MATE 1207 CÁLCULO VECTORIAL Sección 5

TAREA 2 11 de Abril de 2019

S. Adarve, N. Ramírez, A. F. Patiño

Fecha de entrega: Martes 23 de Abril

1. Considere la superficie S en $\mathbb{R}^3$ descrita por

$$x = rcos\theta, \quad y = rsen\theta, \quad z = 1 - r^2,$$

donde $0 \leq r \leq 1$ y $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

   a) $(3\,puntos)$ Encuentre el producto vectorial fundamental $T_r \times T_\theta$.
   b) $(3\,puntos)$ Halle la ecuación del plano tangente a S en el punto $\left(\sqrt{3}/4\,, 1/4\,\,, 3/4\right)$.
   c) $(3\,puntos)$ Calcule el área de la superficie S.
   d) $(3\,puntos)$ Si S está orientada con la normal con componente z positiva, determine el flujo a través de S del campo vectorial $F(x, y, z) = z\boldsymbol{k}$.

2. Considere el sólido de revolución E comprendido entre un paraboloide y un cono, definido en coordenadas cilíndricas mediante las desigualdades $r^2 \leq z \leq 3 - 2r$. Elabore la gráfica y calcule el volumen del sólido E.

3. Determine el centroide del sólido homogéneo limitado por los hemisferios concéntricos situados por encima del plano $z = 0$ de radios 2 y 3 centrados en el origen en $\mathbb{R}^3$.

4. Calcule el área de la valla descrita por $0 \leq x \leq 1,\; y = 2x\;\; y = e^{x+y}$ (la curva base está en el plano xy).

5. Un alambre delgado tiene la forma de la curva de intersección del cono $z = 1 - r$ con el cilindro $r = 2sen\theta$. Halle el trabajo realizado por la fuerza $\boldsymbol{F}(x, y, z) = \boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$ para mover una partícula a lo largo de esta curva desde el punto $(0, 0, 1)$ hasta el punto $(\sqrt{3}/2, 1/2, 0)$. Resuelva el ejercicio de dos maneras diferentes: Calculando directamente la integral de línea y utilizando el Teorema Fundamental del Cálculo para integrales de línea.

6. Utilice una transformación lineal apropiada $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ para calcular la integral

$$\iint_R (x + y)^2\, e^{x-y} dxdy,$$

siendo R el cuadrado de vértices $(0, -1), (1, 0), (0, 1)$ y $(-1, 0)$.