25 Settembre 2023

Programmazione B
Ingegneria e Scienze Informatiche - Cesena
A.A. 2023-2024

Elaborato 2

Data di sottomissione: entro le 23:59 del 1 Ottobre 2023.
Formato di sottomissione: un file compresso con nome `elaborato2.zip` contenente un unico file sorgente con nome `quadratic_eq.h`.
Codeboard: `https://codeboard.io/projects/130695`

Specifiche:

- Implementare le seguenti macro per calcolare alcune proprietà di una funzione di secondo grado nel campo reale:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

1. `NUM_OF_ROOTS(a,b,c)`. Implementa un'espressione che può valere `0`, `1` o `2`, a seconda che l'equazione $ax^2 + bx + c = 0$ ammetta 0, 1 o 2 radici nel campo reale (i.e. gli zeri della funzione).
2. `ROOT1(a,b,c)`. Implementa un'espressione che calcola la radice più grande dell'equazione $ax^2 + bx + c = 0$. Non è necessario che la macro *verifichi* che l'equazione abbia effettivamente almeno una soluzione. Nel caso in cui non ci siano soluzioni, l'espressione può essere non definita.
3. `ROOT2(a,b,c)`. Espressione che calcola la radice più piccola dell'equazione $ax^2 + bx + c = 0$. Se l'equazione ha una sola soluzione, il valore dell'espressione coinciderà con quello di `ROOT1(a,b,c)`. Come sopra, non è necessario che la macro verifichi che l'equazione abbia effettivamente soluzioni.
4. `EXTREME_POINT(a,b,c)`. Implementa un'espressione che calcola il punto estremo (massimo o minimo) della funzione di secondo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$.

5. `MAXIMUM_POINT(a,b,c)`. Implementa un'espressione (booleana) che vale `1` oppure `0` a seconda che il punto estremo della funzione $f(x) = ax^2 + bx + c$ sia un punto di massimo oppure di minimo, rispettivamente.

- Si assume che il coefficiente a sia sempre diverso da 0. Le macro non sono tenute a gestire il caso in cui vengano richiamate con parametro a uguale a 0.
- Le macro devono essere definite in un file con nome `quadratic_eq.h`.
- Deve essere sottomesso unicamente il file `quadratic_eq.h`.
- E' possibile sviluppare altre macro oltre a quelle richieste.

Esempi:

1. **Numero di soluzioni dell'equazione** $f(x) = 0$.
   - `NUM_OF_ROOTS(0.5,-2.0,1.5) = 2`
   - `NUM_OF_ROOTS(0.5,-2.0,2.0) = 1`
   - `NUM_OF_ROOTS(-0.5,-2.0,-3.0) = 0`
2. **Radici dell'equazione** $f(x) = 0$.
   - `ROOT1(0.5,-2.0,1.5) = 3.0`
     `ROOT2(0.5,-2.0,1.5) = 1.0`
   - `ROOT1(0.5,-2.0,2.0) = 2.0`
     `ROOT2(0.5,-2.0,2.0) = 2.0`
   - `ROOT1(-0.5,-2.0,-3.0) = N.D.`
     `ROOT2(-0.5,-2.0,-3.0) = N.D.,`
3. **Punto di massimo o minimo della funzione**.
   - `EXTREME_POINT(0.5,-2.0,1.5) = 2.0`
     `MAXIMUM_POINT(0.5,-2.0,1.5) = 0`
   - `EXTREME_POINT(0.5,-2.0,2) = 2.0`
     `MAXIMUM_POINT(0.5,-2.0,2) = 0`
   - `EXTREME_POINT(-0.5,-2.0,-3) = -2.0`
     `MAXIMUM_POINT(-0.5,-2.0,-3) = 1`

APPENDICE

Sia data una funzione di secondo grado

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Assumiamo che $a \neq 0$.

- **Zeri della funzione**. Per calcolare i punti di intersezione di $f(x)$ con l'asse delle ascisse, risolviamo l'equazione di secondo grado:

  $$ax^2 + bx + c = 0. \tag{1}$$

  Consideriamo il *discriminante* dell'equazione.

  $$\Delta = b^2 - 4ac$$

  L'equazione (1) ha:

  1. **nessuna soluzione** nel campo dei reali se $\Delta < 0$, i.e la funzione $f(x)$ non interseca l'asse delle ascisse;
  2. **una soluzione** se $\Delta = 0$, i.e. la funzione $f(x)$ interseca l'asse delle ascisse in un unico punto;
  3. **due soluzioni** se $\Delta > 0$, i.e. la funzione $f(x)$ interseca l'asse delle ascisse in due punti distinti.

  Se $\Delta \geq 0$ i punti di intersezione x_1, x_2, sono calcolati nel seguente modo:

  1. se $\Delta > 0$, $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$;
  2. Se $\Delta = 0$, $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$.

- **Punto di massimo/minimo della funzione**. Una funzione di secondo grado ha un unico punto *estremante*, che può essere un punto di massimo o di minimo. Per individuare l'unico punto estremante è sufficiente individuare dove si annulla la derivata prima di $f(x)$. Dobbiamo quindi risolvere l'equazione:

  $$f'(x) = 0$$

  Stiamo assumendo $a \neq 0$, quindi

$$f'(x) = 2ax + b = 0 \Longrightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

Per determinare se il punto $x = \frac{-b}{2a}$ è un punto di massimo o di minimo, valutiamo il segno della derivata seconda:

$$f''(x) = 2a$$

- Se $f''(x) > 0$ allora, $x = \frac{-b}{2a}$ è un punto di minimo (la concavità della parabola $f(x)$ è rivolta verso l'alto).
- Se $f''(x) < 0$ allora, $x = \frac{-b}{2a}$ è un punto di massimo (la concavità della parabola $f(x)$ è rivolta verso il basso).