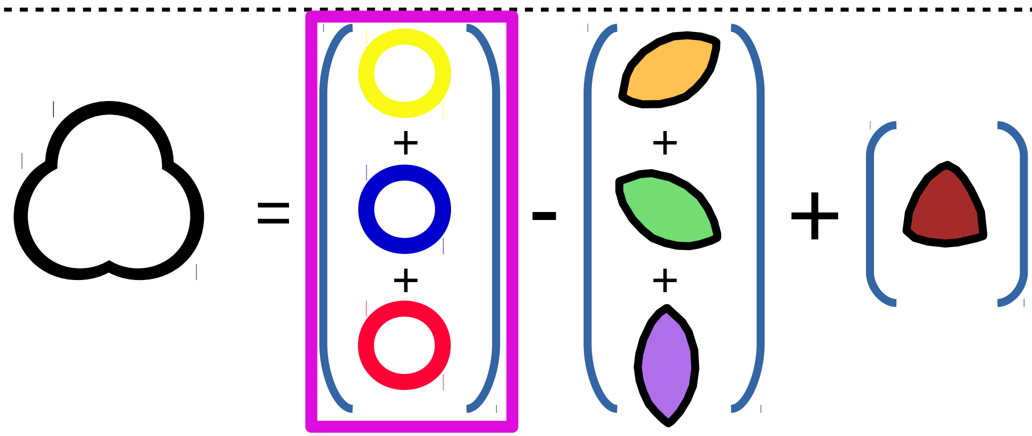
P (al menos uno repite)





Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia



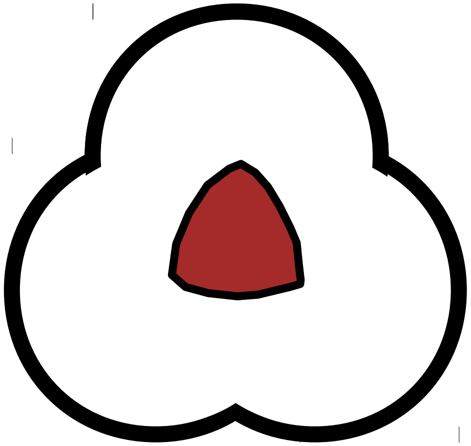
$$= \begin{pmatrix} P(P) \\ + \\ P(D) \\ + \\ P(E) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P(P\ \&\ E) \\ + \\ P(P\ \&\ D) \\ + \\ P(D\ \&\ E) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P(P\ \& \\ D\ \&\ E) \end{pmatrix}$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

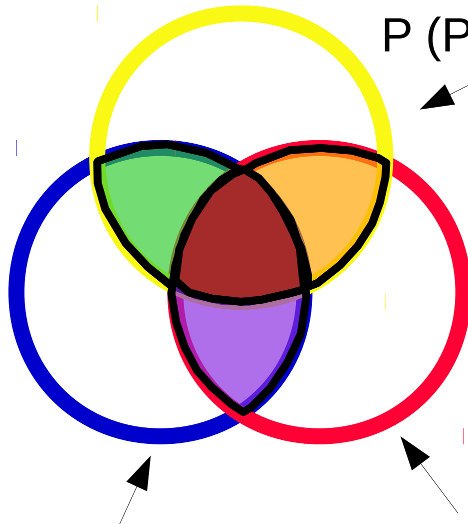
Principio de inclusión−exclusión

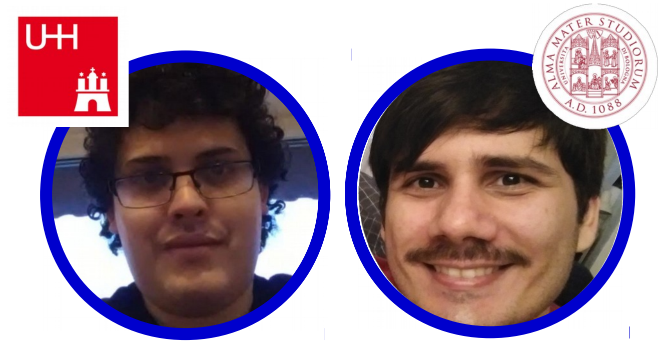
Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión–exclusión



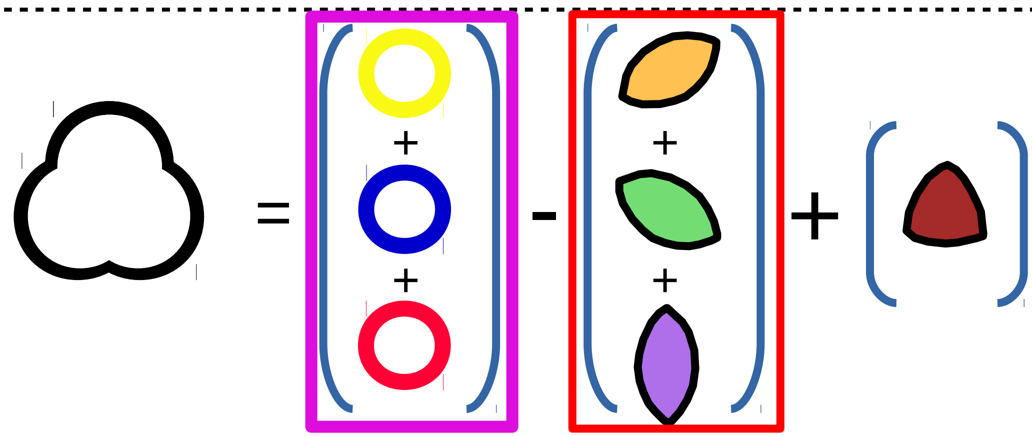
P (al menos uno repite)





Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia



$$= \begin{pmatrix} P(P) \\ + \\ P(D) \\ + \\ P(E) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} P(P \,\&\, E) \\ + \\ P(P \,\&\, D) \\ + \\ P(D \,\&\, E) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P(P \,\&\, \\ D \,\&\, E) \end{pmatrix}$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i \leq j} P(A_i \cap A_j) +} \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

Principio de inclusión–exclusión

Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

P (al menos uno repite)

= [P(P repite) + P(E repite) + P(D repite)]

- [P(P y E repiten) + P(E y D repiten) + P(D y P repiten)]

+ [P(P y E y D repiten)]

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) +} \ldots + \boxed{(-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

P (al menos uno repite)

= [P(P repite) + P(E repite) + P(D repite)]

- [P(P y E repiten) + P(E y D repiten) + P(D y P repiten)]

+ [P(P y E y D repiten)]

= [P(X repite)] *** 3**

- [P(X y Y repiten)] *** 3**

+ [P(X y Y y Z repiten)] *** 1**

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) +} \ldots + \boxed{(-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$

Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

P (al menos uno repite)

= [P(P repite) + P(E repite) + P(D repite)]

- [P(P y E repiten) + P(E y D repiten) + P(D y P repiten)]

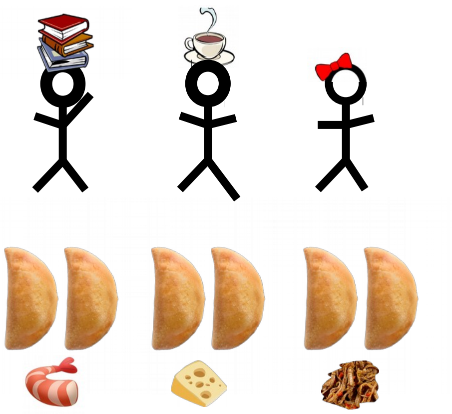
+ [P(P y E y D repiten)]

= [P(X repite)] *** 3**

- [P(X y Y repiten)] *** 3**

+ [P(X y Y y Z repiten)] *** 1**

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i \leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$



Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

P (al menos uno repite)

= [P(P repite) + P(E repite) + P(D repite)]

- [P(P y E repiten) + P(E y D repiten) + P(D y P repiten)]

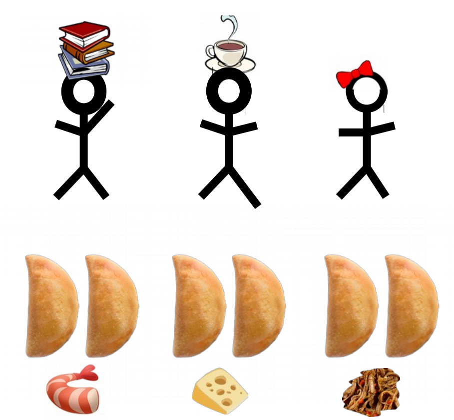
+ [P(P y E y D repiten)]

= [P(X repite)] *** 3** $\longrightarrow$ [1/5] *** 3**

- [P(X y Y repiten)] *** 3**

+ [P(X y Y y Z repiten)] *** 1**

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) +} \ldots + \boxed{(-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$



Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

P (al menos uno repite)

= [P(P repite) + P(E repite) + P(D repite)]

- [P(P y E repiten) + P(E y D repiten) + P(D y P repiten)]

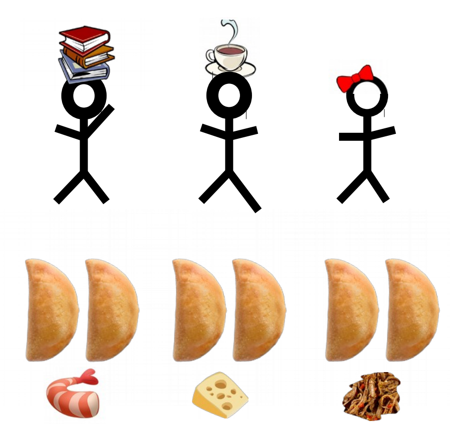
+ [P(P y E y D repiten)]

= [P(X repite)] *** 3** → [1/5] *** 3** = 3/5

- [P(X y Y repiten)] *** 3**

+ [P(X y Y y Z repiten)] *** 1**

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) +} \ldots + \boxed{(-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$



Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

P (al menos uno repite)

= [P(P repite) + P(E repite) + P(D repite)]

- [P(P y E repiten) + P(E y D repiten) + P(D y P repiten)]

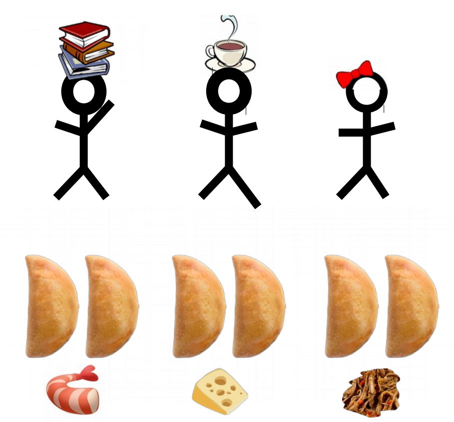
+ [P(P y E y D repiten)]

= [P(X repite)] *** 3** → [1/5] *** 3** = 3/5

- [P(X y Y repiten)] *** 3** → [1/5*1/3] *** 3** = 1/5

+ [P(X y Y y Z repiten)] *** 1**

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) +} \ldots + \boxed{(-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$



Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

P (al menos uno repite)

= [P(P repite) + P(E repite) + P(D repite)]

- [P(P y E repiten) + P(E y D repiten) + P(D y P repiten)]

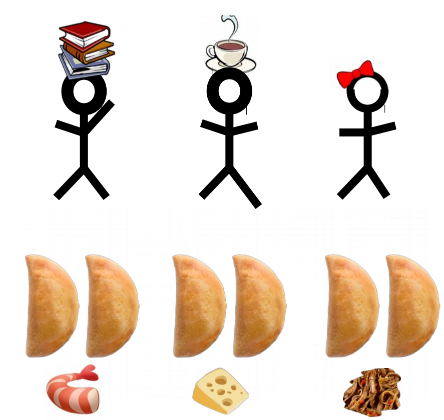
+ [P(P y E y D repiten)]

= [P(X repite)] *** 3** → [1/5] *** 3** = 3/5

- [P(X y Y repiten)] *** 3** → [1/5*1/3] *** 3** = 1/5

+ [P(X y Y y Z repiten)] *** 1** → [1/5*1/3*1] *** 1** = 1/15

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) +} \ldots + \boxed{(-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$



Problema 1: Las empanadas

Solución 3: Principio de inclusión–exclusión

P (al menos uno repite)

= [P(P repite) + P(E repite) + P(D repite)]

- [P(P y E repiten) + P(E y D repiten) + P(D y P repiten)]

+ [P(P y E y D repiten)]

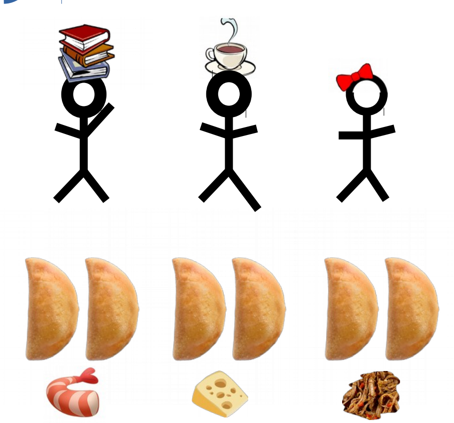
= [P(X repite)] * 3 → [1/5] * 3 = 3/5

- [P(X y Y repiten)] * 3 → [1/5*1/3] * 3 = 1/5

+ [P(X y Y y Z repiten)] * 1 → [1/5*1/3*1] * 1 = 1/15

= 7/15

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\le j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$



Problema 1: Las empanadas

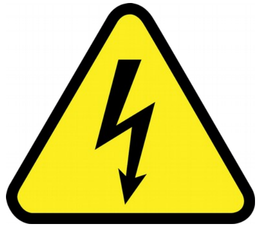
Solución 4: Ecuación recursiva

Edgard Bonilla

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

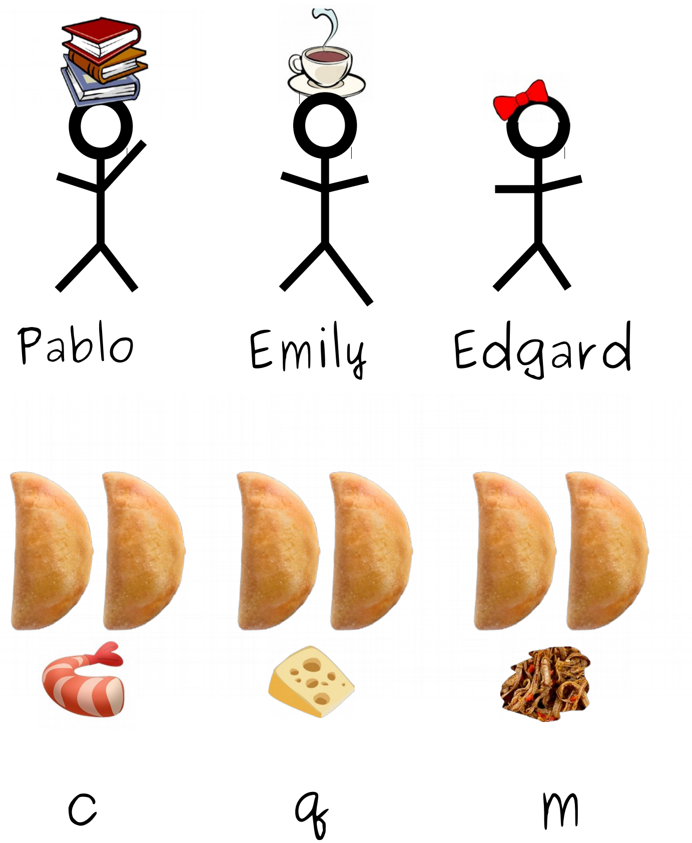
Edgard
Bonilla



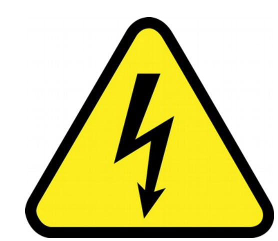
Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva



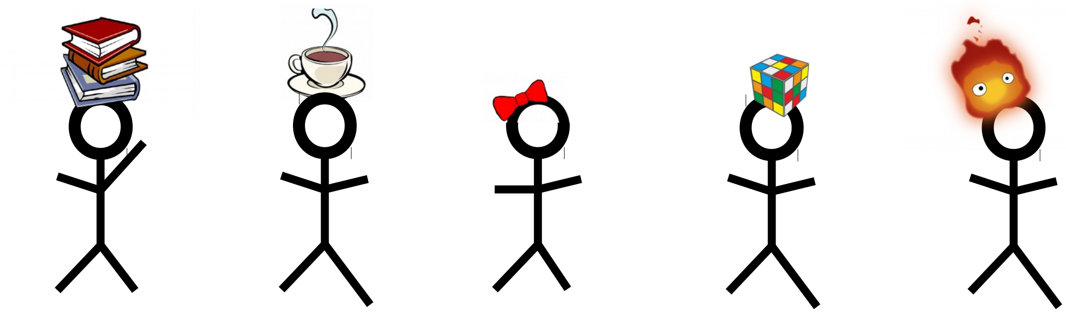
Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

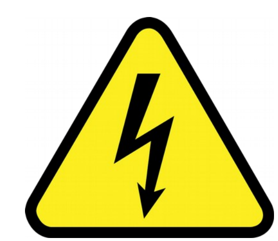
Solución 4: Ecuación recursiva



Pablo Emily Edgard Dio Angélica ...

c q m p ch ...

