MATE 1207 CÁLCULO VECTORIAL Sección 5

Taller 2 Abril de 2019

Parte A: Integrales dobles y triples

S. Adarve, N. Ramírez, A. F. Patiño

1. Utilice una transformación lineal apropiada $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ para calcular la integral

$$\iint_R (x+y)^2 e^{x-y} dxdy,$$

siendo R el cuadrado de vértices $(0,-1), (1,0), (0,1)$ y $(-1,0)$.

2. Considere el cambio de variables definido mediante la transformación $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $x = v,\ y = u/v,$ y sea D la región en el plano xy limitada por las hipérbolas $xy = 1,\ xy = 2$ y las rectas $x = 2,\ x = 4$.

   a) Dibuje la región D en el plano xy y también la región D^* en el plano uv tal que $T(D^*) = D$.
   b) Utilice la transformación T para hallar la integral $\iint_D x^3 y\ dA$.

3. Sea E el sólido de revolución definido por las desigualdades $x^2 + y^2 \leq z \leq 4$.

   a) Dibuje la gráfica del sólido E.
   b) Calcule $\iiint_E z e^{x^2+y^2} dV$.

4. Considere el sólido de revolución E comprendido entre un paraboloide y un cono, definido en coordenadas cilíndricas mediante las desigualdades $r^2 \leq z \leq 3 - 2r$.

   a) Elabore la gráfica del sólido E.
   b) Encuentre el volumen de E.

5. Halle el volumen del sólido limitado por el plano xy, el cilindro $x^2 + y^2 = 2y$ y el paraboloide $z = x^2 + y^2$.

6. Encuentre las coordenadas del centroide de cada uno de los sólidos homogéneos descritos a continuación:

   a) El sólido homogéneo limitado por el cilindro $x^2 + y^2 = 2x$ y por los planos $z = 0$ y $x + z = 3$.
   b) El sólido homogéneo comprendido entre los octantes esféricos concéntricos de radios 1 y 2 en el primer octante en $\mathbb{R}^3$.
   c) Un hemisferio sólido homogéneo de radio $a > 0$.
   d) El sólido homogéneo definido por las desigualdades $\frac{1}{2}(x^2 + y^2) \leq z \leq 2$.
   e) El cono sólido homogéneo definido por las desigualdades $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$.