



MATEMÁTICAS

FRACCIONES

Una fracción es una expresión que representa una parte de un todo, expresada mediante dos números enteros: numerador y denominador, donde el denominador no puede ser cero.



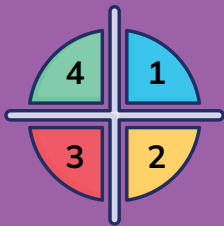
La fracción a/b representa:

Numerador (a): indica las partes que se toman.

Denominador (b): indica el total de partes en que se divide la unidad.

Línea fraccionaria: representa la división entre a y b.

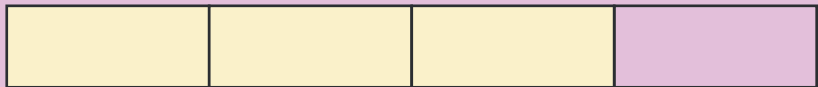
Representación gráfica:



$3/4$ significa:

El todo se divide en 4 partes.

Se toman 3 de esas 4 partes.



(3 partes de 4) o también (3 cuartas partes)

Propiedades de las fracciones

Las propiedades de las fracciones son reglas elementales que permiten realizar operaciones y simplificaciones.



Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

si y solo si $a \times d = b \times c$

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{6}$$

porque $2 \times 6 = 3 \times 4$

Simplificación

Proceso de reducir una fracción a su mínima expresión.

Dividir numerador y denominador por su máximo común divisor (MCD).

Ejemplo:

$$24/36$$

$$\text{MCD}(24,36) = 12$$

$$24 \div 12 / 36 \div 12 = 2/3$$

Definición: determinar cuál fracción representa una cantidad mayor.

Para comparar a/b y c/d :

1. Igualar denominadores (mínimo común múltiplo).
2. Comparar numeradores.

Ejemplo:

$$2/3 \text{ y } 3/4$$

$$\text{MCM}(3,4) = 12$$

$$8/12 < 9/12$$

$$\text{Por tanto: } 2/3 < 3/4$$

Operaciones con fracciones

Las operaciones que se realizan con fracciones son:



Suma y Resta

Con igual denominador:

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

Con diferente denominador:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{b}{d} = \frac{(a * d) \pm (b * c)}{b * d}$$

Ejemplo:

$$2/5 + 3/4 = (8 + 15)/20 = 23/20$$

Multipliación

$$\frac{a}{b} * \frac{b}{d} = \frac{a * c}{b * d}$$

Ejemplo:

$$2/3 \times 3/4 = 6/12 = 1/2$$

División Aproximada:

$$10 \div 3 \approx 3.33 \text{ (2 decimales)}$$

$$10 \div 3 \approx 3.333 \text{ (3 decimales)}$$

División

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c} = \frac{a * d}{b * c}$$

Ejemplo:

$$2/3 \div 3/4 = 2/3 \times 4/3 = 8/9$$



Fracciones compuestas:

Numerador (a): indica las partes que se toman.

Denominador (b): indica el total de partes en que se divide la unidad.

Línea fraccionaria: representa la división entre **a** y **b**.

Números mixtos: entero y fracción

$$3 \frac{1}{2} = 7/2$$

Fracciones de fracciones:

$$1/2 \text{ de } 3/4 = 1/2 \times 3/4 = 3/8$$

A) En mediciones

Recetas de cocina:

$\frac{3}{4}$ taza de harina
 $\frac{1}{2}$ cucharada de sal

Carpintería:

$\frac{5}{8}$ pulgadas
 $\frac{3}{4}$ del largo total

B) En finanzas

Porcentajes de inversión:

$\frac{2}{3}$ en renta fija
 $\frac{1}{3}$ en renta variable

Distribución de beneficios:

$\frac{3}{4}$ para accionistas
 $\frac{1}{4}$ para reinversión

Como se ha estudiado en el material, una fracción a/b efectivamente representa una división donde a es el dividendo y b es el divisor. Esta conexión entre fracciones y división permite entender por qué $\frac{3}{4} = 0.75$: porque $3 \div 4 = 0.75$.