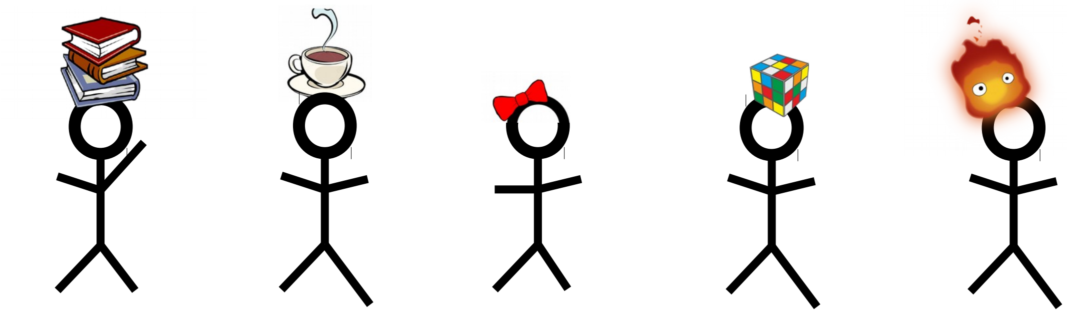
Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva



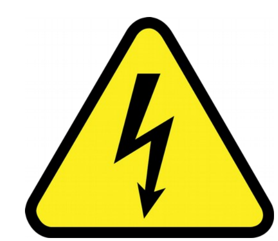
Pablo Emily Edgard Dio Angélica ...

c q m p ch ...

Edgard Bonilla

N personas
N sabores
2N empanadas

2 empanadas por persona

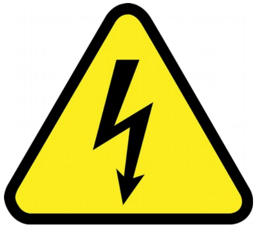


Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

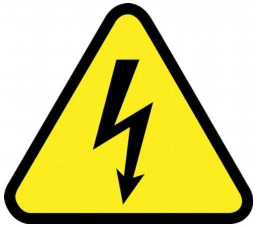
Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

Edgard Bonilla

Total **C**asos =

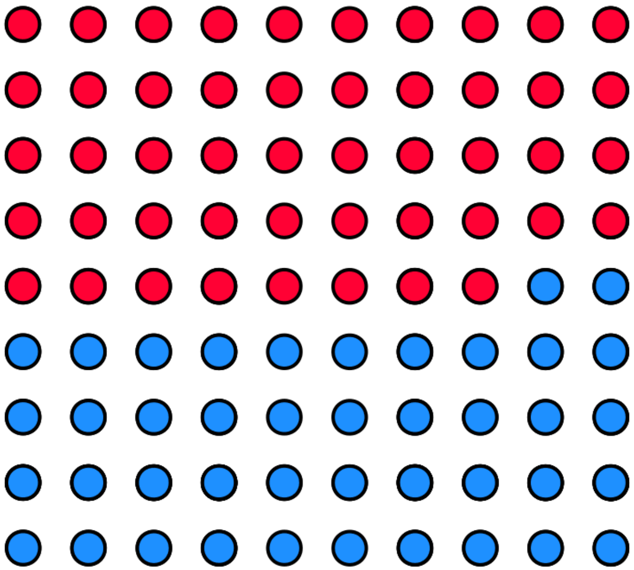
Total **L**ogros + Total **F**allos



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva



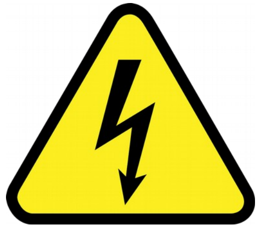
(90)

Total **C**asos =

Total **L**ogros + Total **F**allos

(48) (42)

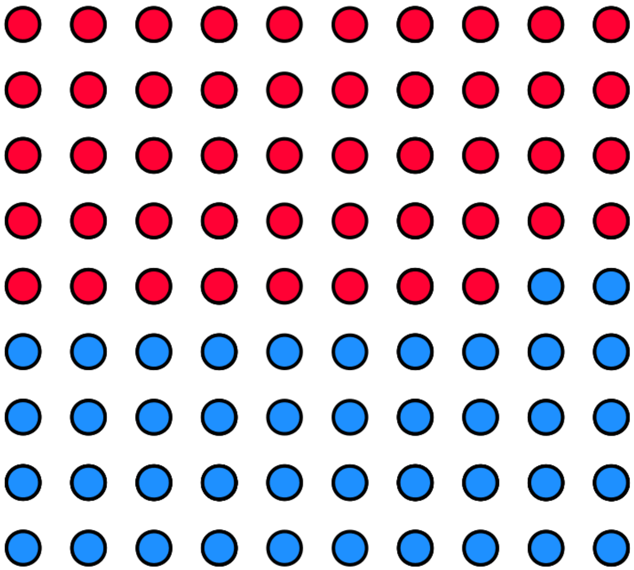
Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva



(90)

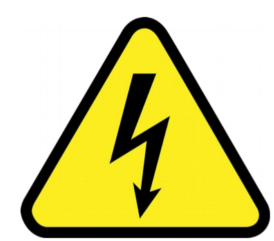
Total **C**asos =

Total **L**ogros + Total **F**allos

(48) (42)

$$C(N) = L(N) + F(N)$$

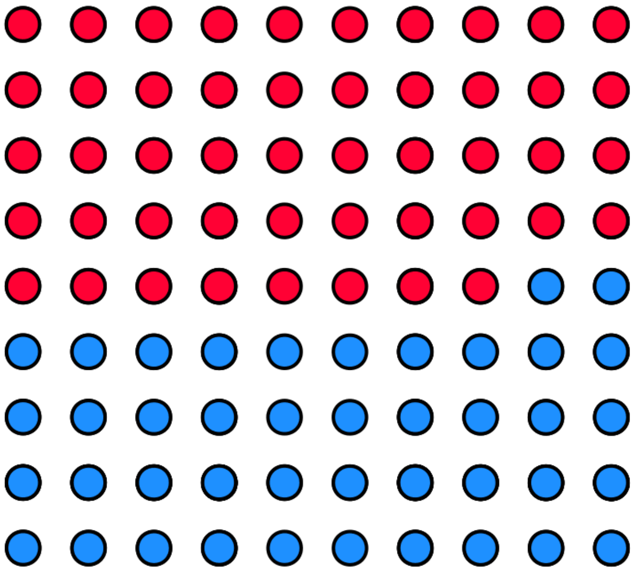
Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva



(90)

Total **C**asos =

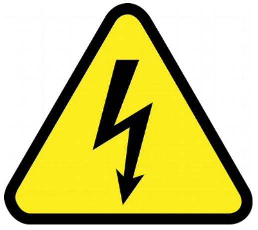
Total **L**ogros + Total **F**allos

(48) (42)

$$C(N) = L(N) + F(N)$$

$$C(N) =$$

Edgard Bonilla

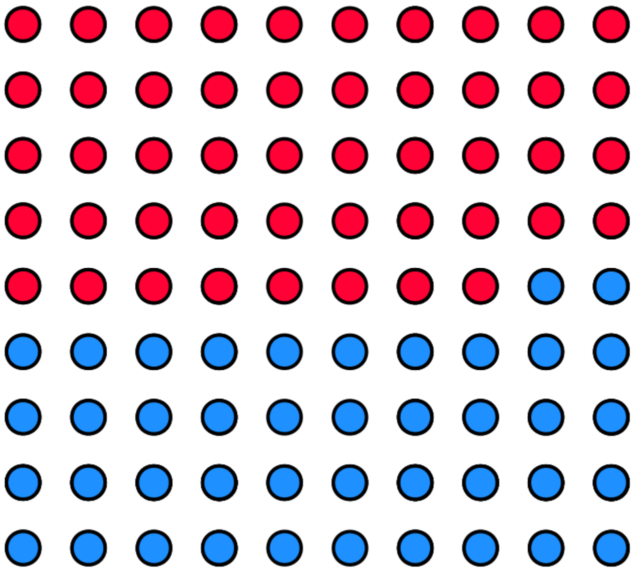


Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

Edgard
Bonilla



(90)

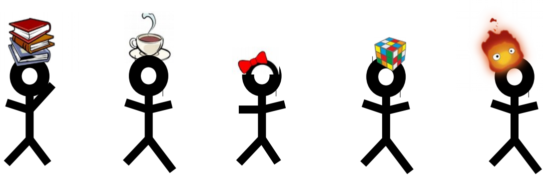
Total **C**asos =

Total **L**ogros + Total **F**allos

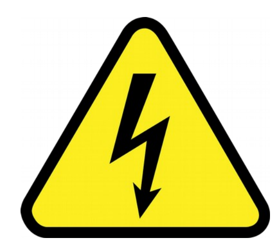
(48) (42)

C(N) = L(N) + F(N)

C(N) =



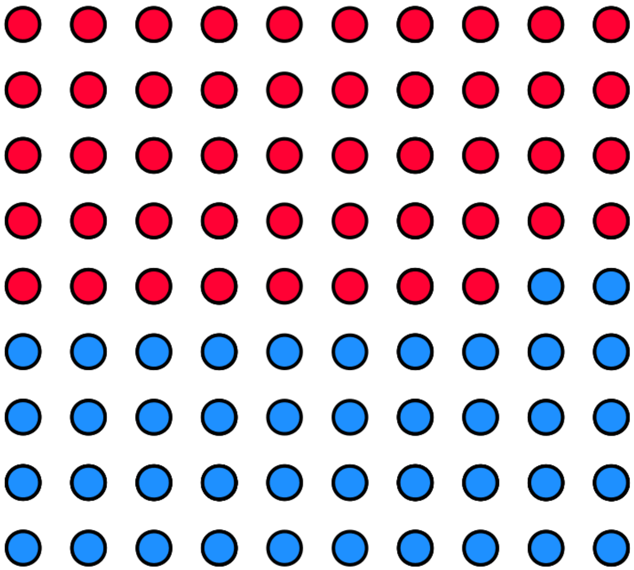
c q m p ch



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva



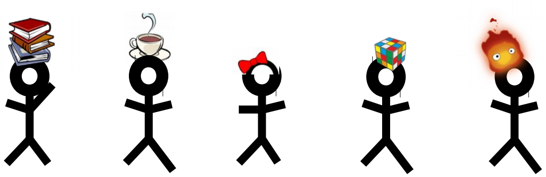
(90)

Total **C**asos =

Total **L**ogros + Total **F**allos

(48) (42)

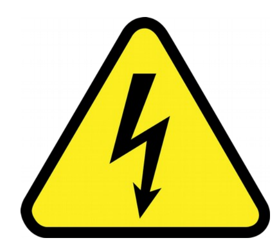
$$C(N) = L(N) + F(N)$$



c q m p ch

$$C(N) = \frac{N!}{2^N}$$

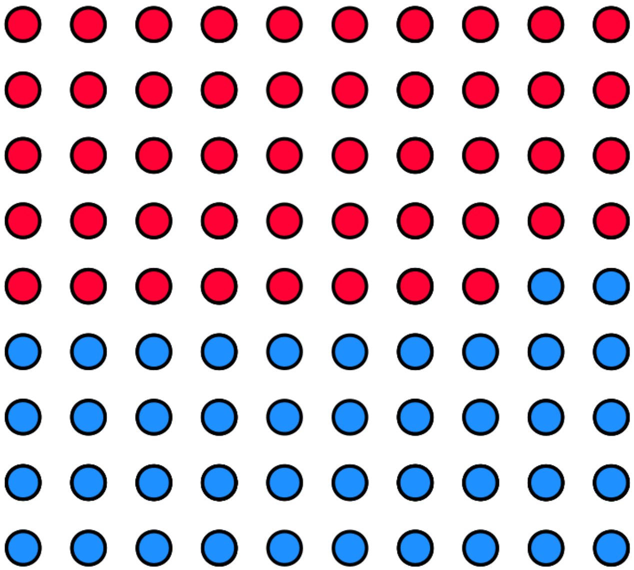
Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva



Edgard Bonilla

(90)

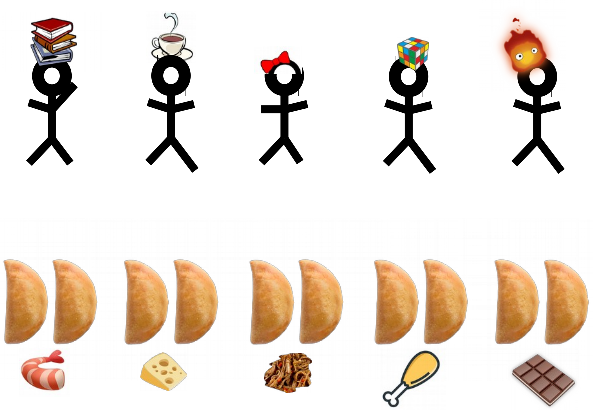
Total **C**asos =

Total **L**ogros + Total **F**allos

(48) (42)

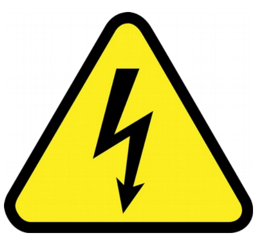
$$C(N) = L(N) + F(N)$$

$$C(N) = \frac{N!}{2^N}$$



c q m p ch

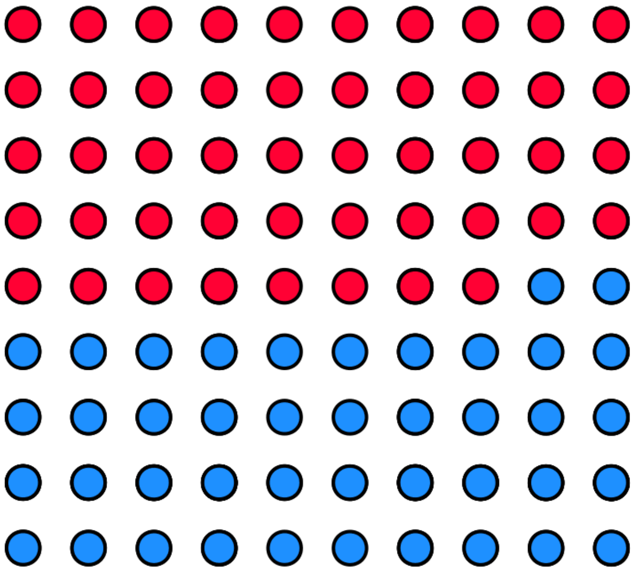
¿Podemos decir algo sobre estas niñas?



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva



(90)

Total **C**asos =

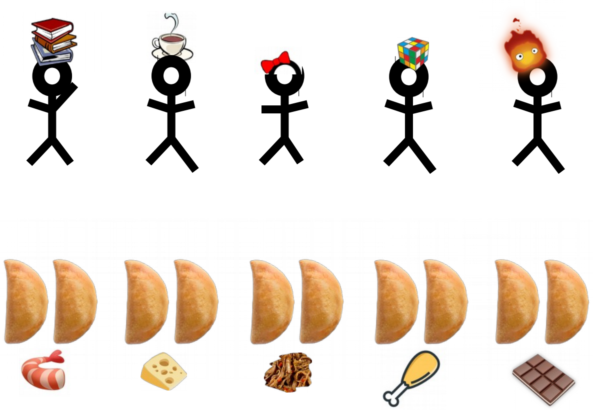
Total **L**ogros + Total **F**allos

(48) (42)

Edgard Bonilla

$$C(N) = L(N) + F(N)$$

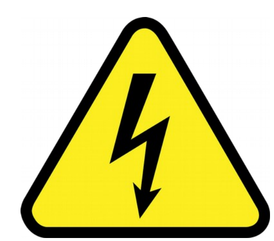
$$C(3) = 90$$
$$L(3) = 48$$
$$F(3) = 42$$



c q m p ch

$$C(N) = \frac{N!}{2^N}$$

¿Podemos decir algo sobre estas niñas?



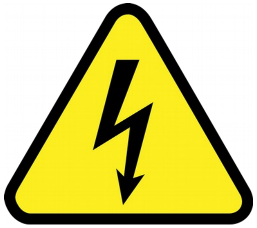
Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +

Edgard Bonilla

Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

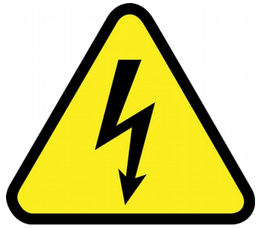
Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] +

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] +

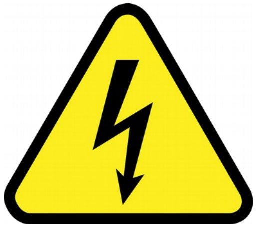
[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] +

. .

