CUANTIZACIÓN CANÓNICA (PRIMERA CUANTIZACIÓN)

MEC. CLÁSICA		QM.
VARIABLES CANÓNICAS q, p	$\longrightarrow$	OPERADORES $\mathbb{Q}, \mathbb{P}$
HAMILTONIANO $\mathcal{H}$	$\longrightarrow$	$\mathbb{H}$ $[\mathbb{A}, \mathbb{B}] = \mathbb{A}\mathbb{B} - \mathbb{B}\mathbb{A}$
CORCHETES POISSON $\{\ ,\ \}$	$\longrightarrow$	$[\ ,\ ]$ CONMUTADOR
$\{q, p\} = 1$	$\longrightarrow$	$[\mathbb{Q}, \mathbb{P}] = i\hbar$

ESTADO CLÁSICO: $\vec{r}, \vec{p}$. INTERACCIONES $\vec{F}$

1 ⇒ $|\psi\rangle$: 2 ⇒ CONJ. COMP. OP. CONMUTAN $\mathbb{A}, \mathbb{B}$ / $[\mathbb{A}, \mathbb{B}] = 0$

$\mathbb{H}$ ENERGÍA

ESPACIO DE HILBERT

ESPACIO VECTORIAL CON UNA NORMA INDUCIDA POR EL PROD. INT.

$\mathcal{H}$, $\mathcal{H}^*$ $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \vdots \end{pmatrix}$ $\langle\psi| = (\ \dots\ )$ $\langle\psi|\psi\rangle = 1$

ESPACIO $\mathbb{E}^3$ $\rightsquigarrow$ $\vec{A} = c_i \hat{e}_i = c_i' \hat{e}_i'$

$\mathcal{H}$: $|\psi\rangle$, $\{|\varphi_i\rangle\} / \langle\varphi_i|\varphi_j\rangle = \delta_{ij}$

$$|\psi\rangle = c_i|\varphi_i\rangle = k_i|\tilde{\varphi}_i\rangle \qquad U(t)$$

OPERADORES : $B(\mathcal{H})$ $\qquad |\psi\rangle = \begin{pmatrix} \vdots \end{pmatrix} \rightsquigarrow A = \begin{pmatrix} \ddots \end{pmatrix}$

ESTADOS PUROS $\underline{|\psi\rangle \in \mathcal{H}}$ $\rightsquigarrow$ $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ $\hookrightarrow \in U(n)$

OPERADOR DENSIDAD : $\rho^\dagger = \rho$; $Tr(\rho) = 1$

ESTADOS MEZCLA

$\hookrightarrow$ $\rho = \underline{\sum p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|}$ $\rightsquigarrow$ $\boxed{p_i = 1}$

$\rho^2 = \rho$ (PURO)

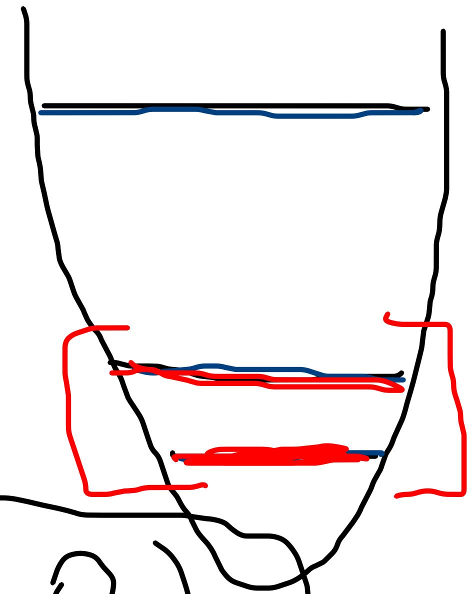
$\rho^2 \neq \rho$ (MEZCLA)

$\rho^2 < \rho$

Sistemas de 2 niveles

$H|g\rangle = E_0|g\rangle$; $H|e\rangle = E_1|e\rangle$; spin $1/2$ $\uparrow \downarrow$

$|\uparrow\rangle , |\downarrow\rangle$; $|\updownarrow\rangle$ $|\leftrightarrow\rangle$;



$\rightsquigarrow |g\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$; $|e\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

$A \in B(\mathcal{H})$ $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b^* & c \end{pmatrix}$

$\boxed{|0\rangle , |1\rangle}$

$$\boxed{\begin{aligned} \rho_g &= |g\rangle\langle g| = \begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix} \\ \rho_e &= |e\rangle\langle e| = \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix} \end{aligned}}$$

$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

Matrices de Pauli

$$\boxed{\overset{\sigma_1}{\sigma_x} , \overset{\sigma_2}{\sigma_y} , \overset{\sigma_3}{\sigma_z} = \begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix} , \overset{\sigma_0}{\mathbb{I}} \begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}}$$ Base de $B(\mathcal{H})$

$\rho = c_i\sigma_i = \frac{1}{2}(\sigma_0 + r_i\sigma_i)$ || Representación de Bloch

SISTEMAS MULTIPARTITOS

$$\boxed{|\psi\rangle_A , |\varphi\rangle_B , |\phi\rangle_C}$$

3 PARTIC. SPIN 1/2

$$\mathcal{H}_{ABC} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B \otimes \mathcal{H}_C \rightsquigarrow \dim \mathcal{H}_{ABC} = (\dim \mathcal{H}_A)(\dim \mathcal{H}_B)(\dim \mathcal{H}_C)$$

SISTEMAS BIPARTITOS $\mathcal{H}_A , \mathcal{H}_B$

$$|\psi_A \varphi_B\rangle = \boxed{|\psi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle} \; ; \quad \rho_{AB} = (|\psi_A\rangle\langle\psi_A|) \otimes (|\varphi_B\rangle\langle\varphi_B|)$$

$$= \left[\frac{1}{2}(\mathbb{1} + \vec{r}\cdot\vec{\sigma}_A)\right] \otimes \left[\frac{1}{2}(\mathbb{1} + \vec{k}\cdot\vec{\sigma}_B)\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[\mathbb{1}_4 + \vec{x}\,\vec{\sigma}_A \otimes \mathbb{1}_2 + \vec{y}\,\mathbb{1} \otimes \vec{\sigma}_B + T\,\vec{\sigma} \otimes \vec{\sigma}\right]$$

$$\boxed{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3} \rightarrow [\sigma_i \otimes \sigma_j]\; \mathcal{B}(\mathcal{H}_{AB})$$

<u>REP. FANO-BLOCH.</u>

CUALQUIER ρ_{AB}

¿SON TODOS LOS $|\psi_{AB}\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$? ¡NO!

'PARADOJA' EPR