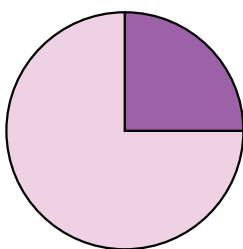
REPRESENTACIÓN GRÁFICA: MÁS ALLÁ DE LA VISUALIZACIÓN BÁSICA

La representación gráfica de fracciones trasciende la simple ilustración. Constituye un puente cognitivo entre lo abstracto y lo concreto, permitiendo que la mente construya una comprensión intuitiva antes de proceder a la manipulación algebraica. Esta transición de lo visual a lo simbólico es fundamental para desarrollar un razonamiento matemático sólido.

Métodos avanzados de representación gráfica

Modelos de área: Círculos y rectángulos

Modelo de Área:
 $\frac{1}{44}$ de Círculo



Quando se utilizan círculos divididos, se está empleando un modelo que enfatiza la idea de "partes de un todo continuo". Este método es especialmente efectivo para fracciones unitarias (como $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$) porque permite visualizar claramente cómo se reduce el tamaño de cada parte a medida que aumenta el denominador.



Los rectángulos, por su parte, ofrecen una ventaja particular: facilitan la comprensión de fracciones equivalentes. Al dividir un rectángulo en 4 partes y sombrear 2, luego dividir el mismo rectángulo en 8 partes y sombrear 4, se puede ver físicamente que $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Modelos lineales: La recta numérica

Modelo Lineal: $\frac{3}{4}$ en recta numérica



La recta numérica representa un salto conceptual importante. Aquí, las fracciones no son "pedazos de algo", sino puntos en un continuo. Este modelo es crucial para entender el ordenamiento de fracciones y prepara el camino para conceptos más avanzados como la densidad de los números racionales.

Considere la fracción $\frac{3}{4}$ en una recta numérica. Para ubicarla, se divide el segmento de 0 a 1 en cuatro partes iguales, cada una de longitud $\frac{1}{4}$. Luego, $\frac{3}{4}$ se encuentra en el tercer punto de división. Esta representación ayuda a visualizar que $\frac{3}{4}$ está más cerca de 1 que de 0, lo cual es menos evidente en modelos de área.

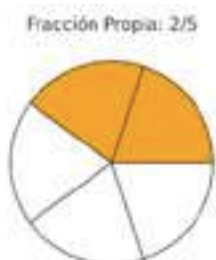
Modelos de conjunto: Objetos discretos



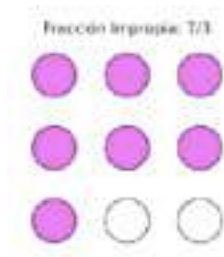
Este método utiliza grupos de objetos para representar fracciones. Si se tienen 12 canicas y se quiere representar $\frac{3}{4}$, se necesita agrupar las canicas en conjuntos de 3 (ya que $12 \div 4 = 3$) y tomar 3 de esos grupos.

Este modelo es particularmente útil para conectar fracciones con situaciones reales y para preparar conceptos de razones y proporciones.

Transitando entre diferentes tipos de fracciones mediante representación gráfica



Fracciones propias: Su representación gráfica siempre muestra una cantidad menor que la unidad completa. En un círculo, menos de la totalidad está sombreada; en una recta numérica, el punto se encuentra entre 0 y 1.



Fracciones impropias: Requieren múltiples unidades para su representación completa. Por ejemplo, $\frac{7}{3}$ necesita dos círculos completos más $\frac{1}{3}$ de un tercer círculo. Esta representación visual hace evidente por qué las fracciones impropias pueden expresarse como números mixtos.



Números mixtos: Su representación combina unidades completas con fracciones propias, reflejando directamente su notación simbólica.

FRACCIONES HOMOGÉNEAS Y HETEROGÉNEAS: ENTENDIENDO LA ARQUITECTURA DEL DENOMINADOR

El concepto de homogeneidad: construyendo sobre bases comunes

Imagine que se está organizando una biblioteca. Si todos los libros tienen el mismo tamaño, es fácil compararlos, organizarlos y trabajar con ellos. Las fracciones homogéneas funcionan de manera similar: todas tienen la misma "unidad de medida" definida por su denominador común.

Cuando se trabaja con fracciones como $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, y $\frac{2}{7}$, se están manejando cantidades que se miden en la misma unidad: séptimos. Esto significa que cada fracción cuenta cuántos séptimos tiene, lo que hace las comparaciones y operaciones extremadamente directas.