. .

. .

Edgard Bonilla



Peligro: alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] +

[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] +

. .

. .

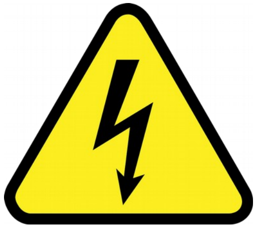
. .

Casos en los que falla **solo** 1 persona

Casos en los que fallan **solo** 2 personas

Casos en los que fallan **solo** 3 personas

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

L(N-1)

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +

Casos en los que falla **solo** 1 persona

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] +

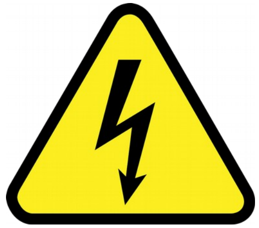
Casos en los que fallan **solo** 2 personas

[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] +

Casos en los que fallan **solo** 3 personas

.
.
.

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] + L(N-1)

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] + L(N-2)

[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] +

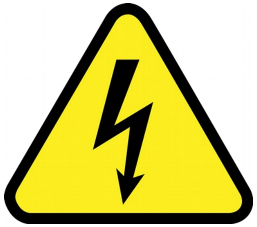
. .
. .
. .

Casos en los que falla **solo** 1 persona

Casos en los que fallan **solo** 2 personas

Casos en los que fallan **solo** 3 personas

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

L(N-1)

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +

Casos en los que falla **solo** 1 persona

L(N-2)

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] +

Casos en los que fallan **solo** 2 personas

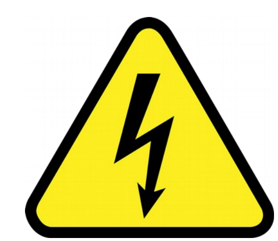
L(N-3)

[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] +

Casos en los que fallan **solo** 3 personas

⋮ ⋮

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

L(N-1)

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +

Casos en los que falla **solo** 1 persona

L(N-2)

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] +

Casos en los que fallan **solo** 2 personas

L(N-3)

[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] +

Casos en los que fallan **solo** 3 personas

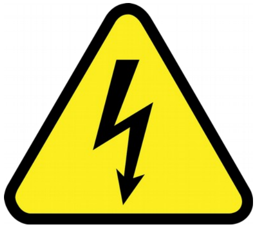
1 persona falla = N*N

. .

. .

. .

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +

L(N-1)

Casos en los que falla **solo** 1 persona

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] +

L(N-2)

Casos en los que fallan **solo** 2 personas

[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] +

L(N-3)

Casos en los que fallan **solo** 3 personas

. .

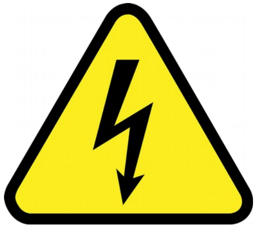
. .

. .

1 persona falla = N*N

2 personas fallan $= \frac{N*N * (N-1) * (N-1)}{2}$

Edgard Bonilla



Peligro: alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

L(N-1)

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +

Casos en los que falla **solo** 1 persona

L(N-2)

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] +

Casos en los que fallan **solo** 2 personas

L(N-3)

[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] +

Casos en los que fallan **solo** 3 personas

. .

. .

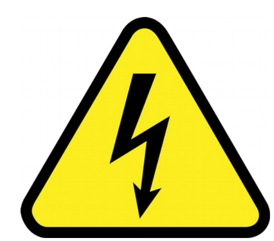
. .

1 persona falla = N*N

2 personas fallan = $\frac{N*N * (N-1) * (N-1)}{2}$

$$\sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!} \right]^2 \frac{1}{k!} \quad L(N-k)$$

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] + ← L(N-1)

Casos en los que falla **solo** 1 persona

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] + ← L(N-2)

Casos en los que fallan **solo** 2 personas

[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] + ← L(N-3)

Casos en los que fallan **solo** 3 personas

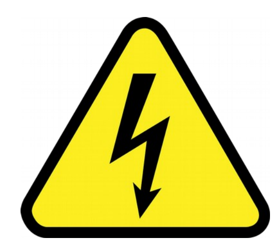
. .
. .
. .

1 persona falla = N*N

2 personas fallan $= \frac{N*N * (N-1) * (N-1)}{2}$

$$\sum_{k=1}^{N}\left[\left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2\frac{1}{k!}\right] L(N-k)$$

Edgard Bonilla



Peligro: alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

F(N) =

[1 persona falla] * [N-1 no fallan] +   L(N-1)

Casos en los que falla **solo** 1 persona

[2 personas fallan] * [N-2 no fallan] +   L(N-2)

Casos en los que fallan **solo** 2 personas

[3 personas fallan] * [N-3 no fallan] +   L(N-3)

Casos en los que fallan **solo** 3 personas

. .

. .

. .

1 persona falla = N*N

2 personas fallan = $\frac{N*N * (N-1) * (N-1)}{2}$

$$\sum_{k=1}^{N}\left[\left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^{2}\frac{1}{k!}\right]\left[L(N-k)\right]$$

Edgard Bonilla

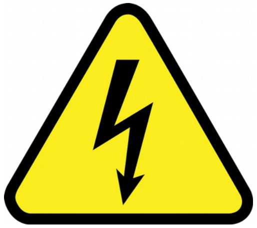
Peligro: alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$F(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!} \right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k)$$

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

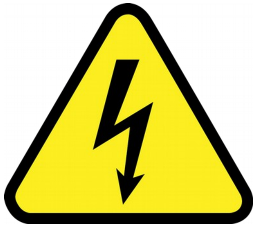
Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$F(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!} \right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k)$$

$$C(N) = L(N) + F(N)$$

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

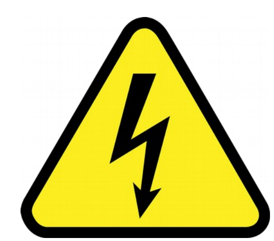
Solución 4: Ecuación recursiva

$$F(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!} \right]^2 \frac{1}{k!} \quad L(N-k)$$

$$C(N) = L(N) + F(N)$$

$$C(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!} \right]^2 \frac{1}{k!} \quad L(N-k) + L(N)$$

Edgard Bonilla



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

Edgard Bonilla

$$F(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k)$$

$$C(N) = L(N) + F(N)$$

$$C(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k) + L(N)$$

$$\frac{(2N)!}{2^N}$$

Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$F(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k)$$

Edgard Bonilla

$$C(N) = L(N) + F(N)$$

$$C(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k) + L(N)$$

$$\frac{(2N)!}{2^N}$$

Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

Edgard Bonilla

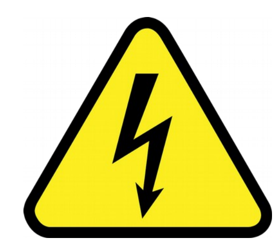
$$F(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k)$$

$$C(N) = L(N) + F(N)$$

$$C(N) = \sum_{k=1}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k) + L(N)$$

$$\frac{(2N)!}{2^N}$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k)}$$

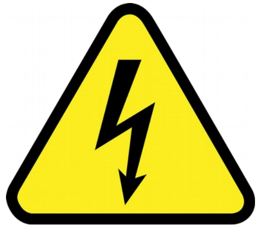


Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!} \right]^2 \frac{1}{k!} \, L(N-k)$$



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(0)$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\, L(N-k)}$$

Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{\overset{\boxed{1}}{(0)!}}{2^0} = \left[\frac{\overset{\boxed{1}}{(0!)}}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!} \, L(0)$$

$$\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \, L(N-k)$$

Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\overset{1}{\frac{(0)!}{2^0}} = \left[\overset{1}{\frac{(0!)}{(0)!}}\right]^2 \frac{1}{0!} \boxed{L(0)}$$

$$\boxed{L(0) = 1}$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

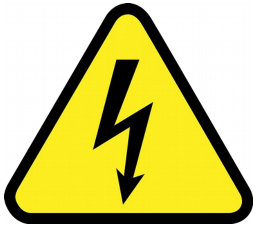
Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(0)$$

$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(0)$$

$$L(0) = 1$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\, L(N-k)}$$



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

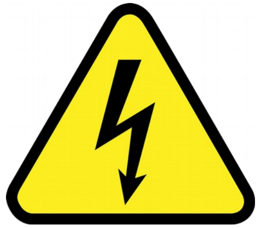
Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\ L(0)$$

$$\overset{\boxed{1}}{\frac{(2)!}{2^1}} = \left[\overset{\boxed{1}}{\frac{(1!)}{(1)!}}\right]^2 \frac{1}{0!}\ L(1) + \left[\overset{\boxed{1}}{\frac{(1!)}{(0)!}}\right]^2 \frac{1}{1!}\ L(0)$$

$$L(0) = 1$$

$$\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\ L(N-k)$$



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\; L(0)$$

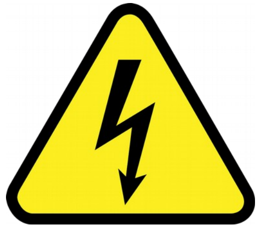
$\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$

$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\; \boxed{L(1)} + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\; L(0)$$

$$L(0) = 1$$

$$\boxed{L(1) = 0}$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\; L(N-k)}$$



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

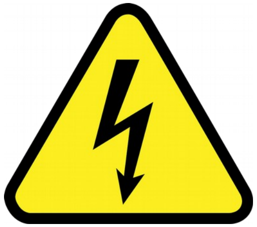
$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(0)$$

$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(0)$$

$$\frac{(4)!}{2^2} = \left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(2) + \left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(1) + \left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{2!}\, L(0)$$

$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\, L(N-k)}$$



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

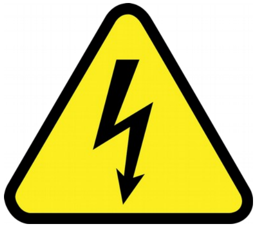
$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\ L(0)$$

$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\ L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\ L(0)$$

$$\overset{\boxed{6}}{\frac{(4)!}{2^2}} = \overset{\boxed{1}}{\left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2} \frac{1}{0!}\ L(2) + \overset{\boxed{4}}{\left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2} \frac{1}{1!}\ L(1) + \overset{\boxed{2}}{\left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{2!}}\ L(0)$$

$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\ L(N-k)}$$



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(0)$$

$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(0)$$

$$\overset{\boxed{6}}{\frac{(4)!}{2^2}} = \overset{\boxed{1}}{\left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2} \frac{1}{0!}\, \boxed{L(2)} + \overset{\boxed{4}}{\left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2} \frac{1}{1!}\, L(1) + \overset{\boxed{2}}{\left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2} \frac{1}{2!}\, L(0)$$

$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$
$$\boxed{L(2) = 4}$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\, L(N-k)}$$

Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(0)$$

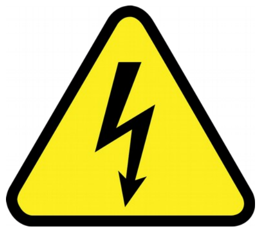
$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(0)$$

$$\frac{(4)!}{2^2} = \left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(2) + \left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(1) + \left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{2!}\, L(0)$$

$$\frac{(6)!}{2^3} = \left[\frac{(3!)}{(3)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(3) + \left[\frac{(3!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(2) + \left[\frac{(3!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{2!}\, L(1) + \left[\frac{(3!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{3!}\, L(0)$$

$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$
$$L(2) = 4$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\, L(N-k)}$$



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(0)$$

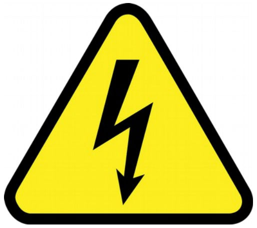
$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(0)$$

$$\frac{(4)!}{2^2} = \left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(2) + \left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(1) + \left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{2!}\, L(0)$$

$$\overset{\boxed{90}}{\frac{(6)!}{2^3}} = \overset{\boxed{1}}{\left[\frac{(3!)}{(3)!}\right]^2} \frac{1}{0!}\, L(3) + \overset{\boxed{9}}{\left[\frac{(3!)}{(2)!}\right]^2} \frac{1}{1!}\, L(2) + \overset{\boxed{36}}{\left[\frac{(3!)}{(1)!}\right]^2} \frac{1}{2!}\, L(1) + \overset{\boxed{6}}{\left[\frac{(3!)}{(0)!}\right]^2} \frac{1}{3!}\, L(0)$$

$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$
$$L(2) = 4$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\, L(N-k)}$$



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(0)$$

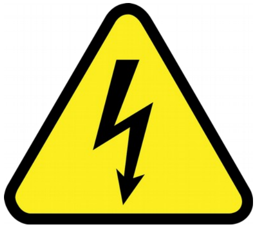
$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(0)$$

$$\frac{(4)!}{2^2} = \left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(2) + \left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(1) + \left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{2!}\, L(0)$$

$$\overbrace{\frac{(6)!}{2^3}}^{\boxed{90}} = \overbrace{\left[\frac{(3!)}{(3)!}\right]^2 \frac{1}{0!}}^{\boxed{1}}\, \boxed{L(3)} + \overbrace{\left[\frac{(3!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{1!}}^{\boxed{9}}\, L(2) + \overbrace{\left[\frac{(3!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{2!}}^{\boxed{36}}\, L(1) + \overbrace{\left[\frac{(3!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{3!}}^{\boxed{6}}\, L(0)$$

$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$
$$L(2) = 4$$
$$\boxed{L(3) = 48}$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\, L(N-k)}$$



Peligro:
alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!} \; L(0)$$

$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!} \; L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!} \; L(0)$$

$$\frac{(4)!}{2^2} = \left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{0!} \; L(2) + \left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{1!} \; L(1) + \left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{2!} \; L(0)$$

$$\overset{\boxed{90}}{\frac{(6)!}{2^3}} = \overset{\boxed{1}}{\left[\frac{(3!)}{(3)!}\right]^2} \frac{1}{0!} \; \boxed{L(3)} + \overset{\boxed{9}}{\left[\frac{(3!)}{(2)!}\right]^2} \frac{1}{1!} \; L(2) + \overset{\boxed{36}}{\left[\frac{(3!)}{(1)!}\right]^2} \frac{1}{2!} \; L(1) + \overset{\boxed{6}}{\left[\frac{(3!)}{(0)!}\right]^2} \frac{1}{3!} \; L(0)$$

$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$
$$L(2) = 4$$
$$\boxed{L(3) = 48}$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k)}$$

Peligro:
alta abstracción

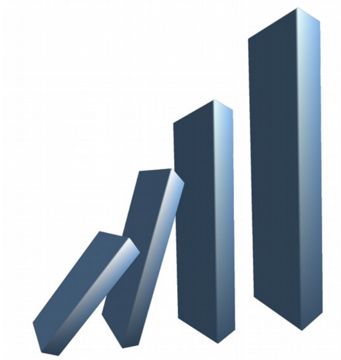
Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(0)$$

$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(0)$$

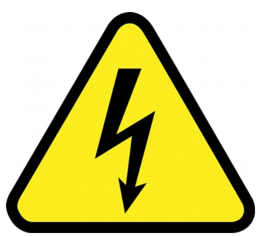
$$\frac{(4)!}{2^2} = \left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{0!}\, L(2) + \left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{1!}\, L(1) + \left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{2!}\, L(0)$$



$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$
$$L(2) = 4$$
$$\boxed{L(3) = 48}$$

$$\frac{\overset{\boxed{90}}{(6)!}}{2^3} = \overset{\boxed{1}}{\left[\frac{(3!)}{(3)!}\right]^2} \frac{1}{0!}\, \boxed{L(3)} + \overset{\boxed{9}}{\left[\frac{(3!)}{(2)!}\right]^2} \frac{1}{1!}\, L(2) + \overset{\boxed{36}}{\left[\frac{(3!)}{(1)!}\right]^2} \frac{1}{2!}\, L(1) + \overset{\boxed{6}}{\left[\frac{(3!)}{(0)!}\right]^2} \frac{1}{3!}\, L(0)$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!}\, L(N-k)}$$



Peligro:
alta abstracción

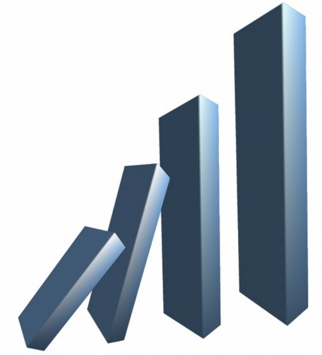
Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!} L(0)$$

¿Podemos resolver esto directamente sin los dominós?

