TECNOLÓGICA DEL ORIENTE
INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

EJEMPLOS EN MODELOS DE MAXIMIZACIÓN Y MINIMIZACIÓN

EJEMPLOS EN MODELOS DE MAXIMIZACIÓN Y MINIMIZACIÓN

1. Ejemplos en modelos de maximización

Paso a paso con ejemplos detallados:

Ejemplo 1. Maximización de ganancias en producción.

Contexto: Una empresa fabrica dos productos (A y B). La ganancia por unidad es de \$50 para el producto A y \$40 para el producto B. La empresa cuenta con 100 horas de trabajo y 90 kg de materia prima.

1. **Variables de decisión.**
   - x_1: Unidades del producto A.
   - x_2: Unidades del producto B.
2. **Función objetivo.**
   - Maximizar $Z = 50x_1 + 40x_2$
3. **Restricciones.**
   - $2x_1 + x_2 \leq 100$ (horas de trabajo disponibles).
   - $x_1 + 3x_2 \leq 90$ (materia prima disponible).
   - $x_1, x_2 \geq 0$
4. **Resolución paso a paso.**
   - Identificar la región factible al resolver cada restricción.
   - Determinar los puntos extremos de la región factible.
   - Evaluar la función objetivo en cada punto extremo.
5. **Interpretación de resultados.**
   - La solución óptima se encuentra en el punto (30, 20), generando una ganancia de \$2,300.

Ejemplo 2. Maximización de ingresos agrícolas.

Contexto: Un agricultor tiene 100 hectáreas para cultivar trigo y maíz. Los ingresos por hectárea son \$500 para el trigo y \$400 para el maíz.

1. **Variables de decisión.**
   - x_1: Hectáreas destinadas al trigo.
   - x_2: Hectáreas destinadas al maíz.

2. **Función objetivo.**
   - Maximizar $Z = 500x_1 + 400x_2$
3. **Restricciones.**
   - $x_1 + x_2 \leq 100$ (terreno disponible).
   - $2x_1 + x_2 \leq 160$ (agua disponible).
   - $x_1, x_2 \geq 0$
4. **Resolución paso a paso.**
   - Resolver las restricciones y determinar la región factible.
   - Calcular los puntos extremos del área factible.
   - Evaluar la función objetivo en cada punto extremo.
5. **Interpretación de resultados.**
   - La solución óptima se alcanza al cultivar 60 hectáreas de trigo y 40 hectáreas de maíz, generando un ingreso de $46,000.

Ejemplo 3. Maximización de ingresos en una aerolínea.

Contexto: Una aerolínea ofrece asientos en clase económica y ejecutiva. Los ingresos por asiento son $300 para clase económica y $500 para clase ejecutiva. El avión tiene una capacidad de 200 asientos y existe una demanda máxima de 50 asientos para la clase ejecutiva.

1. **Variables de decisión.**
   - x_1: Asientos de clase económica.
   - x_2: Asientos de clase ejecutiva.
2. **Función objetivo.**
   - Maximizar $Z = 300x_1 + 500x_2$
3. **Restricciones.**
   - $x_1 + x_2 \leq 200$ (capacidad del avión)
   - $x_2 \leq 50$ (demanda máxima de clase ejecutiva).
   - $x_1, x_2 \geq 0$
4. **Resolución paso a paso.**
   - Determinar la región factible a partir de las restricciones.
   - Identificar los puntos extremos de la región factible.
   - Evaluar la función objetivo en cada uno de estos puntos.

5. **Interpretación de resultados.**
    - La solución óptima consiste en vender 150 asientos de clase económica y 50 de clase ejecutiva, generando un ingreso de $85,000.

2. Ejemplos en modelos de minimización

Paso a paso con ejemplos detallados:

Ejemplo 1. Minimización de costos de transporte.

Contexto: Una empresa distribuye productos desde dos almacenes a tres tiendas. Los costos de transporte por unidad son los siguientes:

	Tienda 1	Tienda 2	Tienda 3
Almacén A	$4	$6	$8
Almacén B	$5	$4	$7

- Capacidad del Almacén A: 70 unidades.
- Capacidad del Almacén B: 50 unidades.
- Demanda de las tiendas. Tienda 1 (40 unidades), Tienda 2 (50 unidades), Tienda 3 (30 unidades).

