Taller preparatorio Examen Final de **Cálculo Vectorial** MATE 1207 Sección 5

PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

Mayo 17 de 2019

S. Adarve, A. F. Patiño, N. Ramírez

1) A continuación se muestran cuatro ecuaciones correspondientes a superficies en $\mathbb{R}^3$:

$I.$ $(x-1)^2+y^2+z^2=1$ II. $z^2=1+y^2$

III. $9x^2+y^2+9z^2=9$ IV. $x^2+9y^2+z^2=9$

¿Cuál de las siguientes opciones relaciona cada ecuación con su descripción correcta?

A)
I. Cilindro hiperbólico
II. Esfera
III. Elipsoide, más ancho en la dirección y
IV. Elipsoide, más angosto en la dirección y

B)
I. Esfera
II. Cilindro hiperbólico
III. Elipsoide, más ancho en la dirección y
IV. Elipsoide, más angosto en la dirección y

C)
I. Cilindro hiperbólico
II. Esfera
III. Elipsoide, más angosto en la dirección y
IV. Elipsoide, más ancho en la dirección y

D)
I. Esfera
II. Cilindro hiperbólico
III. Elipsoide, más angosto en la dirección y
IV. Elipsoide, más ancho en la dirección y

2) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para cualquier función $h(x,y)$ continua en todo $\mathbb{R}^2$ tal que $\lim_{(x,y)\to(0,0)} h(x,y)=1$?

A) Si $x\to 0$, entonces $\lim_{(x,y)\to(0,0)} h(x,y)=1$

B) Si $x^2+y^2\to 0$, entonces $\lim_{(x,y)\to(0,0)} h(x,y)=1$

C) Si $x+y\to 0$, entonces $\lim_{(x,y)\to(0,0)} h(x,y)=1$

D) Si $x-y\to 0$, entonces $\lim_{(x,y)\to(0,0)} h(x,y)=1$

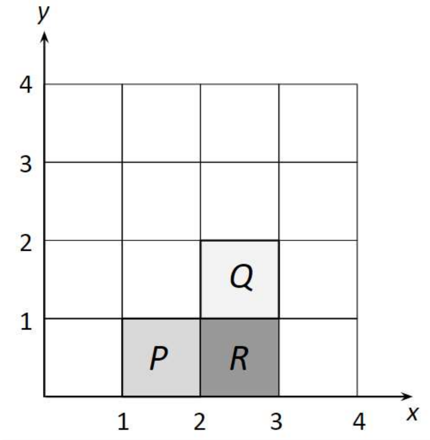
3) Sean P, Q y R los sólidos cúbicos de 1cm x 1 cm x 1cm, dados por:

$$P = [1,2] \times [0,1] \times [0,1]$$

$$Q = [2,3] \times [1,2] \times [0,1]$$

$$R = [2,3] \times [0,1] \times [0,1]$$

Estos sólidos cúbicos tienen todos la misma función de densidad $\rho(x, y, z) = 2x - 2y$ (en kg/cm^3). La figura muestra las proyecciones de cada uno de estos cubos sobre el plano xy.



Si $m(P)$, $m(P)$ y $m(R)$ denotan las masas de los sólidos P, Q y R, respectivamente, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

A) $m(P) < m(Q) < m(R)$ **B)** $m(P) < m(Q) = m(R)$

C) $m(P) = m(Q) < m(R)$ **D)** $m(P) = m(Q) = m(R)$

4) Sea E el sólido en forma de vasija que resulta de rotar la curva $y = \sin z + 2,\ 0 \leq z \leq 2\pi$, alrededor del eje z. Considere además las siguientes integrales:

(1) $\int_0^{2\pi} (\pi(\operatorname{sen} z + 2)^2)\, dz$

(2) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\operatorname{sen} z+2} \int_0^{2\pi} r\ d\theta\, dr\, dz$

(3) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\pi(\operatorname{sen} z + 2)^2\, dz$

¿Cuál o cuáles de estas integrales dan como resultado el volumen del sólido E?

A) (1), (2) y (3) **B)** Solo (2)

C) Solo (1) y (3) **D)** Solo (1) y (2)

5) Sean $\boldsymbol{F} = (P, Q)$ un campo vectorial diferenciable con continuidad, C una curva cerrada simple orientada en contra de las manecillas del reloj y D la región cuya frontera es C. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones **NO** es necesariamente verdadera?

A) Si $\oint_C \boldsymbol{F} \bullet dr = 0$, entonces la función $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$ es igual a 0 en todo punto (x, y) en D.

B) Si la función $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$ es igual a 0 en todo punto (x, y) en D, entonces $\oint_C \boldsymbol{F} \bullet dr = 0$.

C) Si $\iint_D \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}\right) dA = 0$, entonces $\oint_C \boldsymbol{F} \bullet dr = 0$.