Ventajas profundas de las fracciones homogéneas

Comparación intuitiva: Con fracciones homogéneas, comparar es tan simple como comparar los numeradores. Si se tiene $\frac{3}{7}$ y $\frac{5}{7}$, inmediatamente se sabe que $\frac{5}{7}$ es mayor porque $5 > 3$. Ambas fracciones están contando la misma unidad (séptimos), solo que en diferentes cantidades.

Operaciones naturales: Sumar $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$ es conceptualmente como sumar 3 manzanas + 2 manzanas = 5 manzanas. Se está sumando la misma unidad, por lo que el resultado es $\frac{5}{7}$. No se necesitan complicados cálculos; simplemente se suman los numeradores y se mantiene el denominador común.

Representación gráfica coherente: Al representar fracciones homogéneas, todas las figuras se dividen de la misma manera, lo que permite comparaciones visuales inmediatas y patrones claros.

Fracciones heterogéneas: el desafío de las diferentes unidades de medida

Las fracciones heterogéneas presentan un reto fascinante. Imagine intentar sumar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Es como intentar sumar "medio dólar" + "un tercio de euro". Antes de poder realizar la

operación matemática, se necesita establecer una "moneda común" o, en términos matemáticos, un denominador común.

El proceso de homogeneización: más que una técnica, una estrategia de pensamiento

El proceso de convertir fracciones heterogéneas en homogéneas requiere encontrar el mínimo común múltiplo (MCM), pero entender el "por qué" es más importante que memorizar el "cómo".

Paso 1: Análisis conceptual - Antes de calcular, pregúntese: "¿Qué unidad de medida podría servir para ambas fracciones?" Para $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{6}$, se necesita una unidad que sea compatible tanto con cuartos como con sextos.

Paso 2: Búsqueda del denominador común - El MCM de 4 y 6 es 12. Esto significa que se puede expresar tanto cuartos como sextos en términos de doceavos. Un cuarto equivale a tres doceavos ($\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$), y un sexto equivale a dos doceavos ($\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$).

Paso 3: Verificación conceptual - Considere esta transformación: se está tomando la misma cantidad ($\frac{1}{4}$ sigue siendo la misma porción de pizza), pero se está midiendo con una regla más fina (doceavos en lugar de cuartos).

Estrategias avanzadas para trabajar con fracciones heterogéneas

Método de productos cruzados para comparación rápida: Para comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$ sin homogeneizar completamente, multiplique $2 \times 5 = 10$ y $3 \times 3 = 9$. Como $10 > 9$, entonces $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$. Este método funciona porque esencialmente se está comparando $\frac{10}{15}$ con $\frac{9}{15}$.

Estimación antes del cálculo: Antes de homogeneizar $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{8}$, estime sus valores decimales aproximados. $\frac{5}{6} \approx 0.83$ y $\frac{7}{8} = 0.875$. Esta estimación ayuda a verificar que el resultado final sea razonable.

Reconocimiento de patrones: Algunas combinaciones aparecen frecuentemente. Por ejemplo, los denominadores 2, 4, y 8 forman una familia natural (potencias de 2), donde el MCM siempre será el mayor denominador. Reconocer estos patrones acelera el trabajo.

FRACCIONES EQUIVALENTES Y SIMPLIFICACIÓN: LA ESENCIA DE LA IGUALDAD MATEMÁTICA

Considere el concepto de equivalencia como si fuera un traductor de idiomas. La frase "Good morning" en inglés y "Buenos días" en español son diferentes en su forma, pero expresan exactamente la misma idea. Las fracciones equivalentes funcionan de manera similar: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, y $\frac{4}{8}$ son diferentes en su apariencia, pero todas representan exactamente la misma cantidad matemática.

Esta equivalencia no es una coincidencia o una regla arbitraria; surge de una propiedad fundamental de las fracciones que conecta directamente con el conocimiento previo sobre la división. Cuando se escribe $\frac{1}{2}$, se está indicando que $1 \div 2 = 0.5$. De manera similar, $\frac{2}{4}$ significa $2 \div 4 = 0.5$. Ambas divisiones producen el mismo resultado, por lo tanto, las fracciones son equivalentes.

El principio fundamental de las fracciones equivalentes

Existe una regla dorada en el trabajo con fracciones equivalentes: "Lo que se hace al numerador, debe hacerse al denominador". Esta regla refleja un principio matemático profundo relacionado con la preservación de razones.