$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!} L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!} L(0)$$

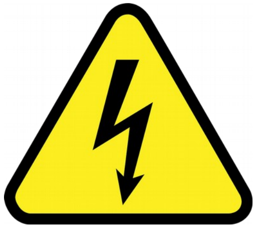


$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$
$$L(2) = 4$$
$$\boxed{L(3) = 48}$$

$$\frac{(4)!}{2^2} = \left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{0!} L(2) + \left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{1!} L(1) + \left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{2!} L(0)$$

$$\frac{(6)!}{2^3} = \left[\frac{(3!)}{(3)!}\right]^2 \frac{1}{0!} \boxed{L(3)} + \left[\frac{(3!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{1!} L(2) + \left[\frac{(3!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{2!} L(1) + \left[\frac{(3!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{3!} L(0)$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$



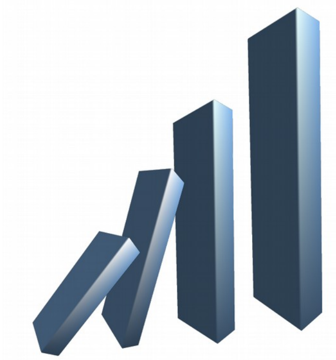
Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(0)!}{2^0} = \left[\frac{(0!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{0!} L(0)$$

¿Podemos resolver esto directamente sin los dominós?



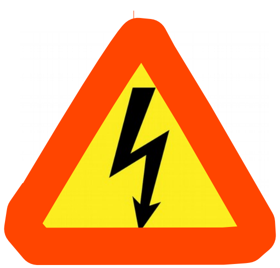
$$\frac{(2)!}{2^1} = \left[\frac{(1!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{0!} L(1) + \left[\frac{(1!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{1!} L(0)$$

$$\frac{(4)!}{2^2} = \left[\frac{(2!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{0!} L(2) + \left[\frac{(2!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{1!} L(1) + \left[\frac{(2!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{2!} L(0)$$

$$\frac{(6)!}{2^3} = \left[\frac{(3!)}{(3)!}\right]^2 \frac{1}{0!} \boxed{L(3)} + \left[\frac{(3!)}{(2)!}\right]^2 \frac{1}{1!} L(2) + \left[\frac{(3!)}{(1)!}\right]^2 \frac{1}{2!} L(1) + \left[\frac{(3!)}{(0)!}\right]^2 \frac{1}{3!} L(0)$$

$$L(0) = 1$$
$$L(1) = 0$$
$$L(2) = 4$$
$$\boxed{L(3) = 48}$$

$$\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)$$

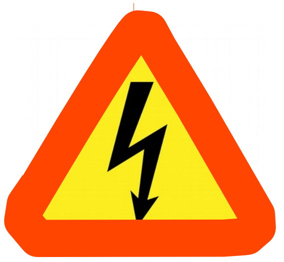


Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!} \right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k)$$



Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \; \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} \; L(N-k)}$$

Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

$$f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

$$f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

$$\boxed{f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

1) $g_N(1) = \dfrac{C(N)}{(N!)^2}$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

$$\boxed{f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

1) $g_N(1) = \frac{C(N)}{(N!)^2}$

2) $g_N(0) = \frac{L(N)}{(N!)^2}$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

$$f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

1) $g_N(1) = \dfrac{C(N)}{(N!)^2}$

2) $g_N(0) = \dfrac{L(N)}{(N!)^2}$

3) $g_N(x)' = g_{N-1}(x)$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro: <u>**muy**</u> alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

$$f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

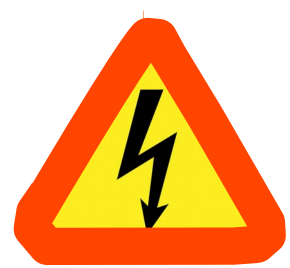
La conocemos

1) $g_N(1) = \frac{C(N)}{(N!)^2}$

2) $g_N(0) = \frac{L(N)}{(N!)^2}$

3) $g_N(x)' = g_{N-1}(x)$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$



Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

$$\boxed{f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

La conocemos

1) $g_N(1) = \dfrac{C(N)}{(N!)^2}$

La queremos conocer

2) $g_N(0) = \dfrac{L(N)}{(N!)^2}$

3) $g_N(x)' = g_{N-1}(x)$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

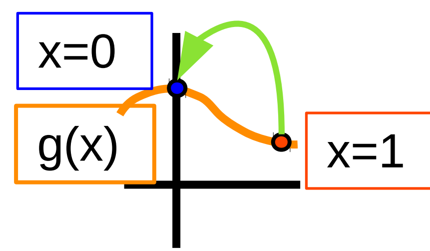
Esto se parece a una serie de Taylor

$$\boxed{f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

La conocemos → **1)** $g_N(1) = \frac{C(N)}{(N!)^2}$

La queremos conocer → **2)** $g_N(0) = \frac{L(N)}{(N!)^2}$



3) $g_N(x)' = g_{N-1}(x)$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

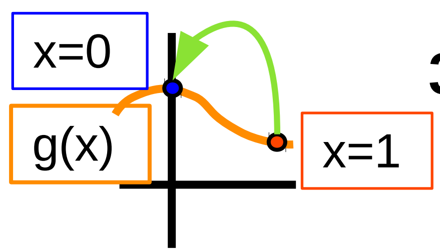
$$f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

$$g_N(x) = \sum_{k=0}^{N} \frac{g_N^{(k)}(1)(x-1)^k}{k!}$$

La conocemos → **1)** $g_N(1) = \frac{C(N)}{(N!)^2}$

La queremos conocer → **2)** $g_N(0) = \frac{L(N)}{(N!)^2}$



3) $g_N(x)' = g_{N-1}(x)$

$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

$$\boxed{f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

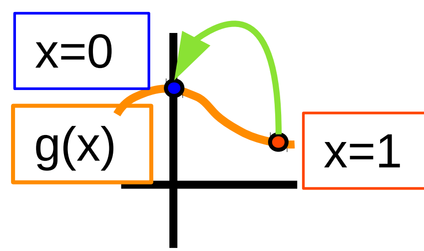
$$g_N(x) = \sum_{k=0}^{N} \frac{g_N^{(k)}(1)(x-1)^k}{k!}$$

$$g_N(0) = \sum_{k=0}^{N} \frac{[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}$$

La conocemos → **1)** $g_N(1) = \frac{C(N)}{(N!)^2}$

La queremos conocer → **2)** $g_N(0) = \frac{L(N)}{(N!)^2}$

3) $g_N(x)' = g_{N-1}(x)$



$$\boxed{\frac{(2N)!}{2^N} = \sum_{k=0}^{N} \left[\frac{(N!)}{(N-k)!}\right]^2 \frac{1}{k!} L(N-k)}$$

Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\frac{C(N)}{(N!)^2} = \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

Esto se parece a una serie de Taylor

$$\boxed{f(x) = \sum \frac{f'(a)(x-a)^k}{k!}}$$

$$g_N(x) = \sum_{j=0}^{N} \frac{x^{(N-j)}}{(N-j)!} \frac{L(j)}{(j!)^2}$$

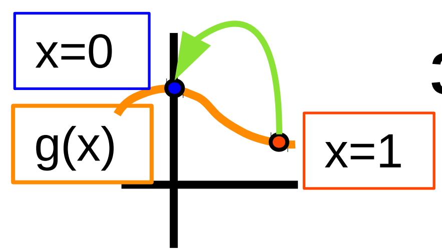
$$g_N(x) = \sum_{k=0}^{N} \frac{g_N^{(k)}(1)(x-1)^k}{k!}$$

$$g_N(0) = \sum_{k=0}^{N} \frac{[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}$$

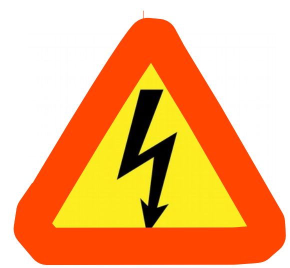
La conocemos → **1)** $g_N(1) = \dfrac{C(N)}{(N!)^2}$

La queremos conocer → **2)** $g_N(0) = \dfrac{L(N)}{(N!)^2}$

3) $g_N(x)' = g_{N-1}(x)$



$$\boxed{L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}}$$



Peligro: **<u>muy</u>** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$\boxed{L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}}$$

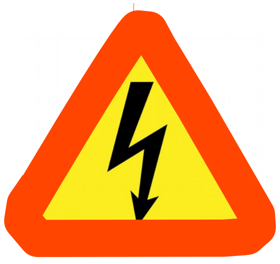
Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$L(3) = 90 - 56 + 18 - 6 = 48$$

$$\boxed{L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}}$$



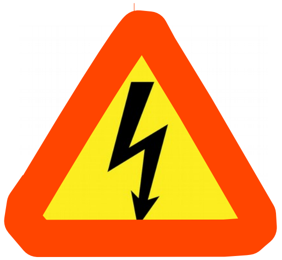
Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$L(3) = \underbrace{90}_{C(3)} - \underbrace{56 + 18 - 6}_{F(3)} = 48$$

$$\boxed{L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}}$$



Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$L(3) = \underbrace{90}_{C(3)} - \underbrace{56 + 18 - 6}_{F(3)} = 48$$

P (al menos uno repite)

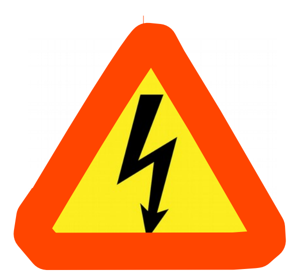
= [P(X repite)] * 3 → [1/5] * 3 = 3/5

- [P(X y Y repiten)] * 3 → [1/5*1/3] * 3 = 1/5

+ [P(X y Y y Z repiten)] * 1 → [1/5*1/3*1] * 1 = 1/15

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j)} + \ldots + \boxed{(-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)}$$

$$\boxed{L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2 [2(N-k)]!}{2^{(N-k)} [(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}}$$



Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Solución 4: Ecuación recursiva

$$L(3) = \underbrace{90}_{C(3)} - \underbrace{56 + 18 - 6}_{F(3)} = 48$$

P (al menos uno repite)

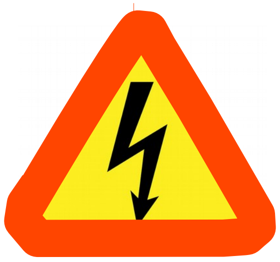
= [P(X repite)] * 3 → [1/5] * 3 = 3/5 → $\frac{56}{90}$

- [P(X y Y repiten)] * 3 → [1/5*1/3] * 3 = 1/5 → $\frac{18}{90}$

+ [P(X y Y y Z repiten)] * 1 → [1/5*1/3*1] * 1 = 1/15 → $\frac{6}{90}$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) +} ... + \boxed{(-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap ... A_n)}$$

$$\boxed{L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2 [2(N-k)]!}{2^{(N-k)} [(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}}$$



Peligro: **muy** alta abstracción

Problema 1: Las empanadas

Moraleja importante:

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

Solución 4: Ecuación recursiva

Edgard Bonilla

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

$$L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}$$

Problema 1: Las empanadas

Moraleja importante:

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

Solución 4: Ecuación recursiva

Edgard Bonilla

Álgebra ayuda a la intuición

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i\leq j} P(A_i \cap A_j) + \ldots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots A_n)$$

$$L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}$$

Problema 1: Las empanadas

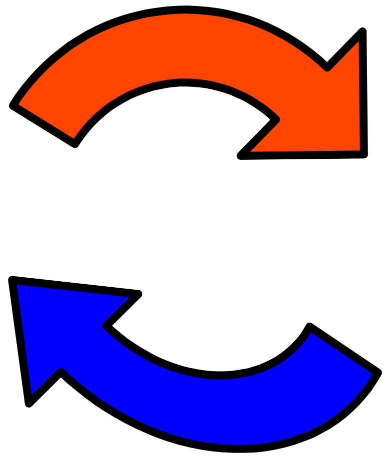
Moraleja importante:

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

La intuición guía al álgebra



Álgebra ayuda a la intuición

Solución 4: Ecuación recursiva

Edgard Bonilla

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \boxed{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)} - \boxed{\sum_{i\leq j} P(A_i\cap A_j) +} \ldots + \boxed{(-1)^{n-1} P(A_1\cap A_2\cap \ldots A_n)}$$

$$L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2}\frac{(-1)^k}{k!}$$

Problema 1: Las empanadas

Moraleja importante:

amigos

Solución 3: Principio de inclusión-exclusión

La intuición guía al álgebra

Solución 4: Ecuación recursiva

Luis Vasquéz

Giancarlo Cuticchia

Edgard Bonilla

Álgebra ayuda a la intuición

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i<j} P(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots A_n)$$

$$L(N) = \sum_{k=0}^{N} \frac{(N!)^2[2(N-k)]!}{2^{(N-k)}[(N-k)!]^2} \frac{(-1)^k}{k!}$$