D) Si el campo $\boldsymbol{F}$ es idénticamente cero en C, entonces $\iint_D \frac{\partial Q}{\partial x}\, dA = \iint_D \frac{\partial P}{\partial y}\, dA$.

6) Sea S el cilindro circular recto $x^2 + y^2 = 1,\ 1 \leq z \leq 2,$ orientado con la normal exterior. Sean C_1 y C_2 los círculos de intersección de S con los planos $z = 1$ y $z = 2$, respectivamente. Suponga que C_1 y C_2 están dotados cada cual con la orientación que es compatible con la orientación de S. ¿Cuál de las igualdades a continuación es verdadera para todo campo vectorial $\boldsymbol{F}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ diferenciable con continuidad?

A) $\iint_S \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{S} = \oint_{C_1} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{r} + \oint_{C_2} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{r}$

B) $\iint_S \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{S} = \oint_{C_1} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{r}$

C) $\iint_S (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{F}) \bullet d\boldsymbol{S} = \oint_{C_1} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{r} + \oint_{C_2} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{r}$

D) $\iint_S (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{F}) \bullet d\boldsymbol{S} = \oint_{C_1} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{r}$

7) Sea k una constante positiva y suponga que la intensidad de luz en cada punto (x, y) de una pantalla plana está dada por la función

$$f(x, y) = k(1 + x^2 - y^2),$$

donde $-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$. Es correcto afirmar que:

A) La intensidad de luz no alcanza ni un máximo ni un mínimo local en el punto (0,0).

B) La intensidad de luz no alcanza un extremo absoluto, pero sí local, en el punto (0,0).

C) La intensidad de luz alcanza un máximo absoluto en el punto (0,0).

D) La intensidad de luz alcanza un mínimo absoluto en el punto (0,0).

8) Sean $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (x^3 + y,\ 3z^2 y + x,\ zy)$ y S la superficie en $\mathbb{R}^3$ que es frontera del sólido descrito por las siguientes tres restricciones: $z \geq 0,\ x^2 + z^2 \leq 4,\ 0 \leq y \leq 2$.

¿Cuál de las siguientes integrales es igual a la integral $\iint_S \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{S}$?

A) $\int_0^{\pi} \int_0^2 \int_0^2 (3r^2 + y)\, dy\, dr\, d\theta$

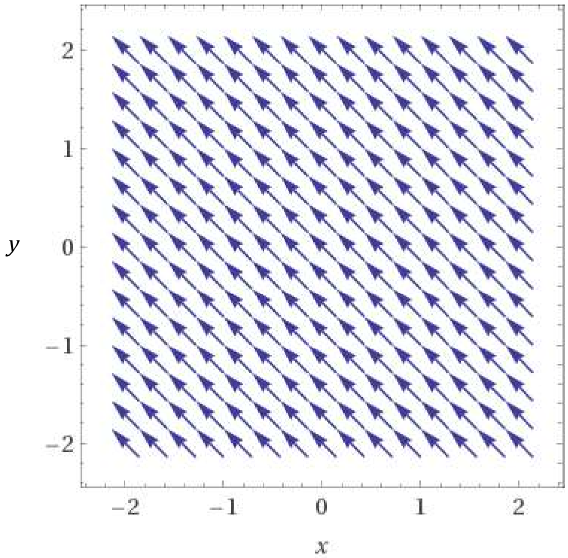
B) $\int_0^{\pi} \int_0^2 \int_0^2 (3r^3 + yr)\, dy\, dr\, d\theta$

C) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_0^2 (3r^3 + yr)\, dy\, dr\, d\theta$

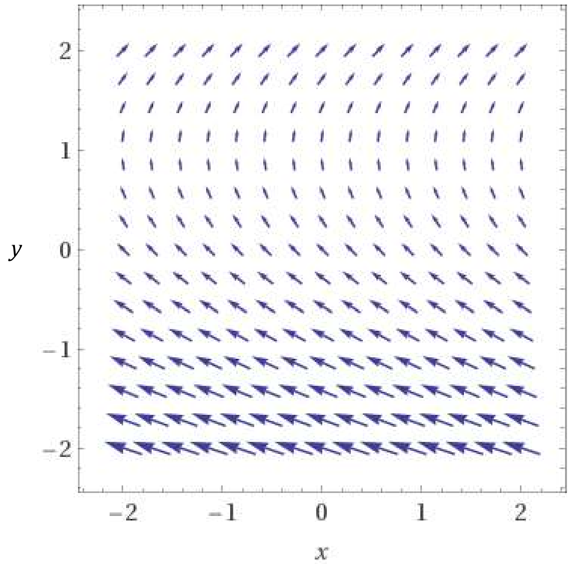
D) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_0^2 (3r^2 + y)\, dy\, dr\, d\theta$

9) ¿Cuál de las siguientes gráficas representa correctamente al campo vectorial en $\mathbb{R}^2$ definido por $\boldsymbol{F}(x, y) = (y + 1, -2)$?