Imagine que se tiene una receta que requiere 2 tazas de harina para 4 porciones. Si se quiere hacer el doble de porciones (8), se necesitará el doble de harina (4 tazas). La razón permanece constante: $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$. Esta constancia de la proporción es lo que hace que las fracciones sean equivalentes.

Amplificación: expandiendo sin cambiar la esencia

La amplificación es como usar una lupa matemática. Cuando se multiplica $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{4}$ para obtener $\frac{8}{12}$, no se está cambiando el valor de la fracción; simplemente se está expresando con mayor "resolución", usando unidades más pequeñas.

Esto es particularmente útil cuando se necesita realizar operaciones con fracciones heterogéneas. Por ejemplo, para sumar $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$, se amplifican ambas fracciones hasta que tengan un denominador común. La primera se convierte en $\frac{4}{12}$ y la segunda en $\frac{3}{12}$, permitiendo que la suma sea directa: $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.

Simplificación: encontrando la expresión más elegante

La simplificación es el proceso inverso a la amplificación, pero su propósito trasciende la mera reducción de números. Busca la forma más elegante y manejable de expresar una cantidad. Cuando se simplifica $\frac{24}{36}$ a $\frac{2}{3}$, se está encontrando la esencia pura de esa relación, libre de complejidades innecesarias.

El método del máximo común divisor: una estrategia sistemática

Imagine que se tienen 18 manzanas y 24 naranjas, y se quiere expresar esta relación como una fracción en su forma más simple. La fracción inicial sería $\frac{18}{24}$.

Encuentre el MCD de 18 y 24 analizando sus factores:

- $18 = 2 \times 3^2$
- $24 = 2^3 \times 3$

El MCD es $2 \times 3 = 6$, que representa el "factor común más grande" que comparten ambos números.

Divida ambos términos por 6: $18 \div 6 = 3$ y $24 \div 6 = 4$, dando como resultado $\frac{3}{4}$.

El método de factorización progresiva: una alternativa intuitiva

Algunos estudiantes prefieren un enfoque más visual. Para simplificar $\frac{48}{72}$:

- Observe que ambos números son pares, así que divida por 2: $\frac{48}{72} = \frac{24}{36}$
- Ambos siguen siendo pares: $\frac{24}{36} = \frac{12}{18}$
- Una vez más: $\frac{12}{18} = \frac{6}{9}$
- Note que ambos son múltiplos de 3: $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Este método permite "pelar capas" de complejidad hasta llegar al núcleo de la fracción.

Reconociendo fracciones irreducibles

Una fracción está en su forma más simple cuando el numerador y denominador no tienen factores comunes excepto el 1. Esta es la "forma fundamental" de la fracción, su expresión más pura.

Por ejemplo, $\frac{7}{12}$ ya está en forma irreducible porque 7 es un número primo y no divide a 12.

No importa cuánto se analice esta fracción, no se puede simplificar más. Reconocer cuándo una fracción ya está en su forma más simple ahorra tiempo y esfuerzos innecesarios.

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES: EXPLORANDO EL CONCEPTO DE "FRACCIÓN DE UNA FRACCIÓN"

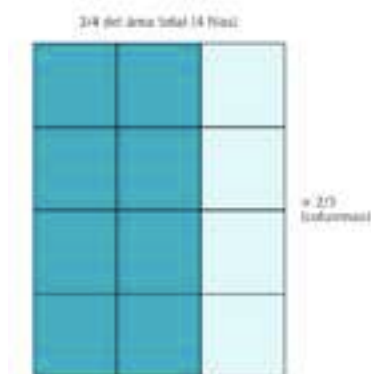
Descifrando el significado conceptual

La multiplicación de fracciones inicialmente puede parecer contra-intuitiva, especialmente cuando se descubre que multiplicar dos fracciones propias (menores que 1) resulta en una fracción aún menor. Pero este aparente misterio se resuelve cuando se comprende que multiplicar fracciones responde a la pregunta: "¿Cuánto es una fracción de otra fracción?"

Considere esta situación práctica: se tiene $\frac{3}{4}$ de una pizza y se decide comer $\frac{2}{3}$ de esa porción que se tiene. ¿Qué fracción de la pizza original se ha consumido? Esta pregunta se responde multiplicando: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$.