Problema 1: Las empanadas

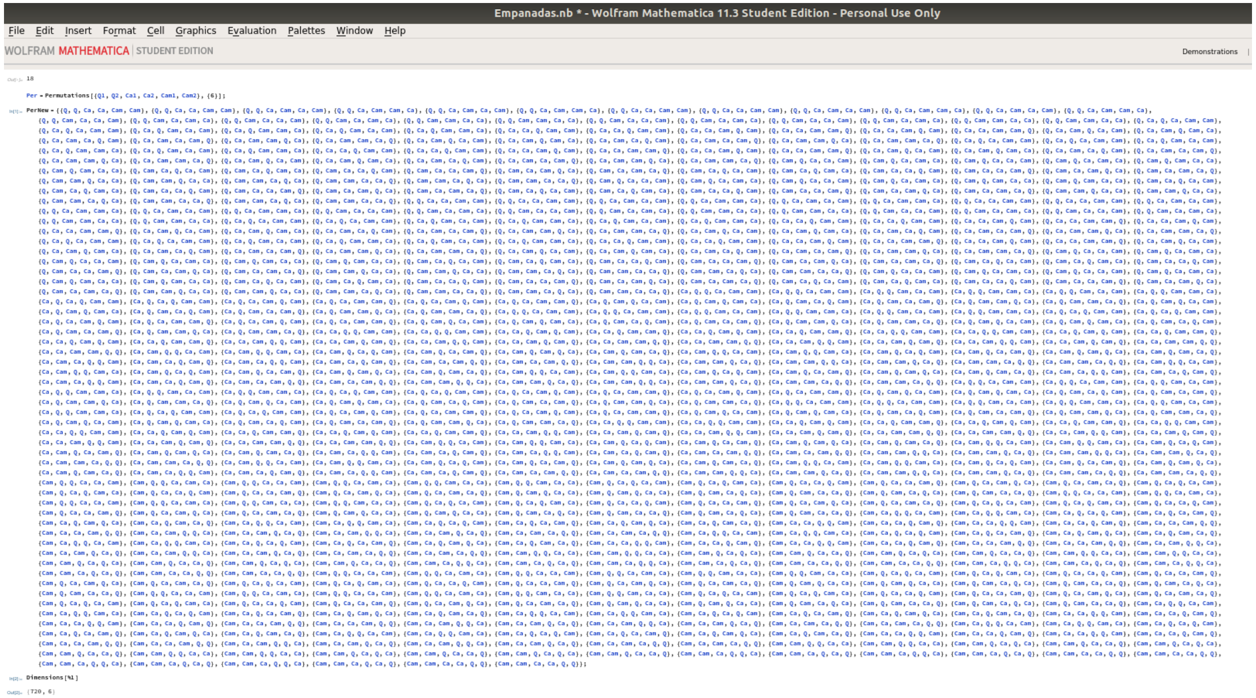
Soluciones 5+

Solución 5: escribe un código

Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

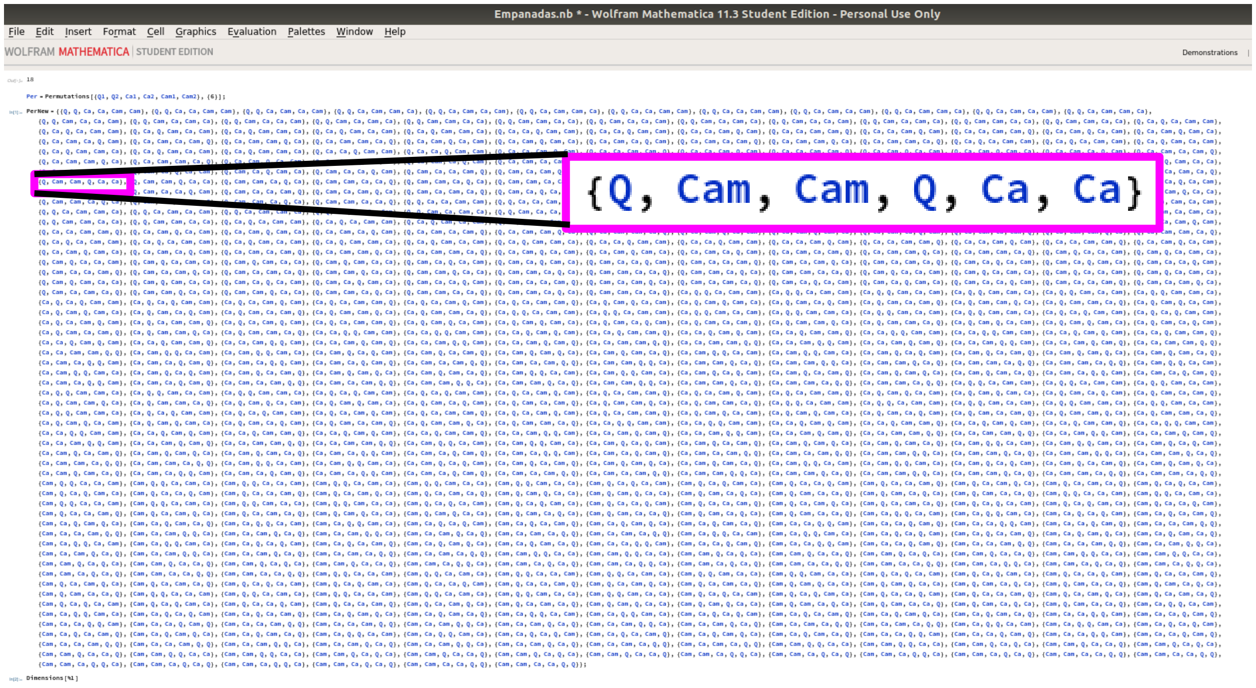
Solución 5: escribe un código



Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

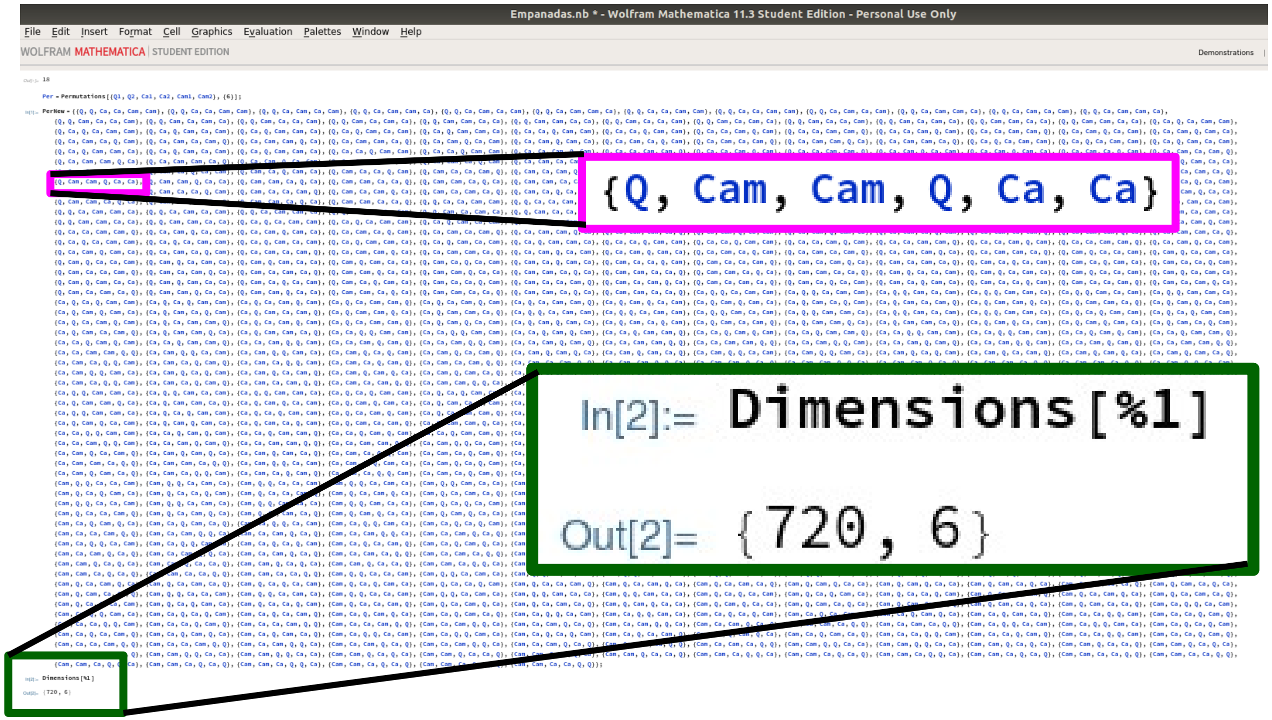
Solución 5: escribe un código



Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

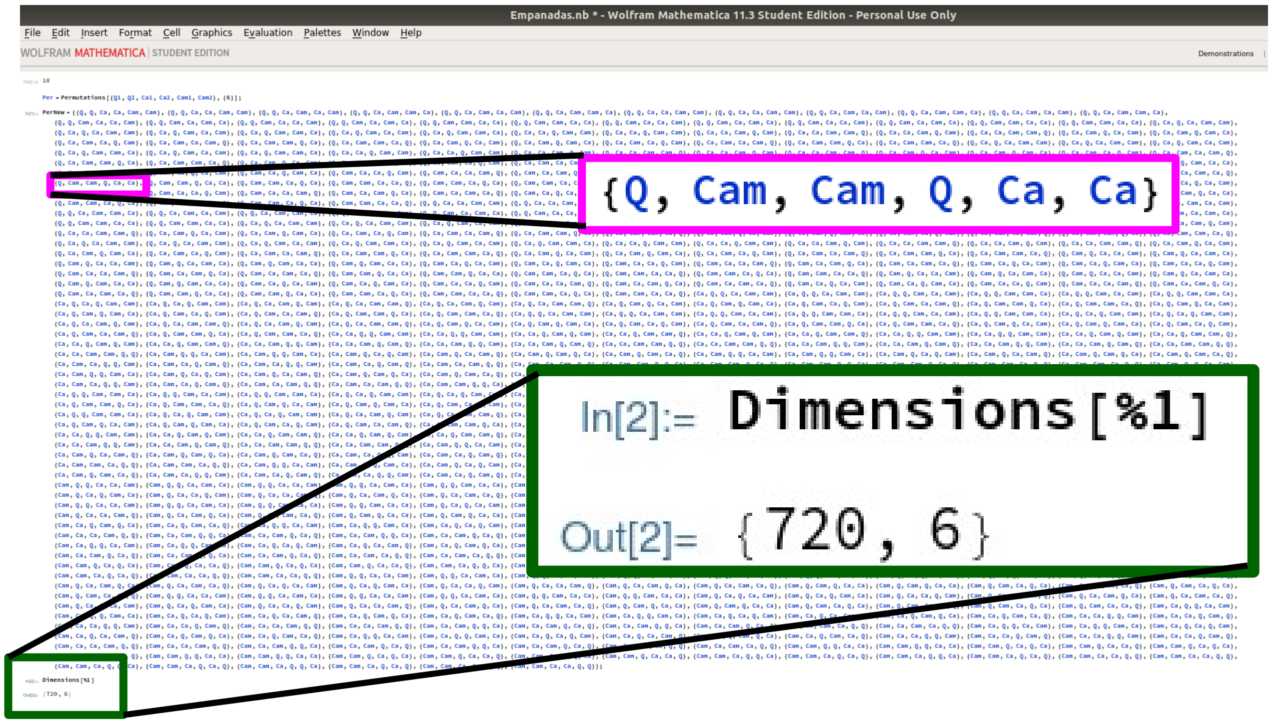
Solución 5: escribe un código



Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

Solución 5: escribe un código



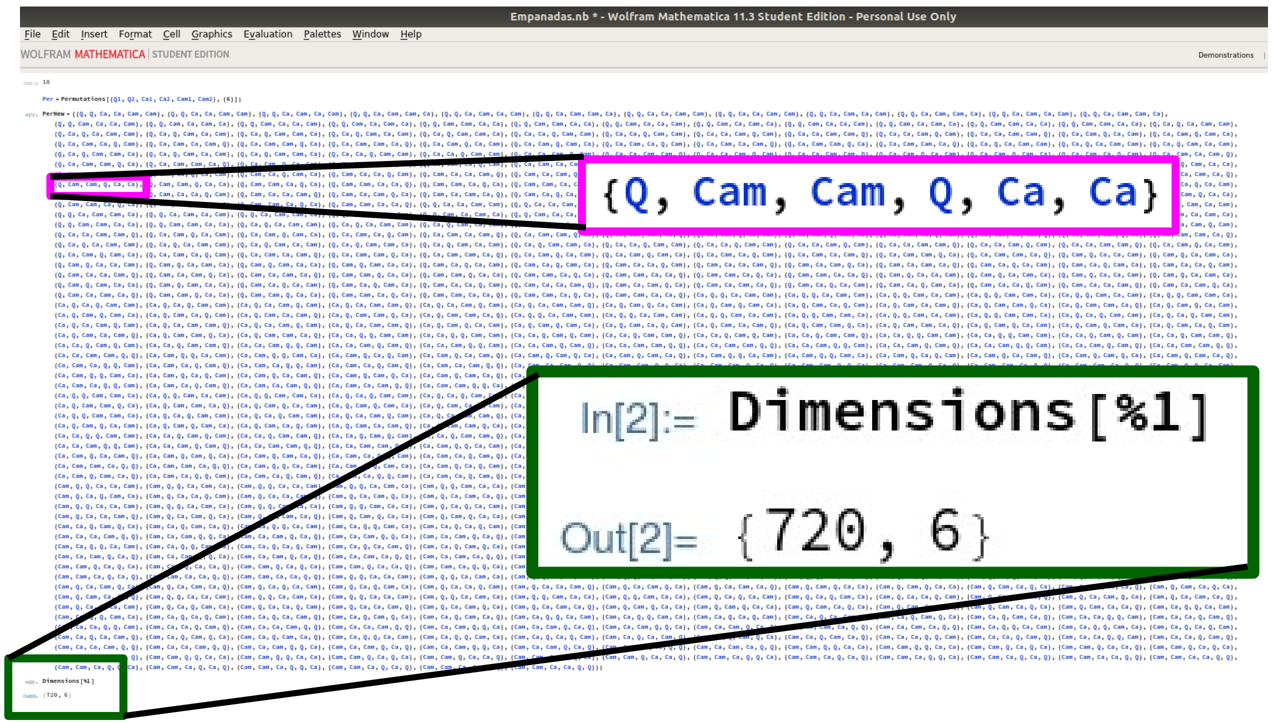

```
        We lost at 90{Cam, Cam, Ca, Ca, Q, Q}
In[6]:= Lose
Out[6]= 42

In[ ]:= 42 / 90
Out[ ]= 7/15
```

Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

Solución 5: escribe un código



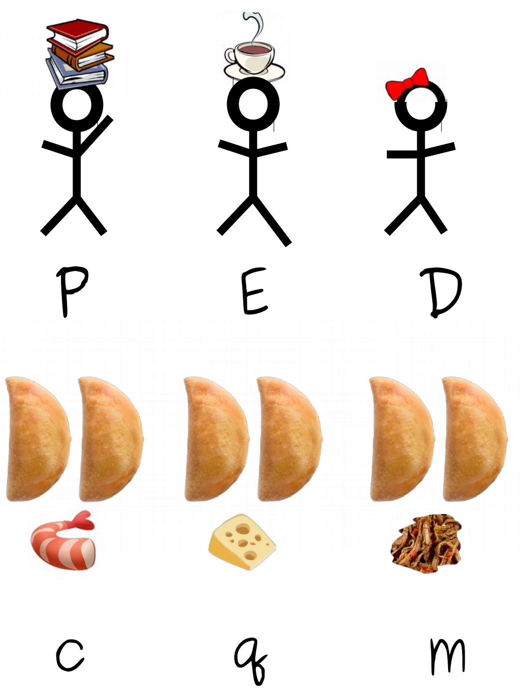

```
        We lost at 90{Cam, Cam, Ca, Ca, Q, Q}
In[6]:= Lose
Out[6]= 42
In[ ]:= 42 / 90
Out[ ]= 7/15
```

Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

Solución 5: escribe un código

Solución 6: Teoría de grafos

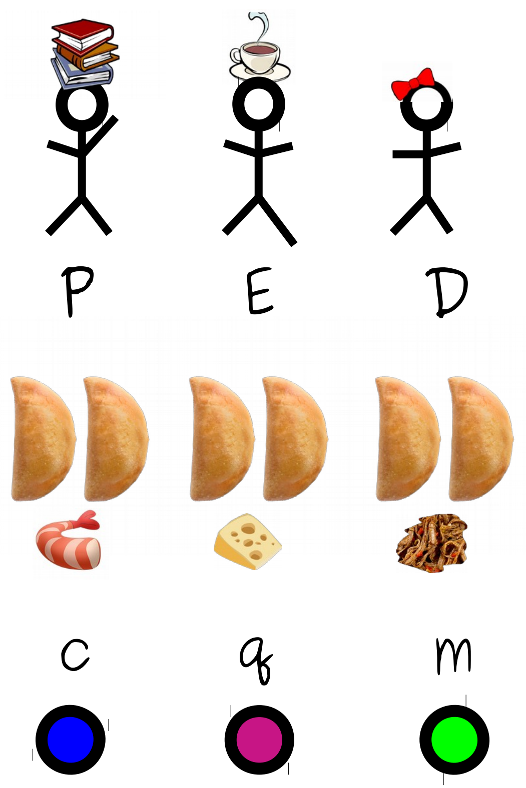


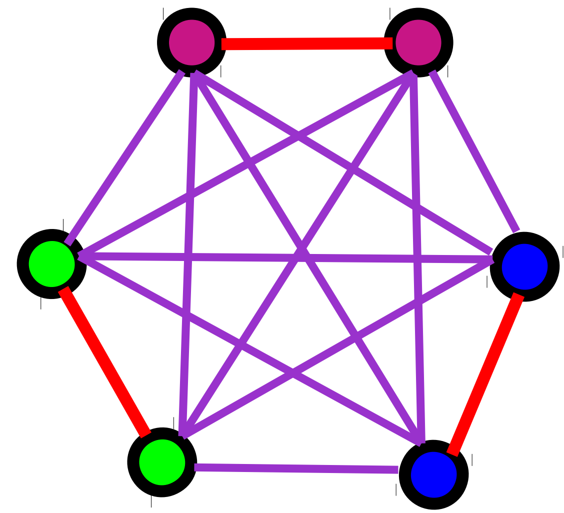
Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

Solución 5: escribe un código

Solución 6: Teoría de grafos



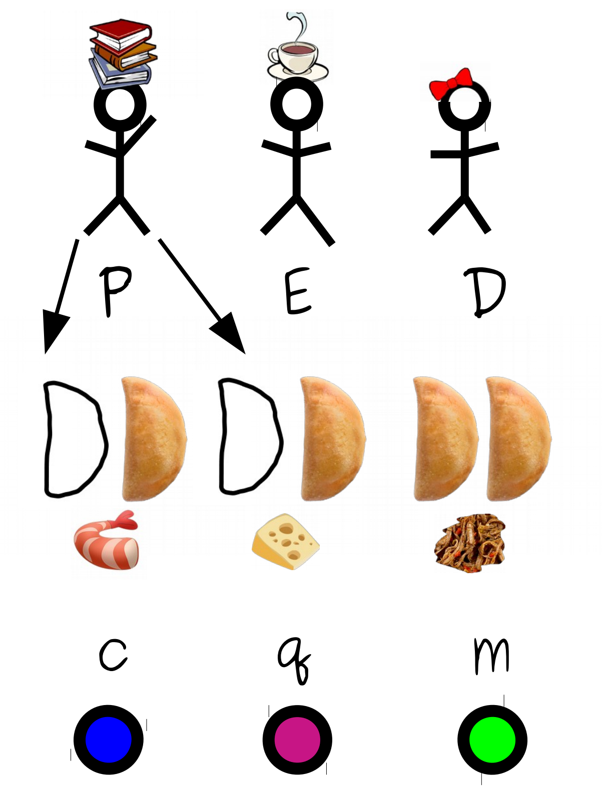


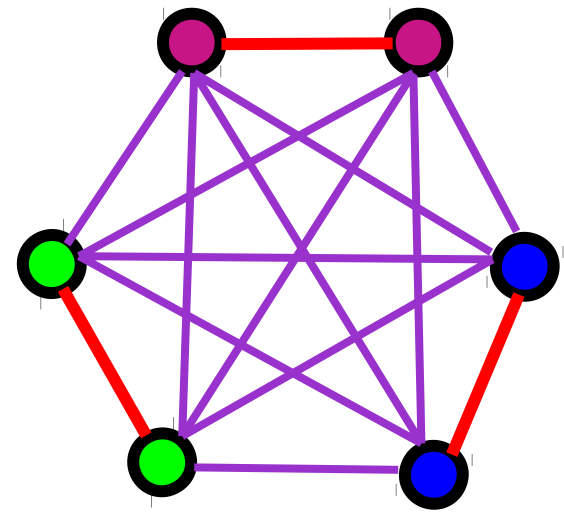
Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

