MATE 1207-5 CÁLCULO VECTORIAL

TAREA 1 Febrero 20 de 2019

S. Adarve, A.F. Patiño, N. Ramírez

Fecha de entrega: Martes 5 de Marzo de 2019

1. Considere la superficie en $\mathbb{R}^3$ dada por la ecuación por $z = e^{x^2-y^2}$.

   a) Encuentre la ecuación cartesiana del plano tangente a esta superficie en el punto $(0,0,1)$. (*Sugerencia: Hay dos maneras de hacerlo: Una, considerando la superficie como la gráfica de una función apropiada de dos variables y, otra, considerando la superficie como una superficie de nivel de una función apropiada de tres variables*.)

   b) Una ecuación paramétrica vectorial para la recta normal a esta superficie en el mismo punto.

2. Pruebe que la función $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x,y) = e^{-\frac{1}{x^2+y^2}}$ para $(x,y) \neq (0,0)$ y $f(0,0) = 0$ es continua en $(0,0)$.

3. Determine los puntos donde la función $f(x,y) = x^2 - xy + y^2$ alcanza un mínimo (máximo) absoluto en el disco unitario $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

   (*Sugerencia: Para el interior del disco, es decir, la parte donde $x^2 + y^2 < 1$, halle los puntos críticos de f y, luego, utilice la matriz Hessiana para determinar su naturaleza. Para la frontera, es decir, la parte donde $x^2 + y^2 = 1$, puede, ya sea usar multiplicadores de Lagrange, ya sea parametrizar el círculo y reducir el problema a un problema max/min de una variable. Al final debe comparar todos los puntos hallados.*)

4. Un campo escalar diferenciable f tiene en el punto $(3,3)$ las derivadas direccionales 5 en la dirección unitaria dirigida al punto $(5,3)$ y 4 en la dirección unitaria dirigida al punto $(7,6)$. Halle el gradiente de f en el punto $(3,3)$ y calcule la derivada direccional de f en ese punto en la dirección del vector unitario $\frac{1}{\sqrt{2}}(1,1)$.

5. Si $\boldsymbol{F}(x,y,z) = xy^2z^2\boldsymbol{i} + z^2 seny\boldsymbol{j} + x^2e^y\boldsymbol{k}$, pruebe que no puede existir ningún campo vectorial $\boldsymbol{G}$ tal que $rot\ \boldsymbol{G} = \boldsymbol{F}$. ¿Es $\boldsymbol{F}$ un campo gradiente? Justifique su respuesta.