



CÁLCULO

# APLICACIONES EN ECONOMÍA, COSTOS, INGRESOS Y DEMANDA

# APLICACIONES EN ECONOMÍA, COSTOS, INGRESOS Y DEMANDA

Los límites tienen numerosas aplicaciones en el análisis económico y empresarial, permitiendo estudiar el comportamiento de variables como costos, ingresos o demanda en situaciones límite. Un ejemplo clásico son las funciones de costo promedio y costo marginal (Chíguil Figueroa & Castillo Soto, 2024, p.35). Sea  $C(x)$  el costo de producir  $x$  unidades, entonces el costo promedio es  $CA(x)=C(x)/x$  y el costo marginal es  $CM(x)=[C(x+h)-C(x)]/h$  cuando  $h \rightarrow 0$ .

Supongamos  $C(x)=120+10x+0.1x^2$ . Usando límites, el costo marginal es

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} [C(x+h)-C(x)]/h &= \\ \lim_{h \rightarrow 0} [(120+10(x+h)+0.1(x+h)^2)-(120+10x+0.1x^2)]/h &= \\ \lim_{h \rightarrow 0} [10h+0.1(2xh+h^2)]/h &= \\ \lim_{h \rightarrow 0} 10+0.2x+0.1h &= \\ 10+0.2x \end{aligned}$$

El costo marginal captura el cambio instantáneo en el costo al producir una unidad adicional. A diferencia del costo promedio, refleja de forma precisa cómo varía el costo total alrededor de cada nivel de producción  $x$ .

Otro ejemplo surge en el estudio de la elasticidad de la demanda. Si  $p$  es el precio unitario de un producto y  $q(p)$  la cantidad demandada en función del precio, la elasticidad de la demanda mide la sensibilidad de  $q$  ante cambios porcentuales en  $p$  (Bruzual & Domínguez, 2016, p.49). Matemáticamente, se define como

$$\begin{aligned} E(p) &= \lim_{(\Delta p \rightarrow 0)} [(q(p+\Delta p)-q(p))/q(p)]/(\Delta p/p) = \\ (p/q(p)) * \lim_{(\Delta p \rightarrow 0)} [q(p+\Delta p)-q(p)]/\Delta p &= \\ (p/q(p)) * dq/dp \end{aligned}$$

Así, los límites permiten cuantificar la elasticidad como el cambio porcentual en la cantidad demandada por cada punto porcentual que cambia el precio, un concepto fundamental en economía.

Desarrollemos con más detalle el ejemplo de la elasticidad. Supongamos que la demanda de un producto viene dada por  $q(p)=1000/p$ . Vamos a calcular la elasticidad en  $p=20$  usando la definición en términos de límites.

**Paso 1:** Expresar  $E(p)$  en términos de la función de demanda  $q(p)$

$$E(p) = (p/q(p)) * \lim_{(\Delta p \rightarrow 0)} [q(p+\Delta p)-q(p)]/\Delta p$$

**Paso 2:** Sustituir la fórmula de la demanda  $q(p)=1000/p$

$$\begin{aligned} E(p) &= (p/(1000/p)) * \lim_{(\Delta p \rightarrow 0)} [(1000/(p+\Delta p))-(1000/p)]/\Delta p \\ &= p^2/1000 * \lim_{(\Delta p \rightarrow 0)} [1000(1/p - 1/(p+\Delta p))]/\Delta p \end{aligned}$$

**Paso 3:** Simplificar la expresión

$$\begin{aligned} E(p) &= p^2/1000 * \lim (\Delta p \rightarrow 0) [1000(p+\Delta p-p)/(p(p+\Delta p))]/\Delta p \\ &= p^2/1000 * \lim (\Delta p \rightarrow 0) [1000*\Delta p/(p^2+p*\Delta p)]/\Delta p \\ &= p^2/1000 * \lim (\Delta p \rightarrow 0) 1000/(p^2+p*\Delta p) \\ &= p^2/(1000*p^2) = 1/1000 \end{aligned}$$

**Paso 4:** Evaluar en  $p=20$ 

$$E(20) = 1/1000 = 0.001$$

**Interpretación:** En el punto  $p=20$ , la elasticidad es 0.001. Esto significa que un aumento del 1% en el precio provocaría una disminución de la demanda de solo 0.001%. Por tanto, la demanda es muy inelástica en este punto: es poco sensible a cambios en el precio.

Esta información es valiosa para la estrategia de precios. Si los costos de producción aumentaran ligeramente, la empresa podría subir el precio cerca de  $p=20$  sin arriesgarse a una gran pérdida de demanda. En cambio, si la elasticidad fuera alta (ej.  $E(p)=2.5$ ), subir el precio provocaría una caída significativa en las ventas, por lo que absorber el aumento de costos sería preferible a subir precios.

Así, mediante el análisis de límites, herramientas como la elasticidad permiten entender en detalle cómo responden variables económicas cruciales ante cambios marginales en otras. Estos "experimentos conceptuales" infinitesimales, posibles gracias a los límites, son esenciales para optimizar decisiones en economía y empresa.

## Bibliografía

Chíguil Figueroa, F. & Castillo Soto, M. (2024). *Manual de cálculo diferencial e integral. Usos y aplicaciones en la modelación microeconómica*: (1 ed.). Editorial Miguel Ángel Porrúa. <https://elibro.net/es/ereader/tecnologicadeloriente/275845?page=1>