Solución 5: escribe un código

Solución 6: Teoría de grafos



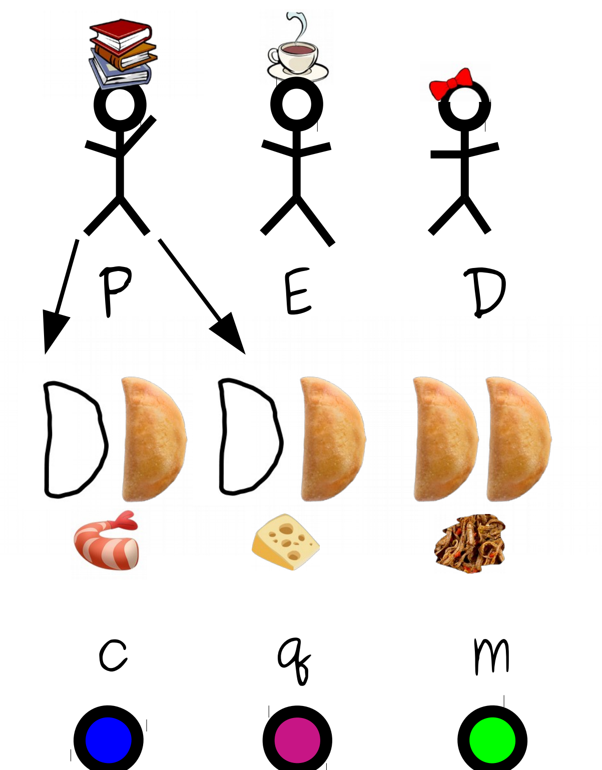


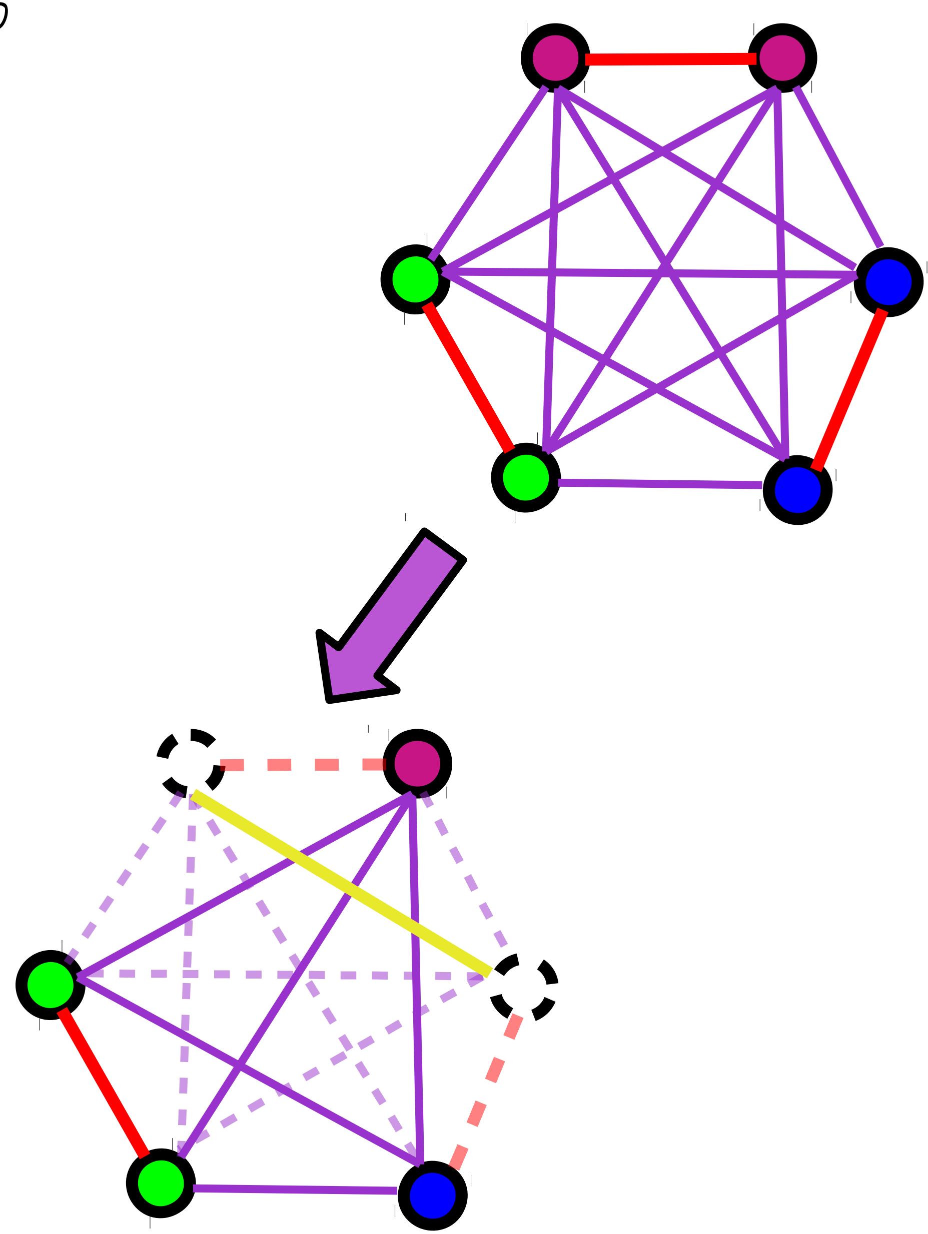
Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

Solución 5: escribe un código

Solución 6: Teoría de grafos



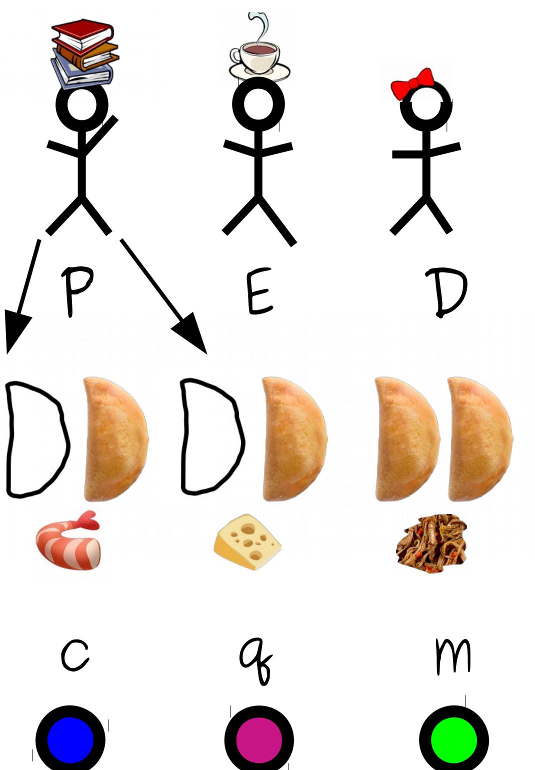


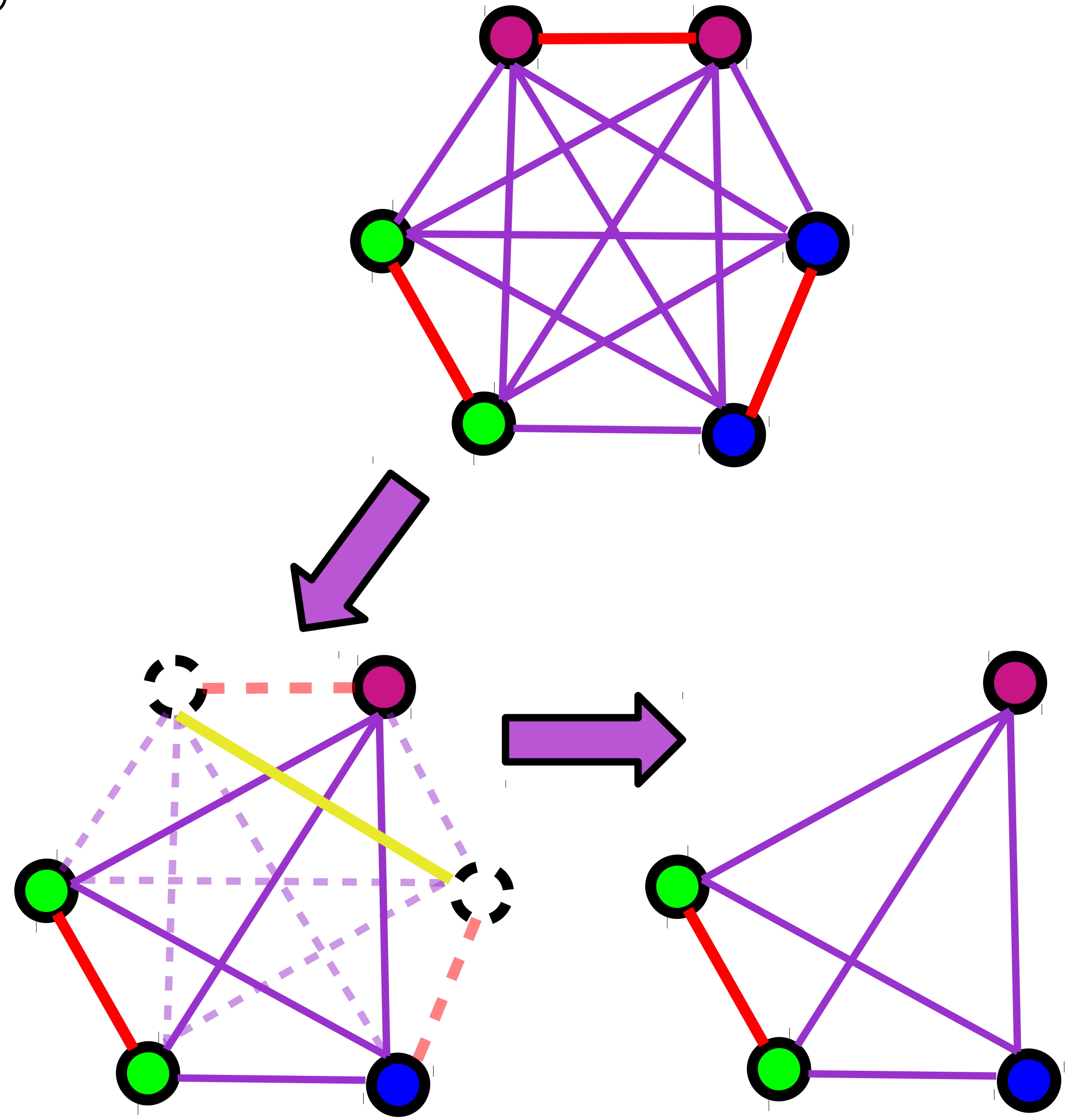
Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

Solución 5: escribe un código

Solución 6: Teoría de grafos





Problema 1: Las empanadas

Soluciones 5+

Solución 5: Escribe un código

Solución 6: Teoría de grafos

Solución 7: Experimento

Problema 2: Las empanadas y la policía

Problema 2: Las empanadas y la policía

P(velocidad) = Uniforme [55 , 85] km/h   Velocidad límite = 70 km/h

Problema 2: Las empanadas y la policía

P(velocidad) = Uniforme [55 , 85] km/h   Velocidad límite = 70 km/h

Calculemos:

Problema 2: Las empanadas y la policía

P(velocidad) = Uniforme [55 , 85] km/h   Velocidad límite = 70 km/h

Calculemos:

1) Probabilidad de exceso de velocidad

2) P(v), Condicional a v > 70 km/h

3) E[v] dado que v > 70 km/h

4) E[Multa(v)] dado que v > 70 km/h y que:

$$\mathrm{Multa}(v) = 5(v-70) + (v-70)^2 \ \$$$

Problema 2: Las empanadas y la policía

P(velocidad) = Uniforme [55 , 85] km/h   Velocidad límite = 70 km/h

Seguramente te quedaste sin tiempo, ¿Quieres saltar al final de la presentación?

Calculemos:

1) Probabilidad de exceso de velocidad

2) P(v), Condicional a v > 70 km/h

3) E[v] dado que v > 70 km/h

4) E[Multa(v)] dado que v > 70 km/h y que:

$$\text{Multa}(v) = 5(v-70) + (v-70)^2 \ \$$$

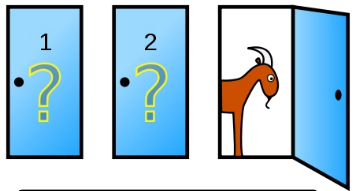
Si

No

Otr@s problemas/ideas interesantes para pensar y leer

Otr@s problemas/ideas interesantes para pensar y leer

Problema de Monty Hall

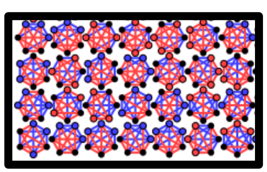


Problema de los tanques alemanes

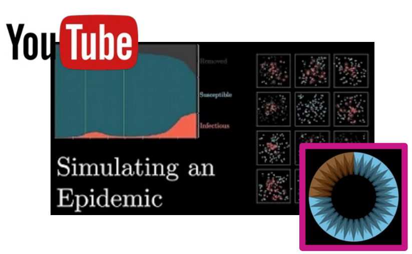
Paradoja de San Petersburgo

Problema de los asientos en un avión

El teorema de Ramsey

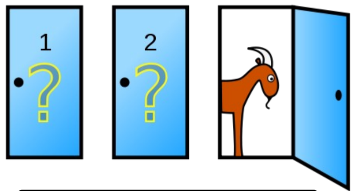


Three Blue one Brown



Otr@s problemas/ideas interesantes para pensar y leer

Problema de Monty Hall

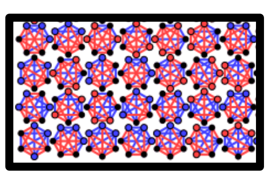


Problema de los tanques alemanes

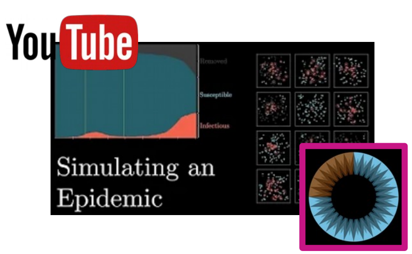
Paradoja de San Petersburgo

Problema de los asientos en un avión

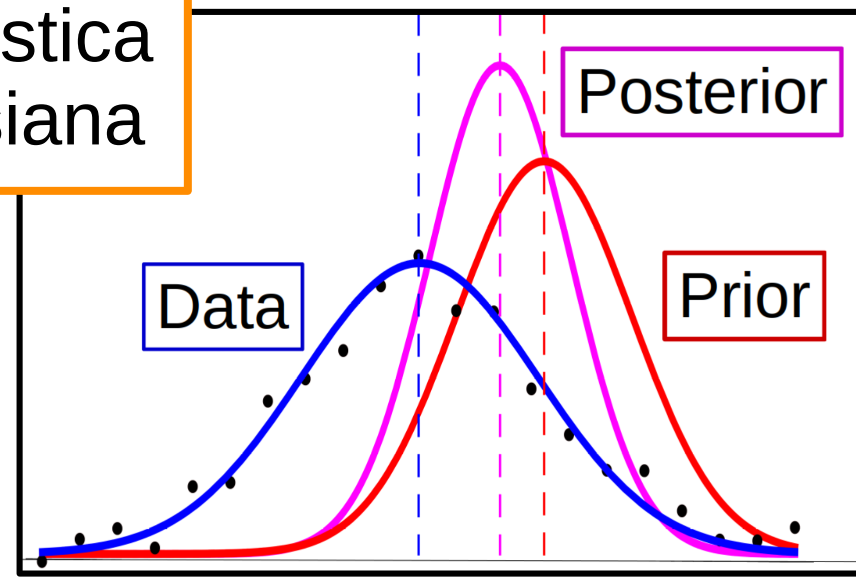
El teorema de Ramsey



Three Blue one Brown

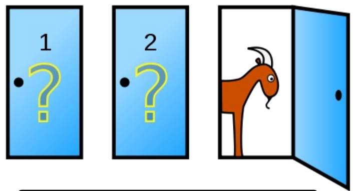


Estadística Bayesiana



Otr@s problemas/ideas interesantes para pensar y leer

Problema de Monty Hall

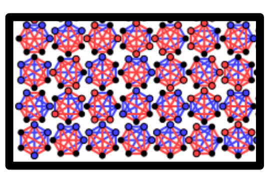


Problema de los tanques alemanes

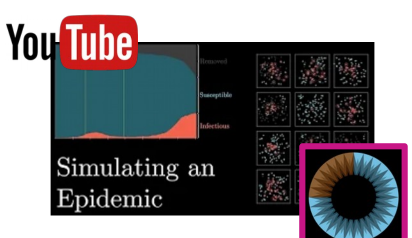
Paradoja de San Petersburgo

Problema de los asientos en un avión

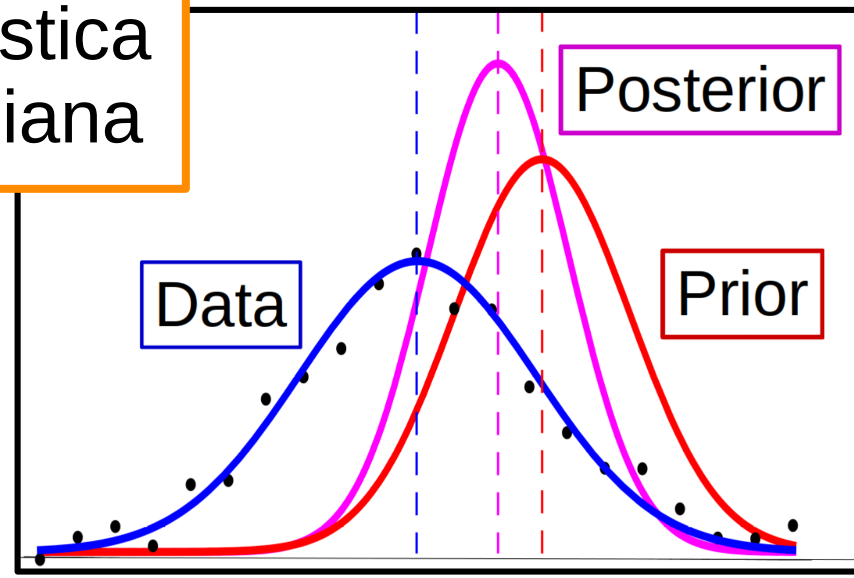
El teorema de Ramsey



Three Blue one Brown



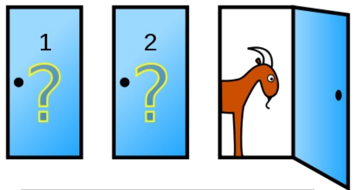
Estadística Bayesiana



- Análisis de datos y extracción de información
- Diseño de experimentos
- Selección de modelos