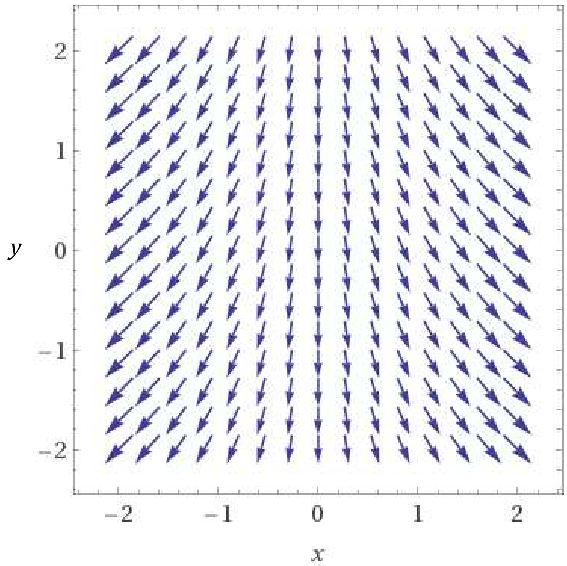
A)



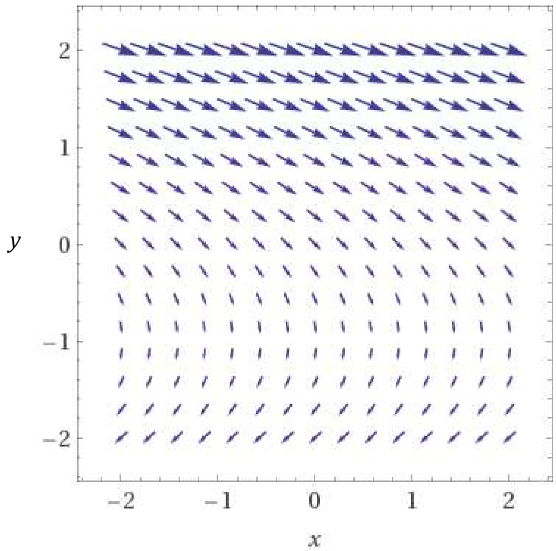
B)



C)



D)



10) Las figuras muestran un cono y un cilindro circular, ambos con densidad constante. Sea $(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ el centroide del cono y sea $(\bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$ el centroide del cilindro circular.

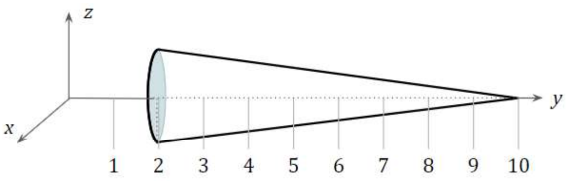


Figura 1: Cono

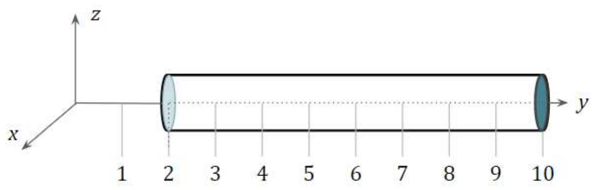


Figura 2: Cilindro circular

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) $\bar{y}_1 = 4$ y $\bar{y}_2 = 6$. **B)** $\bar{y}_1 = 5$ y $\bar{y}_2 = 6$.

C) $\bar{y}_1 = 6$ y $\bar{y}_2 = 6$. **D)** $\bar{y}_1 = 8$ y $\bar{y}_2 = 8$.

11) Sean C_1, C_2 y C_3 las curvas en $\mathbb{R}^2$ descritas por las siguientes funciones vectoriales:

$$C_1 \colon \ \alpha_2(t) = (t,\ t), \text{ donde } 0 \leq t \leq 1$$

$$C_2 \colon \ \alpha_3(t) = (1 - 2t,\ 1 - 2t), \text{ donde } 0 \leq t \leq \tfrac{1}{2}$$

$$C_3 \colon \ \alpha_1(t) = (\operatorname{sen} t\,,\ 1 - \cos t), \text{ donde } 0 \leq t \leq \tfrac{\pi}{2}$$

Si $\boldsymbol{F}$ es un campo vectorial continuo sobre $\mathbb{R}^2$, sean

$$I_1 = \int_{C_1} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{s},$$

$$I_2 = \int_{C_2} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{s},$$

$$I_3 = \int_{C_3} \boldsymbol{F} \bullet d\boldsymbol{s}.$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera para todo campo vectorial $\boldsymbol{F}$ que sea continuo y conservativo?

A) $I_1 = I_2 = I_3$

B) $I_1 = -I_2 = -I_3$

C) $I_1 = -I_2 = I_3$

D) $I_1 = I_2 = -I_3$

Respuestas

1) B 2) B 3) C 4) D 5) A 6) C 7) A 8) B 9) D 10) A 11) C