La mecánica detrás del procedimiento

El procedimiento de multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador no es arbitrario. Surge naturalmente del concepto de área cuando se usan modelos rectangulares.



Imagine un rectángulo dividido en una cuadrícula. Si el rectángulo tiene 3 columnas y 4 filas (representando $\frac{3}{4}$), y se somborean 2 de las 3 columnas (representando $\frac{2}{3}$ de esa cantidad), se está creando un área sombreada que ocupa $2 \times 3 = 6$ cuadrados de un total de $3 \times 4 = 12$ cuadrados. El resultado es $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Estrategias para dominar la multiplicación de fracciones

Visualización rectangular: Antes de multiplicar simbólicamente, dibuje rectángulos divididos que representen cada fracción. Esto ayudará a ver por qué el resultado es lo que es, no solo a calcularlo mecánicamente.

Simplificación cruzada: Una técnica poderosa es simplificar antes de multiplicar. Si se va a calcular $\frac{6}{8} \times \frac{4}{9}$, note que se puede cancelar el 4 del numerador de la segunda fracción con el 8 del denominador de la primera fracción, resultando en $\frac{6}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{6}{18} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. Esta técnica previene que se trabaje con números innecesariamente grandes.

Interpretación de resultados: Después de multiplicar, pregúntese si el resultado tiene sentido. Si se multiplican dos fracciones menores que 1, el resultado debe ser menor que cualquiera de las fracciones originales. Si se multiplica una fracción por un número mayor que 1, el resultado debe ser mayor que la fracción original.

Multiplicación con números mixtos: conectando diferentes representaciones

Los números mixtos requieren un paso adicional: convertirlos a fracciones impropias. Este proceso ilustra la flexibilidad de las representaciones fraccionarias y cómo diferentes formas de expresar la misma cantidad pueden ser más o menos convenientes para diferentes operaciones.

Para multiplicar $2\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2}$:

- Convierta $2\frac{1}{3}$ a fracción impropia: $2\frac{1}{3} = \frac{(2 \times 3 + 1)}{3} = \frac{7}{3}$
- Convierta $1\frac{1}{2}$ a fracción impropia: $1\frac{1}{2} = \frac{(1 \times 2 + 1)}{2} = \frac{3}{2}$
- Multiplique: $\frac{7}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

Las propiedades fundamentales y su significado práctico

Las propiedades de la multiplicación de fracciones reflejan patrones matemáticos profundos:

Propiedad conmutativa: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$. Esto significa que se puede calcular " $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}$ " o " $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$ " y se obtendrá el mismo resultado. En términos prácticos, esta propiedad permite reorganizar multiplicaciones complejas para simplificar los cálculos.

Propiedad asociativa: $(\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}) \times \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \times (\frac{3}{4} \times \frac{5}{6})$. Esta propiedad es especialmente útil cuando se tienen múltiples fracciones que multiplicar, ya que se pueden agrupar de la manera que haga los cálculos más sencillos.

Elemento neutro: Cualquier fracción multiplicada por 1 permanece igual. Esto parece obvio, pero es profundamente importante porque permite multiplicar por fracciones equivalentes a 1 (como $\frac{2}{2}$ o $\frac{5}{5}$) para cambiar la forma de una fracción sin cambiar su valor.

DIVISIÓN DE FRACCIONES: REDEFINIENDO LA PREGUNTA FUNDAMENTAL

Comprendiendo qué significa dividir fracciones

La división de fracciones representa uno de los conceptos más elegantes de las matemáticas elementales, aunque inicialmente puede parecer el más contraintuitivo.

Concepto fundamental

Dividir fracciones significa encontrar cuántas veces cabe una fracción en otra. Es equivalente a multiplicar por el recíproco.

Procedimiento: Multiplicar por el recíproco

Para dividir fracciones, se multiplica la primera fracción por el recíproco (inverso) de la segunda.

Regla: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Ejemplo: $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$

¿Qué es el recíproco?

El recíproco de una fracción se obtiene intercambiando el numerador y el denominador.