Otr@s problemas/ideas interesantes para pensar y leer

Problema de Monty Hall

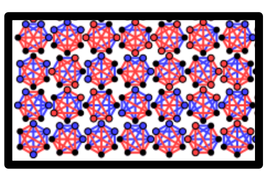


Problema de los tanques alemanes

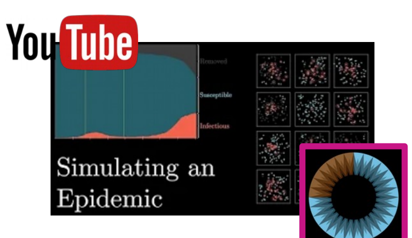
Paradoja de San Petersburgo

Problema de los asientos en un avión

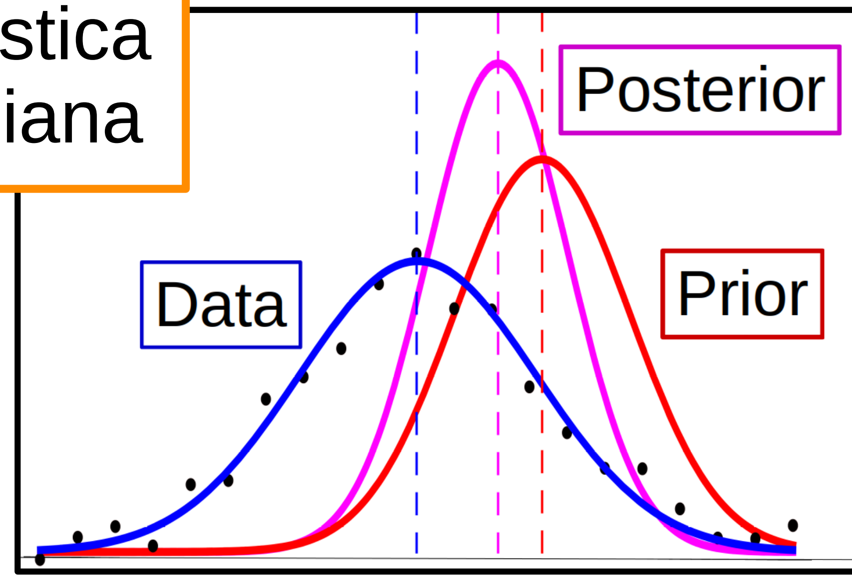
El teorema de Ramsey



Three Blue one Brown



Estadística Bayesiana

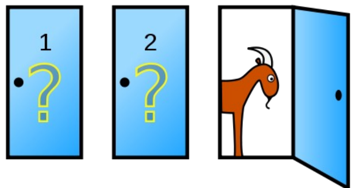


- Análisis de datos y extracción de información
- Diseño de experimentos
- Selección de modelos

Mañana

Otr@s problemas/ideas interesantes para pensar y leer

Problema de Monty Hall

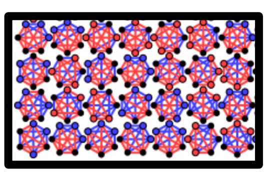


Problema de los tanques alemanes

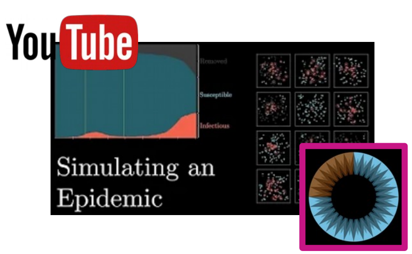
Paradoja de San Petersburgo

Problema de los asientos en un avión

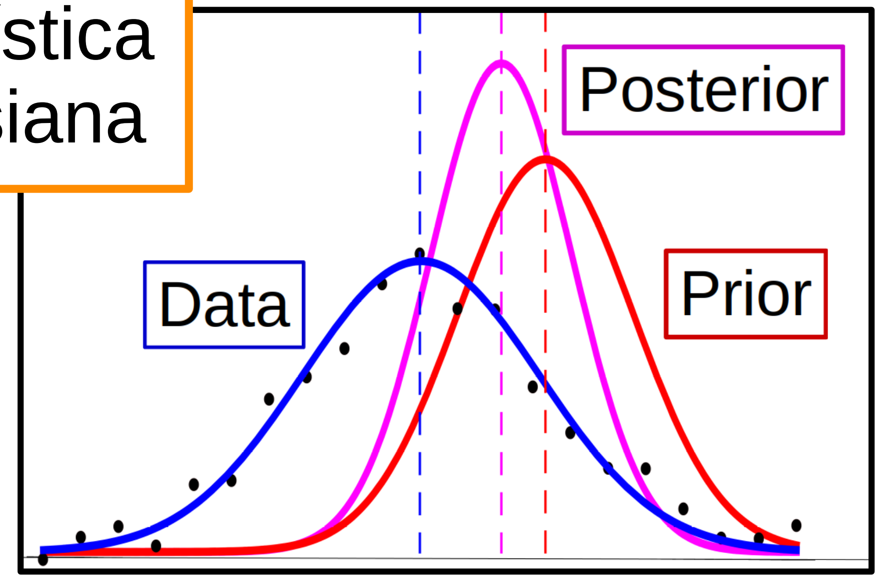
El teorema de Ramsey



Three Blue one Brown



Estadística Bayesiana



- Análisis de datos y extracción de información
- Diseño de experimentos
- Selección de modelos

Mañana

14:50 – 15:35

¿Cómo y con qué?: Experimentos y selección de modelos

Otr@s problemas/ideas interesantes para pensar y leer

Problema de Monty Hall

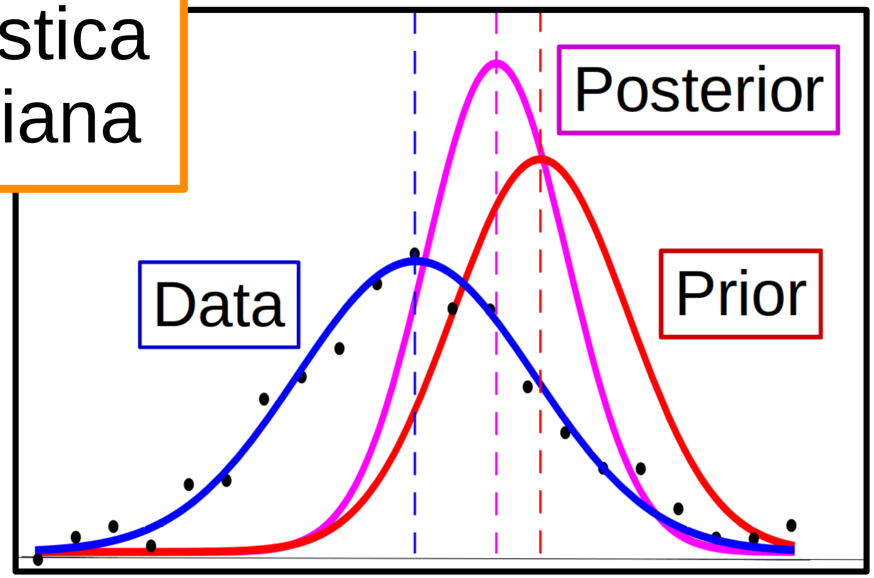
Problema de los tanques alemanes

Paradoja de San Petersburgo

Problema de los asientos en un avión

El teorema de Ramsey

Estadística Bayesiana



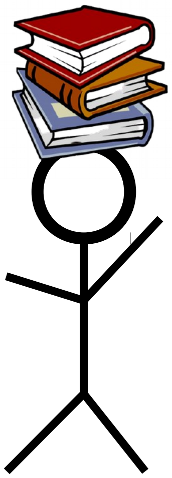
- Análisis de datos y extracción de información
- Diseño de experimentos
- Selección de modelos

Mañana

14:50 - 15:35

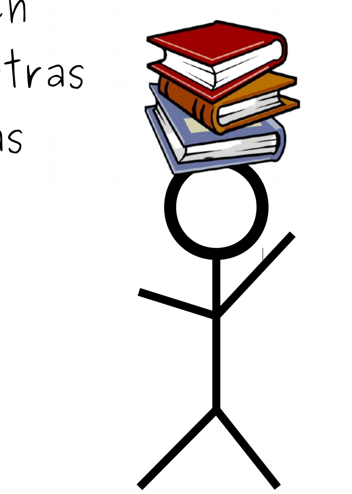
¿Cómo y con qué?: Experimentos y selección de modelos

Mensaje importante

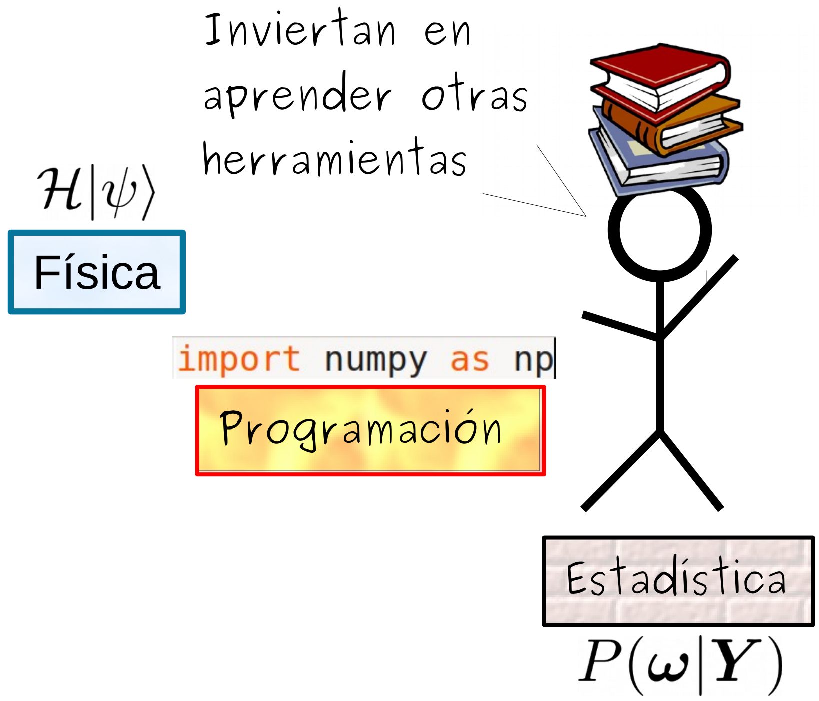


Mensaje importante

Inviertan en
aprender otras
herramientas

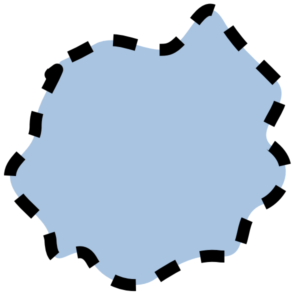


Mensaje importante

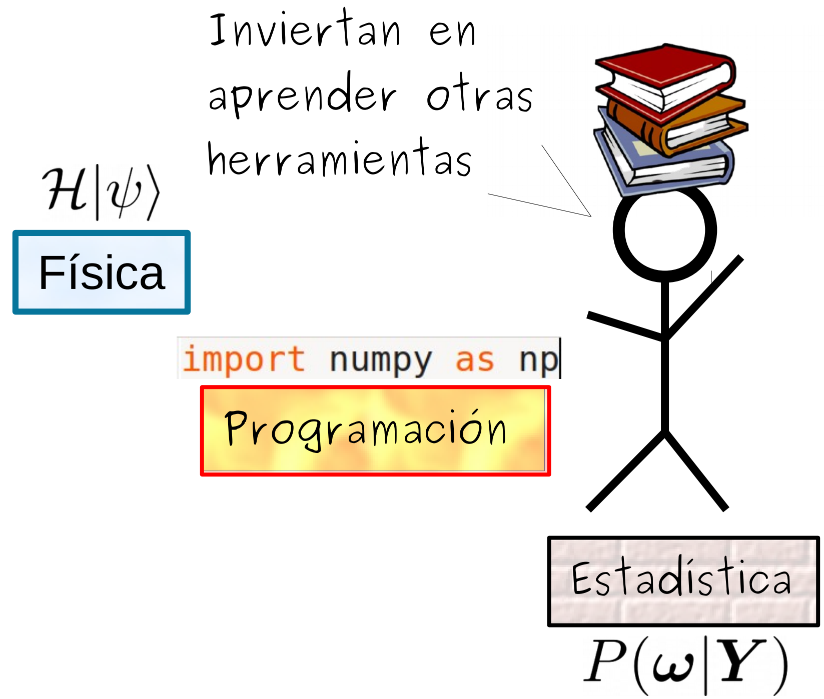


Mensaje importante

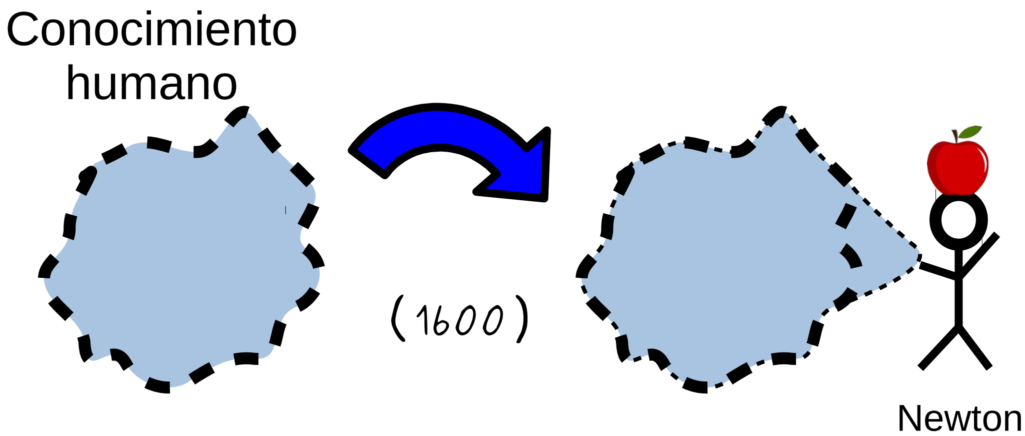
Conocimiento humano

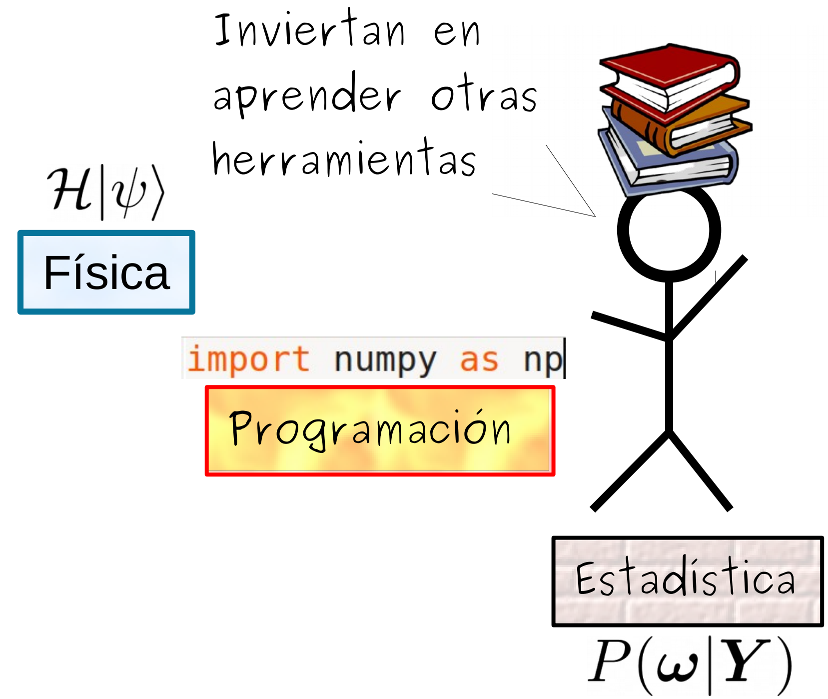


(1600)