1. **Variables de decisión.**
    - x_1: Unidades enviadas desde el Almacén A a la Tienda 1.
    - x_2: Unidades enviadas desde el Almacén A a la Tienda 2.
    - x_3: Unidades enviadas desde el Almacén A a la Tienda 3.
    - x_4: Unidades enviadas desde el Almacén B a la Tienda 1.
    - x_5: Unidades enviadas desde el Almacén B a la Tienda 2.
    - x_6: Unidades enviadas desde el Almacén B a la Tienda 3.
2. **Función objetivo.**
    - Minimizar $Z = 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 5x_4 + 4x_5 + 7x_6$
3. **Restricciones.**
    - Capacidad del Almacén A: $x_1 + x_2 + x_3 \leq 70$.
    - Capacidad del Almacén B: $x_4 + x_5 + x_6 \leq 50$.
    - Demanda de la Tienda 1: $x_1 + x_4 = 40$.
    - Demanda de la Tienda 2: $x_2 + x_5 = 50$.
    - Demanda de la Tienda 3: $x_3 + x_6 = 30$.
    - $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$.

4. **Resolución paso a paso.**
   - Resolver cada restricción para determinar la región factible.
   - Determinar los puntos extremos del área factible.
   - Evaluar la función objetivo en cada punto extremo.
5. **Interpretación de resultados.**
   - La solución óptima se encuentra en el envío de 40 unidades desde el Almacén A para la Tienda 1; 30 unidades para la Tienda 2; y el resto desde el Almacén B, generando un costo mínimo total de $690.

Ejemplo 2. Minimización del tiempo de producción.

Contexto: Una empresa fabrica dos productos utilizando dos máquinas. El tiempo requerido por unidad es el siguiente:

Producto	Máquina 1 (horas)	Máquina 2 (horas)
A	2	1
B	1	2

- La capacidad de la Máquina 1 es de 100 horas y de la Máquina 2 es de 80 horas.
- Se requiere al menos 30 unidades del Producto A y 20 unidades del Producto B.

1. **Variables de decisión.**
   - x_1: Unidades del Producto A.
   - x_2: Unidades del Producto B.
2. **Función objetivo.**
   - Minimizar $Z = 2x_1 + x_2 + x_1 + 2x_2$
3. **Restricciones.**
   - Máquina 1: $2x_1 + x_2 \leq 100$.
   - Máquina 2: $x_1 + 2x_2 \leq 80$.
   - Demanda mínima: $x_1 \geq 30$, $x_2 \geq 20$.
   - $x_1, x_2 \geq 0$.
4. **Resolución paso a paso.**
   - Graficar las restricciones y determinar la región factible.
   - Identificar los puntos extremos.
   - Evaluar la función objetivo en cada punto extremo.

5. **Interpretación de resultados.**

- La solución óptima se alcanza produciendo 30 unidades del Producto A y 20 del Producto B, reduciendo el tiempo total a 140 horas.

Ejemplo 3. Minimización de costos operativos en un proyecto.

Contexto: Una empresa de construcción planea realizar tres tareas: diseño, construcción y supervisión. Los costos por hora de tres equipos disponibles son los siguientes:

Equipo	Diseño ($)	Construcción ($)	Supervisión ($)
Equipo 1	100	120	150
Equipo 2	110	115	140
Equipo 3	105	125	135

- Cada tarea debe realizarse una vez.

1. **Variables de decisión.**

- x_1, x_2, x_3: Asignación de cada equipo a una tarea específica.

2. **Función objetivo.**

- Minimizar $Z = 100x_1 + 115x_2 + 135x_3$

3. **Restricciones.**

- Cada equipo realiza una tarea.
- Cada tarea es asignada a un único equipo.
- $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

4. **Resolución paso a paso.**

- Determinar la región factible.
- Evaluar los puntos extremos de la región factible.

5. **Interpretación de resultados.**

- La solución óptima consiste en asignar el Equipo 1 al diseño, el Equipo 2 a la construcción y el Equipo 3 a la supervisión, generando un costo operativo mínimo de $390.