- Recíproco de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$
- Recíproco de $\frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$
- Recíproco de 7 es $\frac{1}{7}$

Interpretación práctica

Cuando se calcula $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$, se está preguntando: "¿Cuántas mitades hay en tres cuartos?" La respuesta es $\frac{3}{2} = 1.5$, es decir, una mitad y media.

División con números mixtos

1. Convertir a fracciones impropias
2. Aplicar la regla de división
3. Simplificar el resultado

Casos especiales

- **División por 1:** Cualquier fracción dividida por 1 es igual a sí misma
- **División entre fracciones iguales:** El resultado siempre es 1
- **División por una fracción menor que 1:** El resultado será mayor que el dividendo

ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Identificación del tipo de problema

Antes de resolver un problema con fracciones, es importante identificar qué operación se necesita:

- **Suma/Resta:** Cuando se combinan o separan partes
- **Multipliación:** Cuando se encuentra "una fracción de algo"
- **División:** Cuando se reparte o se encuentra "cuántas veces cabe"

Pasos para resolver problemas

1. Leer cuidadosamente el problema
2. Identificar los datos y la incógnita
3. Determinar la operación necesaria
4. Realizar los cálculos paso a paso
5. Verificar que la respuesta tenga sentido
6. Expresar la respuesta en el contexto del problema

Verificación de resultados

- **Estimación:** Aproximar el resultado antes de calcular
- **Representación gráfica:** Dibujar la situación cuando sea posible
- **Operación inversa:** Verificar usando la operación contraria
- **Sentido común:** Evaluar si el resultado es lógico

ERRORES COMUNES Y CÓMO EVITARLOS

En la representación

- **Error:** Confundir el numerador con el denominador
- **Solución:** Recordar que el denominador indica las partes totales

En la simplificación

- **Error:** Restar en lugar de dividir para simplificar
- **Solución:** Siempre dividir numerador y denominador por el mismo número

En la multiplicación

- **Error:** Sumar numeradores y denominadores
- **Solución:** Recordar que se multiplican en línea recta

En la división

- **Error:** Dividir directamente sin usar el recíproco
- **Solución:** Siempre convertir la división en multiplicación por el recíproco

APLICACIONES PRÁCTICAS

Las fracciones aparecen constantemente en situaciones cotidianas:

En la cocina

- Recetas que requieren $\frac{1}{2}$ taza de azúcar o $\frac{3}{4}$ de cucharadita de sal
- Dividir una receta entre más personas
- Calcular proporciones de ingredientes

En mediciones

- Longitudes: $2\frac{1}{4}$ metros, $\frac{3}{8}$ de pulgada
- Tiempo: $\frac{1}{4}$ de hora, $\frac{2}{3}$ de minuto
- Peso: $\frac{1}{2}$ kilogramo, $\frac{3}{4}$ de libra

En probabilidades

- $\frac{1}{6}$ de probabilidad de obtener un número específico en un dado
- $\frac{1}{2}$ de probabilidad en el lanzamiento de una moneda

En porcentajes

- $\frac{1}{4} = 25\%$, $\frac{1}{2} = 50\%$, $\frac{3}{4} = 75\%$

EJERCICIOS RECOMENDADOS

Nivel básico

1. Representar gráficamente: $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$
2. Identificar fracciones equivalentes para: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{5}{6}$
3. Simplificar: $\frac{12}{18}$, $\frac{15}{25}$, $\frac{20}{30}$

Nivel intermedio

1. Multiplicar: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$, $1\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$
2. Dividir: $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3}$, $2\frac{1}{4} \div \frac{3}{4}$
3. Convertir fracciones heterogéneas a homogéneas: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$

Nivel avanzado

1. Resolver problemas de aplicación práctica
2. Combinar múltiples operaciones
3. Trabajar con fracciones complejas

CONCLUSIÓN

El dominio de los conceptos fundamentales de fracciones es esencial para el desarrollo matemático. La comprensión profunda de la representación gráfica, las diferencias entre fracciones homogéneas y heterogéneas, y el dominio de las operaciones de multiplicación,

división y simplificación proporcionan las bases sólidas necesarias para avanzar hacia conceptos matemáticos más complejos.

La práctica constante y la aplicación de estos conceptos en situaciones reales fortalece la comprensión y desarrolla la confianza en el manejo de las fracciones. Es importante recordar que las fracciones no son solo números abstractos, sino herramientas poderosas para describir y cuantificar nuestro mundo.