"Con fundamento en el artículo 21 y 27 de la ley federal del derecho de autor y como titular de los derechos moral y patrimonial de la obra titulada "COMPACIDAD, UN BREVIARIO AL INFINITO", otorgo de manera gratuita y permanente al instituto tecnológico autónomo de México y a la biblioteca Raúl Baillères Jr. Autorización para que fijen la obra en cualquier medio, incluido el electrónico y la divulguen entre sus usuarios, profesores, estudiantes o terceras personas, sin que pueda percibir por la divulgación una contraprestación"

Amaury	Gutiérrez	Acosta
	FECHA	
	FIRMA	

A la  $\varepsilon$ -cercanía.

- A Lety por plantar la semilla de lo que soy.
- A Ricardo por regar esa semilla, no sería nada sin ti.
- A Dolores, Dafne y Jorge por la adopción y el cariño.
- A Victor y Meli por embarcarse en esta empresa conmigo, por depositar la confianza.
- A mis abuelos siempre solidarios, siempre amorosos.
- A mi abuela por el apoyo y amor.
- Pour Vania, pour les trente-deux chiens bleus, pour créer des liens, pour la cérémonie du thé, pour les nuits parfaites, pour les beaux jours, pour les lignes qui sont suffisant. Je suis à toi, toujours.
- A Gustavo Preciado por indicarme el camino correcto, no me imagino más feliz de otra forma.
- A Guillermo Grabinsky por aguantarme a pesar de todo, por compartir su conocimiento que a menudo parece interminable.
- A Jose Luis Farah quien me recomendó que no escribiera un libro y a quien claramente no hice caso, gracias por los consejos, las anécdotas y la amistad.
- A Cesar Luis García, por enseñar que el ocio es bueno pero documentado es aún mejor, ¿algún voluntario para construir el sistema de números reales partiendo de la propiedad de Bolzano-Weierstrass?
- A Ana Lidia Franzoni por creer en mi siempre.
- A Begoña Albizuri por siempre hacer las cosas tán difíciles, buscando la excelencia.
- A José Manuel Orozco Garibay por la retórica, por compartir la belleza de la palabra.
- Al lector casual, en caso de que existas, este trabajo fué pensado para ti, para compartir mi experiencia descubriendo este mundo, si le das una oportunidad y lo disfrutas, todo habrá valido la pena. Recuerda...

#### Don't Panic

# Contents

1	Chapter 1	1
2	Chapter 2	3
3	Chapter 3	5
4	Chapter 4	7
5	Chapter 5	9
6	Chapter 6	11
7	Chapter 7	13
8	Chapter 8	15
$\mathbf{A}_{\mathbf{l}}$	opendix A	17
$\mathbf{A}_{\mathbf{l}}$	ppendix B	19
Aı	opendix C	21

viii *CONTENTS* 

# Chapter 1

Good work is not done by 'humble' men. (...) A man's first duty, a young man's at any rate, is to be ambitious.

A Mathematician's Apology G. H. Hardy

# Chapter 2

Archimides will be remembered when Aeschylus is forgotten, because languages die and mathematical ideas do not.

> A Mathematician's Apology G. H. Hardy

 ${\rm chapter}\ 2$ 

# Chapter 3

We may say, roughly, that a mathematical idea is 'significant' if it can be connectted, in a natural and illuminating way, with a large complex of other mathematical ideas.

A Mathematician's Apology G. H. Hardy

# Chapter 4

A mathematical proof should resemble a simple and clear-cut constellation, not a scattered cluster in the Milky Way.

A Mathematician's Apology G. H. Hardy

### Chapter 5

A mathematican, like a painter or a poet, is a maker of patterns. The mathematician's patterns, like painter's or the poet's, must be beautiful; the ideas, like the colours or the words, must fit together in a harmonious way.

A Mathematician's Apology G. H. Hardy

# Chapter 6

If intellectual curiosity, professional pride, and ambition are the dominant incentives to research, then assuderedly no one has a fairer chance of gratifying them than a mathematician.

A Mathematician's Apology G. H. Hardy

### Chapter 7

(...) it is obvious that irrationals are uninteresting to an engineer, since he is concerned only with approximations, and all approximations are rational.

> A Mathematician's Apology G. H. Hardy

### Chapter 8

I believe that mathematical reality lies outside us, that our function is to discover or *observe* it, and that the theorems which we prove, and which we describe grandiloquently as our 'creations', are simply our notes of our observations.

A Mathematician's Apology G. H. Hardy

# Appendix A

chapter a

18 APPENDIX A

# Appendix B

chapter a

# Appendix C

chapter a