TECNOLÓGICA DEL ORIENTE
INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA-APLICADA

CUARTILES, DECILES Y PERCENTILES

CUARTILES, DECILES Y PERCENTILES

Cuartiles

Los cuartiles dividen un conjunto de datos ordenados en cuatro partes iguales, cada una con el 25 % de las observaciones. Hay tres cuartiles:

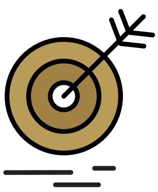
- **Q1 o primer cuartil.** Es el valor por debajo del cual se encuentra el 25% de las observaciones.
- **Q2 o segundo cuartil.** Es el valor por debajo del cual se encuentra el 50% de las observaciones. Coincide con la mediana.
- **Q3 o tercer cuartil.** Es el valor por debajo del cual se encuentra el 75% de las observaciones.

Para calcular los cuartiles:

1. Ordenar los datos de menor a mayor.
2. Calcular las posiciones de los cuartiles:

- Posición de Q1 = (n+1) * 1/4
- Posición de Q2 = (n+1) * 2/4 = (n+1) * 1/2 (es la mediana)
- Posición de Q3 = (n+1) * 3/4

3. Identificar los valores correspondientes a esas posiciones. Si la posición no es entera, interpolar entre los dos valores más cercanos.



Interpretación: los cuartiles nos dan información sobre la dispersión y la forma de la distribución. El rango intercuartílico (Q3 Q1) es una medida de variabilidad que cubre el 50 % central de los datos. Si Q1 y Q3 están muy cercanos a la mediana (Q2), indica que la distribución es simétrica y tiene poca variabilidad en el centro. En cambio, si Q1 y Q3 están alejados de la mediana, sugiere que la distribución es asimétrica y tiene mayor dispersión.

Imagine que se tienen las calificaciones de un examen para un grupo de 100 estudiantes. Si ordenamos estas calificaciones de menor a mayor, podemos dividirlas en cuatro grupos iguales, usando los cuartiles:

- El primer cuartil (Q1) sería la calificación por debajo de la cual se encuentra el 25 % de los estudiantes con las notas más bajas.
- El segundo cuartil (Q2) sería la mediana, es decir, la calificación que divide al grupo en dos mitades iguales. El 50% de los estudiantes tienen una nota menor o igual a Q2.
- El tercer cuartil (Q3) sería la calificación por debajo de la cual se encuentra el 75 % de los estudiantes. Dicho de otro modo, el 25% de los estudiantes tienen una nota mayor a Q3.

Los cuartiles nos dan una idea de la dispersión y la forma de la distribución. Por ejemplo, si Q1 y Q3 están muy cercanos a la mediana (Q2), esto sugiere que las calificaciones están concentradas alrededor del centro, con poca variabilidad.
En cambio, si Q1 y Q3 están muy alejados de Q2, esto indica que hay una mayor dispersión en las notas.

Ejercicio resuelto:

Calcular los cuartiles para los siguientes datos: 3, 7, 10, 12, 15, 18, 20, 22, 25, 28, 30.

Solución:

1. Los datos ya están ordenados de menor a mayor.
2. Como hay 11 observaciones, las posiciones de los cuartiles son:

- Q1 = (11 + 1) * 1/4 = 3
- Q2 = (11 + 1) * 2/4 = 6
- Q3 = (11 + 1) * 3/4 = 9

3. Identificar los valores correspondientes:

- Q1 = 10 (valor de la posición 3)
- Q2 = 18 (valor de la posición 6)
- Q3 = 25 (valor de la posición 9)

Interpretación: el 25 % de los datos son menores o iguales a 10, el 50 % son menores o iguales a 18, y el 75 % son menores o iguales a 25.

Deciles

Los deciles son similares a los cuartiles, pero en lugar de dividir la distribución en cuatro partes, la dividen en diez partes iguales, cada una con el 10 % de los datos. Hay nueve deciles, denotados como D1, D2, ..., D9.

Para calcular los deciles:

1. Ordenar los datos de menor a mayor.
2. Calcular las posiciones de los deciles:

- Posición de Di = (n + 1) * i / 10, donde i = 1, 2, ..., 9

3. Identificar los valores correspondientes a esas posiciones, interpolando si es necesario.

Veamos un ejemplo aplicado. Supongamos que una empresa quiere analizar los salarios de sus 100 empleados. Después de ordenar los salarios de menor a mayor, pueden calcular los deciles para obtener una imagen detallada de la distribución salarial:

- D1 representaría el salario por debajo del cual se encuentra el 10 % de los empleados con los ingresos más bajos.
- D5 sería la mediana, indicando que el 50 % de los empleados ganan menos o igual a este salario.
- D9 representaría el salario por debajo del cual se encuentra el 90 % de los empleados. En otras palabras, solo el 10% de los empleados tienen un salario superior a D9.

Los deciles permiten a la empresa identificar los rangos salariales para cada 10 % de su fuerza laboral, lo que puede ser útil para establecer políticas de compensación o para compararse con el mercado.

Percentiles

Los percentiles llevan la idea de los cuartiles y deciles al extremo, dividiendo la distribución en 100 partes iguales, cada una con el 1 % de los datos. Hay 99 percentiles, denotados como P1, P2, ..., P99.

El cálculo de los percentiles sigue el mismo principio que los cuartiles y deciles:

1. Ordenar los datos de menor a mayor.
2. Calcular las posiciones de los percentiles:
   - Posición de Pi = (n + 1) * i / 100, donde i = 1, 2, ..., 99
3. Identificar los valores correspondientes, interpolando si es necesario.

Los percentiles son especialmente útiles cuando queremos ubicar un valor específico en relación con el resto de la distribución.

Por ejemplo, supongamos que un estudiante obtuvo una puntuación de 85 en un examen nacional. Si sabemos que esta puntuación corresponde al percentil 90 (P90), esto significa que el estudiante se desempeñó mejor que el 90 % de todos los que tomaron el examen. Esta información es más precisa y útil que sólo saber que el estudiante obtuvo un 85.

Otro ejemplo: las tablas de crecimiento infantil utilizadas por los pediatras están basadas en percentiles. Un niño cuya altura está en el percentil 75 (P75) para su edad, es más alto que el 75 % de los niños de su misma edad.

Ejercicio resuelto:

En una prueba de aptitud, los puntajes se distribuyen normalmente con una media de 100 y una desviación estándar de 15. ¿Qué puntaje corresponde al percentil 84 (P84)?

Solución:

En una distribución normal estándar (media = 0, desviación estándar = 1), el percentil 84 corresponde a un valor Z de aproximadamente 1.0.

Para encontrar el puntaje correspondiente en la distribución original, usamos la fórmula:

$X = \mu + Z * \sigma$

Donde:

X es el puntaje buscado.

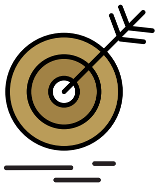
μ es la media de la distribución (100).

Z es el valor Z correspondiente al percentil 84 (1.0).

σ es la desviación estándar de la distribución (15).

Entonces:

$X = 100 + 1.0 * 15 = 115$



Interpretación: un puntaje de 115 en esta prueba de aptitud corresponde al percentil 84, lo que significa que es superior al 84 % de todos los puntajes.