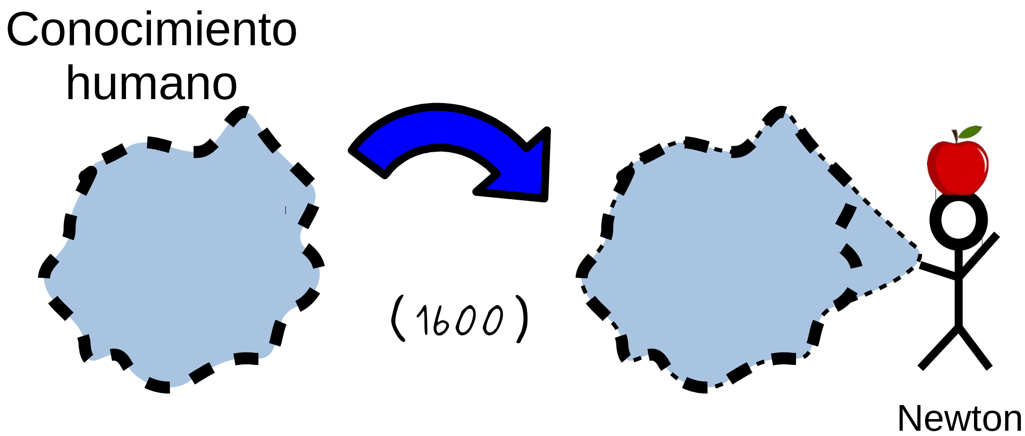


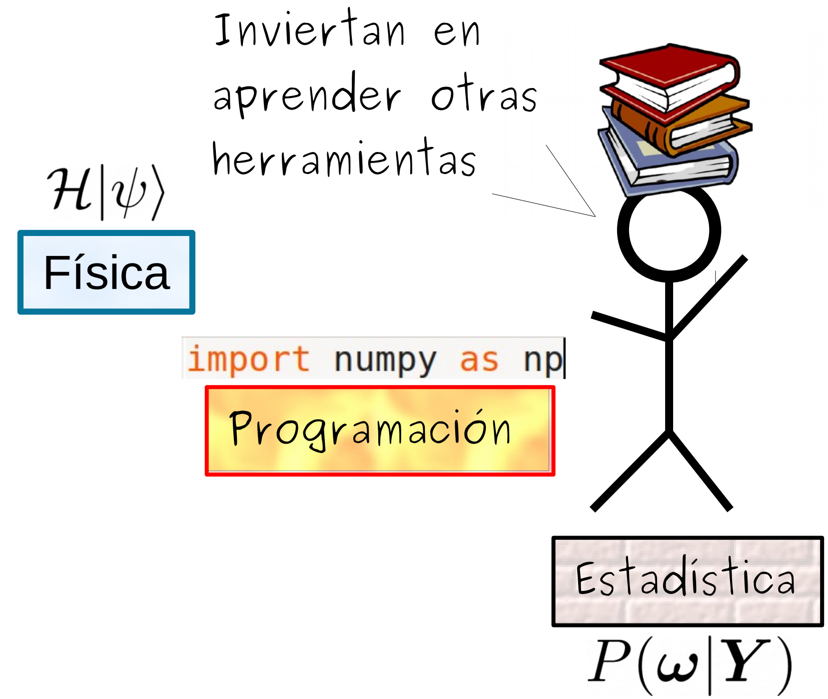
Mensaje importante

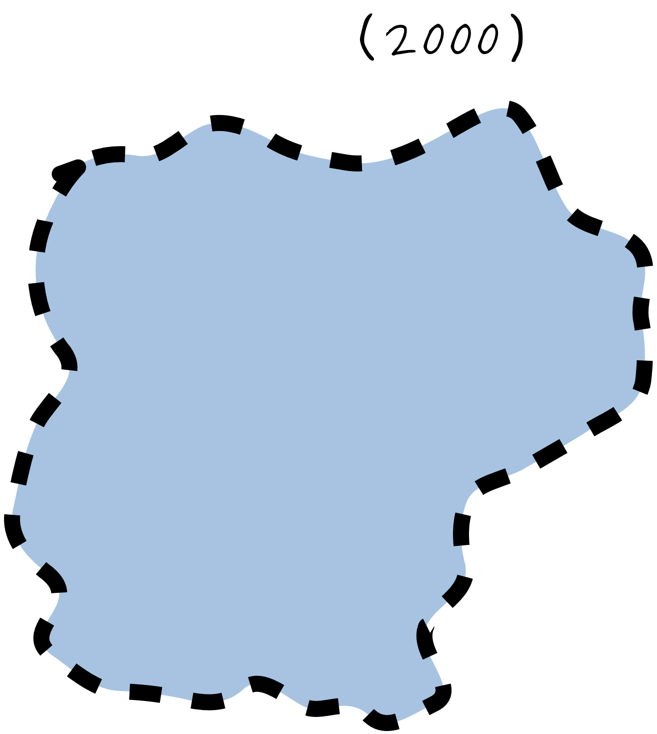




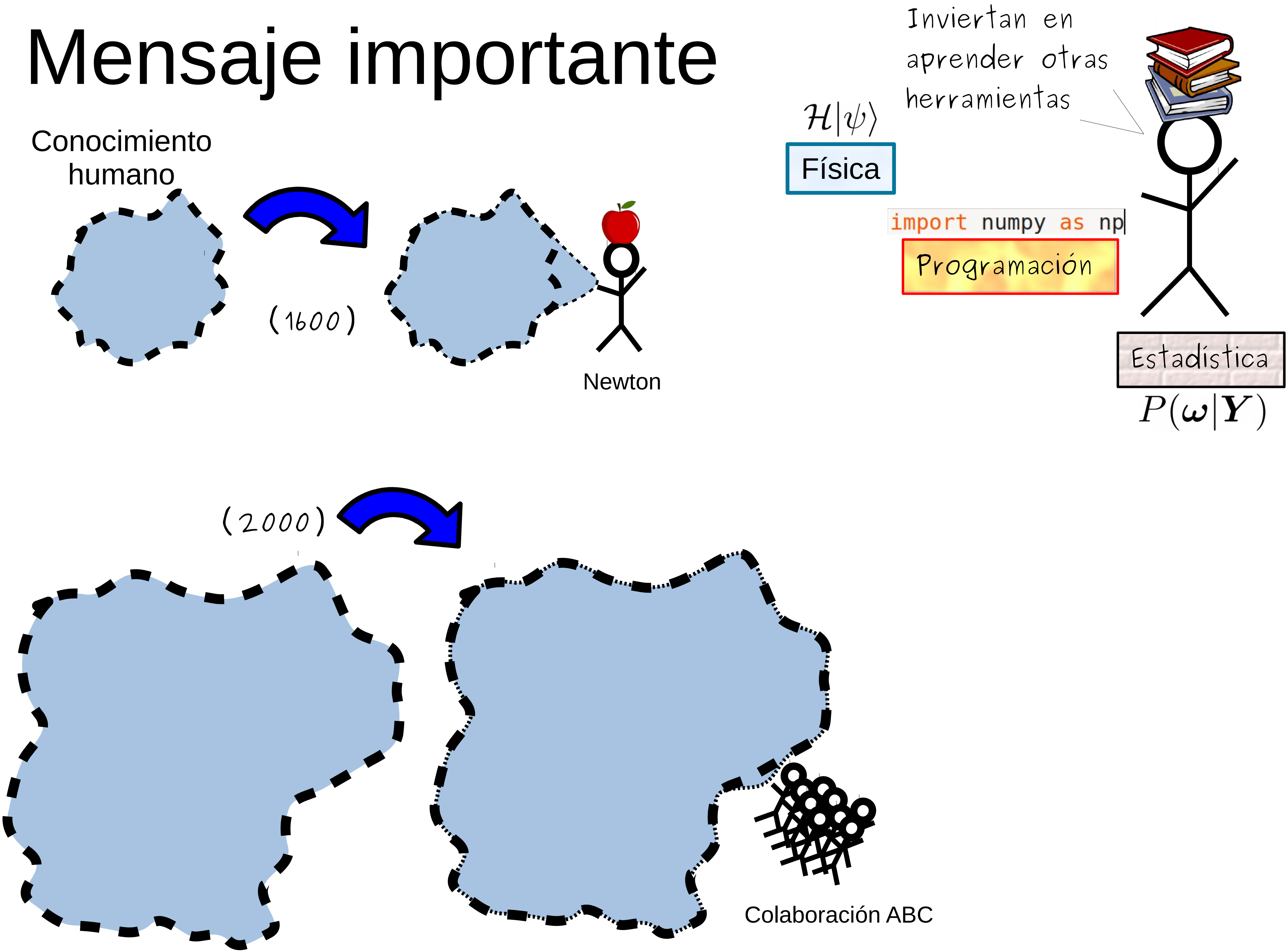
Mensaje importante



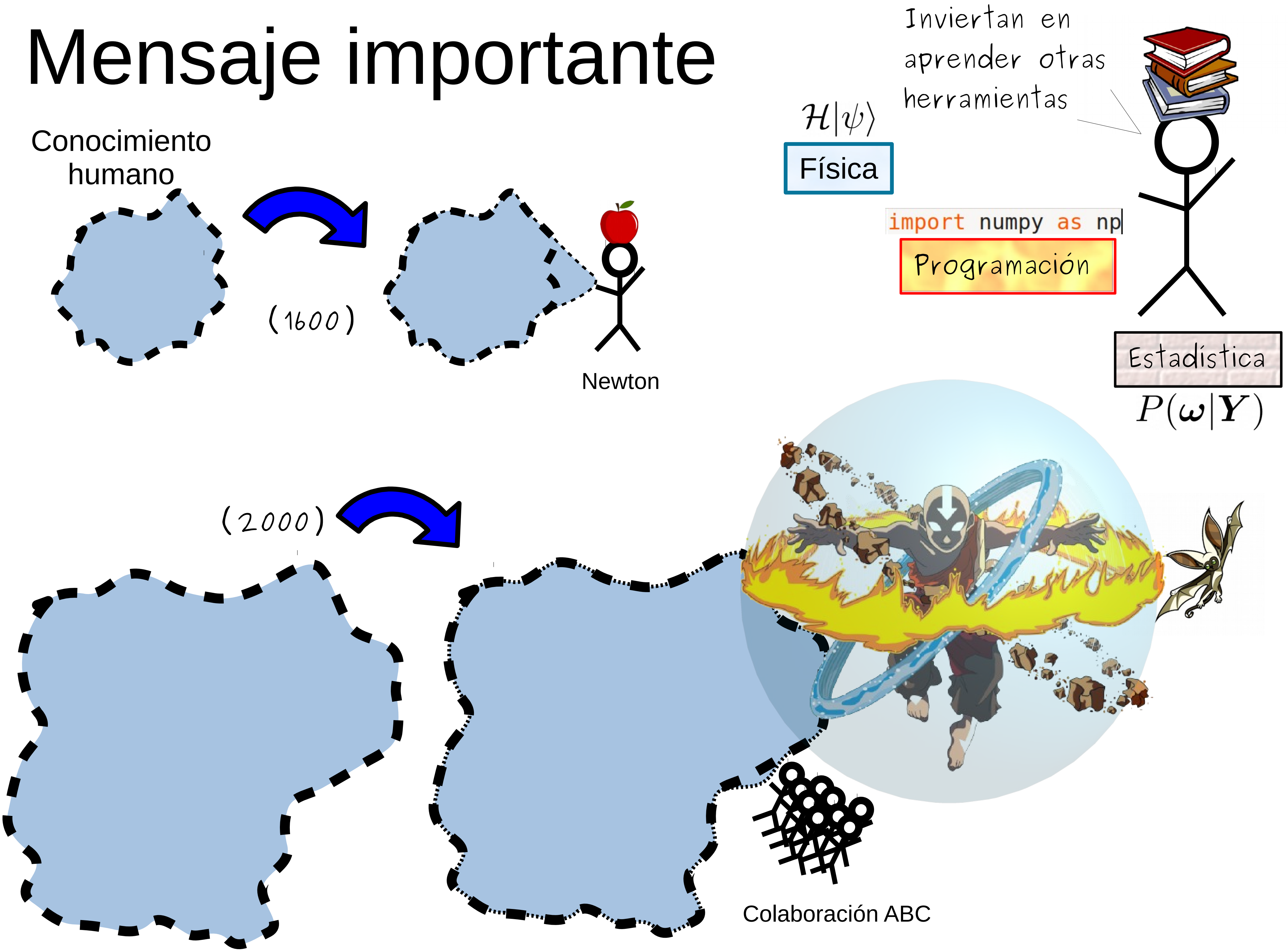




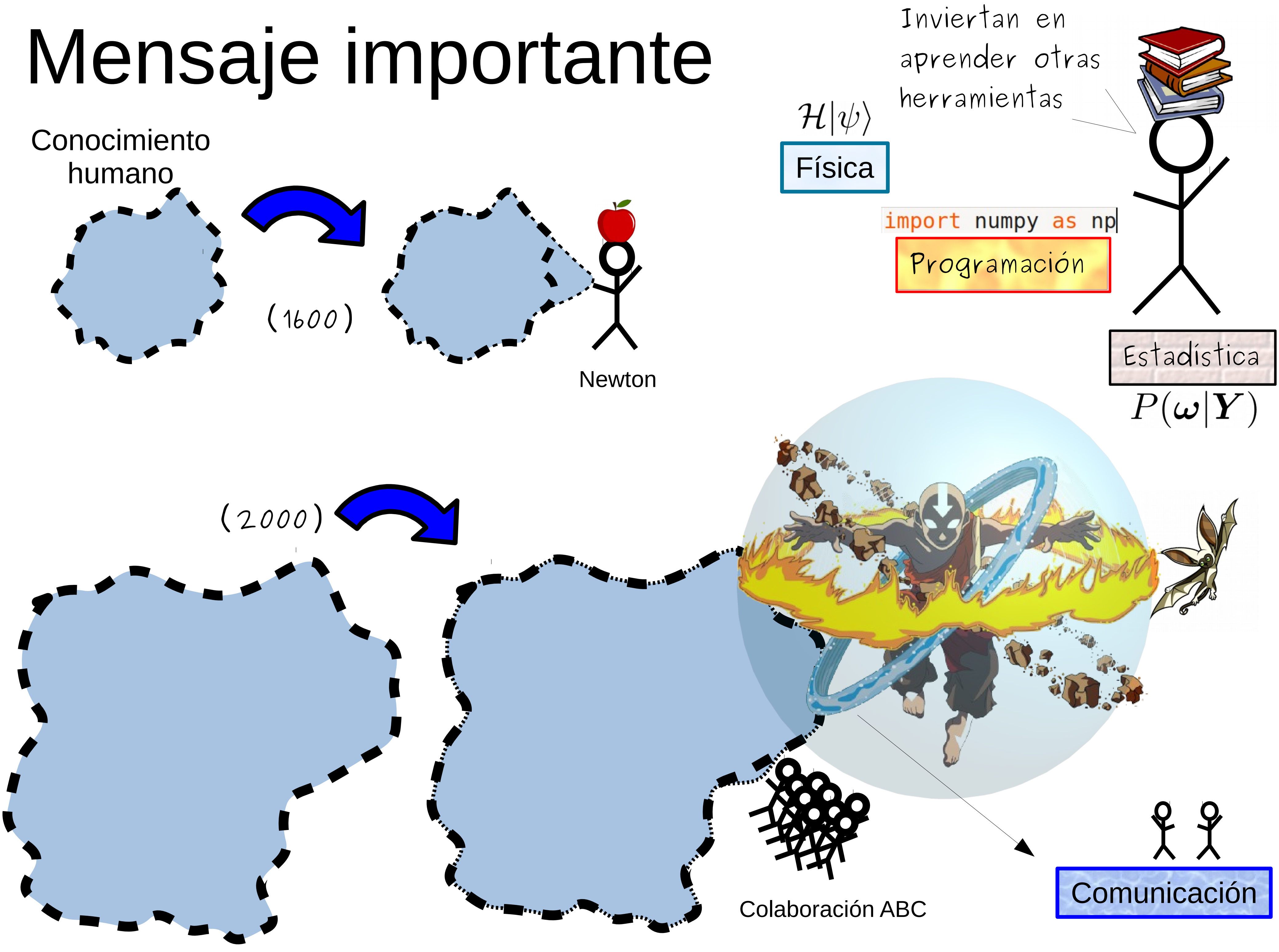
Mensaje importante



Mensaje importante



Mensaje importante



Y terminamos!